

ESPELHOS E LENTES

Sistemas ópticos contendo espelhos e lentes são de grande importância prática. Estes sistemas podem ser usados para corrigir a visão deficiente, projetar uma imagem em uma tela onde possa ser vista simultaneamente por muitas pessoas (como na tela de um cinema ou em sala de aula) e ampliar pequenos objetos (como em um microscópio) ou aproximar objetos distantes (como em um telescópio).

Neste capítulo será estudada a formação das imagens nos espelhos e nas lentes. Serão desenvolvidos, tanto o método algébrico quanto o gráfico para analisar a formação de imagens e estes métodos serão estendidos para sistemas com dois ou mais componentes, como os microscópios ou os telescópios.

40-1 FORMAÇÃO DA IMAGEM EM ESPELHOS E LENTES

Quando você usa um espelho ou uma lente para olhar um amigo, você verá algo que não está realmente lá. Seu amigo é bem real, naturalmente, mas o espelho ou a lente distorce o que você está vendo, de tal modo que pode parecer muito diferente do amigo real, quer na sua localização (mais próximo ou mais afastado), quer no tamanho (maior ou menor) ou, talvez, na orientação (de cabeça para baixo).

O que você está vendo é uma *imagem* de seu amigo. Para entender a formação de uma imagem, é preciso primeiro compreender como a trajetória de um raio luminoso é modificada quando ele encontra espelhos ou lentes. Para isto são usadas as leis de reflexão e da refração desenvolvidas no Cap. 39. Contudo, é preciso entender, também, como o cérebro humano processa a luz observada pelos olhos, procedente de um espelho ou lente. O cérebro tem uma forte tendência a interpretar a luz como se esta se propagasse, apenas, segundo linhas retas. É por isso que, quando você olha em um espelho, você pensa que a sua imagem está localizada em algum lugar *atrás* dele.

Quando você vê um objeto, seu cérebro está respondendo à luz que penetra nos olhos, refletida pelo objeto. O cérebro recebe as informações sobre o objeto, inclui algumas outras sobre o ambiente e busca alguns fatos da memória, produzindo uma imagem do objeto e de suas vizinhanças. Se algum destes elementos é inconsistente com os demais, o cérebro se esforça para dar um sentido a ele. Algumas vezes, como no caso das ilusões de óptica, o cérebro pode ser confundido completamente.

O processo é semelhante quando se vê uma luz vindo de um espelho ou de lentes. O cérebro tenta processar a informação segundo a interpretação mais consistente possível para ele. No caso da própria imagem em um espelho plano, por exemplo, o cérebro parece procurar localizar a imagem em algum lugar por trás da parede onde está preso o espelho!

O tipo de imagem que é formado por um espelho plano e também, em alguns casos, por espelhos curvos e lentes, é chamado

de imagem *virtual*. Esta imagem é caracterizada por várias propriedades: (1) Nenhuma luz está, de fato, passando pelo local aparente da imagem. Na realidade, como no caso de um espelho plano, a imagem pode aparecer em um lugar onde seja impossível a passagem da luz. (2) A imagem não pode ser focalizada em uma tela. Para ver a imagem, é preciso olhar *no* espelho ou através das lentes. (3) Uma imagem virtual produzida por um único espelho ou lente está sempre na posição normal (não é invertida), apesar de (como será discutido ao final deste capítulo) sistemas ópticos com duas ou mais lentes ou espelhos poderem produzir tanto imagens virtuais invertidas quanto normais.

Uma imagem real, por outro lado, apresenta um conjunto diferente de propriedades. (1) Depois de encontrar um espelho ou uma lente, a luz passa diretamente através do local da imagem. (2) A imagem, portanto, *pode* ser focalizada em uma tela. Para ver a imagem, não é necessário olhar no espelho ou através da lente. (Pense no caso de um projetor de cinema ou um retroprojetor em sala de aula; você pode ver a imagem projetada na tela, sem ter que olhar através das lentes.) (3) Uma imagem real produzida por um único espelho ou lente é sempre invertida (de cabeça para baixo), mas, mais uma vez, sistemas com várias componentes tanto podem produzir imagens reais invertidas quanto normais.

À medida que forem sendo desenvolvidas as leis para análise da formação de imagens em espelhos e lentes, será estendida a explicação ou discussão a respeito das condições sob as quais as imagens reais e virtuais podem ser formadas. Enquanto isso, você pode tentar a seguinte experiência: segure uma colher de metal polido pelo cabo, com a face côncava para frente, a uma distância de 30 cm de seu rosto. Você deverá ver uma imagem invertida do rosto; isto é uma imagem real, que está verdadeiramente localizada no espaço de aproximadamente um centímetro à frente da colher. Agora, gire a colher e observe sua imagem no lado convexo. Você deverá ver uma imagem normal de seu rosto; isto é uma imagem virtual, que está localizada atrás (como já foi discutido) da colher.

ÓPTICA GEOMÉTRICA VERSUS ÓPTICA ONDULATÓRIA

A Fig. 40-1 apresenta uma vista superior de um tanque de água em que são produzidas ondas, do seu lado esquerdo, que se propagam para o seu lado direito. As faixas claras e escuras na fotografia representam as cristas e os vales das ondas; assim, faixas claras (ou faixas escuras) adjacentes estão afastadas de um comprimento de onda. As ondas encontram um anteparo em que foi feito um pequeno furo. Você pode ver como as ondas se espalham depois que atravessam o furo e aparecem adiante do anteparo. Este fenômeno é conhecido como *difração*. A difração, que será discutida detalhadamente no Cap. 42, ocorre toda vez que uma onda encontra uma abertura cujas dimensões são aproximadamente iguais ao (ou menores que o) comprimento de onda. No caso da Fig. 40-1, o tamanho da abertura é aproximadamente o mesmo do comprimento de onda. O espalhamento diminui à medida que a abertura é feita maior do que o comprimento de onda. Se o tamanho da abertura é muitas vezes maior do que o comprimento de onda, os efeitos da difração são desprezíveis, e após atravessar a abertura, a onda aparecerá, apenas, na “sombra” geométrica da abertura. Efeitos semelhantes ocorrem se a onda encontrar um obstáculo em vez de um anteparo com abertura.

O comprimento de onda da luz visível está na faixa entre 400 e 700 nm (4×10^{-7} a 7×10^{-7} m). Mesmo um espelho muito pequeno ou lentes com diâmetro de poucos milímetros seriam quatro ordens de grandeza maiores que o maior comprimento de onda da luz. Assim, os efeitos de difração são quase sempre desprezíveis na formação de imagens em lentes e espelhos. Este é o domínio da *óptica geométrica*, em que a luz encontra objetos que são muito maiores do que o seu comprimento de onda. As condições da óptica geométrica são aplicáveis aos casos discutidos neste capítulo.

Na óptica geométrica, pode ser analisada a formação de imagens, admitindo-se que a luz se desloca segundo trajetórias retas

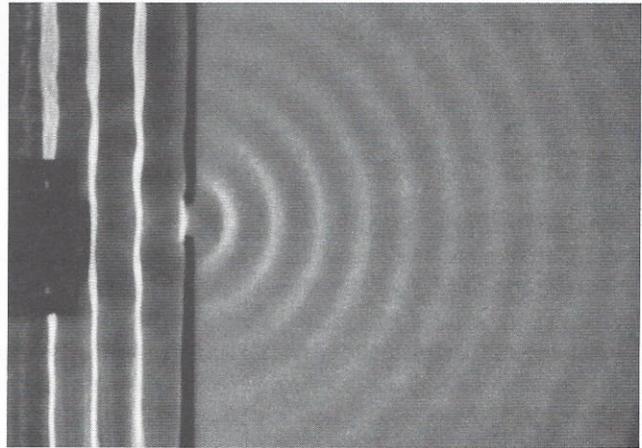


Fig. 40-1. Difrração de ondas na água através de uma abertura em um anteparo. Observe que o tamanho da abertura é aproximadamente igual ao comprimento de onda.

ou de *raios*. Por esta razão, a óptica geométrica é também conhecida como a *óptica de raios*. Um raio é uma forma conveniente de descrever a trajetória da luz; os raios são desenhados perpendiculares às frentes de onda em um sentido que representa a trajetória da onda. Os raios, na verdade, já foram empregados na Seção 39-4 para representar a luz em reflexão e refração.

Por outro lado, se existe o efeito de difração, o domínio é o da *óptica física*, também conhecida como *óptica ondulatória*, porque a análise deve levar em conta, especificamente, a natureza ondulatória da luz. A interferência (discutida no Cap. 41) e a difração (Cap. 42) são exemplos de efeitos para os quais devem ser usados os métodos da óptica física.

40-2 ESPELHOS PLANOS

Talvez nossa experiência óptica mais familiar seja a de nos olharmos no espelho. A Fig. 40-2 apresenta uma fonte de luz pontual O , que será chamada de *objeto*, localizada a uma distância o à frente do espelho. A luz que incide no espelho é representada por raios emitidos de O .* No ponto em que cada raio atinge o espelho será construído um raio refletido usando a lei da reflexão (Eq. 39-3). Se os raios refletidos forem prolongados para trás, convergirão para um ponto I , chamado de *imagem* do objeto O . A imagem está a uma distância atrás do espelho igual àquela que o objeto O se encontra à frente deste, o que será provado em seguida.

Imagens de luz divergente em um espelho plano são sempre virtuais. A experiência do dia-a-dia mostra o quanto esta ima-

gem virtual *parece ser real*, e como é bem definida sua localização atrás do espelho, mesmo quando este local, na realidade está dentro de uma parede de tijolos.

A Fig. 40-3 apresenta dois raios da Fig. 40-2. Um incide sobre o espelho em v , sobre uma linha perpendicular. O outro, sobre um ponto arbitrário a , fazendo um ângulo de incidência θ com a normal naquele ponto. A geometria elementar determina que os ângulos aOv e aIv são, também, iguais a θ . Então, os triângulos retângulos aOv e aIv são semelhantes, e

$$i = -o, \quad (40-1)$$

onde o sinal negativo foi introduzido para indicar que I e O estão em lados opostos do espelho. A Eq. 40-1 não envolve θ , o

*Na discussão anterior sobre reflexão, no Cap. 39, admitimos uma onda incidente *plana*; os raios incidentes são paralelos entre si naquele caso. Neste caso, existe uma fonte *pontual* e os raios incidentes no espelho divergem a partir do ponto de origem que é a fonte luminosa. Podemos considerar a fonte pontual como uma fonte de ondas esféricas, e os raios emitidos por esta, como perpendiculares à frente de onda esférica.

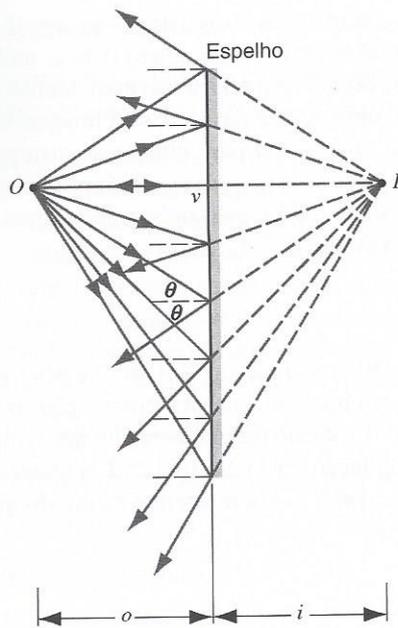


Fig. 40-2. Um ponto objeto O forma uma imagem virtual I em um espelho plano. Os raios *parecem* divergir a partir de I , mas não existe, na verdade, luz presente neste ponto.

que significa que *todos* os raios provenientes de O , incidindo sobre o espelho, passam através de I quando prolongados para trás do espelho, conforme indicado na Fig. 40-2. Além de admitir que o espelho é verdadeiramente plano e que são válidas as condições para a óptica geométrica, não foram introduzidas outras aproximações no desenvolvimento da Eq. 40-1. Um ponto objeto produz um ponto imagem em um espelho plano, com $i = -o$, não importando o valor do ângulo θ na Fig. 40-3

Devido ao diâmetro finito da pupila do olho, apenas os raios que permanecem bem próximos conseguem ser captados pelo olho após refletirem em um espelho. Para a posição do olho apresentada na Fig. 40-4, apenas uma pequena região do espelho

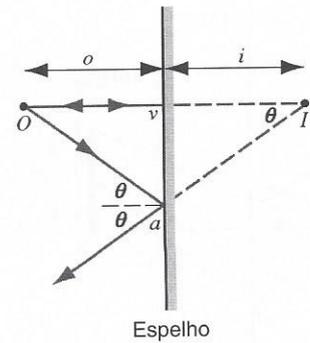


Fig. 40-3. Dois raios luminosos da Fig. 40-2. O raio Oa faz um ângulo arbitrário θ com a normal à superfície do espelho.

próxima ao ponto a serve para gerar uma imagem. Se o olho for movido para outra posição, outra área do espelho passará a gerar a imagem; contudo, a localização da imagem virtual I permanecerá a mesma enquanto o objeto permanecer fixo.

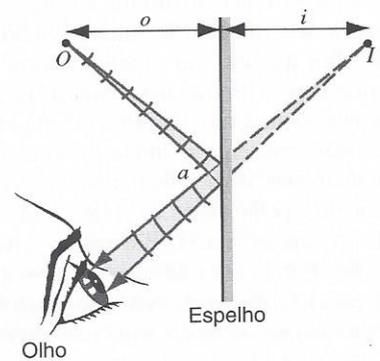


Fig. 40-4. Um feixe de raios proveniente de O penetram no olho após a reflexão no espelho. Apenas uma pequena parte do espelho próxima de a é efetiva. Os pequenos arcos representam partes da frente de onda esférica. A luz parece vir de I .

A IMAGEM DE UM OBJETO EXTENSO

Normalmente, não estamos interessados na imagem de uma única fonte pontual de luz, mas sim, de um objeto extenso, como um rosto ou um corpo inteiro. Conforme indicado na Fig. 40-5, representamos o corpo extenso através de uma seta. Todos os pontos do objeto estão a uma mesma distância o do espelho. Usando os métodos desta seção, podemos mostrar que o ponto objeto O forma uma imagem I que está a uma distância i atrás do espelho. As distâncias do objeto e da imagem estão relacionadas pela Eq. 40-1 ($i = -o$). O ponto objeto O' forma a imagem I' , que também está a uma distância i atrás do espelho. Considerando que o objeto inteiro é composto de pontos fontes, seria possível, eventualmente, compor completamente sua imagem.

Como todos os pontos do objeto estão a uma distância o do espelho, e todos os pontos da imagem estão a uma mesma distância i , atrás do espelho, *é necessário determinar a localização*

de apenas um ponto imagem para localizar todos os pontos da imagem. Normalmente, determinamos a imagem das extremidades do objeto, sendo fácil, em seguida, determinar a imagem inteira. Na representação da seta imagem, uma vez determinada a imagem da sua ponta, podemos determinar facilmente a imagem da sua cauda, uma vez que esta, I' deve estar no prolongamento da linha AB que se estende da cauda da seta objeto, perpendicularmente ao espelho.

Para um objeto extenso, é conveniente definir a *ampliação lateral* m (normalmente identificada simplesmente como ampliação), como a relação entre as alturas da imagem, h' , e do objeto, h :

$$m = \frac{h'}{h}. \tag{40-2}$$

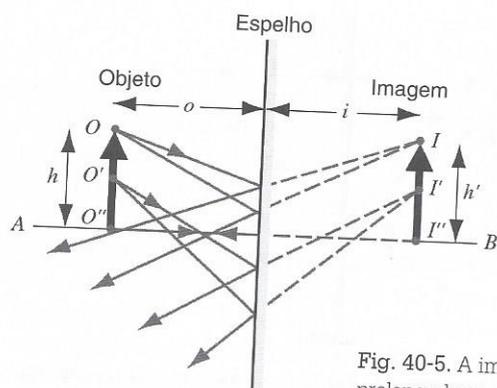


Fig. 40-5. A imagem de um objeto prolongada em um espelho plano.

Adotamos a convenção de que as alturas medidas acima da linha AB (que será chamada posteriormente de *eixo do espelho*)

são positivas, e as medidas abaixo desta são negativas. Se a imagem está normal em relação ao objeto (isto é, ambos se estendem na mesma direção em relação ao eixo, ambos para cima ou para baixo), a ampliação é positiva; se a imagem está invertida em relação ao objeto (um para cima e a outra para baixo), a ampliação é negativa. Posteriormente será apresentada uma equação geral para a ampliação, que também se aplicará aos espelhos e às lentes curvas, que é

$$m = -\frac{i}{o}. \quad (40-3)$$

Para o espelho plano, ambas as Eqs. 40-2 e 40-3 mostram que $m = +1$; isto é, a imagem é normal em relação ao objeto (indicado pelo sinal +), e é do mesmo tamanho que o objeto (devido ao valor da ampliação ser 1). Se $|m| > 1$, a imagem é maior do que o objeto; se $|m| < 1$, a imagem é menor do que o objeto.

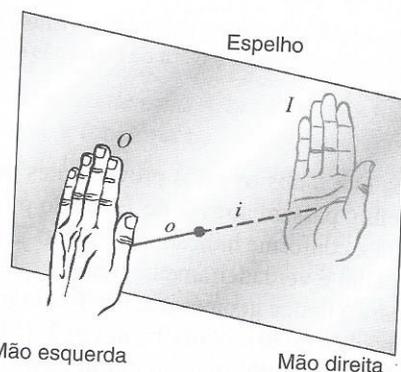
IMAGEM INVERTIDA

A Fig. 40-6a mostra que a imagem de uma mão esquerda no espelho parece ser a de uma mão direita. Isto é, se alguém levantar a mão esquerda, sua imagem levantará a mão direita. É comum a questão: Por que em um espelho ocorre a inversão na imagem da esquerda pela direita, mas não a de cima para baixo?

A Fig. 40-6b apresenta como o espelho inverte a imagem de um objeto tridimensional, representado simplesmente como um conjunto de três setas mutuamente perpendiculares. Observe que as setas paralelas ao plano do espelho (setas x e y) são idênticas às suas imagens no espelho. Apenas a seta z tem o sentido invertido, quando refletida no espelho. Portanto, é mais preciso dizer que um espelho inverte de frente para trás, do que da esquerda para a direita. A transformação de uma mão esquerda em uma mão direita é obtida, de certa forma, trocando-se a frente pelo verso da mesma mão.

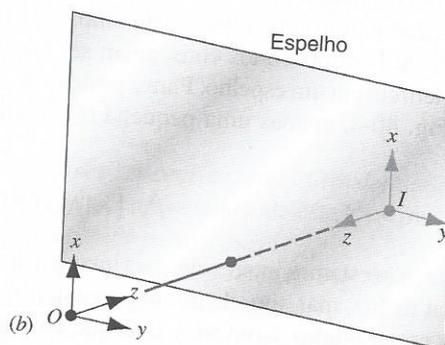
Observe, também, que o objeto pode ser considerado como uma representação de um sistema convencional de coordenadas, que segue a regra da mão direita (o produto vetorial entre o eixo dos x e dos y , aponta no sentido positivo do eixo dos z), enquanto a imagem é um sistema de coordenadas que segue a regra da mão esquerda (o produto vetorial entre o eixo dos x e dos y , aponta no sentido negativo do eixo dos z). Esta inversão ocorre, também, com os objetos físicos; por exemplo, a imagem de um parafuso com rosca direita é um parafuso com rosca esquerda.

Se fosse fato conhecido que todos os seres humanos são destros, seria possível distinguir com certeza, entre uma situação real e sua imagem do espelho: a pessoa "real" estaria usando a mão direita, enquanto a da imagem, a mão esquerda. Contudo, se os humanos fossem todos ambidestros, não seria possível usar este critério para distinguir entre o mundo real e o virtual. A mesma distinção tem sido aplicada às leis da física: se as leis físicas têm perfeita simetria esquerda-direita, então a imagem no espelho de um experimento seria, também, um experimento fisicamente possível. Se, contudo, falta às leis físicas esta simetria, o resultado de algumas experiências refletidas no espelho não seria fisi-



(a) Mão esquerda

Mão direita



(b) O

Fig. 40-6. (a) O objeto O é uma mão esquerda; sua imagem I é uma mão direita. (b) Estudo da reflexão de uma seta objeto, mostra que um espelho altera frente e verso, em vez de esquerda e direita.

camente possível. Em 1956, foi descoberto que nas chamadas interações fracas, que causam um certo decaimento radioativo, falta a simetria. Esta ausência de simetria é chamada de *paridade*. Esta experiência gerou a primeira base fundamental para a distinção entre o mundo real e sua imagem no espelho.*

*Para algumas discussões interessantes sobre simetria e a distinção entre os objetos e suas imagens no espelho, veja *The Ambidextrous Universe*, por Martin Gardner (Scribner's, 1979) e *Reality's Mirror*, por Bryan Bunch (Wiley, 1989).

PROBLEMA RESOLVIDO 40-1.

Determine o comprimento mínimo h de um espelho necessário para que uma pessoa com altura H possa ver sua imagem inteira.

Solução A Fig. 40-7 apresenta o pé p , olhos o e o topo da cabeça c . Para que a pessoa possa ver sua imagem inteira, um raio luminoso (cao) deve partir de sua cabeça, ser refletido no espelho em a e penetrar nos olhos, enquanto outro raio (pdo) deve partir de seus pés, refletir no espelho em d , e penetrar em seus olhos. A pessoa verá uma imagem refletida inteira (incluindo as imagens virtuais dos pontos c e p) se o comprimento do espelho for, no mínimo igual a ad .

Da geometria da Fig. 40-7, podemos ver que

$$ab = 1/2 co \text{ e } bd = 1/2 op$$

onde o ponto b está a mesma altura dos olhos da pessoa. Então,

$$ab + bd = 1/2 co + 1/2 op = 1/2 cp$$

Sendo $h = ad$ e $H = cp$, obtemos

$$h = 1/2 H.$$

A pessoa pode ver a sua imagem inteira se a altura do espelho for, no mínimo, a metade de sua altura. As partes do espelho

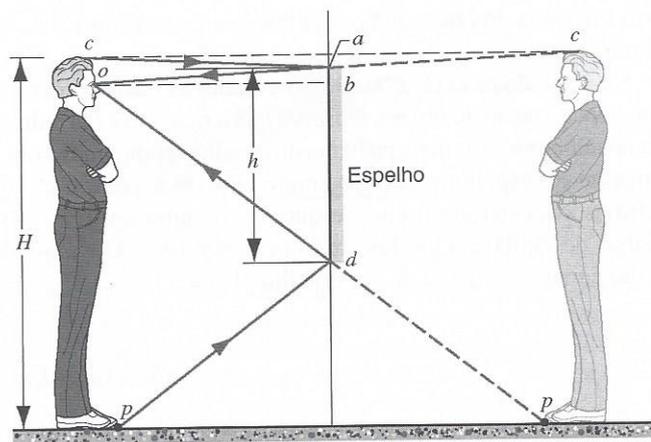


Fig. 40-7. Problema Resolvido 40-1.

abaixo de d , refletem imagens do chão à frente de seus pés, enquanto aquelas acima de c mostram o que está acima de sua cabeça. Observe que a distância da pessoa até o espelho não faz diferença no cálculo, que permanece válido para quaisquer distâncias entre um objeto e um espelho plano.

40-3 ESPELHOS ESFÉRICOS

Suponha que em vez de um espelho plano, tenhamos um com uma pequena curvatura. Vamos considerar, em particular, os espelhos que têm uma forma esférica. As Figs. 40-8b e 40-8c apresentam este efeito em dois casos diferentes. No primeiro caso (Fig. 40-8b), o espelho é *côncavo* (significando um *oco*, como uma cava) em relação à localização do objeto. Observe que, em

comparação com o espelho plano, a imagem é (1) ampliada (isto é, maior do que o objeto) e (2) localizada a uma distância maior, atrás do espelho (isto é, i tem um valor negativo maior). Estes espelhos são comumente usados para fazer a barba ou maquiagem, quando a ampliação é interessante, mesmo que haja uma redução do campo de visão. A Fig. 40-8b se aplica, apenas, quan-

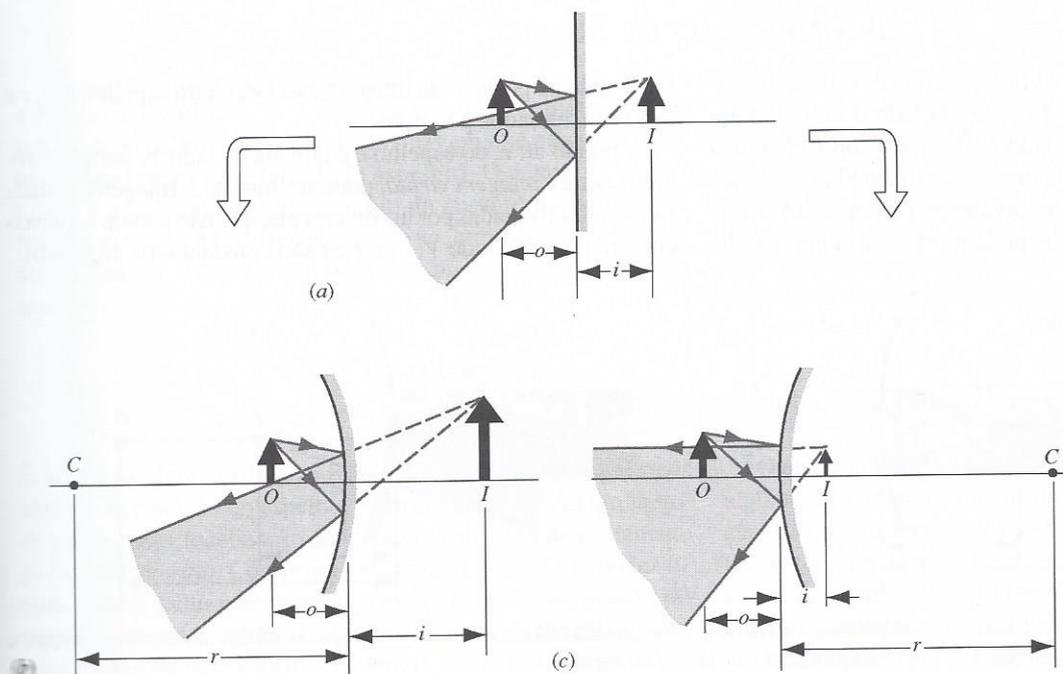


Fig. 40-8. (a) Um objeto O forma uma imagem virtual I em um espelho plano. (b) Se o espelho for curvado de modo que se torne *côncavo*, a imagem se afasta do espelho e se torna maior. (c) Se o espelho plano é curvado de modo a se tornar *convexo*, a imagem se aproxima do espelho e se torna menor. O ponto C é chamado de *centro de curvatura* do espelho; este é o centro da superfície esférica da qual o espelho é uma parte.

do a distância do objeto até o espelho é pequena (inferior a $r/2$, como será visto).

No segundo caso (Fig. 40-8c), o espelho é *convexo* em relação à localização do objeto. Observe que a imagem é (1) reduzida no tamanho e (2) mais próxima do espelho, comparada com a imagem no espelho plano. Exemplos desses espelhos são os retrovisores externos direito e esquerdo dos automóveis e os espelhos de vigilância usados em lojas e depósitos. O campo de visão é maior do que o de um espelho plano.

A EQUAÇÃO DO ESPELHO

Ao final desta seção será desenvolvida a equação que relaciona a distância do objeto o e a distância da imagem i para um espelho esférico. Será considerado o caso especial em que os raios luminosos, refletidos no objeto, formam ângulos pequenos com o eixo do espelho. Tais raios são chamados de raios *para-axiais*. Ou, colocado de outra forma, as dimensões do espelho são pequenas comparadas ao seu raio de curvatura. A presente descrição não seria aplicável a um espelho com o formato de um hemisfério completo totalmente iluminado.

A equação do espelho relaciona as três distâncias apresentadas na Fig. 40-8: o , i e o raio de curvatura r do espelho. Esta relação é dada pela equação do espelho esférico,

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}. \quad (40-4)$$

É conveniente definir a *distância focal* f do espelho como a metade do seu raio de curvatura, ou

$$f = r/2. \quad (40-5)$$

Em termos de distância focal, a equação do espelho pode ser escrita na forma

Suponha que os espelhos esféricos na Fig. 40-8 fossem flexíveis. Se fôssemos dobrar cada um deles para fazê-los mais planos, a imagem em cada um se aproximaria em tamanho e posição da imagem encontrada em um espelho plano. Podemos, portanto, considerar um espelho plano como um caso particular de um espelho esférico, quando o raio do espelho tende a ser infinitamente grande. As equações usadas para descrever o comportamento do espelho esférico devem reduzir-se à equação do espelho plano ($i = -o$) quando o raio tende ao infinito.

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}. \quad (40-6)$$

A Fig. 40-9 apresenta raios paralelos incidentes no espelho. Raios paralelos refletidos em um objeto podem ser obtidos se este for colocado a uma grande distância do espelho, de modo que as frentes de onda partindo do objeto sejam essencialmente planas. Na prática, raios luminosos paralelos podem ser obtidos usando outro tipo de espelho ou uma lente. Os raios luminosos paralelos são levados a um foco em um ponto F , chamado *ponto de foco*. Este ponto está a uma distância f do espelho. A Eq. 40-6 mostra que se $o = \infty$, correspondendo ao objeto estar a uma distância muito grande do espelho, então, $i = f$.

Se $r = \infty$, correspondendo a um espelho plano, então a Eq. 40-4 reduz-se a $i = -o$ em concordância com a Eq. 40-1. Assim, um espelho plano é simplesmente um caso especial do espelho esférico, para um raio de curvatura infinito. A Eq. 40-6 pode ser usada para determinar a *localização* da imagem; o tamanho da imagem comparado com a do objeto pode ser determinado pela ampliação, $m = -i/o$ (Eq. 40-3)

CONVENÇÃO DE SINAIS

A Fig. 40-9 indica as convenções de sinais que devem ser consideradas ao se usar as Eqs. 40-4 e 40-6. O lado do espelho em que a luz incide é chamado de lado R , porque é sobre ele que a *imagem real* será formada. Imagens reais são aquelas formadas por luz convergente; de modo equivalente, podemos dizer que as imagens reais são aquelas que podem ser vistas em uma tela

localizada na posição da imagem. No lado R do espelho, i , o , r e f são considerados positivos.

A região atrás do espelho é chamada de lado V , porque é sobre ele que a *imagem virtual* pode ser formada. Imagens virtuais são aquelas formadas por luz divergente, que não podem ser vistas em uma tela. No lado V , o , i , r e f são considerados negativos.

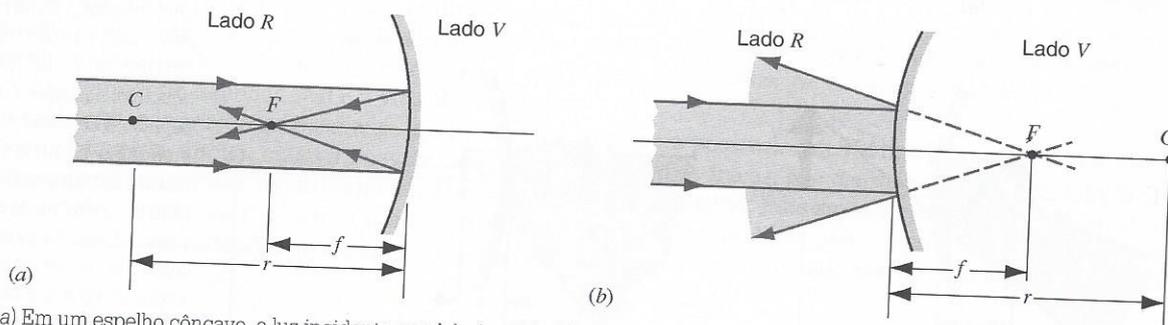


Fig. 40-9. (a) Em um espelho côncavo, a luz incidente paralela é conduzida para um foco real em F no lado R do espelho. (b) Em um espelho convexo, a luz incidente paralela parece divergir a partir de um foco virtual em F no lado V do espelho.

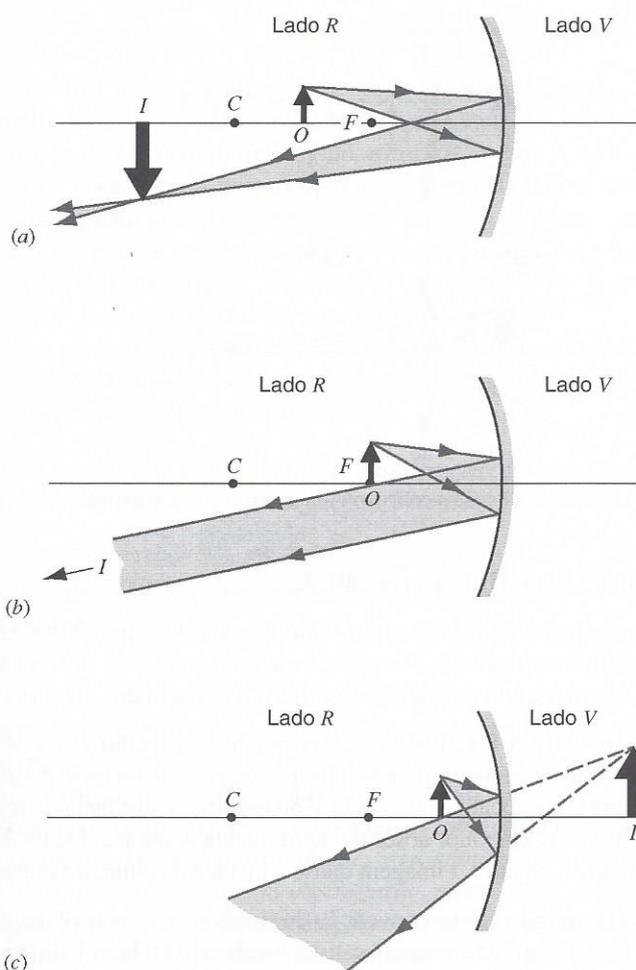


Fig. 40-10. Um objeto é deslocado sucessivamente para perto de um espelho côncavo, de (a) logo adiante do ponto focal para (b) o ponto focal e, então, (c) dentro do ponto focal. No processo, a imagem se move de (a) sua posição no lado R para (b) o infinito e, então, (c) reaparece no lado V.

De acordo com essas convenções de sinais, na Fig. 40-8b, a distância do objeto, o , é positiva (porque o objeto está no lado R do espelho) e a distância da imagem, i , é negativa (porque a imagem está no lado V do espelho). O centro de curvatura C está no lado R, então, o raio de curvatura r é positivo. Na Fig. 40-8c, o é positivo e i , negativo, como também na Fig. 40-8b, porém, r é negativo, uma vez que C está no lado V do espelho.

TRAÇADO DOS RAIOS LUMINOSOS

É uma boa idéia verificar o resultado dos cálculos algébricos obtidos da equação do espelho, confrontando-os com um método gráfico para localização da imagem. Este método é chamado de *traçado do raio*. Conforme indicado na Fig. 40-10, feixes de raios podem tanto convergir para uma imagem real, quanto divergir para uma imagem virtual. Se for possível desenhar esses raios refletidos pelo espelho, podemos localizar a imagem.

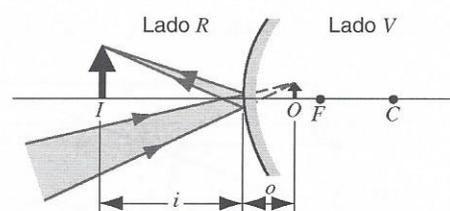


Fig. 40-11. Luz convergente (de espelhos ou lentes, não ilustrados) está incidindo sobre um espelho convexo. O objeto *virtual* em O mostra a localização onde a luz seria focalizada se o espelho não estivesse presente. Naturalmente, não existe luz nenhuma no lado V do espelho. Uma imagem real I é formada. Este arranjo produz uma imagem real apenas se a distância do objeto for menor do que a distância focal, mas uma lente convexa em situação similar formará *sempre* uma imagem real.

A Fig. 40-10 apresenta as distâncias de imagem para três distâncias de objeto diferentes, à medida que o objeto se aproxima de um espelho côncavo. Na Fig. 40-10a, as distâncias do objeto e da imagem são positivas, porque o objeto e a imagem, ambos, aparecem no lado R do espelho. Na Fig. 40-10b, o objeto está sobre o ponto de foco. Sendo $o = f$, a Eq. 40-6 determina que $i = \infty$. Isto é consistente com os raios luminosos paralelos provenientes do espelho. Na Fig. 40-10c, a distância do objeto permanece positiva, mas agora é menor do que f . Neste caso, a Eq. 40-6 determina um valor negativo para i ; isto é, forma-se uma imagem virtual no lado V do espelho, conforme mostrado.

Na Fig. 40-10a, a ampliação lateral, m , determinada segundo a Eq. 40-3, é negativa, porque tanto o quanto i são positivos. A imagem estará, então, invertida. (Ela será, também, ampliada, porque i , neste caso, é maior do que o .) Na Fig. 40-10c, o e i têm sinais opostos, então m é positiva e a imagem é normal, conforme ilustrado.

A Fig. 40-11 apresenta um outro arranjo possível em que se considera o objeto no lado V do espelho, de modo que o é negativo. Incide-se sobre o espelho luz convergente (produzida por outro dispositivo óptico, como uma lente ou um espelho, que não está sendo mostrado). Se o espelho não estivesse presente, a luz convergiria para uma imagem na posição O , indicada. Esta posição define a localização de um *objeto virtual*, e a distância entre ela e o espelho é a distância (negativa) do objeto. A distância da imagem é positiva. A ampliação é positiva, e assim, a imagem é normal, conforme apresentado. Seria possível prever o resultado, se o espelho na Fig. 40-11 fosse côncavo em vez de convexo? Qual seria a relação entre a distância da imagem resultante e a distância do objeto? A imagem estaria normal ou invertida?

O procedimento pode ser simplificado através do desenho de alguns raios básicos, localizando-se a imagem em sua interseção. Esses raios, indicados na Fig. 40-12, são selecionados convenientemente a partir de uma infinidade de raios possíveis, para localizar a imagem. Esses raios não precisam, necessariamente, existir na realidade (parte do espelho poderia estar coberta com uma tela opaca, por exemplo), mas podem, não obstante, ser

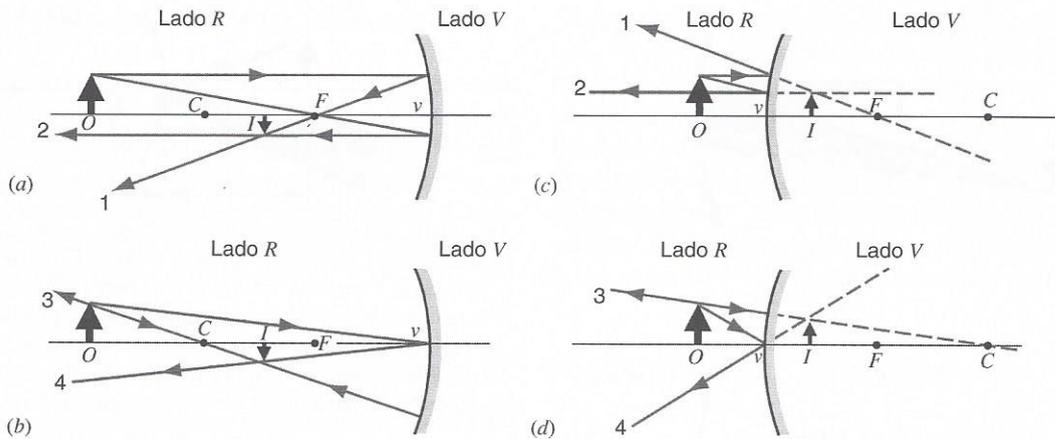


Fig. 40-12. (a, b) Quatro raios que podem ser usados em construções gráficas para localizar a imagem de um objeto em um espelho côncavo. Observe que a imagem é real e invertida. (c, d) Quatro raios similares desenhados para o caso de um espelho convexo. A imagem é virtual e normal.

usados para localizar a imagem (que estará completa mesmo se alguns dos raios forem bloqueados). Esses raios são:

1. Um raio paralelo ao eixo, que é refletido, passando pelo ponto focal (no caso de um espelho convergente, Fig. 40-12a) ou que parece vir do ponto focal (no caso de um espelho divergente, Fig. 40-12c).
2. Um raio passando através do ponto focal (espelho convergente, Fig. 40-12a) ou cujo prolongamento passa pelo ponto focal (espelho divergente, Fig. 40-12c), que é refletido paralelamente ao eixo do espelho.
3. Um raio passando pelo centro de curvatura C , que é refletido de volta sobre sua trajetória original (Figs. 40-12b e 40-12d).
4. Um raio atingindo o vértice do espelho (o ponto v onde o eixo intercepta o espelho), é refletido segundo um ângulo igual e oposto ao ângulo de incidência, em relação ao eixo do espelho (Figs. 40-12b e 40-12d).

Dois raios quaisquer desses quatro podem ser usados para localizar a imagem, conforme indicado na Fig. 40-12.

PROBLEMA RESOLVIDO 40-2.

Na situação apresentada nas Figs. 40-12a e 40-12b, suponha $f = 12$ cm e $o = 36$ cm. Determine a posição da imagem e a ampliação lateral.

Solução Resolvendo a Eq. 40-6 para $1/i$, obtemos

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o} = \frac{1}{12 \text{ cm}} - \frac{1}{36 \text{ cm}}$$

ou

$$i = 18 \text{ cm.}$$

Isto está consistente com as Figs. 40-12a e 40-12b.

Usando a Eq. 40-3, que é aplicável tanto para espelhos planos quanto para espelhos esféricos, obtemos

$$m = -\frac{i}{o} = -\frac{18 \text{ cm}}{36 \text{ cm}} = -0,50.$$

O tamanho da imagem é 1/2 do tamanho do objeto e (conforme indicado pelo sinal negativo) está invertida. Estes dados estão consistentes com as Figs. 40-12a e 40-12b.

PROBLEMA RESOLVIDO 40-3.

Um espelho convexo tem um raio de curvatura de 22 cm. Um objeto é colocado a 14 cm do espelho. Localize e descreva a imagem usando (a) métodos gráficos e (b) métodos algébricos.

Solução (a) A Fig. 40-13 mostra o objeto e o espelho. Os raios 1, 2 e 3 são desenhados para localizar a imagem. A imagem é virtual, normal e localizada no lado V do espelho; a distância da imagem mede, em valor absoluto, aproximadamente metade da distância do objeto e a imagem quase a metade da altura do objeto.

(b) De acordo com a convenção de sinais usada, o raio é negativo se o centro de curvatura estiver localizado no lado V do espelho. Resolvendo a Eq. 40-4 para $1/i$, obtemos

$$\frac{1}{i} = \frac{2}{r} - \frac{1}{o} = \frac{2}{-22 \text{ cm}} - \frac{1}{+14 \text{ cm}},$$

que conduz a

$$i = -6,2 \text{ cm.}$$

Este valor está consistente com o resultado do método gráfico empregado no item anterior.

A ampliação lateral, da Eq. 40-3, é

$$m = -\frac{i}{o} = -\frac{-6,2 \text{ cm}}{+14 \text{ cm}} = +0,44,$$

que também está consistente com o resultado obtido graficamente. Observe que $m > 0$, indicando que a imagem é normal.

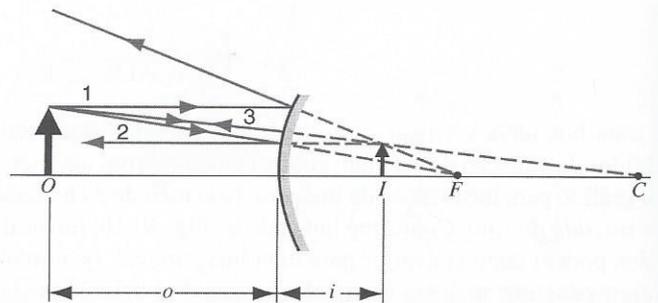


Fig. 40-13. Problema Resolvido 40-3.

DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DOS ESPELHOS

A Fig. 40-14 apresenta um ponto objeto O sobre o eixo de um espelho esférico côncavo, cujo raio de curvatura é r . Um raio partindo de O fazendo um ângulo arbitrário α com o eixo do espelho, após refletir no espelho em a , intercepta o eixo em I . Um raio partindo de O , sobre o eixo, é refletido de volta, sobre si mesmo em v e também passa através de I . Assim, I é a imagem de O ; é uma imagem *real* porque a luz passa realmente através de I . Deve-se determinar, agora, a localização de I .

Um teorema útil é que o ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos opostos. Aplicando-o aos triângulos OaC e OaI na Fig. 40-14 conduz a

$$\beta = \alpha + \theta \quad \text{e} \quad \gamma = \alpha + 2\theta.$$

Eliminando θ entre as duas equações, obtemos

$$\alpha + \gamma = 2\beta. \tag{40-7}$$

Os ângulos α , β e γ , medidos em radianos, podem ser escritos na forma:

$$\alpha \approx \frac{s}{o}, \quad \beta \approx \frac{s}{r}, \quad \gamma \approx \frac{s}{i}, \tag{40-8}$$

onde s é o comprimento do arco av . Observe que apenas a equação para β é exata, porque o centro de curvatura do arco av está em C e não em O ou em I . Contudo, as equações para α , e γ estão aproximadamente corretas se estes ângulos forem suficientemente pequenos. *Deste ponto em diante, será adotado que os raios divergentes partindo de um objeto farão, apenas, um pequeno ângulo α com o eixo do espelho.* Estes raios, que permanecem próximos do eixo do espelho, serão chamados de raios *para-axiais*. Esta consideração não é necessária para os espelhos planos. Substituindo a Eq. 40-8 na Eq. 40-7 e cancelando o comprimento de arco s , leva a Eq. 40-4, que é a equação que se deseja provar.

A Fig. 40-15 apresenta um ponto objeto sobre o eixo de um espelho convexo. Os ângulos foram identificados de modo similar aos da Fig. 40-14. Podemos conduzir uma análise semelhante à anterior, obtendo novamente a Eq. 40-4, desde que seja seguida a convenção de sinais para i e r , tomados negativos na Fig. 40-15. O desenvolvimento da equação é deixado como exercício ao leitor (veja Exercício 16).

Para desenvolver a equação para a ampliação lateral (Eq. 40-3), considere a Fig. 40-16, que apresenta um raio (avb) origina-

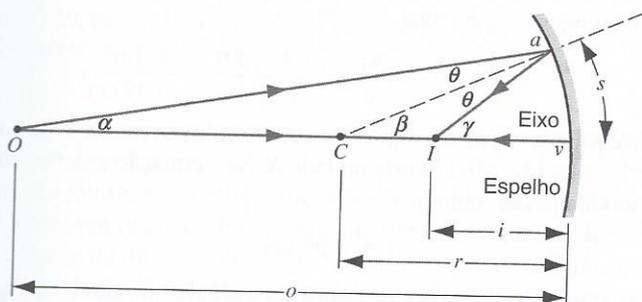


Fig. 40-14. Um ponto objeto O forma uma imagem real pontual I após a reflexão em um espelho côncavo.

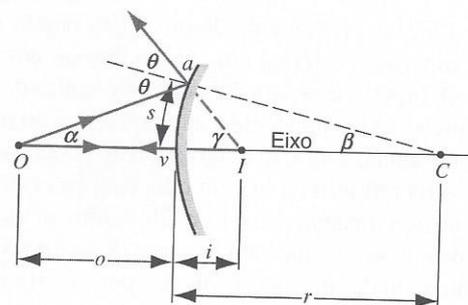


Fig. 40-15. Um ponto objeto O forma uma imagem virtual pontual I após a reflexão em um espelho convexo. Compare com a Fig. 40-14.

do no topo do objeto e que é refletido no espelho em v e passa através do topo da imagem. A lei de reflexão determina que este raio faça um ângulo igual a θ com o eixo do espelho, conforme indicado. Para os dois triângulos retângulos semelhantes aOv e bIv podemos escrever

$$\frac{Ib}{Oa} = \frac{vI}{vO}. \tag{40-9}$$

Tomamos h (a altura do objeto acima do eixo) como $+Oa$, e h' (a altura da imagem abaixo do eixo) como $-Ib$. Essas escolhas estão de acordo com a convenção de sinais discutida para a Eq. 40-2. O lado esquerdo da Eq. 40-9 é então igual a $-h'/h$. Com $nI = i$ e $nO = o$, a Eq. 40-9 reduz-se, então, imediatamente para $m = -i/o$, que é a Eq. 40-3, como desejávamos provar.

A Eq. 40-4, significativamente, não contém α (ou β , γ , ou θ), de modo que é válida para todos os raios que refletem no espelho, desde que sejam suficientemente para-axiais. Em um caso real, os raios podem se tornar para-axiais, tanto quanto se deseje, colocando-se um diafragma na frente do espelho, centrado próximo de seu vértice v ; isto irá impor um certo valor máximo para α .

Imagens em espelhos esféricos sofrem várias distorções uma vez que a hipótese de raios para-axiais nunca se justifica completamente. Em geral, um ponto fonte não implica um ponto imagem; veja o Exercício 12. Independente disso, a distorção surge porque a ampliação varia de alguma forma com a distância do eixo do espelho, sendo a Eq. 40-3 estritamente correta, apenas, para raios para-axiais. Finalmente, devemos ter em mente que a óptica geométrica é, por si só, apenas um caso especial da óptica física; os efeitos da difração (veja o Cap. 42) podem afetar a natureza da imagem.

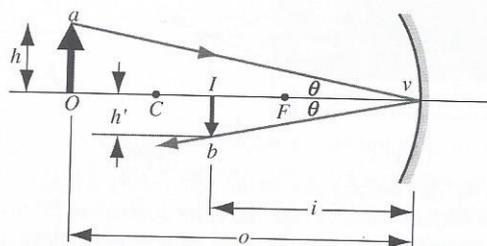


Fig. 40-16. Um objeto O forma uma imagem real invertida I em um espelho côncavo.