



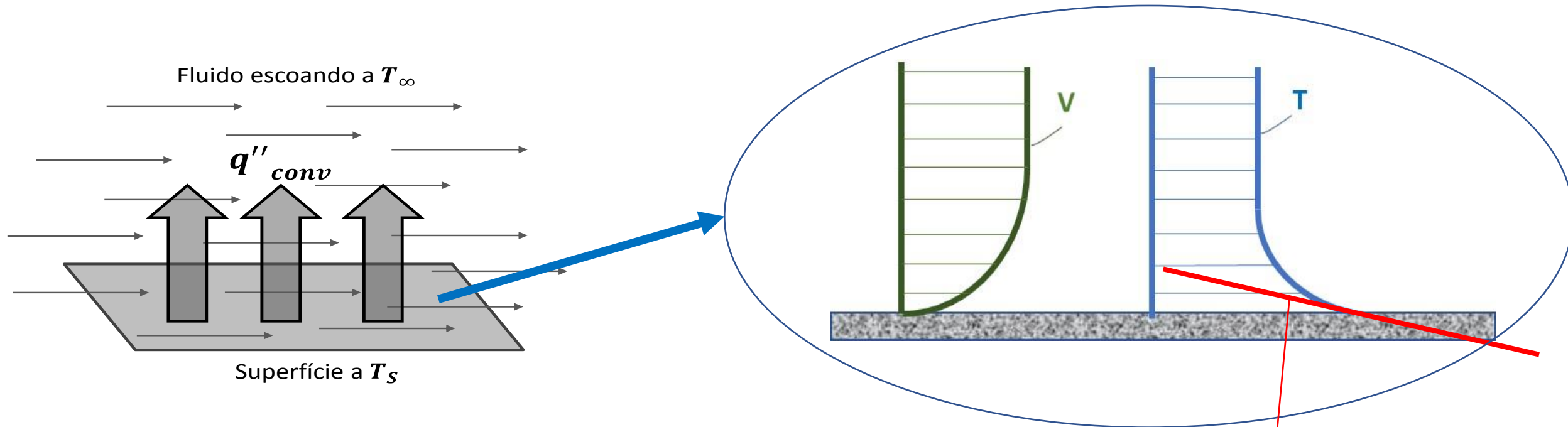
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II

CONVECÇÃO – escoamento Externo - Vídeos 1 e 2



Lei de Resfriamento de Newton



$$q''_{conv} = h \cdot \Delta T$$

$$q_{conv} = h \cdot A_s \cdot \Delta T$$

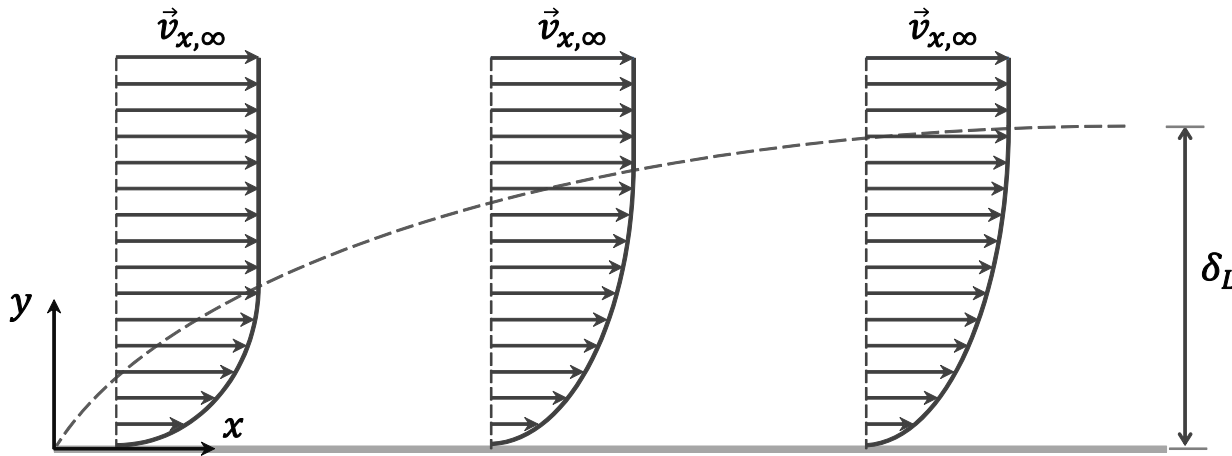
$$q''_w = -k \cdot \text{grad}(T)_w = h \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$h = \frac{-k \cdot \text{grad}(T)_w}{(T_s - T_\infty)}$$



Camada limite térmica – placa plana

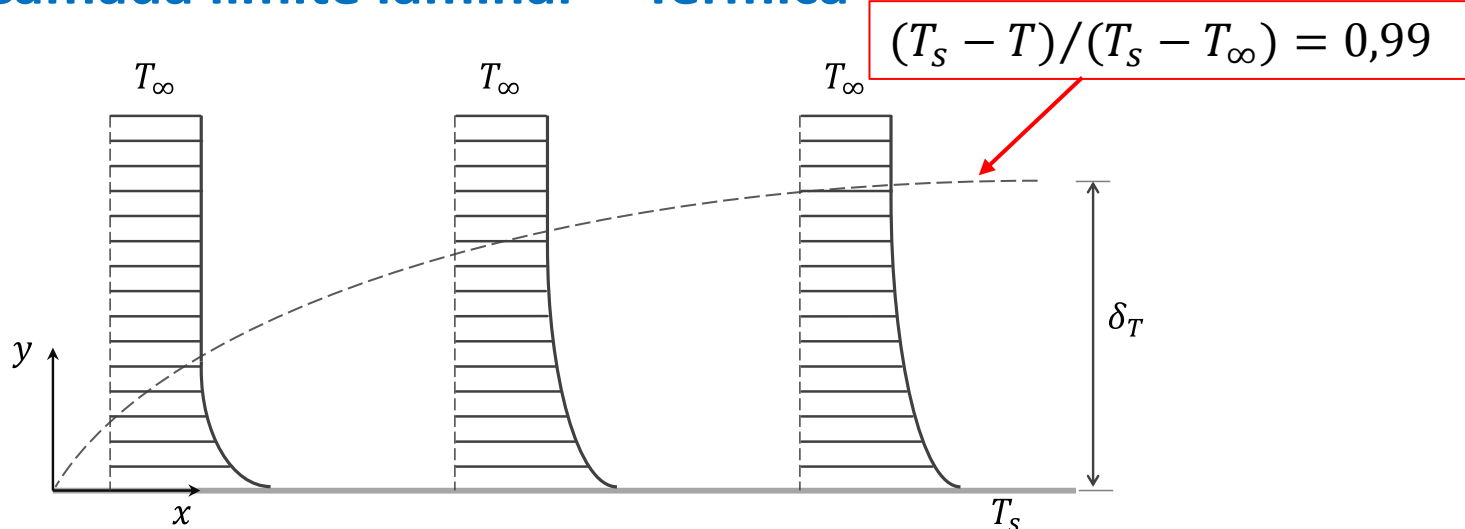
Camada limite laminar - Escoamento.



Hipóteses

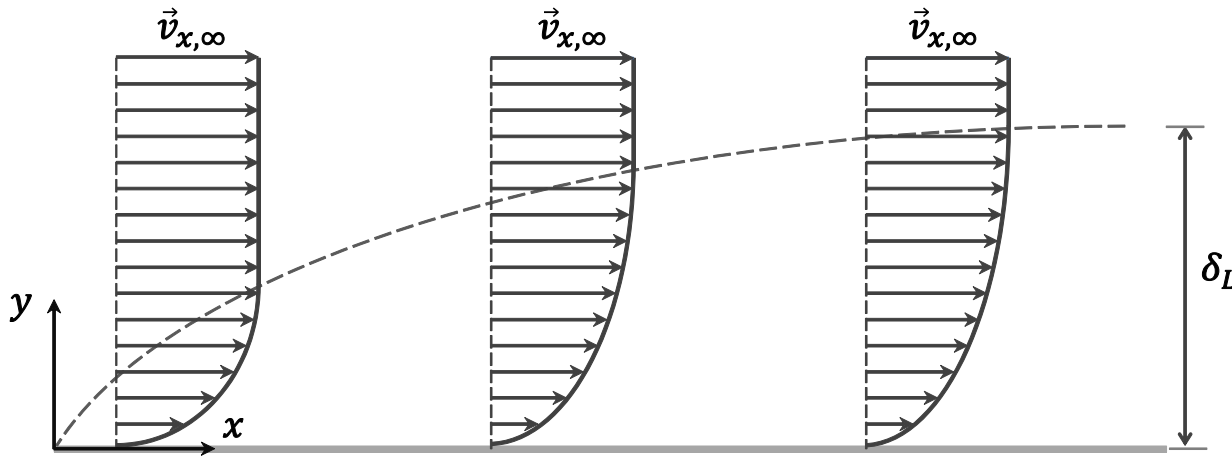
- Regime permanente
- Dissipação viscosa desprezível
- escoamento incompressível
- Bidimensional
- Propriedades constantes
- Re baixo

Camada limite laminar - Térmica



Camada limite térmica

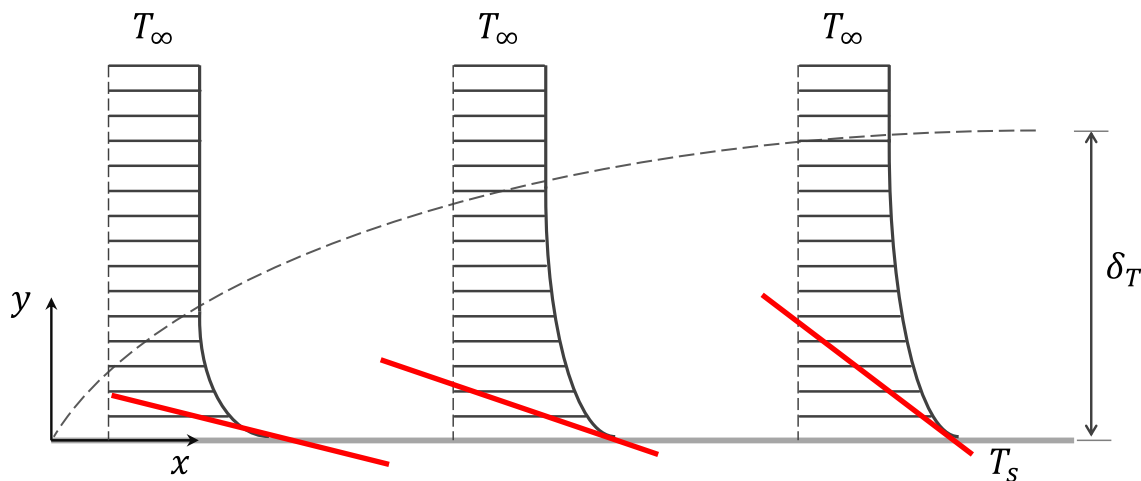
Camada limite laminar - Escoamento.



$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

$$v_x \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \cdot \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

Camada limite laminar - Térmica



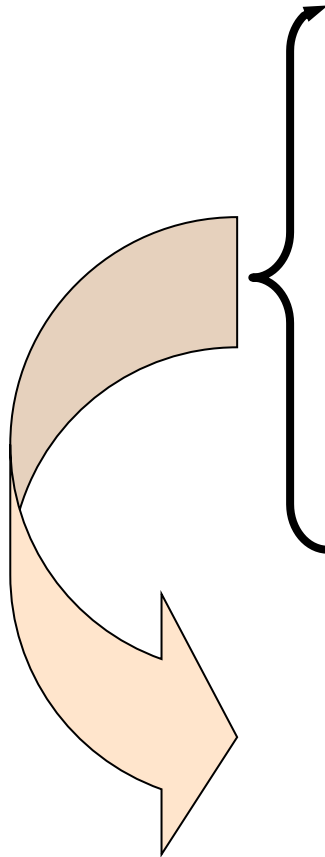
$$v_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$\frac{\delta_L}{\delta_T} = Pr^{1/3}$$



Perfil de Temperatura T

$$\eta = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}}$$



$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Condições de Contorno:

parede, $y = 0 \rightarrow v_x = 0$
 $v_y = 0$

$$T = T_s$$

$y = \infty \rightarrow v_x = U$

$$T = T_\infty$$

$$\frac{d^2 \hat{\phi}}{d\eta^2} + \frac{\nu}{\Gamma_\phi} \frac{f(\eta)}{2} \frac{d\hat{\phi}}{d\eta} = 0$$

Condições de Contorno:

parede, $\eta = 0 \rightarrow \hat{\phi} = 0$

$\eta = \infty \rightarrow \hat{\phi} = 1$

$$\hat{\phi} = \frac{T_s - T}{T_s - T_\infty}$$

$$\hat{\phi} = \frac{\int_{\zeta=0}^{\zeta=\eta} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\nu}{\Gamma_\phi} \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=\zeta} f(\varepsilon) d\varepsilon \right] d\zeta}{\int_{\zeta=0}^{\zeta=\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\nu}{\Gamma_\phi} \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon=\zeta} f(\varepsilon) d\varepsilon \right] d\zeta}$$



Número de Prandtl

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{Pr}^{1/3} \approx \frac{\delta}{\delta_T}$$

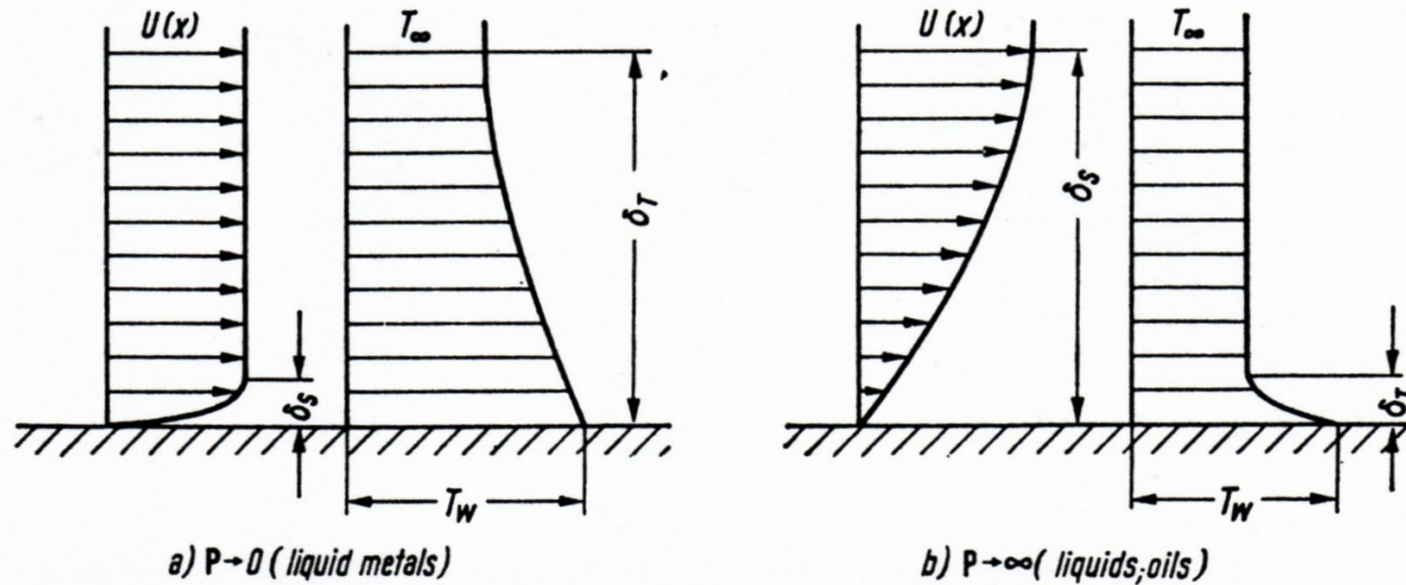
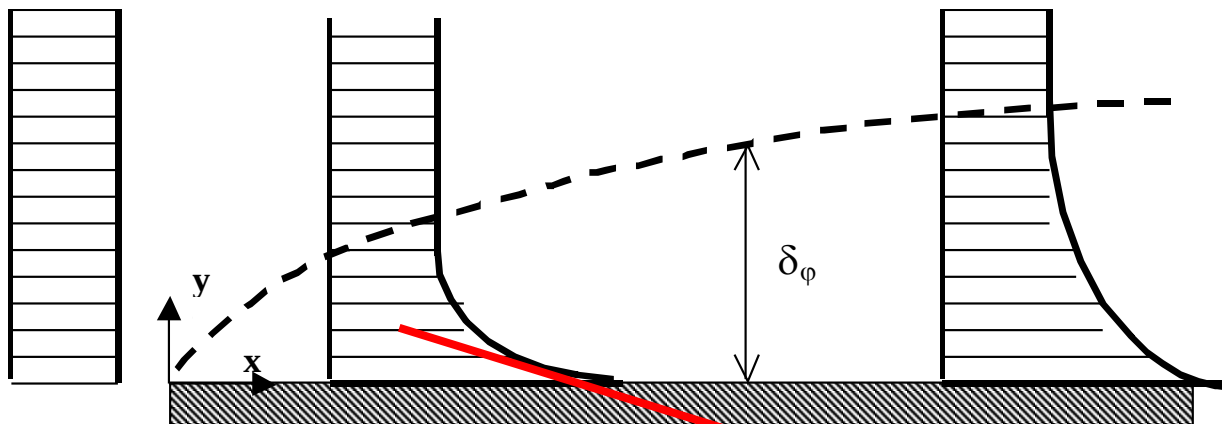


Fig. 12.8. Comparison between the temperature and velocity fields for boundary layers with very small and with very large values of Prandtl number



Perfil de T e Fluxo na Parede

$$h = \frac{-k \cdot \text{grad}(T)_w}{(T_s - T_\infty)}$$



$$\hat{y} = \frac{y}{x}$$

$$\left. \frac{d\hat{\phi}}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0,332 \left(\frac{\nu}{\Gamma_\phi} \right)^{1/3}$$

$$\left. \text{grad} \hat{\phi} \right|_{\hat{r}=0} = \left. \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{y}} \right|_{\hat{y}=0} = \left. \frac{d\hat{\phi}}{d\eta} \frac{d\eta}{d\hat{y}} \right|_{\hat{y}=0} = x \left. \frac{d\eta}{dy} \frac{d\hat{\phi}}{d\eta} \right|_{\hat{y}=0} = x \left. \frac{U}{\nu x} \frac{d\hat{\phi}}{d\eta} \right|_{\eta=0} = \left. \sqrt{\frac{Ux}{\nu}} \frac{d\hat{\phi}}{d\eta} \right|_{\eta=0}$$

$$\left. \text{grad} \hat{\phi} \right|_{\hat{r}=0} = 0,332 \sqrt{\frac{Ux}{\nu}} \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)^{1/3} = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)^{1/3}$$

$$\frac{\nu}{\Gamma} = \frac{\nu}{\alpha} = \text{Pr}$$

$$\text{Nu} = (\text{grad} \hat{T})_{\hat{r}=0}$$

$$\text{Nu} = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$



Placa plana – Regime laminar

$$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{k} = 0,332 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad (\text{regime laminar})$$

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int h_x \cdot dA$$

$$\frac{\bar{h}L}{k} = \frac{1}{A} \int \frac{h_x L}{k} \cdot dA \Rightarrow Nu_L = \frac{1}{L} \int \frac{h_x L x}{k x} \cdot dx \Rightarrow Nu_L = \int \frac{Nu_x}{x} dx$$

Para contemplar o escoamento laminar ($Re_x < 5 \cdot 10^5$), tem-se:

$$Nu_L = 0,332 \cdot Pr^{1/3} \int_0^L \frac{(Re_x)^{0,5}}{x} \cdot dx = 0,332 \cdot Pr^{1/3} \left(\frac{\rho v_\infty}{\mu} \right)^{0,5} \cdot \int_0^L x^{-0,5} \cdot dx$$

$$Nu_L = \frac{1}{L} \cdot 0,332 \cdot Pr^{1/3} \left(\frac{\rho v_\infty}{\mu} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{L^{0,5}}{0,5} - \frac{0}{0,5} \right)$$

$$\therefore Nu_L = \frac{\bar{h} \cdot L}{k} = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$



Analogia de Reynolds

Considere um fluido escoando por um tubo ::

$$\frac{q''_{\text{fluido} \rightarrow \text{parede}}}{\text{Transporte de entalpia paralelo ao tubo}} = \frac{\tau_{\text{fluido} \rightarrow \text{parede}}}{\text{Transporte de Q. de movimento paralelo ao tubo}}$$

$$\frac{h \cdot (T_s - T_\infty)}{\dot{m} \cdot c_p \cdot (T_s - T_\infty)} = \frac{0,5 \cdot f \rho v_\infty^2}{\dot{m} \cdot v_\infty} \Rightarrow \frac{f}{2} = \frac{h}{\rho c_p v_\infty}$$

Rearranjando-se, tem-se: $\frac{f}{2} = \frac{\mu}{\rho v_\infty L} \cdot \frac{hL}{k} \cdot \frac{k}{\mu c_p} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = St$

Em que St é o número de Stanton. Esta analogia vale apenas para casos muito particulares, quando $Pr \approx 1$ (válido para a maioria dos gases). Uma forma mais comum da analogia de Reynolds é:

$$Nu = 0,5 \cdot f \cdot Re \cdot Pr$$



Analogia de Colburn

É uma modificação da analogia de Reynolds, obtida semi-empiricamente e com intervalo de validade maior.

$$Nu = 0,5 \cdot f \cdot Re \cdot Pr^{1/3}$$

Para escoamento sobre uma superfície plana, tem-se:

$$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{k} = 0,332 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

(regime laminar)

$$Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{k} = 0,0296 \cdot Re_x^{4/5} \cdot Pr^{1/3}$$

(regime turbulento)



Escoamento Externo

Escoamento externo: quando há formação livre da camada limite, sem restrições impostas por superfícies adjacentes. Há sempre uma região interna e externa à camada limite, sendo que nesta última os gradientes de temperatura ou de velocidades são desprezíveis.

O coeficiente de convecção pode ser estimado localmente a partir de uma equação :

$$Nu_x = C . Re_x^m . Pr^n$$

C , m e n dependem da geometria da superfície, do tipo de escoamento e propriedades do fluido. Na maioria dos casos, a temperatura do fluido influi de maneira considerável nos valores das propriedades de transporte. Considera-se uma temperatura média para se tomar o valor das propriedades

- Temperatura do filme (T_f) é a média entre a temperatura da superfície e a temperatura do “bulk” do fluido:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$

- Parâmetro de correção das propriedades de transporte:

$$\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^p \text{ ou } \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_s}\right)^p$$

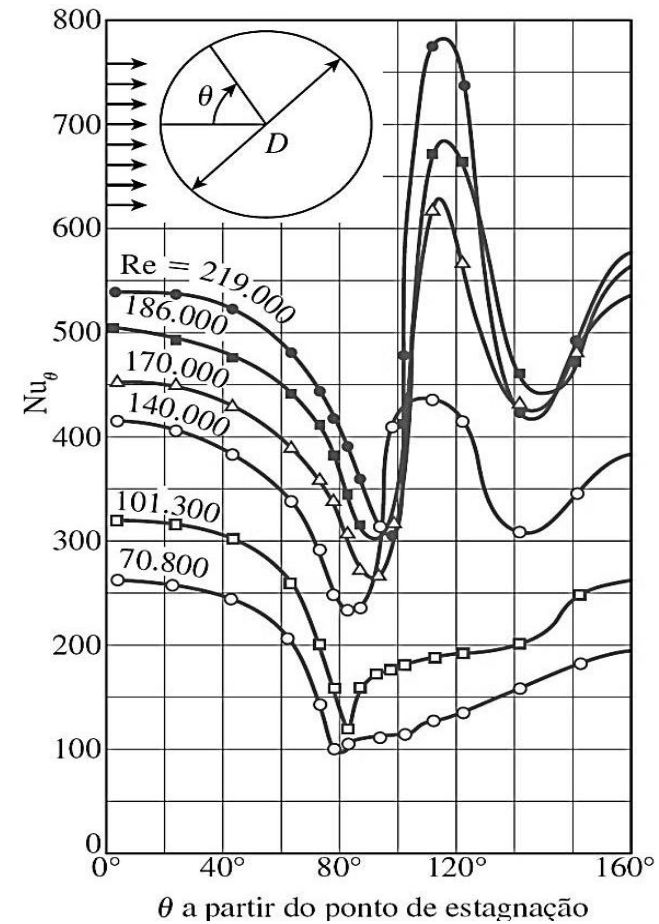
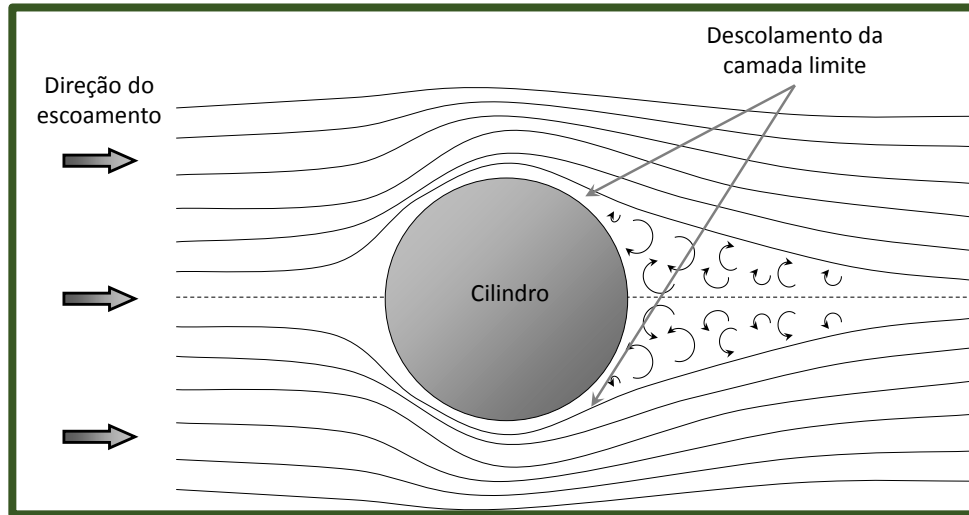


Correlações para placa plana

# Correlação		Tipo	Condições	Faixa de validade
(1)	$Nu_x = 0,332.Re^{1/2}.Pr^{1/3}$	Local	Regime Laminar Propriedades a T_f Temperatura da parede cte.	$Re_x < 5.10^5$ $0,6 < Pr < 50$
(2)	$Nu_x = 0,453.Re^{1/2}.Pr^{1/3}$	Local	Regime Laminar Propriedades a T_f Fluxo de calor na parede cte.	$Re_x < 5.10^5$ $Pr > 0,6$
(3)	$Nu_L = 0,664.Re^{1/2}.Pr^{1/3}$	Médio	Regime Laminar Propriedades a T_f Temperatura da parede cte.	$Re_x < 5.10^5$ $0,6 < Pr < 50$
(4)	$Nu_L = 0,680.Re^{1/2}.Pr^{1/3}$	Médio	Regime Laminar Propriedades a T_f Fluxo de calor na parede cte.	$Re_L < 5.10^5$ $Pr > 0,6$
(5)	$Nu_x = 0,0296.Re^{4/5}.Pr^{1/3}$	Local	Regime Turbulento Propriedades a T_f Temperatura da parede cte.	$Re_x < 10^8$ $0,6 < Pr < 60$
(6)	$Nu_x = 0,0308.Re^{4/5}.Pr^{1/3}$	Local	Regime Turbulento Propriedades a T_f Fluxo de calor na parede cte.	$Re_x < 10^8$ $0,6 < Pr < 60$
(7)	$Nu_L = (0,037.Re^{4/5} - 871).Pr^{1/3}$	Médio	Regime Misto Propriedades a T_f Temperatura da parede cte.	$5.10^5 < Re_L < 10^8$ $0,6 < Pr < 60$



Correlações para escoamento sobre cilindros



Número de Nusselt local para o escoamento cruzado de um cilindro.
(Fonte: ÇENGEL & GHAJAR, 4ª edição)



Correlações para escoamento sobre cilindros

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

Correlação de Hilpert:

- Bastante utilizada para $Pr > 0,7$.
- Propriedades na temperatura do Filme T_f :

$$Nu_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{1/3}$$

Re_D	C	m
0,4 a 4	0,989	0,330
4 a 40	0,911	0,385
40 a 4.000	0,683	0,466
4.000 a 40.000	0,193	0,618
40.000 a 400.000	0,027	0,805

Correlação de Zhukauskas:

- Bastante utilizada para $Pr > 0,7$.
- Propriedades na temperatura do Filme T_f :

$$Nu_D = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^n \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25}$$

Re_D	C	m	Pr	n
1 a 40	0,75	0,4	0,7 a 10	0,37
40 a 1.000	0,51	0,5		
1.000 a $2 \cdot 10^5$	0,26	0,6	10 a 500	0,36
$2 \cdot 10^5$ a 10^6	0,076	0,7		

- Correlação de Churchill & Bernstein: $Pe_D > 0,2$ e temperatura do filme T_f :

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 \cdot Re_D^{1/2} \cdot Pr^{1/3}}{[1 + (0,4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

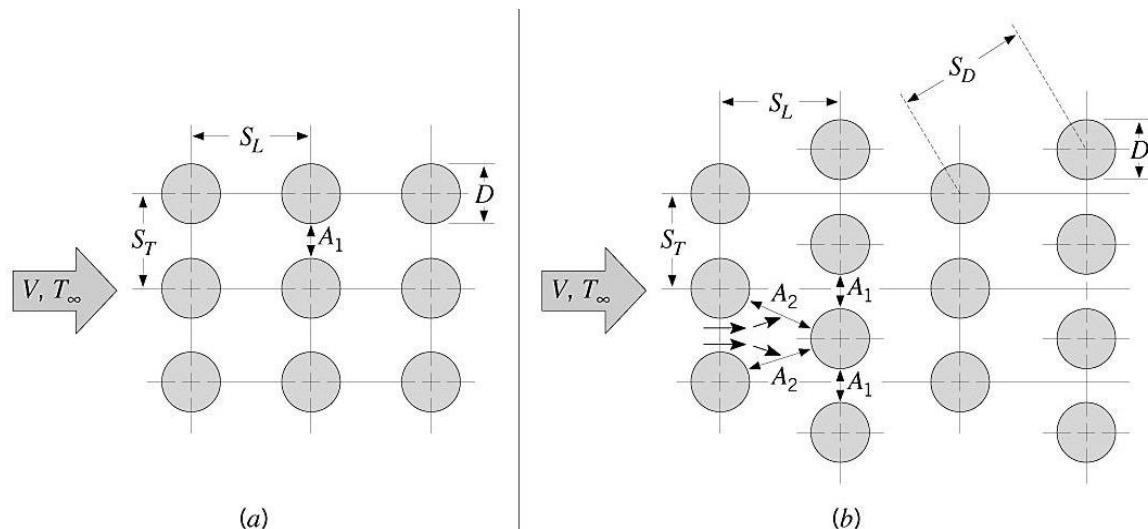


Correlações para escoamento sobre um banco de tubos

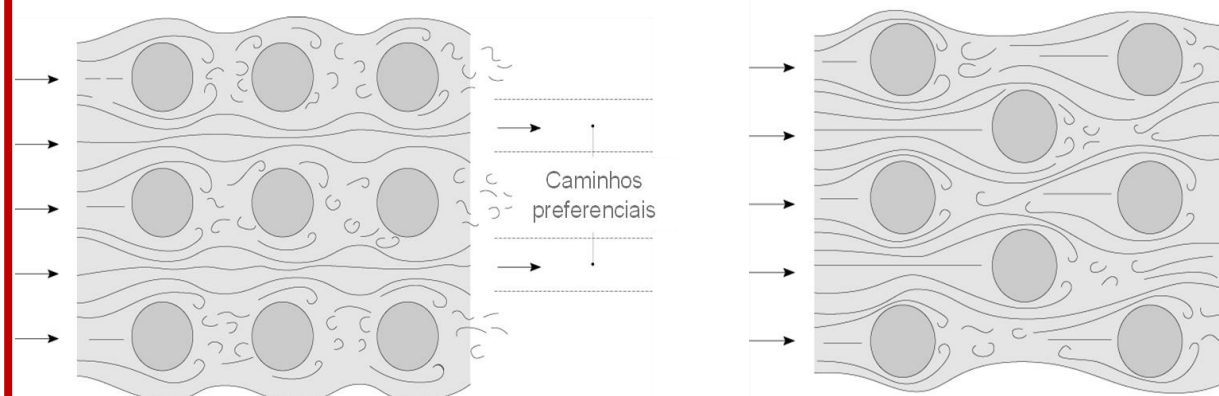
- Diâmetros dos Tubos (D);
- Número de colunas de tubos (N_C);
- Distância vertical entre os centros de fileiras adjacentes (passo vertical) (S_T);
- Distância horizontal entre os centros de duas fileiras adjacentes (passo horizontal) (S_L);

Arranjo quadrado, $S_D = S_L$, $A_1 = S_T - D$ e $A_2 = S_L - D$;
 Arranjo triangular, $A_1 = S_T - D$, $S_D =$

$$\sqrt{S_L^2 + (D/2 + A_1/2)^2} = \sqrt{S_L^2 + S_T^2/4}; A_2 = S_D - D.$$



Arranjos alinhado/quadrado (a) e alternado/triangular (b).
 (Fonte: Incropera, 6ª edição)



Escoamento nos arranjos de bancos de tubos no arranjo quadrado (esq.) e triangular (dir.).
 (Fonte: Incropera, 6ª edição)



Correlações para escoamento sobre um banco de tubos

Arranjo quadrado, $v \cdot S_T = v_{max} \cdot A_1 \Rightarrow v_{max} = v \cdot \left(\frac{S_T}{S_T - D} \right)$

Arranjo triangular,

$$v \cdot S_T = v_{max} \cdot A_1$$

$$v \cdot S_T = v_{max} \cdot 2A_2$$

$$\therefore v_{max} = v \cdot \left(\frac{S_T}{S_T - D} \right) \quad \text{ou} \quad \therefore v_{max} = v \cdot \left(\frac{S_T}{2(S_D - D)} \right)$$

Critério: a velocidade máxima ocorre onde há menor área de passagem (ocorre no mínimo entre A_1 e A_2).

Correlação de Grimson modificada

$$Nu_D = 1,13 \cdot a \cdot C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{1/3}$$

Válida para $N_c \geq 10$, $2.000 < Re_D < 40.000$ e $Pr > 0,7$.
Propriedades na T_f .

Fator de correção a para $N_c < 10$, se $N_c \geq 10$, $a = 1$.

Tabela 5: Fator de correção para correlação de Grimson com $N_c < 10$.

N_c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Arranjo alinhado	0,64	0,8	0,87	0,9	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99
Arranjo alternado	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

Tabela 4: Coeficientes para a correlação de Grimson modificada.

Arranjo alinhado								
S_L/D	S_T/D							
	1,25		1,5		2		3	
	C	m	C	m	C	m	C	m
1,25	0,348	0,592	0,275	0,608	0,1	0,704	0,0633	0,752
1,5	0,367	0,586	0,25	0,62	0,101	0,702	0,0678	0,744
2	0,418	0,57	0,299	0,602	0,229	0,632	0,198	0,648
3	0,29	0,601	0,357	0,584	0,374	0,581	0,286	0,608
Arranjo alternado								
S_L/D	S_T/D							
	1,25		1,5		2		3	
	C	m	C	m	C	m	C	m
0,6	-	-	-	-	-	-	0,213	0,636
0,9	-	-	-	-	0,446	0,571	0,401	0,581
1	-	-	0,497	0,558	-	-	-	-
1,125	-	-	-	-	0,478	0,565	0,519	0,56
1,25	0,518	0,556	0,505	0,554	0,519	0,556	0,522	0,562
1,5	0,451	0,568	0,46	0,562	0,452	0,568	0,488	0,568
2	0,404	0,572	0,416	0,568	0,482	0,556	0,449	0,57
3	0,31	0,592	0,356	0,58	0,44	0,562	0,428	0,574

Correlações para esferas

Para um caso sem o termo de produção, em regime permanente e em um meio estagnado (ou $Re \ll 1$) tem-se,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0 \Rightarrow \nabla^2 T = 0 \Rightarrow \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

$$\therefore T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

Em um VC que engloba todo o fluido ao redor da esfera, tem-se as seguintes condições de contorno:

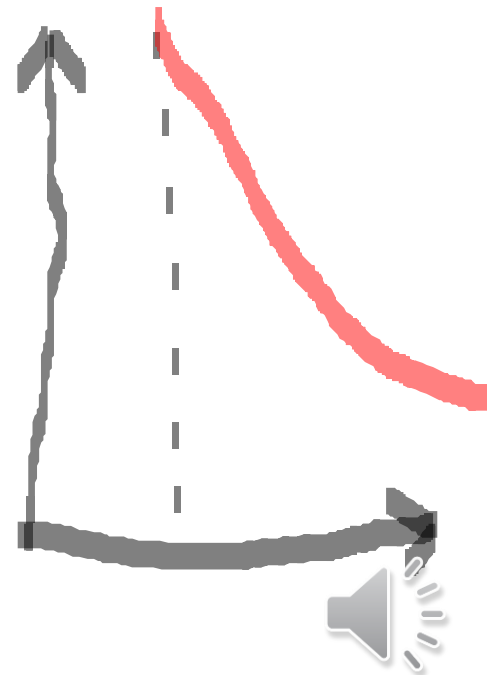
em $r = R, T = T_S$ em $r = \infty, T = T_\infty$. Então, $C_1 = (T_\infty - T_S)R$ e $C_2 = T_\infty$.

$$T(r) = \frac{(T_S - T_\infty)}{r} \cdot R + T_\infty$$

O fluxo de calor na interface é determinado pela Lei de Fourier e pela definição de h :

$$q'' = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \frac{k \cdot (T_S - T_\infty)}{R} = h \cdot (T_S - T_\infty)$$

$$\therefore \frac{h \cdot R}{k} = 1 \Rightarrow \frac{h \cdot D}{k} = Nu_D = 2$$



Correlações para esferas

- Correlação de Whitaker:

Esfera fixa imersa num fluido que escoia sobre ela. As propriedades são tomadas em T_∞ e fator de correção da viscosidade, com $p = 0,25$ e é válida para $0,71 < Pr < 380$; $3,5 < Re_D < 76.000$ e $1 < \mu/\mu_s < 3,2$.

$$Nu_D = 2 + \left(0,4 \cdot Re_D^{1/2} + 0,06 \cdot Re_D^{2/3} \right) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,25}$$

- Correlação de Ranz e Marshall:

Esfera se movendo em um meio fluido (situação chamada de “gota caindo”). Nesta correlação, as propriedades são tomadas em T_∞ .

$$Nu_D = 2 + 0,6 \cdot Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$$

VEL



Correlações para leitos recheados

Escoamento de fluidos em leitos recheados com partículas são muito usuais em processos industriais. Uma das inúmeras correlações para leitos fixos recheados com partículas esféricas é a que se segue, válida para o escoamento de gases em leitos recheados (válida para $Pr \sim 0,7$) e $90 < Re_D < 4000$.

$$Nu_D = \frac{2,06}{\varepsilon} \cdot Re_D^{0,425} Pr^{1/3} ; \quad Re_D = \frac{UD}{\nu}$$

U é a velocidade superficial (vazão/área da secção).

D é o diâmetro médio da partícula esférica devendo ser usado para o cálculo do número de Nusselt e de Reynolds e corrigido pela esfericidade da partícula .

ε é a porosidade do leito (volume de “vazios”/volume total).

