

## 4 Conservação da quantidade de movimento para o $\forall C$

Segunda lei de Newton, aplicada num referencial inercial.

$$\text{Sistema: } \left. \frac{D(m\vec{V})}{Dt} \right|_{\text{sis}} = \frac{D}{Dt} \int_{\text{sis}} \vec{V} \rho d\forall = \sum \vec{F}$$

Aplicando o TTR ( $B = m\vec{V}$  e  $b = \vec{V}$ ):

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \vec{V} \rho d\forall + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F}}$$

As forças externas podem ser de superfície e/ou de corpo.

Para um  $\mathcal{V}_C$  indeformável transladando em linha reta, o TTR fornece:

$$\frac{D}{Dt} \int_{\text{sis}} \vec{V} \rho d\mathcal{V} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} \vec{V} \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} (\vec{V}_{\mathcal{V}_C} + \vec{V}_r) \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} (\vec{V}_{\mathcal{V}_C} + \vec{V}_r) \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F}$$

Como  $\vec{V}_{\mathcal{V}_C}$  é função apenas do tempo,

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial \vec{V}_{\mathcal{V}_C}}{\partial t} \right) \int_{\mathcal{V}_C} \rho d\mathcal{V} + \vec{V}_{\mathcal{V}_C} \left( \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA \right) + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} \vec{V}_r \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} dA = \sum \vec{F} \end{aligned}$$

0(Continuidade)

Assim:

$$m_{\mathcal{V}C} \vec{a}_{\mathcal{V}C} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}C} \vec{V}_r \rho \, d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} \, dA = \sum \vec{F}$$

Para  $\vec{V}_{\mathcal{V}C}$  constante:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}C} \vec{V}_r \rho \, d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_r \rho \vec{V}_r \cdot \hat{n} \, dA = \sum \vec{F}$$