Instituto de Física USP

Física V - Aula 33

Professora: Mazé Bechara

Aula 33– Discussão da 2ª prova – solução e critérios

Questão 1 da prova 2 (2,25) – espalhamento de Rutherford - critério

(0,75) (a) **Razões físicas: (0,30)** Pela informação que para energias menores ou iguais a 34,8MeV o espalhamento de alfa por cobre é Rutherford para qualquer ângulo de espalhamento, ou seja, interação carga-carga puntiforme da alfa com núcleo do cobre, se pode concluir que no espalhamento a 34,8MeV as duas partículas que interagem, alfa e núcleo de cobre, se se tangenciam quando espalhadas a 180°. Assim nesta situação (34,8MeV e 180^0) a distância mínima entre os dois núcleos: alfa (núcleo de helio) e o núcleo de cobre é da ordem da soma dos raios dos dois núcleos, ou seja, $2r_{NCu.}$ **(perde 0,1 se argumentou corretamente mas desprezou o núcleo da alfa!).**

O **cálculo da distância mínima entre** alfa e raio do cobre com **com todos os valores corretos indicados vale (0,20).** O resultado da distância mínima em metros é $2{,}4\times10^{-15}$. **O resultado numérico** ($1{,}2\times10^{-15}$m) **da ordem de grandeza do raio do núcleo vale 0,15.**

(0,75) **(b)Razão física do procedimento (0,25):** como as condições experimentais são todas iguais, ou seja, ângulo sólido, corrente do feixe, número de núcleos na olvo, cargas do núcleo cobre e da alfa, e o número de partículas por unidade de tempo é proporcional à seção de choque diferencial, então o número de partículas em dado intervalo de tempo é inversamente proporcional à energia ao quadrado e ao seno à quarta potência de metade do ânguilo de espalhamaento. **(0,50) Cálculo: como é dado** o número de alfas espalhadas a 30MeV e 90° é possível determinar o número de alfas espalhadas a 180º com 10 MeV da energia incidente a partir da razão das seções de choque.

$$\frac{dN(10MeV,180^o)/dt}{dN(30MeV,90^o)/dt}=\frac{dN(10MeV,180^o)/dt}{20\,part/dt}=\frac{d\sigma(10MeV,180^o)/d\Omega}{d\sigma(30MeV,90^o)/d\Omega}=\frac{30^2 sen^4 45^o}{10^2 sen^4 90^o}=\frac{9}{4}$$

O que resulta que 45 alfas entram no detetor a 180º, com 10MeV, no mesmo intervalo de tempo que entraram 20 paratículas a 30MeV e ângulo de espalhamento 90º.

Questão 1 da prova (2,25) - critério - continuação

(0,75) (c) **0,05** por cada trajetória (retilínea no espalhamaento a 180º e "hiperbólica" a 90° ; **0,05** pela indicação correta de cada parâmetro de impacto; **0,05** por cada distância de máxima aproximação qualitativamente correta (menor para 180^0); **0,05** por cada velocidade **(vetor, claro!)** antes da interação e **0,05** por cada vetor velocidade entrada do detetor; **0,05** pela indicação de que em módulos todas as velocidades são iguais; e **0,2** pela posição correta do núcleo espalhador, que é o que dá sentido a todas as outras grandezas, em particular das trajetórias, dentro do solicitado"qualitativamente correto"!

Questão 2 da prova 2 (3,25) -Modelos de quantizações - critério

(a) (0,5) Sendo o íon Li^{++} um sistema de um único elétron com núcleo +3e, então as energias são, seguindo o resultado de Bohr (no formulário)

E_n=-9X13,60eV/n^2 =-122,4eV/n^2 com n=1,2,3...

(0,75) (b) **(0,15)** o 2° estado excitado é aquele com n=3, ou seja, E_3=-13,60eV. **(0,15)** Sendo a energia de excitação a diferença entre a energia de um estado excitado n, no caso n=3, e a energia do estado fundamental, então **(0,15)** a energia de excitação do 2° estado excitado é -13,60-(-122,40)=108,8eV **(positiva!)**. **(0,15)** Energia de ionização do 2° estado excitado é **a mínima** energia que deve ser dada ao (ínico) elétron do Li^{++} para ele se desligar da interação com o núcleo, ou seja, para ir à energia E=0 . **(0,15)** Como o Li^{++} tem um único elétron esta energia é a de ligação do estado atômico, porém, positiva, ou seja, +13,60eV.

(1,0) (c) **(0,20)** por **cada** uma **das três transições** **possíveis indicadas (cooretamente) no esquema de níveis (não valia só calcular sem fazer o espema de níveis de energia) com a frequencias corretamente calculada** **(27eV/h, 91,8eV/h e 108,8eV/h)** **na** unidade que quisesse. **(0,4)** pelo **esquema de níveis com energias corretas e em escala qualitativamente correta**, e com os números quânticos e **momentos angulares corretos segundo Bohr: L=$\hbar$ para n=1 e E=-122,4eV; L=2$\hbar$ para n=2 e E=30.6eV, e L=3 para n=3 e E=-13,60eV** **(esquema na aula).**

Questão 2 da prova 2 (3,25) -Modelos de quantizações - critério - continuação

(1,0)(d) **(0,15)** Por **cada uma** das duas regras de quantização (para a variável θ e para a variável r) com os números quânticos definidos: n_θ=1,2,3...e n_r=0,1,2,3..... **(0,15)** Pelo argumento de que as energias dos estados dependem, para elipses ou movimentos circulares, de $n^2=(n_\theta+n_\theta)^2$ o que faz com que n (a soma dos dois números quânticos) defina a energia do estado fundamental (n=1) e do 2º estado excitado (n=3), ou seja, as energias coincidem com o resultado de Bohr. **(0,20)** **Nada muda no estado fundamental em relação à Bohr porque L= $n_\theta\hbar$** $=1\hbar$ e $n_r=0$ o que indica órbita circular ($n_r=0$). **(0,35)** **No 2º estado excitado, como dito a energia é a mesma porém há um estado com trajetória circular (n_r=0) , e n_θ**=e, que leva ao momento angular **L= 3 $\hbar$, o único igual ao do modelo de Bohr. Há outros dois 2ºs estados exitados com órbitas elípticas diferentes entre si, e não previstas no modelo de Bohr: n_r=1 e n_r=2 com os respectivos momentos angular L=2$\hbar$ e L=1$\hbar$.**

Questão 3 da prova 2 (2,75) - A dualidade onda-partícula - critério

(1,0) (a) (0,15) Para o comprimento de onda do fóton e (0,15) do neutron, segundo de Broglie vale $\lambda=h/p$. E como ambas têm o mesmo p : $\lambda_f=\lambda_n=3,10\times20^{-14}$m **(para cada partícula perde 0,05 do 0,15 se deu a resposta em outra unidade. Mas perde mais se ERROU na unidade).** (0,20) A frequencia do fóton $\nu_f=E/h=pc/h=40MeV/h$ **(perde 0,1 se der em unidade não solicitada).** (0,5) O neutron com p=40MeV/c tem velocidade não relativística (pc=40MeV<<E_o=999MeV). Portanto $\nu_n=E_c/h=p^2/h2m_o=p^2c^2/h2m_oc^2$. Numericamente: $\nu_n=(40MeV)^2/h \times 2 \times 998MeV=0,80MeV/h$ (**perde 0,1** se calculou corretamente mas **em unidade diferente da solicitada).**

(1,0) (b) (0,30) **A proposta de de broglie para o neutron "em movimento de vai e vem com módulo de velocidade constante":** ondas estaciionárias no entorno da trajetória retilínia de dimensão $2r_n$, . (0,20) **A condição de onda estacionária neste caso**: $2r_n=n\lambda/2$ com n=1,2,3...(0,20) o que resulta p quantizado na forma: $p_n=nh/4r_n$. (0,30) E como a velocidade é constante, a energia é cinética (e não relativística): $E=p^2/2m_N= h^2n^2/32r_Nm_N$.

Questão 3 da prova 2 (2,75) - critério - continuação

(0,75) (c) **(0,35)** Mostrar o princípio de correspondência na energia significa mostrar que a energia para n "grande" ($n \to \infty$, que é o domínio da física clássica) é contínua. Isto quer dizer que a diferença entre dois níveis de n "grandes" deve ser pequena comparada com os valores de energia, ou seja, $(E_{n'}-E_n)/E_n$ deve tender a zero. **(0,40)** Se $E_{n'} = E_n+\Delta n$, com $n\to\infty$ e $n'\to\infty$ e Δn finita($<<n$), $\Delta n<< n'$, então: $(E_{n'}-E_n)/E_m=E_1(n^2+2n\Delta n-\Delta n^2-n^2)/E_1n^2\cong$

$\cong (2\,\Delta n/n)\to 0$ quando $n\to\infty$.

Questão 4 da prova (3,75) - fundamentos da mecânica quântica - critério

(0,5) (a) A parte temporal é uma exponencial imaginária, então não concorre para o quadrado da função de onda. A parte espacial da função de onda e sua derivada são gaussiana vezes polinomio. Assim a função de onda e sua derivadas são, como exige o fato de seu quadrado representar a desidade de probabilidade de estar em uma certa posição em um certo instante: contínuas e finitas para todo x e unívocas (supostamente está normalizada). Como informado ela obedece uma equação de Scroedinger, outra c ondição necessária!

(0,5) (b) **(0,25)** A densidade (linear neste caso) de probabilidade significa a probabilidade da paatícula estar no instante t em uma posição entre x e x+dx por unidade de dx. **(NÃO FOI CONSIDERADO NADA QUE NÃO FOSSE PERFEITAMENTE CORRETO NESTE ITEM FUNDAMENTAL E REPETITIVO NA DISCIPLINA!)** **(0,25)** Esta densidade linear é o módulo ao quadrado da função de onda **(equação na aula)**

(0,25) (c) Sim, Isto porque a função de onda tende a zero quando $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$, o que significa que a probabilidade de estar infinitamente longe da origem é nula, e a função de onda é normalizavel, o que define um estado ligado em mecânica quântica (estados de trajetórias finitas em me cânica clássica) .

Questão 4 da prova (3,75) - critério - continuação

(0,75) (d) **(0,20)** Posições mais próváveis são aquelas em torno das quais (dentro de dx) há maior probabilidade da partícula estar quando naquele estado. **(0,20)** Cállculo: pontos de máximo da densidade de probabilidade, ou eja, derivada e m x da densidade de probabilidade: nula $\partial\psi^*(x,t)\psi(x,t)/\partial x = 0$ **(feito em aula)** que resulta $x_{+P}=+1/\alpha$ e $x_{+P}=-1/\alpha$. **(0,20)** Posição menos próvável é aquela em torno da qual (dentro de dx) há a menor probabilidade da partícula estar naquele estado. **(0,15)** **Ainda que a condição de mínimo da densidade de probabilidade seja igual a de máximo, ou seja,** $\partial\psi^*(x,t)\psi(x,t)/\partial x = 0$, **fica evidente que x=o é a menos provável, já que neste ponto a densidade de probabilidade é nula!** (**Não era preciso provar** que para $x_{+P}=+1/\alpha$ e $x_{+P}=-1/\alpha$. a derivada segunda é menor que zero, o que prova a condição de máximo.)

(0,5) (e) **(0,25)** **Aplicando o operador energia $i\hbar\partial/\partial t$ na função de onda (e era preciso fazer explicitamente) se obtém: $i\hbar\partial\psi/\partial t=3\hbar^2\alpha^2\psi/2m$.** **(0,25)** **Ou seja, a função de onda obedece uma equação de auto-função com o operador energia com auto-valor (constante) real : $3\hbar^2\alpha^2/2m$ que, por interpretação da mecânica quântica, significa que a energia é uma constante de movimento, com o valor dado pelo auto-valor $3\hbar^2\alpha^2/2m$.**

Questão 4 da prova (3,75) - critério - continuação

(0,5) (f) Aplicando o operador momento linear **$-i\hbar\partial/\partial x$** na função de onda **(e era preciso fazer explicitamente "Justaifique formalmente" – resultado em aula)** obtem-se: $-i\hbar\partial\psi/\partial x \neq cte\psi$. Ou seja, a função de onda não obedece uma equação de auto-função com o operador momento linear e por interpretação da mecânica quântica significa que o momento linear não é uma constante de movimento.

(0,75) (g) **(0,25)** Não há qualquer previsão possível para uma única medida de grandeza não constante na mec.quântaica, e este é o caso do p com a função de onda dada. **(0,25)** Em uma única e em cada uma das 100 medidas da energia pode se prever com esta função de onda que o valor será o mesmo: $3\hbar^2\alpha^2/2m$ já que foi mostrado formalmente que é constante na dinâmica do movimento. **(0,25)** Já em 100 medidas do momento linear, usando diretamente a função de onda espaço-temporal, se pode prever a média das 100 medidas. **Cuidado: valor médio não é necessariamente o mais provável. E para determinar o mais provável, seria preciso determinar a função de onda momento linear tempora, ou seja, não com o "uso direto" da função de onda dada.)**

Distribuição de notas da 2ª prova situe-se

Nota → # alunos:

- 0,0 – 0,99 → 3
- 1,0 – 1,99 → 3
- 2,0 – 2,00 → 5
- 3,0 – 3,99 → 7
- 40 – 4,99 → 6
- 5,0 – 5,99 → 1
- 6,0 – 6,99 → 0
- 7,0 – 7,99 → 2
- 8,0 – 8,99 → 1
- 9,0 – 9,99 → 2
- 10,0 – 10,99 → 0

Total de alunos na 2ª prova:30

Total de matriculados: 49

- **Média = 3,93 – notas acima de 5: 20%!!!; acima de**
- **4,0: 40%!!!**