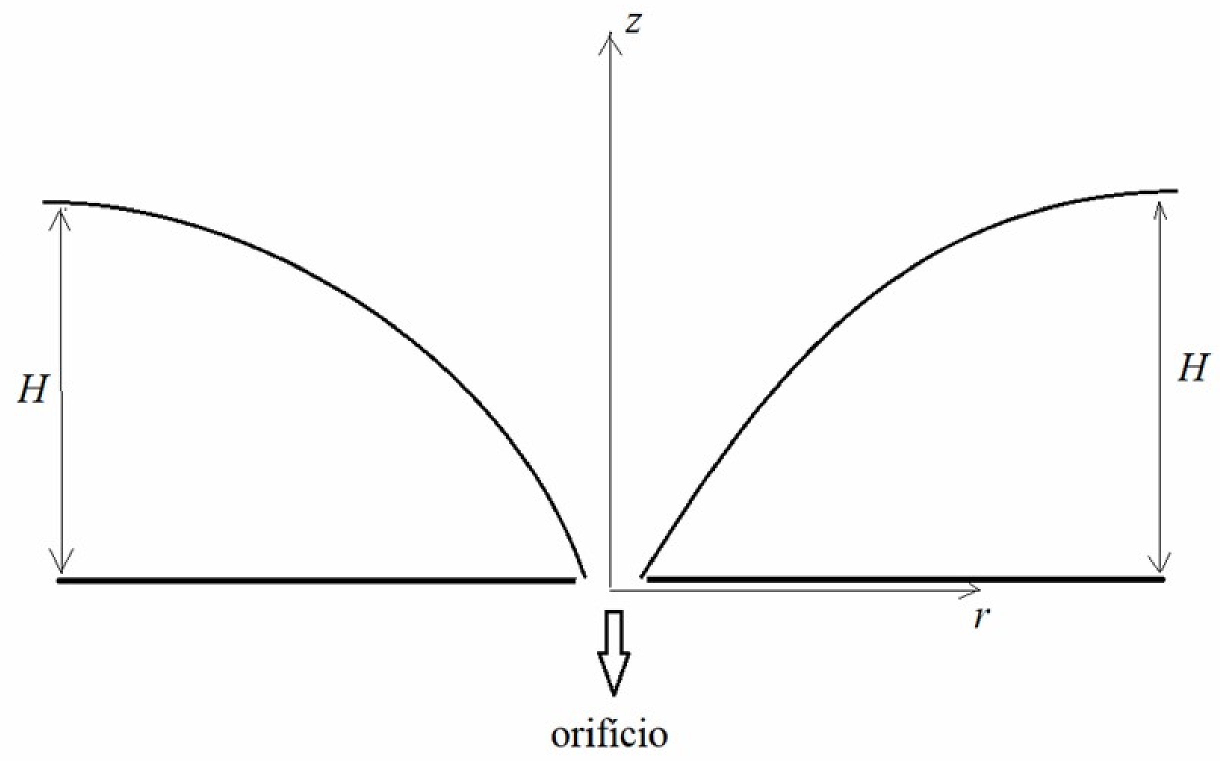
Exercício 4.60 – PME3330

Equações de Euler e Bernoulli

Exercício 4.60

Ex. 4.60)Um líquido é drenado por um pequeno orifício no centro de um tanque. O campo de velocidades é dado por $\upsilon_r \cong 0$, $\upsilon_z \cong 0$, $\upsilon_\theta \cong \omega R^2 / r$, sendo H a profundidade da água bem longe do orifício $(r \to \infty)$. O escoamento é rotacional ou irrotacional? Encontre a profundidade z_c da água para $r = R$.



Exercício 4.60

Para verificar se o escoamento é rotacional ou irrotacional:

$$rot\,\vec{V} = \nabla \times \vec{V} = 0$$

Usando o sistema cilíndrico de coordenadas:

$$\nabla \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{r\partial \theta} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ \upsilon_r & \upsilon_\theta & \upsilon_z \end{vmatrix} + \frac{\upsilon_\theta}{r}\vec{e}_z = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{r\partial \theta} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \dfrac{\omega R^2}{r} & 0 \end{vmatrix} + \frac{\omega R^2}{r^2}\vec{e}_z = 0$$

Logo, o escoamento é <u>irrotacional</u>. Isso significa que podemos usar a equação de Bernoulli aplicada a todo o campo de escoamento:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{constante}$$

Exercício 4.60

Aplicando a equação de Bernoulli entre dois pontos na superfície do líquido, um bem longe do orifício $(r \to \infty, \upsilon_\theta \to 0)$, e o outro na posição z_c tal que $r = R$, onde $\upsilon_\theta = \omega R$, e lembrando que em ambos os pontos a pressão é atmosférica:

$$\frac{\omega^2 R^2}{2} + \frac{p_{atm}}{\rho} + g\,z_c = 0 + \frac{p_{atm}}{\rho} + g\,H$$

Temos então:

$$\boxed{z_c = H - \frac{\omega^2 R^2}{2g}}$$