5 Conservação da energia para o $\cancel{V}C$

Sistema: $\dot{Q} - \dot{W} = \left.\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\right|_{\text{sist}}$ ($\dot{W} > 0$ se o trabalho é realizado pelo $\cancel{V}C$.)

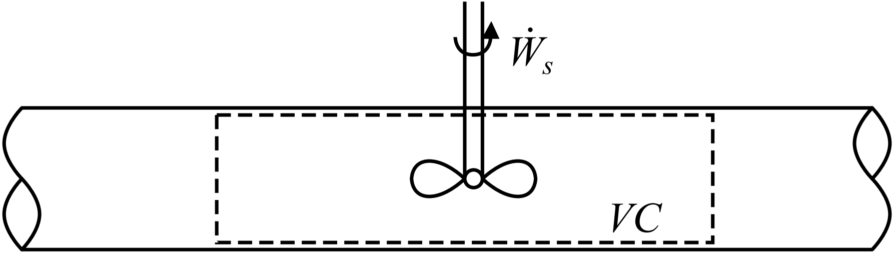
Aplicando o TTR, com $e = \dfrac{E}{m} = e_i + \dfrac{V^2}{2} + gz$ (e_i é a <u>energia interna</u>):

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} e\rho \,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC} e\rho \vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A$$

Análise de $\dot{W}$:

$$\dot{W} = \dot{W}_s + \dot{W}_{\text{normal}} + \dot{W}_{\text{cis}} + \dot{W}_{\text{outros}}$$

a) $\dot{W}_s \Rightarrow$ trabalho de eixo



b) $\dot{W}_{\text{normal}} \Rightarrow$ trabalho realizado pelas tensões normais

$$\delta W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\dot{W} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\delta W}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

$$\mathrm{d}\vec{F} \cdot \vec{V} = \sigma_{nn}\,\mathrm{d}A\,\hat{n} \cdot \vec{V}$$

Este é o trabalho realizado sobre o $\mathit{V\!\!\!/}C$ (σ_{nn} é a tensão que o meio aplica sobre o $\mathit{V\!\!\!/}C$). A força que o $\mathit{V\!\!\!/}C$ aplica sobre o meio é $-\sigma_{nn}\,\mathrm{d}A\,\hat{n}$

$$\dot{W}_{\text{normal}} = -\int_{SC} \sigma_{nn}\vec{V} \cdot \hat{n}\,\mathrm{d}A \qquad \text{(trabalho de escoamento)}$$

c) $\dot{W}_{\text{cis}} \Rightarrow$ trabalho realizado pelas tensões de cisalhamento

$$\begin{aligned}\dot{W}_{\text{cis}} &= -\int_{SC} \tau\vec{V} \cdot \hat{n}\,\mathrm{d}A = \\ &= -\int\limits_{A_{\text{eixos}}} \tau\vec{V} \cdot \hat{n}\,\mathrm{d}A - \int\limits_{A_{\text{sup. sólida}}} \tau\vec{V} \cdot \hat{n}\,\mathrm{d}A - \int\limits_{A_{\text{aberturas}}} \tau\vec{V} \cdot \hat{n}\,\mathrm{d}A\end{aligned}$$

$$\int_{A_{\text{eixos}}} \tau\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A \quad \Rightarrow \quad \text{considerado em } \dot{W}_s.$$

$$\int_{A_{\text{sup. sólida}}} \tau\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A \quad \Rightarrow \quad \text{nulo para } \forall\!\!\!-C \text{ fixo } (\vec{V}=0 \text{ na parede}).$$

$$\int_{A_{\text{aberturas}}} \tau\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A \quad \Rightarrow \quad \text{nulo se a } SC \text{ é perpendicular à } \vec{V}.$$

d) $\dot{W}_{\text{outros}} \Rightarrow$ outras contribuições quaisquer (eletricidade, por ex.)

Rearranjando a eq. da energia:

$$\dot{Q}-\dot{W}_s-\dot{W}_{\text{cis}}-\dot{W}_{\text{outros}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall\!\!\!-C} e\rho\,\mathrm{d}\forall\!\!\!- + \int_{SC} e\rho\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A - \int_{SC}\sigma_{nn}\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A$$

Na maioria dos casos de interesse $\sigma_{nn} = -p$, assim

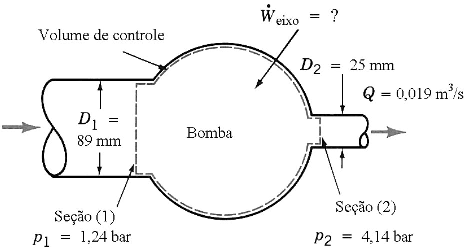
$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cis}} - \dot{W}_{\text{outros}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} e\rho \,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC} e\rho \vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A - \int_{SC} \frac{p}{\rho}\rho\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{\text{cis}} - \dot{W}_{\text{outros}} = \\ &\qquad \frac{\partial}{\partial t}\int_{\cancel{V}C} e\rho \,\mathrm{d}\cancel{V} + \int_{SC}\left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right)\rho\vec{V}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A\end{aligned}}$$

$$e_i + \frac{p}{\rho} = \text{entalpia}$$

Exercício 1

A figura mostra o esquema de uma bomba d'água que apresenta vazão, em regime permanente, igual a 0,019 m^3/s. A pressão na seção (1) da bomba – seção de alimentação da bomba – é 124 kPa e o diâmetro do tubo de alimentação é igual a 89 mm. A seção de descarga apresenta diâmetro igual a 25 mm e a pressão neste local é 414 kPa. A variação de elevação entre os centros das seções (1) e (2) é nula e o aumento de energia interna específica da água associada com o aumento de temperatura do fluido é igual a 279 J/kg. Determine a potência necessária para operar a bomba admitindo que esta opere de modo adiabático e que a massa específica da água seja 1000 kg/m^3.



<u>Solução</u>: Eq. da Energia:

$$\overset{(1)}{\cancel{\dot{Q}}} - \dot{W}_s - \overset{(2)}{\cancel{\dot{W}_{\text{cis}}}} - \overset{(3)}{\cancel{\dot{W}_{\text{outros}}}} =$$

$$\overset{(4)}{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} e\rho \, \mathrm{d}\forall}} + \int_{SC} \left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A$$

Dados e hipóteses sobre o processo:

(1) Adiabático

(2) $\forall C$ fixo

(3) $\dot{W}_{\text{outros}} = 0$

(4) Regime permanente

(5) Velocidade e propriedades uniformes nas seções de entrada e saída

(6) Escoamento incompressível

$$-\dot{W}_s = \dot{m}\left[e_{i_2} - e_{i_1} + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2} + g\cancel{(z_2 - z_1)}\right]$$

$$\dot{m} = \rho Q = 1000 \times 0{,}019 = 19{,}0\,\mathrm{kg/s}$$

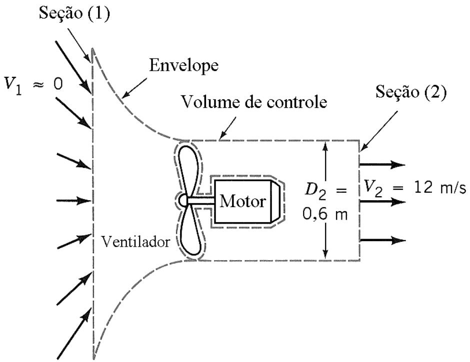
$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} \qquad \begin{cases} V_1 = \dfrac{4 \times 0{,}019}{\pi \times 0{,}089^2} = 3{,}05\,\mathrm{m/s} \\[2ex] V_2 = \dfrac{4 \times 0{,}019}{\pi \times 0{,}025^2} = 38{,}71\,\mathrm{m/s} \end{cases}$$

$$-\dot{W}_s = 19{,}0 \times \left[279 + \frac{(414000 - 124000)}{1000} + \frac{(38{,}71^2 - 3{,}05^2)}{2}\right] = 25{,}0\,\mathrm{kW}$$

Exercício 2

A figura mostra o esquema de um ventilador axial que é acionado por um motor que transfere 0,4 kW para as pás do ventilador. O escoamento a jusante do ventilador pode ser modelado como cilíndrico (diâmetro igual a 0,6 m) e o ar nesta região apresenta velocidade igual a 12 m/s.

O escoamento a montante do ventilador apresenta velocidade desprezível. Sabendo que a massa específica do ar no local é $1{,}23\,\mathrm{kg/m^3}$, determine o trabalho transferido ao ar e que é convertido num aumento na energia disponível (potencial, cinética e de pressão) e estime a eficiência mecânica deste ventilador.



Solução: Eq. da Energia:

$$\overset{(1)}{\cancel{\dot{Q}}} - \dot{W}_s - \overset{(2)}{\cancel{\dot{W}_{\text{cis}}}} - \overset{(3)}{\cancel{\dot{W}_{\text{outros}}}} =$$

$$\overset{(4)}{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} e\rho \, \mathrm{d}\forall}} + \int_{SC} \left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A$$

Dados e hipóteses sobre o processo:

(1) Adiabático

(2) $\forall C$ fixo

(3) $\dot{W}_{\text{outros}} = 0$

(4) Regime permanente

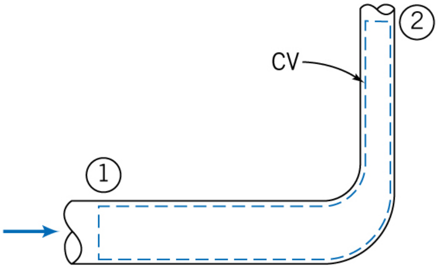
(5) Velocidade e propriedades uniformes nas seções de entrada e saída

(6) Escoamento incompressível

$$-\dot{W}_s = \dot{m}\frac{V_2^2}{2} = \rho A\frac{V_2^3}{2} = 1{,}23 \times \frac{\pi \times 0{,}6^2}{4} \times \frac{12^3}{2} = 300\,\mathrm{W}$$

$$\eta = \frac{\dot{W}_{\text{mec}}}{\dot{W}_{\text{tot}}} = \frac{300}{400} = 0{,}75$$

5.1 Considerações de energia no escoamento em tubos



Considerações:

(1) $\dot{W}_{\text{outros}} = \dot{W}_{\text{cis}} = 0$

(2) Regime permanente

(3) Escoamento incompressível

(4) Energia interna e pressão uniformes nas seções de entrada e saída

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \overset{(1)}{\cancel{\dot{W}_{\text{cis}}}} - \overset{(1)}{\cancel{\dot{W}_{\text{outros}}}} = \overset{(2)}{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}}} \int_{\mathcal{V}C} e\rho \, \mathrm{d}\mathcal{V} + \int_{SC} \left(e_i + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} \, \mathrm{d}A$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m}\left[(e_{i_2} - e_{i_1}) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1)\right] + \\ + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2}\rho V_2 \,\mathrm{d}A - \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2}\rho V_1 \,\mathrm{d}A$$

5.1.1 Coeficiente de energia cinética (α)

$$\int_A \frac{V^2}{2}\rho V \,\mathrm{d}A = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2}\rho V \,\mathrm{d}A = \alpha\dot{m}\frac{\bar{V}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\int_A \rho V^3 \,\mathrm{d}A}{\dot{m}\bar{V}^2}$$

$$\text{Valores típicos:} \begin{cases} \alpha = 2{,}0 & \text{p/ escoamento laminar} \\ \alpha \approx 1{,}0 & \text{p/ escoamento turbulento} \end{cases}$$

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m}\left[(e_{i_2} - e_{i_1}) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \left(\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2} - \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2}\right)\right]$$

5.1.2 Perda de carga

Rearranjando a eq. acima:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2} + g z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2} + g z_2\right) - \frac{\dot{W}_s}{\dot{m}} = (e_{i_2} - e_{i_1}) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$$

$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{\alpha \bar{V}^2}{2} + g z\right) \quad \Rightarrow \quad$ energia mecânica por unidade de massa na seção transversal

$(e_{i_2} - e_{i_1}) - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \quad \Rightarrow \quad$ perdas, sendo

$$(e_{i_2} - e_{i_1}) \quad \Rightarrow \quad \text{conversão irreversível de energia mecânica em térmica não desejada}$$

$$-\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \quad \Rightarrow \quad \text{perda de energia por transferência de calor}$$

Dividindo a equação pela aceleração da gravidade, g, lembrando que $\gamma = \rho g$:

$$\boxed{\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - \frac{\dot{W}_s}{\gamma Q} = h_{L_T}}$$

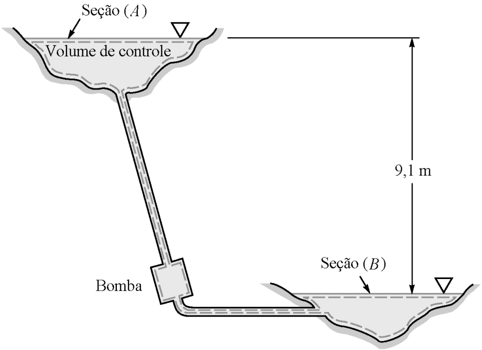
$h_{L_T} \quad \Rightarrow$ **perda de carga**

$h_s = \dfrac{\dot{W}_s}{\gamma Q} \quad \Rightarrow$ carga da máquina, positiva para turbinas e negativa para bombas.

Termos tem unidade de comprimento (energia / peso).

Exercício 3

A vazão da bomba d'água indicada na figura é igual a $0{,}056\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ e o equipamento transfere $7{,}46\,\mathrm{kW}$ para a água que escoa na bomba. Sabendo que a diferença entre as cotas das superfícies dos reservatórios indicados na figura é $9{,}1\,\mathrm{m}$, determine as perdas de carga e de potência no escoamento de água. Admita que a água tem peso específico $\gamma = 9800\,\mathrm{N/m}^3$.



Solução: Eq. da energia:

$$\left(\frac{p_B}{\gamma}+\frac{\alpha_B\bar{V}_B^2}{2g}+z_B\right)-\left(\frac{p_A}{\gamma}+\frac{\alpha_A\bar{V}_A^2}{2g}+z_A\right)+\frac{\dot{W}_{\text{bomba}}}{\gamma Q}=h_{L_T}$$

- Reservatórios de grandes dimensões: $V_B = V_A \approx 0$
- Reservatórios abertos: $p_B = p_A = 0$

$$\therefore h_{L_T}=z_B-z_A+\frac{\dot{W}_{\text{bomba}}}{\gamma Q}=-9{,}1+\frac{7460}{1000\times 9{,}8\times 0{,}056}=4{,}5\,\mathrm{m}$$

$$\dot{W}_{\text{perdida}}=\gamma Q h_{L_T}=9800\times 0{,}056\times 4{,}5=2{,}47\,\mathrm{kW}$$