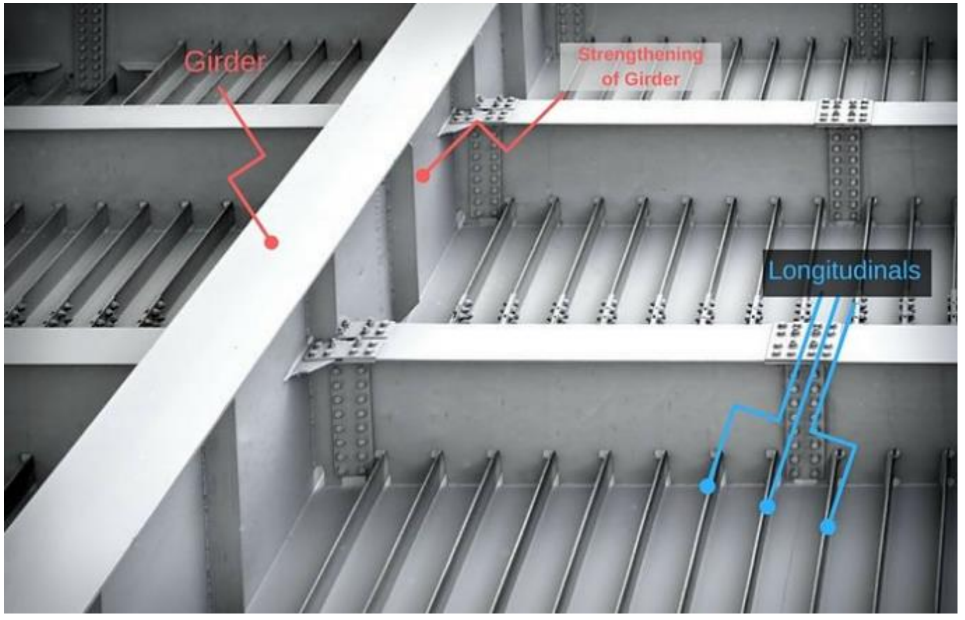
DEPARTAMENTO DE ENGEHARIA NAVAL E OCEÂNICA ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

Análise de Vigas : σ_x e τ_{xy}



PNV 3212 – Mecânica Dos Sólidos I

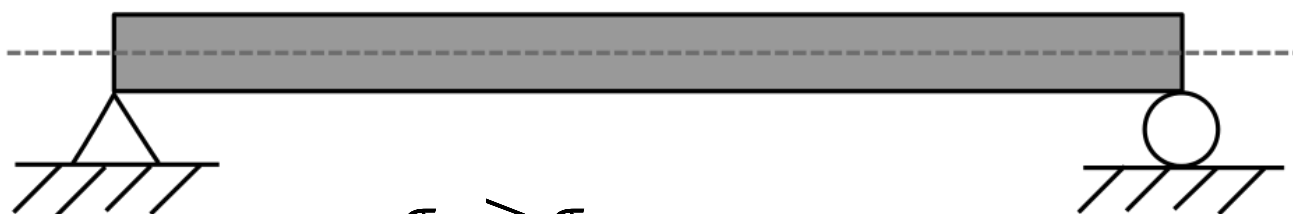
2020

Agenda

- Motivação
- Cálculo de σ_x e τ_{xy}
  - Teoria de Euler-Bernoulli

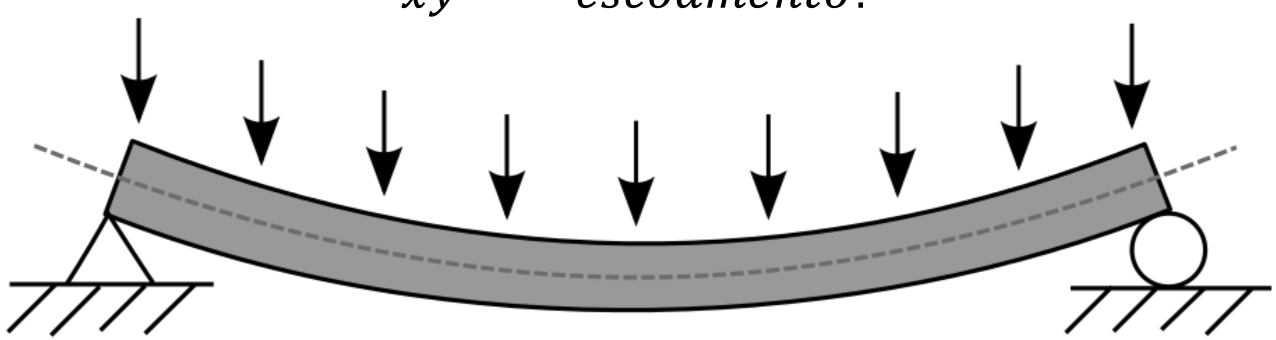
Motivação

- Projeto/Análise dos elementos estruturais (Vigas)
  - Distribuição de tensões(Normal e Cisalhamento)



$$\sigma_x \geq \sigma_{escoamento?}$$

$$\tau_{xy} \geq \tau_{escoamento?}$$



Literatura

Google

flexão de vigas pdf

Todas | Imagens | Vídeos | Shopping | Notícias | Mais | Configurações | Ferramentas

Aproximadamente 159.000 resultados (0,52 segundos)

wwwp.feb.unesp.br › pbastos › concreto1 › FlexaoSimples PDF

Flexão Normal Simples - Unesp

de PSDOSS BASTOS - 2019 - Citado por 17 - Artigos relacionados

Vigas são "elementos lineares em que a **flexão** é preponderante" (NBR 6118/ ... Com o intuito de facilitar o cálculo **manual**, há muitos anos vem se ensinando ...

www.feis.unesp.br › Home › departamentos › engenhariacivil › nepae PDF

estudo das vigas: flexão normal simples - UNESP Ilha Solteira

Em algumas situações, quando se necessita de **vigas** com armadura dupla, essa será disposta também no banzo comprimido, auxiliando o concreto a absorver ...

www.professores.uff.br › salete › uploads › sites › 2017/08 › aula11 PDF

Tensões de Flexão nas Vigas Vigas consideradas no nosso ...

de S SOUZA - Artigos relacionados

Figura 3- **Viga** engastada em **flexão** Pura (M=-M2). Page 3. Salete Souza de Oliveira Buffoni. 3. **Flexão** Não-Uniforme – **Flexão** na presença de forças de ...

4semestrecivil.files.wordpress.com › apostila-flexc3a3o-em-vigas PDF

Apostila Flexao em Vigas - prof. Willyan - WordPress.com

Figura 1.1 – esforço cortante e o momento fletor em um determinado ponto de uma **viga**. Convenção de sinal para **vigas**. Antes de apresentar um método para.

wp.ufpel.edu.br › alinepaliga › files › 2014/08 › Capítulo-6 PDF

Capítulo 6 Flexão

Literatura

Departamento de Engenharia Mecânica
ENG 1704 - Mecânica dos Sólidos II

PUC RIO

Teoria de Vigas

Prof. Arthur Braga

Tensões de Flexão

- **Hipóteses**
  - Problema é independente do tempo.
  - O formato da viga é um prisma reto, cujo comprimento é muito maior que as outras dimensões (**Esbelta**).
  - Material **linear-elástico**.
  - O efeito Poisson é negligenciável.
  - A seção transversal é simétrica em relação ao plano vertical.
  - Planos perpendiculares à linha neutra permanecem planos e perpendiculares ao eixo deformado depois da deformação (**Navier**).
  - O ângulo de rotação da seção transversal é muito pequeno.
  - **Flexão Pura.**
  - A viga é constituída de material homogêneo .

Tensões de Flexão

- **Objetivo**
  - Relacionar

$$\underbrace{M(x)}_{\text{Carregamento}} \leftrightarrow \underbrace{A(x), I(x)}_{\text{Propriedades da seção transversal}}$$

$$M(x) \leftrightarrow \sigma(x) \leftrightarrow A(x), I(x)$$

$$\sigma(x) \updownarrow$$

$$\sigma(x) \sim M(x) \qquad \sigma(x) \sim \frac{1}{I(x)}$$

$$\sigma(x) \sim \frac{M(x)}{I(x)}$$

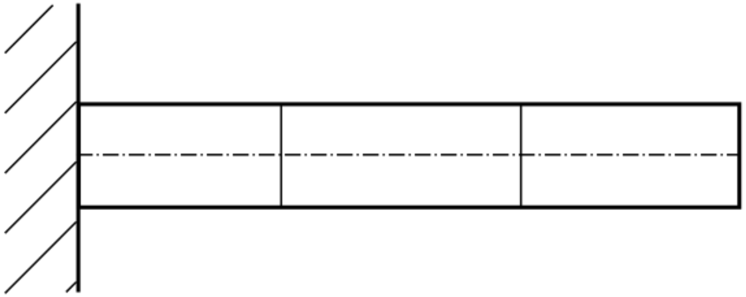
Tensões de Flexão

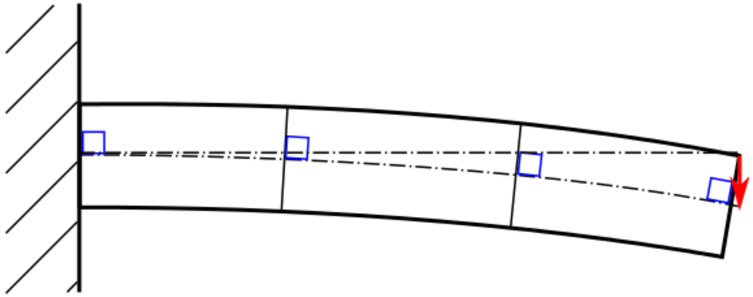
- **Caminho**
  1. Premissa plausível da deformação da seção transversal
  2. Lei de Hooke
  3. Equilíbrio da Seção (Forças/Momentos)

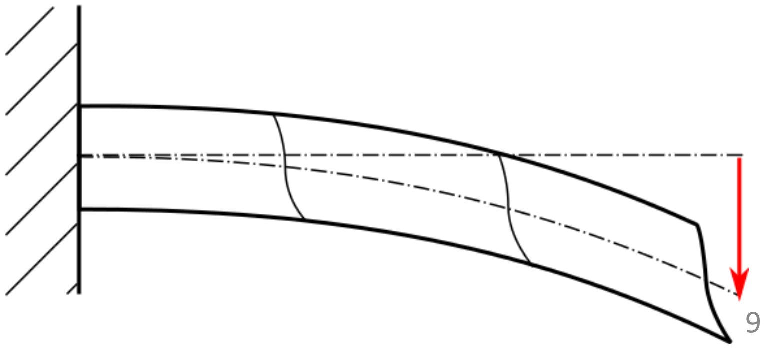
Tensões de Flexão

1. Premissa plausível da deformação da seção transversal (Hipótese de Navier)-> cinemática da deformação

Seção plana antes e depois da deformação



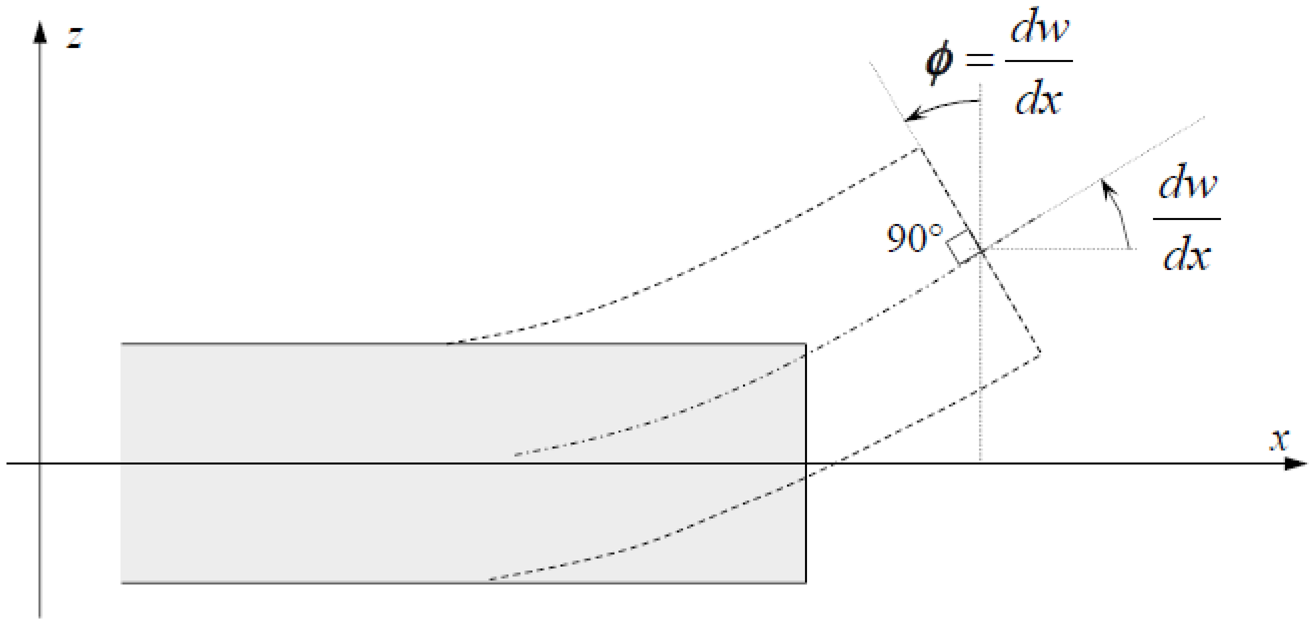




Tensões de Flexão

1. Premissa plausível da deformação da seção transversal (Hipótese de Navier)-> cinemática da deformação

Seção plana antes e depois da deformação



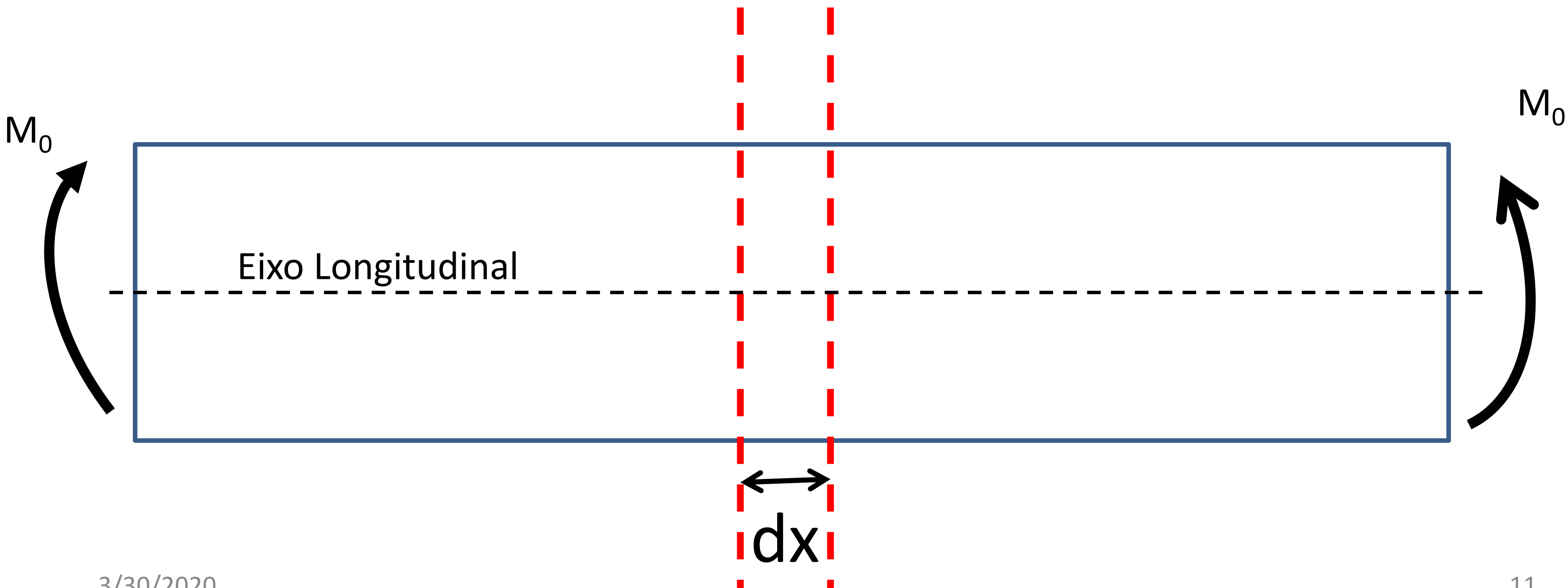
Movimento Vertical + Rotação da Seção Transversal

Tensões de Flexão

(Hipótese de Navier)-> cinemática da deformação

Seção plana antes e depois da deformação

Viga submetida à Flexão Pura



Tensões de Flexão

(Hipótese de Navier)-> cinemática da deformação

Seção plana antes e depois da deformação

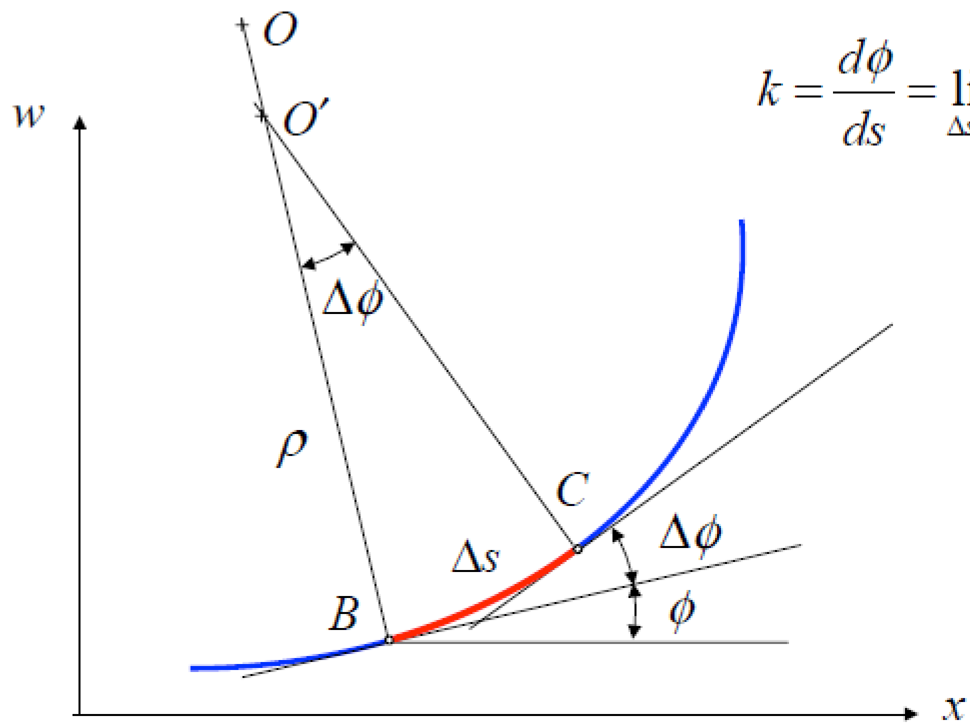
Revisão

ρ =raio de curvatura

Curvatura

A curvatura no ponto B é definida como:

$$k = \frac{d\phi}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \phi}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{1}{O'B} = \frac{1}{\rho}$$



Para $w' \ll 1$

$$k \approx \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$\left[1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right]^{3/2}$$

Tensões de Flexão

(Hipótese de Navier)-> cinemática da deformação

Seção plana antes e depois da deformação

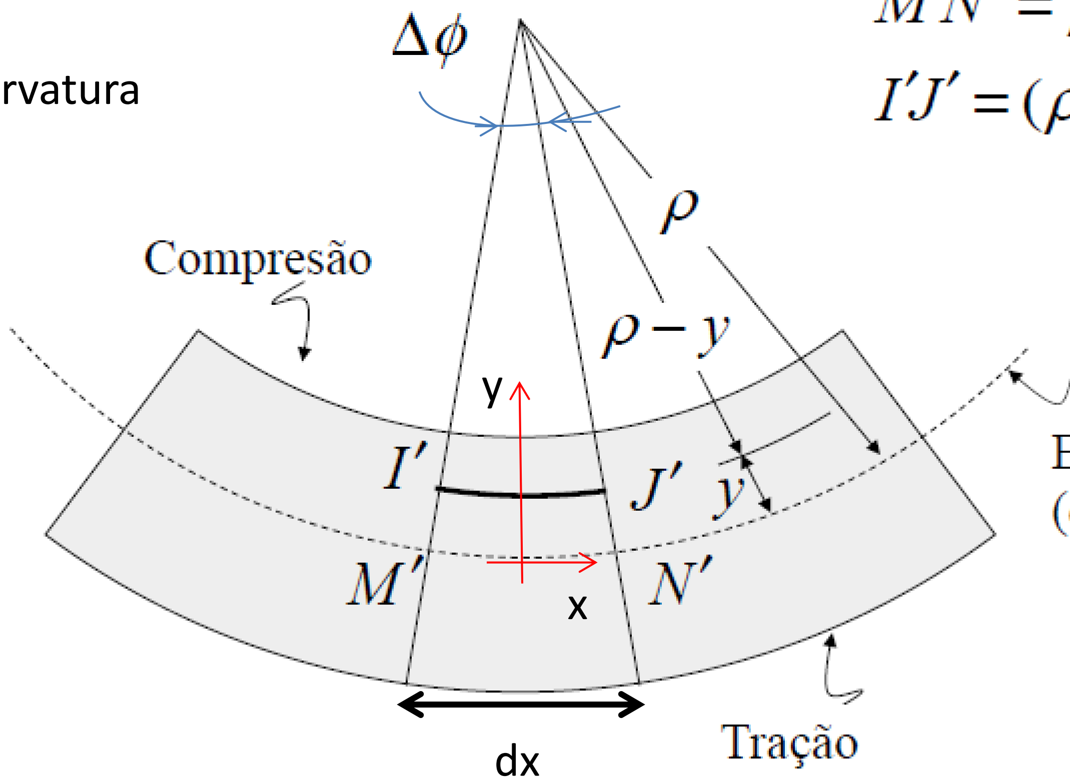
Segmento da Viga (Flexão Pura)

Deformação do segmento *IJ*

ρ =raio de curvatura

$$M'N' = \rho \, \Delta\phi$$

$$I'J' = (\rho - y) \, \Delta\phi$$



Tensões de Flexão

(Hipótese de Navier)-> cinemática da deformação

Seção plana antes e depois da deformação

Segmento de Viga submetido à Flexão Pura

ρ =raio de curvatura da linha neutra

Deformação longitudinal

$$\varepsilon_{xx} = \frac{I'J' - IJ}{IJ} = \frac{I'J' - M'N'}{M'N'}$$

$$M'N' = \rho\,\Delta\phi$$

$$I'J' = (\rho - y)\,\Delta\phi$$

$$\boxed{\varepsilon_{xx} = -\frac{y}{\rho}} = -\frac{d\phi}{dx}\,y$$

$$\Delta x = \rho\Delta\phi$$

Deformação cisalhante

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{xy} = 0$$

Simetria (flexão pura)

Tensões de Flexão

Lei de Hooke

$$[\sigma(x,y,z)] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(1D)}$$

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$$

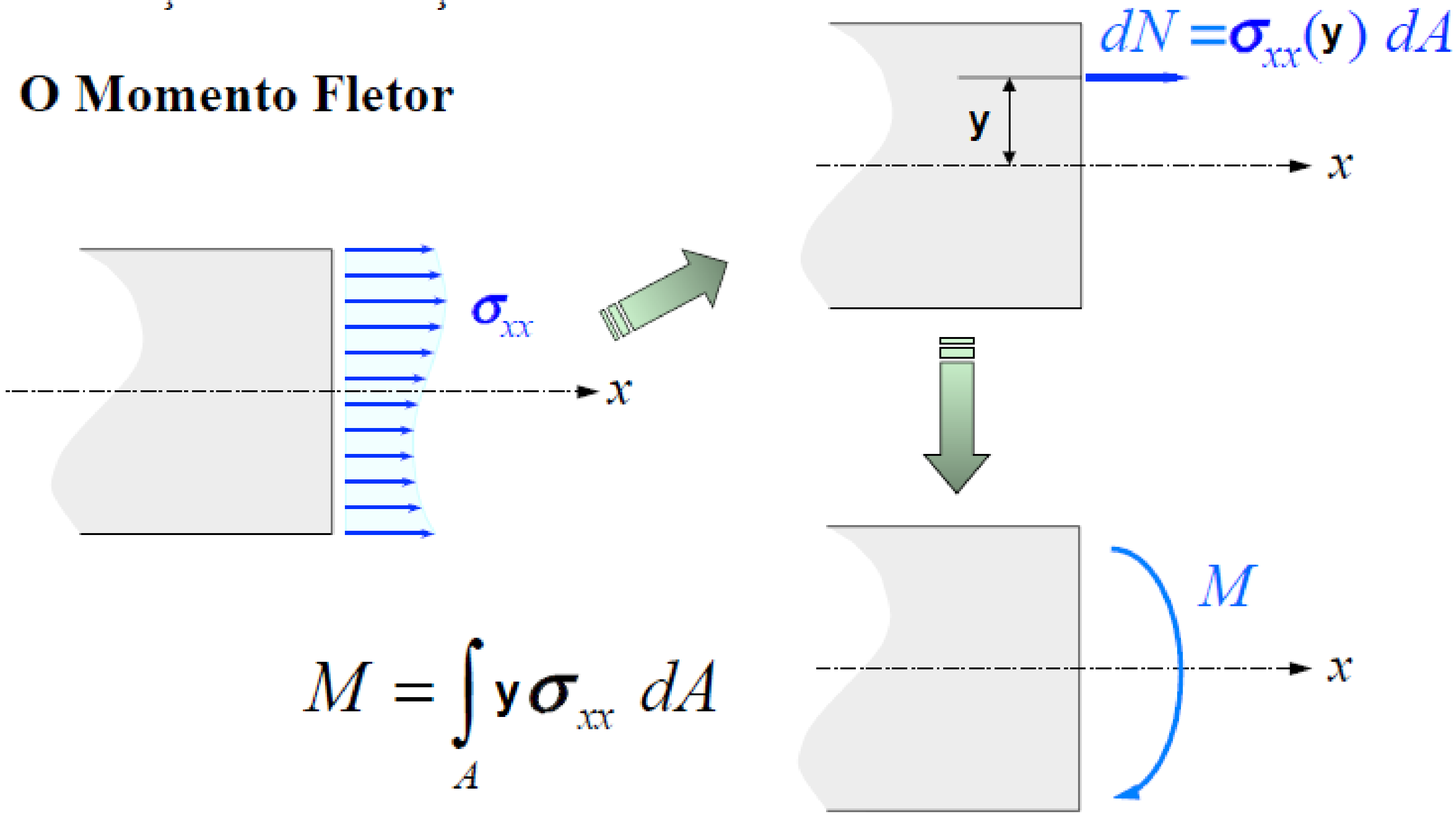
$$\varepsilon_{xx} = -\frac{y}{\rho} \longrightarrow \boxed{\sigma_{xx} = -\frac{E}{\rho}y}$$

Tensões de Flexão

Equilíbrio da Seção

Definição de Esforços Generalizados

O Momento Fletor



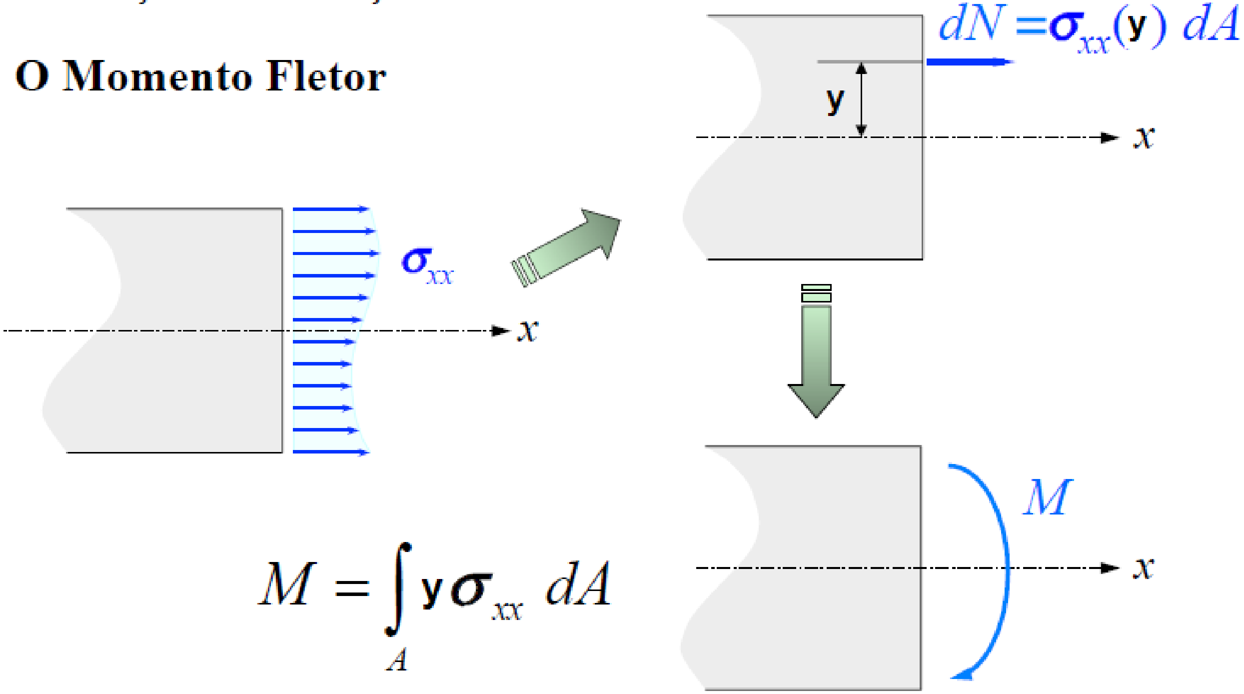
$$M = \int_A \mathbf{y}\, \sigma_{xx}\, dA$$

Tensões de Flexão

Equilíbrio da Seção

Definição de Esforços Generalizados

O Momento Fletor



$$M = \int_A \mathbf{y}\,\sigma_{xx}\, dA$$

Forças Axiais

$$\sum F_x = 0 \;\; (+) \rightarrow$$

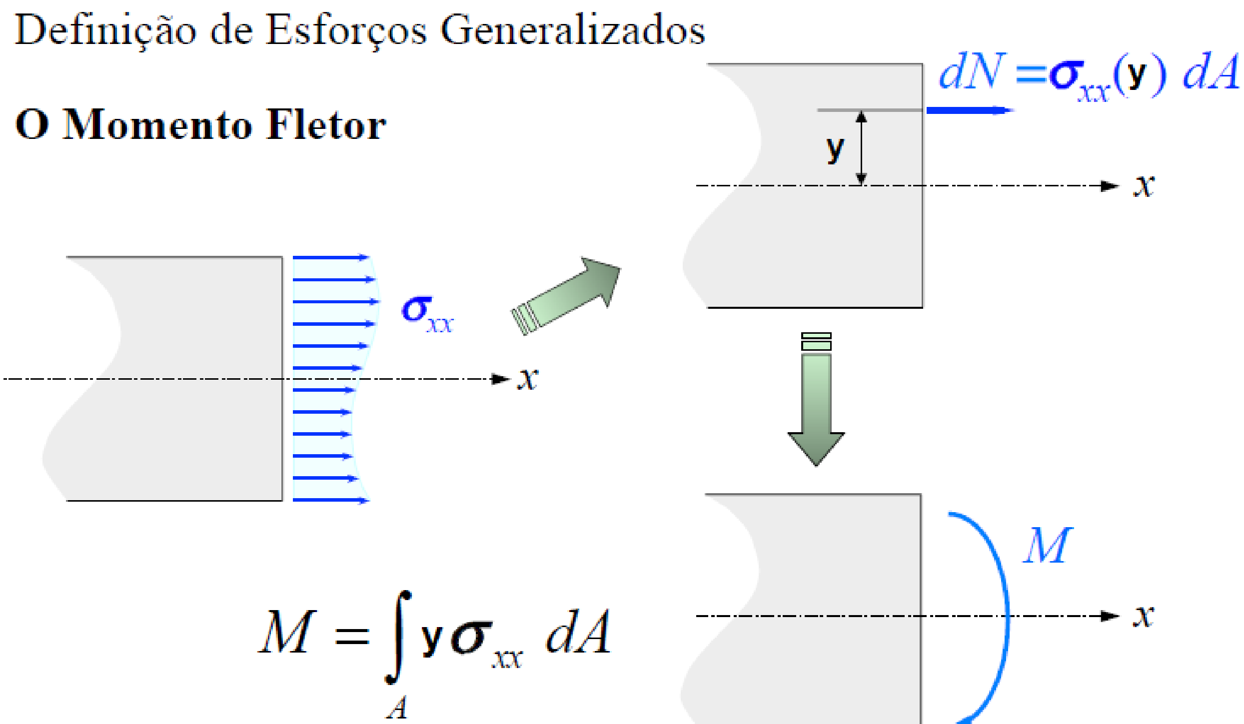
$$\int_A \sigma_{xx}(y)\, dA = F_{ext}$$

$$\int_A \sigma_{xx}(y)\, dA = 0$$

$$\int_A y\, dA = 0 \;\longleftarrow\; -\frac{E}{\rho}\int_A y\, dA = 0 \;\longleftarrow\; \int_A -\frac{E}{\rho}\, y\, dA = 0$$

Tensões de Flexão

Equilíbrio da Seção



Forças Axiais

$$\sum F_x = 0 \ \ (+) \rightarrow$$

$$\int_A y\ dA = 0$$

$$\bar{y}\bar{A} = 0$$

$$\bar{y} = 0$$

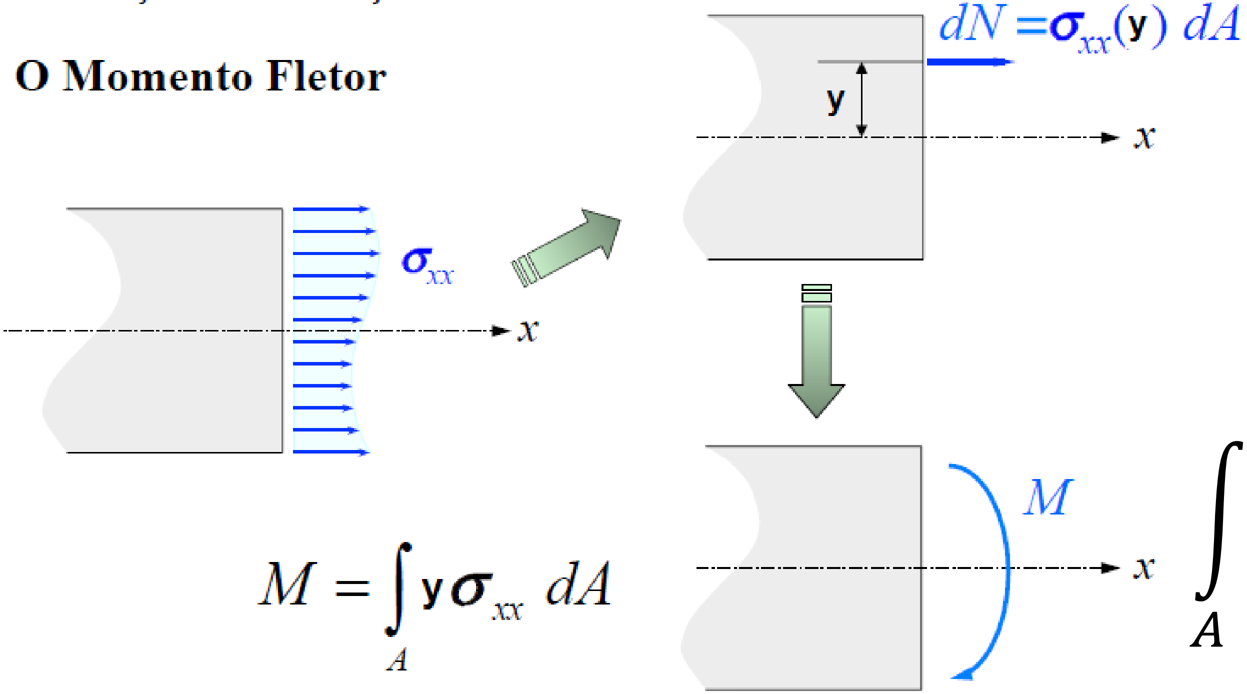
Linha Neutra (LN) passa pelo centroide da seção transversal

Tensões de Flexão

Equilíbrio da Seção

Definição de Esforços Generalizados

O Momento Fletor



$$M = \int_A \mathbf{y}\,\boldsymbol{\sigma}_{xx}\ dA$$

Momentos

$$\sum M_z = 0 \ \ (+)$$

$$M_{ext} + M_{int} = 0$$

$$\int_A -y\sigma_{xx}(y)\ dA = M_{ext}$$

$$\int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA = M_0 \;\longrightarrow\; \frac{E}{\rho}\int_A y^2 dA = M_0 \;\longrightarrow\; \boxed{\frac{E}{\rho} I = M_0}$$

Tensões de Flexão

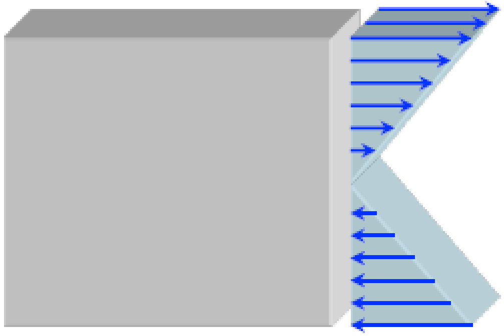
Equilíbrio da Seção

$$\frac{E}{\rho}I = M_0 \longrightarrow \frac{E}{\rho} = \frac{M_0}{I} \quad + \quad -\frac{\sigma_{xx}}{y} = \frac{E}{\rho}$$

Flexão

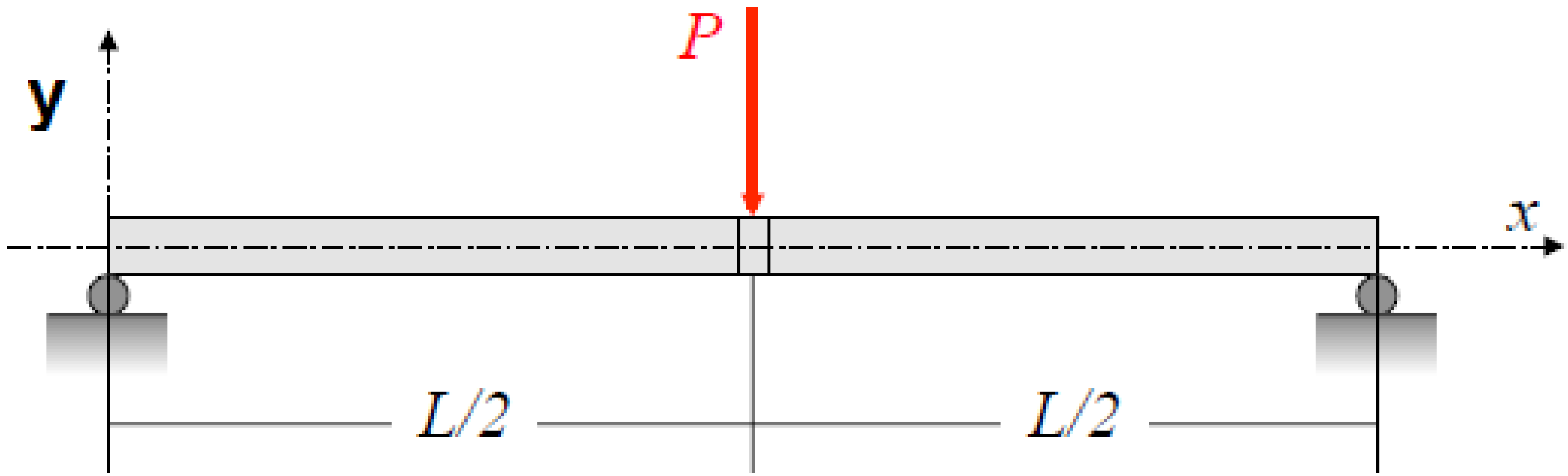
$$\boldsymbol{\sigma}_{xx} = E\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} = -\mathbf{y}E\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M}{I}\mathbf{y}$$

$$\boxed{\sigma_{xx} = -\frac{M_0}{I}y}$$

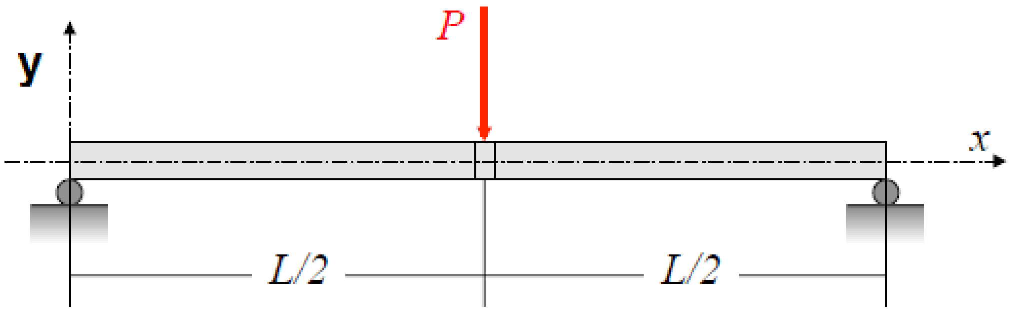


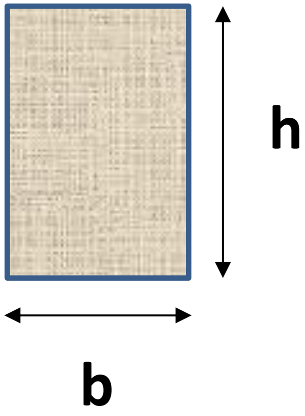
Exemplo

- **Determine as tensões devida à flexão da viga de seção retangular constante (hxb) mostrada na figura.**



Exemplo





$$\sigma_{xx}(x,y) = -\frac{M(x)}{I}y$$

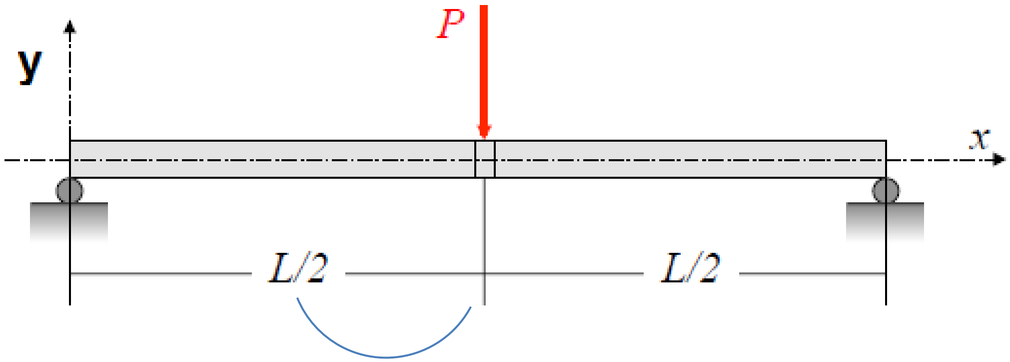
- Momento Fletor (x)

$$M(x) = \frac{P}{2}x$$

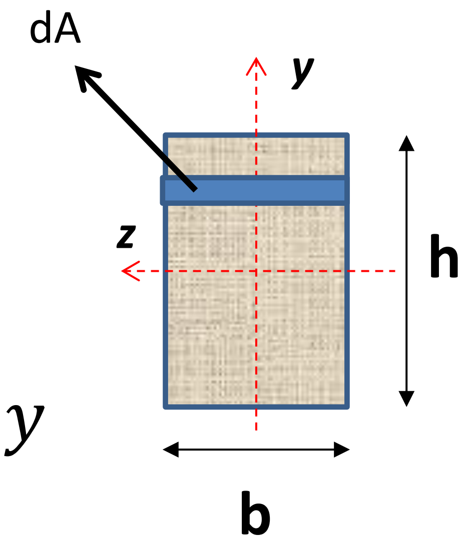
$$M_{max}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{P}{2}\frac{L}{2}$$

$$\boxed{M_{max}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{PL}{4}}$$

Exemplo



$$\sigma_{xx}(x,y) = -\frac{M_z(x)}{I_z}y$$

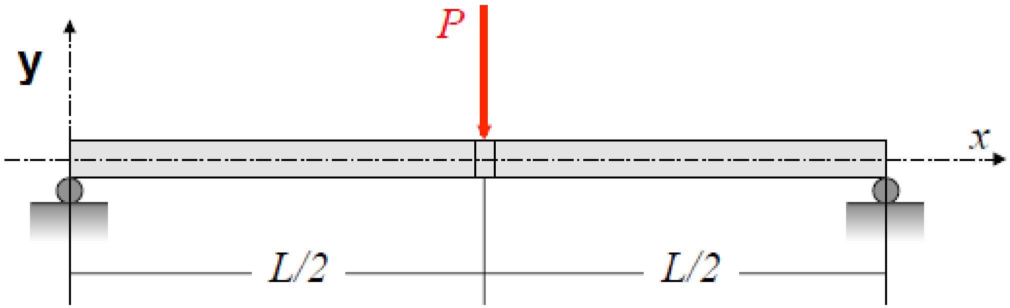


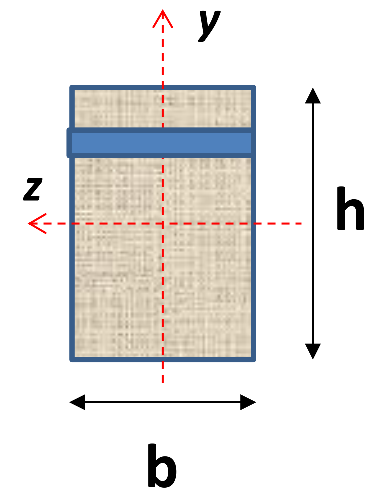
- Momento de Inércia da Seção Transversal ***I***

$$I_z = \int_A y^2 dA$$

$$I_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy \rightarrow I_z = \left[\frac{by^3}{3}\right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \longrightarrow \boxed{I_z = \frac{bh^3}{12}}$$

Exemplo





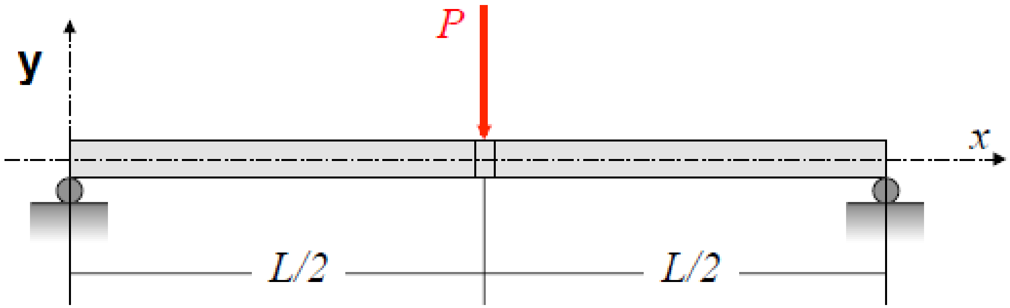
$$\sigma_{xx}(x,y) = -\frac{M_z(x)}{I_z}y$$

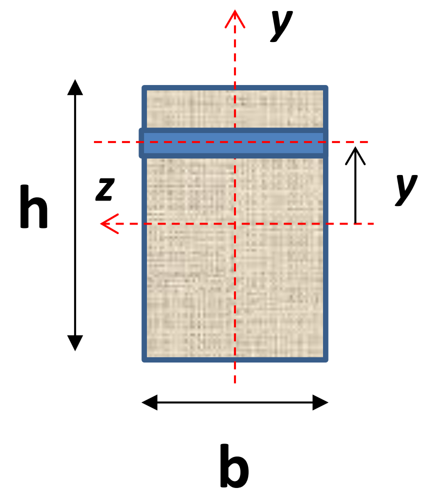
$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$M(x) = \frac{P}{2}x$$

$$\sigma_{xx}(x,y) = -\frac{\frac{P}{2}x}{\frac{bh^3}{12}}y$$

Exemplo





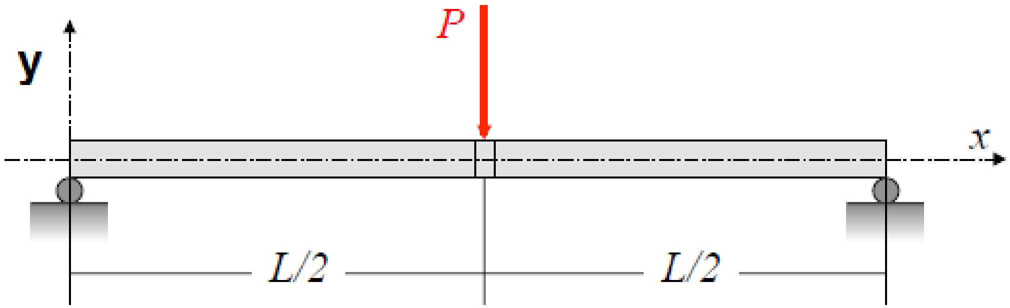
$$\sigma_{xx}(x,y) = -\frac{M_z(x)}{I_z}y$$

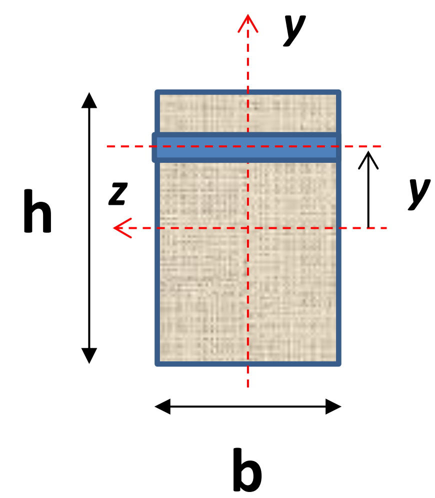
$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$\sigma_{xx}(x,y) = -\frac{6Px}{bh^3}y$$

$$M(x) = \frac{P}{2}x$$

Exemplo



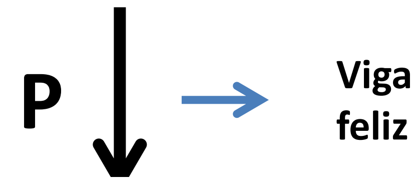


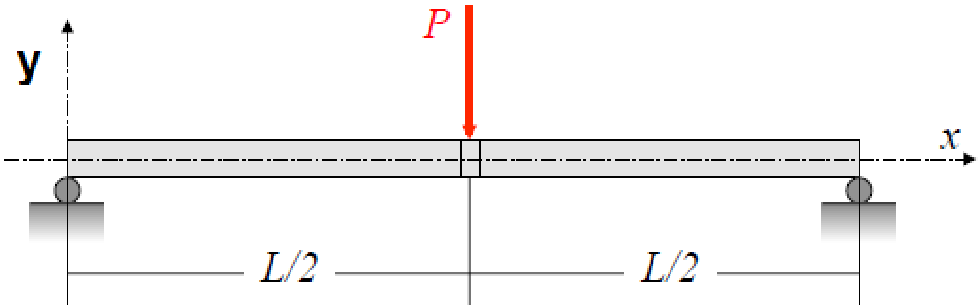
- Valores críticos (Máximo)
  - $M_{max}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{PL}{4}$
  - $y = \frac{h}{2}$

$$\rightarrow \sigma_{xx}\left(\frac{L}{2},\frac{h}{2}\right) = -\frac{6PL}{4bh^3}\frac{h}{2}$$

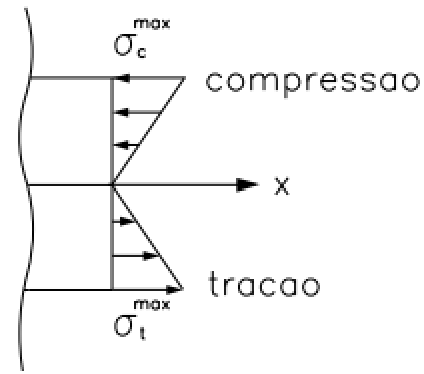
$$\sigma_{xx}\left(\frac{L}{2},\frac{h}{2}\right) = -\frac{3PL}{4bh^2}$$

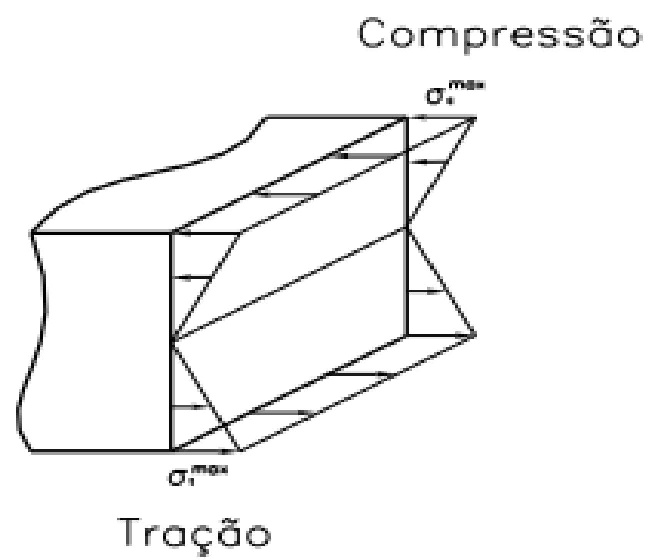
Exemplo



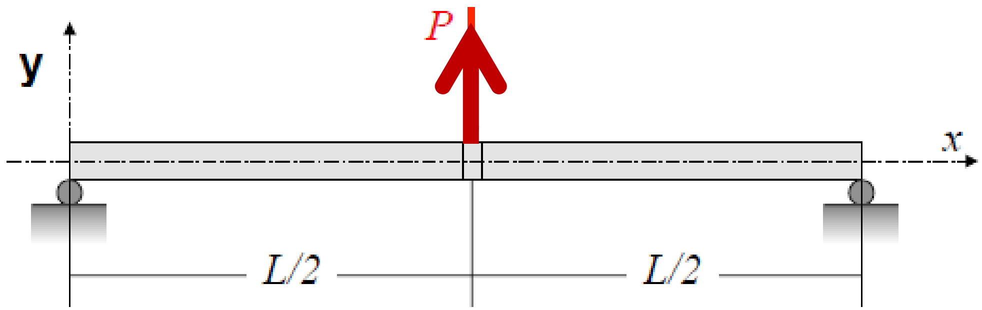


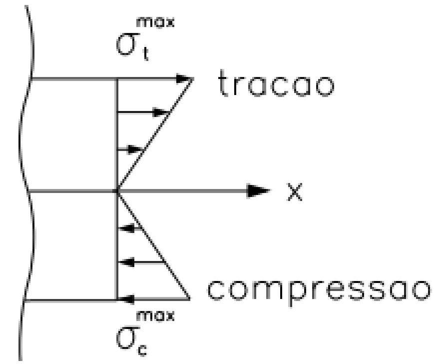
- Valores críticos (Máximo)
- $M_{max}\left(\frac{L}{2}\right) = +\frac{PL}{4}$
- $y = \frac{h}{2}$
- $\sigma_{xx}\left(\frac{L}{2}, \frac{h}{2}\right) = -\frac{3PL}{4bh^2}$





Exemplo





- Valores críticos (Máximo)
- $M_{max}\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{PL}{4}$
- $y = \frac{h}{2}$
- $\sigma_{xx}\left(\frac{L}{2}, \frac{h}{2}\right) = +\frac{3PL}{4bh^2}$