MAE116 – Noções de Estatística

Lista de exercícios 5 — C L A S S E — G A B A R I T O

Exercício 1

Uma empresa oferece um serviço em quatro modalidades A, B, C e D, aos preços (em unidades monetárias) 100, 200, 300 e 400, respectivamente. Sabe-se da experiência do passado que um freguês contrata a modalidade A com probabilidade 0,2, a modalidade B com probabilidade 0,4, a C com a probabilidade 0,3, e a D com a probabilidade 0,1.

(a) Defina por X o ganho da empresa por freguês. Calcule a média de X (quer dizer, o ganho médio por freguês), sua variância e seu desvio padrão.

Solução

x	100	200	300	400
P(x)	0,2	0,4	0,3	0,1

E(X)=0,2 vezes 100 + 0,4 vezes 200 + 0,3 vezes 300 + 0,1 vezes 400 = 230.
Logo, o ganho médio por cliente é de 230 unidades monetárias.

Var(X) = (0,2 vezes 100 ao quadrado + 0,4 vezes 200 ao quadrado + 0,3 vezes 300 ao quadrado + 0,1 vezes 400 ao quadrado) - 230 ao quadrado = 61000 – 52900= 8100.

Logo o desvio padrão é DP = raíz quadrada de 8100 = 90.

(b) A empresa decidiu oferecer o desconto de 10% em cada um de seus serviços. Para quanto vai o ganho médio por freguês?

Solução

A nova distribuição é

x	90	180	270	360
P(x)	0,2	0,4	0,3	0,1

E(X)=0,2 vezes 90 + 0,4 vezes 180 + 0,3 vezes 270 + 0,1 vezes 360 = 207.

Exercício 2

Discuta a validade do modelo binomial nos seguintes casos.

(a) Dos alunos da USP, sorteamos 5 e contamos quantos se declaram usuários regulares do CEPEUSP;

Solução.

Nesse exemplo o ensaio corresponde a “sortear” um aluno da USP, com n=5 alunos. Além disso, o evento de sucesso pode ser definido como “o estudante se declara usuário regular do CEPEUSP” e o evento fracasso como “o estudante não se declara usuário regular do CEPEUSP". Cada sorteio pode ser considerado independente dos demais e podemos supor que a probabilidade de sucesso e fracasso é a mesma para todos os alunos. Sendo assim, o modelo binomial é valido nesse caso.

(b) Escolhemos 20 lâmpadas ao acaso na prateleira de um supermercado, sendo 10 de uma fábrica e 10 de outra. Contamos o número total de lâmpadas defeituosas;

Solução.
Nesse exemplo o ensaio corresponde a escolher uma lâmpada, com n=20 lâmpadas. O evento de sucesso pode ser definido como "a lâmpada é defeituosa" e o evento fracasso como "a lâmpada não é defeituosa". Cada escolha pode ser considerada independente das demais, contudo a probabilidade de sucesso e fracasso pode ser diferente para fabricantes diferentes. Sendo assim, nesse caso o modelo binomial não é valido.

(c) Quinze automóveis 0 km de um mesmo fabricante e mesmo modelo são submetidos a um teste anti-poluição e contamos quantos passaram no teste;

Solução.
Nesse exemplo o ensaio corresponde a fazer o teste anti-poluição, com n=15 repetições. O evento de sucesso pode ser definido como "o carro passa no teste" e o evento fracasso como "o carro não passa no teste". Cada teste pode ser considerado independente dos demais e podemos supor que a probabilidade de sucesso e fracasso é a mesma para todos carros. Sendo assim, o modelo binomial é valido.

(d) Um motorista é submetido a um teste em que deve estacionar seu veículo num pequeno espaço (isto é popularmente chamado de fazer baliza). Em 10 tentativas, contamos o número de vezes em que o motorista estacionou corretamente.

Solução.
Nesse exemplo o ensaio corresponde a fazer o teste de estacionar o veículo, com n=10 testes. O evento de sucesso pode ser definido como "o motorista estacionou corretamente" e o evento fracasso como "o motorista não estacionou corretamente". Nesse caso, a cada tentativa de estacionar o motorista pode acumular experiência, o que implica que as tentativas entre os testes não são independentes. Sendo assim, o modelo binomial não é valido.

Exercício 3
Suponhamos que 25% dos homens trabalhadores e 30% das mulheres trabalhadoras de uma população não tenham registro em carteira de trabalho. Suponhamos também que a população de trabalhadores seja constituída por 53% de homens e 47% de mulheres.

(a) Qual é a proporção de trabalhadores sem registro em carteira na população? (use 3 casas decimais)

Solução.
Considere os seguintes eventos:
H: o trabalhador é homem.
M: o trabalhador é mulher.
CR: o trabalhador tem registro na carteira de trabalho.
SR: o trabalhador não tem registro na carteira de trabalho.

Usando o diagrama de árvore da FIGURA 1 temos que

P(RS)=P(H)P(SC dado H)+P(M)P(SC dado M)
=0,53 vezes 0,25 +0,47 vezes 0,30=0,133+0,141=0,274.

Assim, a proporção de trabalhadores
sem registro em carteira é de 27,4%.

(b) Se 30 trabalhadores forem selecionados ao acaso dessa população, qual é a probabilidade de que pelo menos 8 não tenham registro em carteira? (use 3 casas decimais)

Solução.
Defina X a v.a número de trabalhadores sem registro na carteira de trabalho. Como P(X maior ou igual a 8)=P(X maior que 7) podemos usar o RStudio para calcular a probabilidade caudal superior da binonial.

```
> pbinom(c(7), size=30, prob=0.27, lower.tail=FALSE)
[1] 0.5853472
```

Assim a probabilidade de que pelo menos 8 trabalhadores não tenham registro em carteira é 0,59.

(c) Em média, quantos trabalhadores sem registro em carteira esperamos encontrar dentre os 30 selecionados? E qual é o desvio padrão do número de trabalhadores sem registro em carteira? (use 2 casas decimais)

E(X)=n vezes p=30 vezes (0,27)=8,1.

Var(X)=n vezes p vezes (1-p)=30 vezes (0,27) vezes (0,73)=5,91

DP(X)=2,43.