## 1. Teorema de Existência e Unicidade

O enunciado do Teorema é muito semelhante ao caso de ordem 1, é necessário apenas prefixar também a derivada no ponto inicial..

**Teorema 1.** *Seja* $\Omega \subset \mathbb{R}^3$*, aberto,* $f : \Omega \to \mathbb{R}$ *uma função de classe* $C^1$ *. Então, para cada* $(x_0, y_0, y_1) \in \Omega$*, existe um intervalo aberto* $I$ *contendo* $x_0$ *e uma única função diferenciável* $\Phi : I \to \mathbb{R}$ *com* $(x, \Phi(x), \Phi'(x)) \in \Omega$*, para cada* $x \in I$*, que śolução do problema de valor inicial:*

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} &= f(x, y, y'). \\ y(x_0) &= y_0 \\ y'(x_0) &= y_1. \end{cases} \tag{1}$$

A demonstração pode ser feita primeiro transformando a 1 no *sistema equivalente:*

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} &= z. \\ \frac{dz}{dx} &= f(x, y, z). \\ y(x_0) &= y_0 \\ z(x_0) &= y_1. \end{cases} \tag{2}$$

## 2. Equações redutíveis à primeira ordem

Algumas EDOs de ordem 2 podem ser transformadas, por mudança de variáveis em 2 equações de ordem 1. Temos 2 casos:

*Date*: April 6, 2020.

(1) (Variável dependente ausente). São equações do tipo:

$$F(x, y', y'') = 0.$$

(2) (Variável independente ausente). São equações do tipo:

$$F(y, y', y'') = 0.$$

No caso (1), fazemos

$$y' = p,$$
$$F(x, p, p') = 0.$$

Resolvemos para $p$ e integramos para encontrar $y$.

No caso (2), fazemos

$$y' = p, y'' = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy}\frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy}\frac{dy}{dx}p$$
$$F(y, p, \frac{dp}{dy}p) = 0.$$

Resolvemos para $p$ e integramos para encontrar $y$.

**Exercício 2.** *Encontre a solução geral das equações:*

(1) $x^2y'' = 2xy' + (y')^2$.
(2) $yy'' + (y')^2 = 0$.

Em geral, não podemos resolver explicitamente essas equações. Afora as redutíveis à primeira ordem, a exceção são as equações lineares, como veremos.