

Lista 4

Álgebra 1 para licenciatura

MAT0120

Entrega: 09/04/2020

Exercícios retirados do livro: **Números, Uma Introdução a Matemática**. Vocês devem escolher 2 exercícios para serem entregues até a data limite(09/04/2020).

O professor recomenda fortemente que vocês façam o último exercício ou pelo menos leiam o seu enunciado.

Exercício 1. (ex. 1 - pag 110)

- i) A que número entre 0 e 6 é congruente módulo 7 o produto $11 \cdot 18 \cdot 2322 \cdot 13 \cdot 19$?
- ii) A que número entre 0 e 3 é congruente módulo 4 a soma $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{19}$?

Exercício 2. (ex.2 - pag. 110) Sejam a, b, r inteiros, s um inteiro não-nulo. Provar que $a \equiv b \pmod{r}$ se e somente se $as \equiv bs \pmod{rs}$

Exercício 3. (ex.4 - pag. 110) Determinar todos os inteiros positivos m tais que toda solução da congruência $X^2 \equiv 0 \pmod{m}$ também seja solução da congruência $X \equiv 0 \pmod{m}$.

Exercício 4. (ex.6 - pag. 110) Provar que $n^7 \equiv n \pmod{42}$, para todo inteiro n .

Exercício 5. (ex.9 - pag 110) Seja a um inteiro ímpar. Provar que $a^{2^n} \equiv 1 \pmod{2^{n+2}}$, para todo inteiro $n \geq 1$

Exercício 6. (ex.10 - pag 110) Sejam $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ um sistema completo de resíduos módulo n , e seja a um inteiro tal que $\text{mdc}(a, n) = 1$. Provar que $\{aa_1, aa_2, \dots, aa_n\}$ é um sistema completo de resíduos módulo n .

Exercício 7. (ex.1 - pag 116) Resolva as seguintes congruências lineares:

i) $25X \equiv 15 \pmod{29}$;

ii) $5X \equiv 2 \pmod{26}$;

iii) $140X \equiv 133 \pmod{301}$.

Exercício 8. (*ex.4 - pag 116*) Resolva a congruência linear $17X \equiv 3 \pmod{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$.