Exercícios do Texto 1

MAT 111 - Cálculo I - BE

28 de março de 2020

1. Em cada caso decida se f é contínua em p , justificando:

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-6x+9}{x-3} & \text{se } x \neq 3 \\ 0 & \text{se } x = 3 \end{cases} \quad \text{com } p = 3.$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{se } x \geq 1 \\ x^3 - 1 & \text{se } x < 1 \end{cases} \quad \text{com } p = 1$$

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2x+1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{x}{3x-2} & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad \text{com } p = 0$$

2. Mostre, usando as propriedades operatórias de limite, que se f e g são funções contínuas, então as funções $f + g$ e $\frac{f}{g}$ são contínuas.

3. Mostre que $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+4}{x-1} & \text{se } x > 1 \\ x^2 - 4 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$ é contínua.

4. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto p dado. Justifique suas respostas.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{5}} & \text{se } x \neq 5 \\ L & \text{se } x = 5 \end{cases} \quad \text{com } p = 5.$$

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-2x}{5x} & \text{se } x \neq 0 \\ L & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad \text{com } p = 0$$

5. Se f e g forem funções contínuas, com $f(3) = 5$ e $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - g(x)] = 4$, encontre $g(3)$.

6. Prove ou dê contra exemplo para cada uma das afirmações a seguir, onde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são funções:

(a) Se f e $f + g$ são contínuas, então g é contínua.

(b) Seja $p \in \mathbb{R}$ tal que $\lim_{x \rightarrow p^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow p^-} f(x)$ existem e são iguais. Então f é contínua em p .