

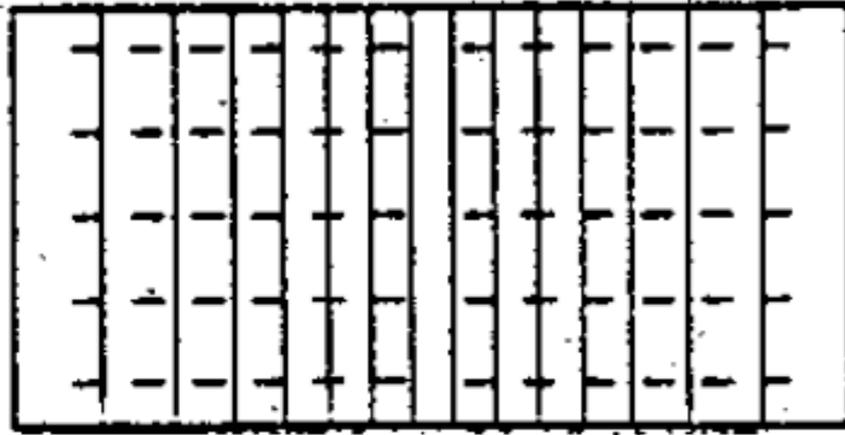
Guias de onda e cavidades ressonantes

Eletromagnetismo 2
Prof. Edivaldo Moura Santos

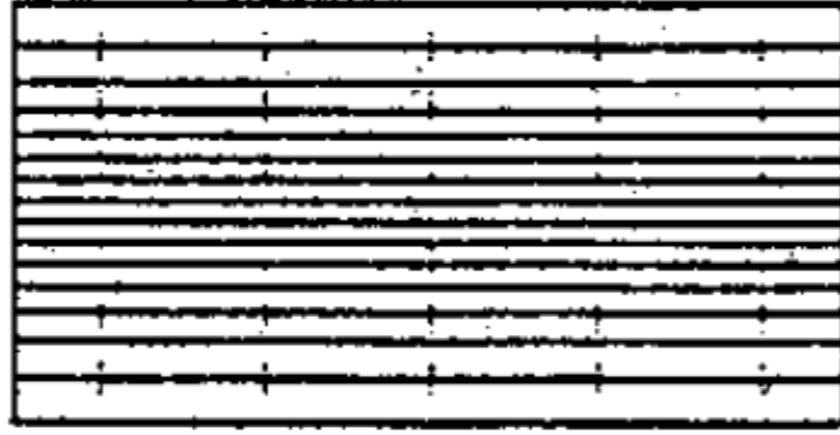
Guia retangular

E ———

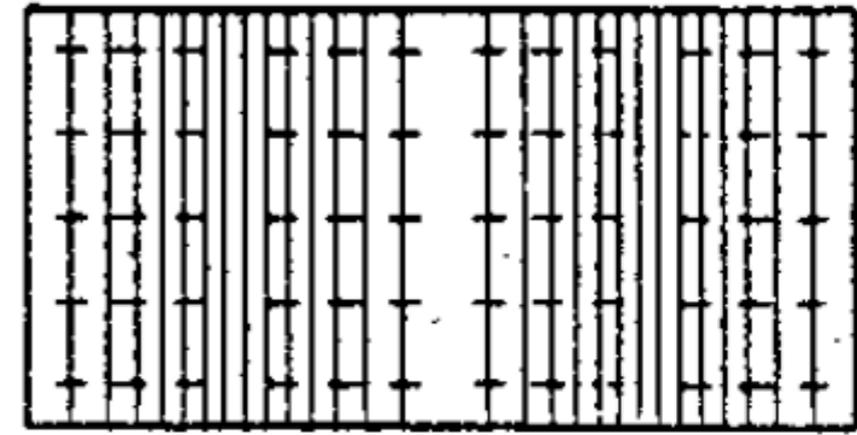
B - - -



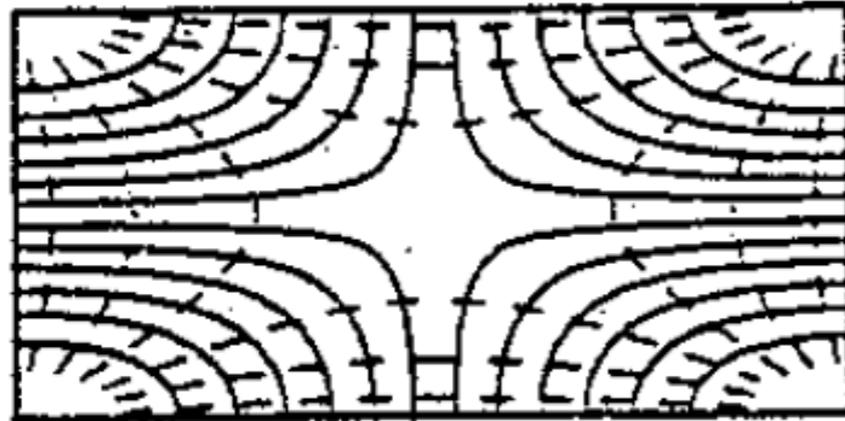
TE₁₀



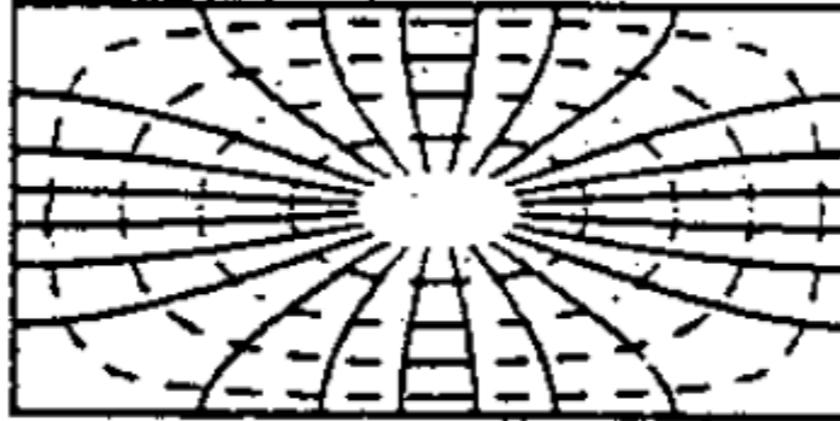
TE₀₁



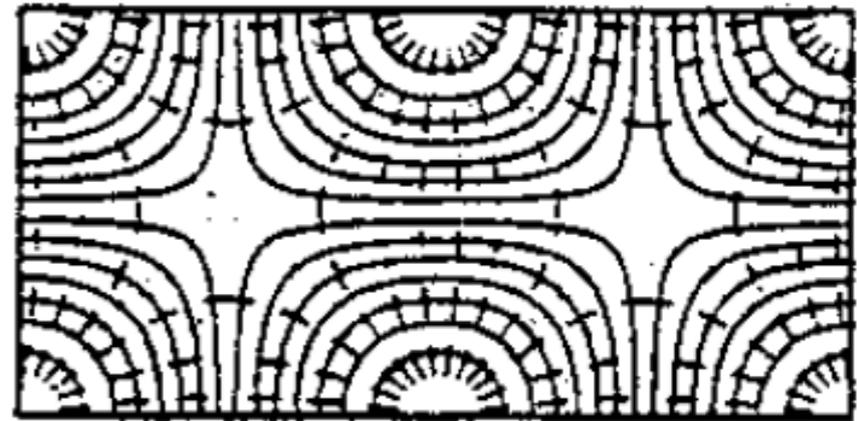
TE₂₀



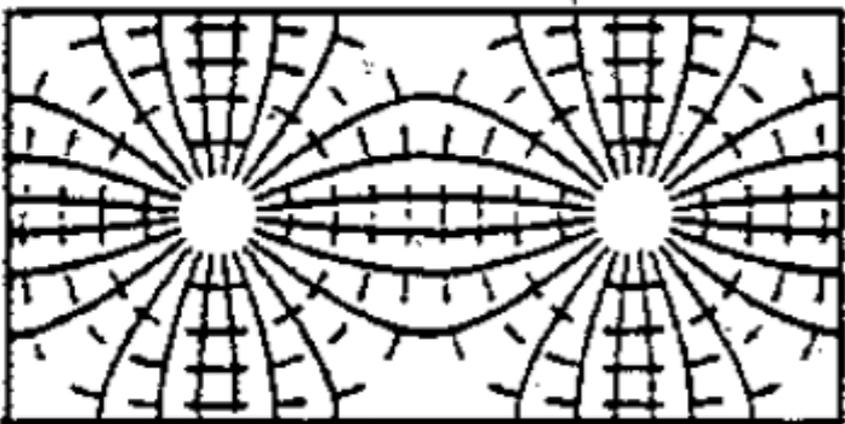
TE₁₁



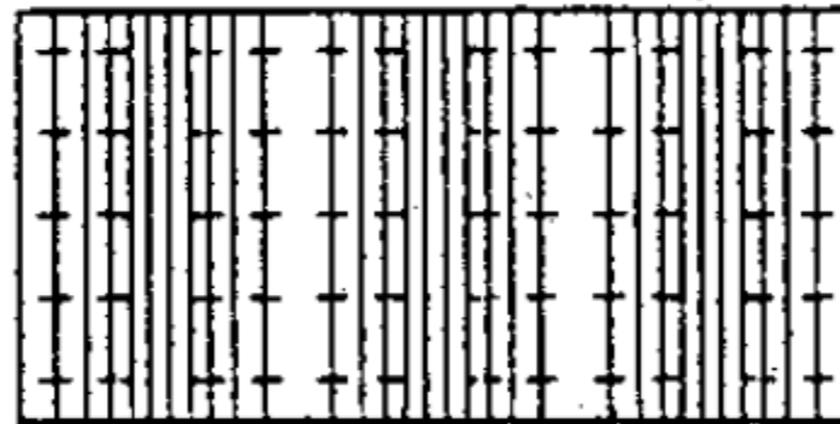
TM₁₁



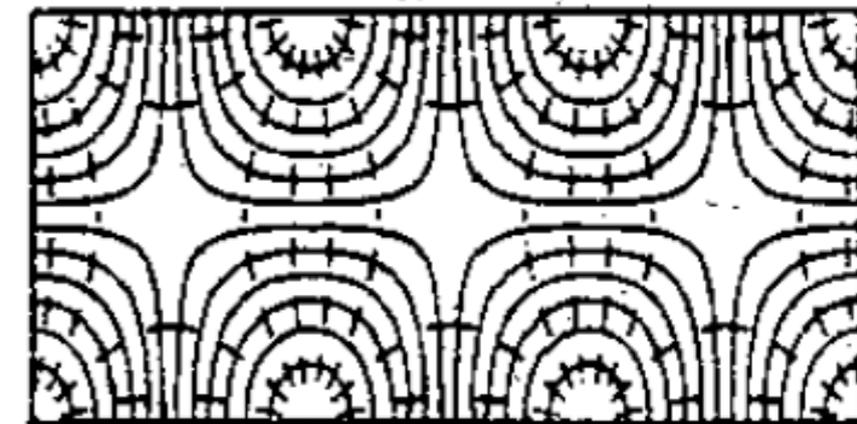
TE₂₁



TM₂₁



TE₃₀

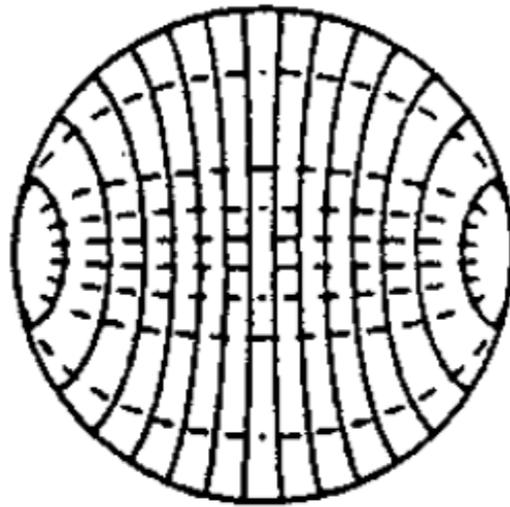


TE₃₁

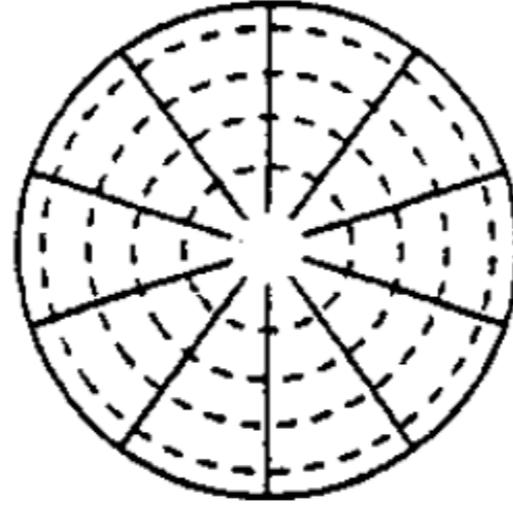
E ———

Guia circular

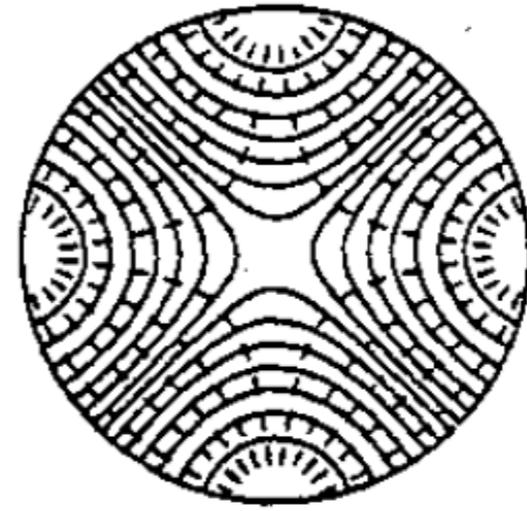
B - - -



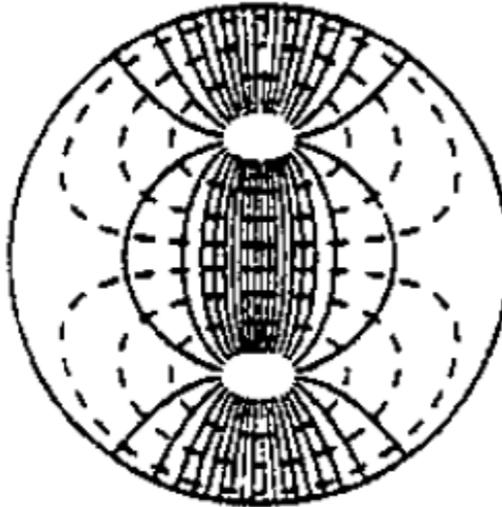
TE_{11}



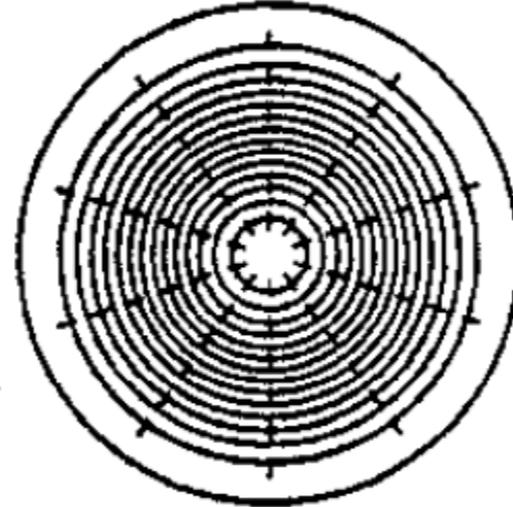
TM_{01}



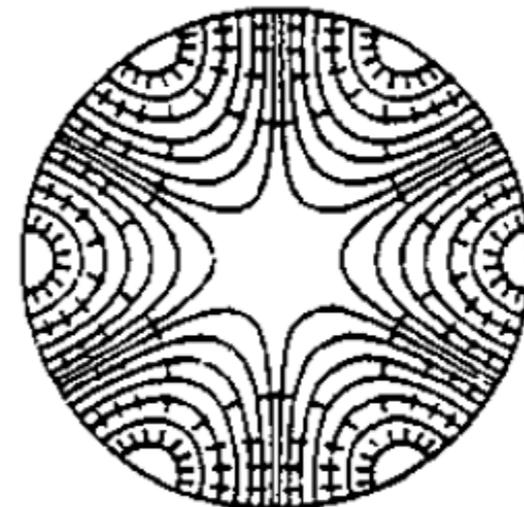
TE_{21}



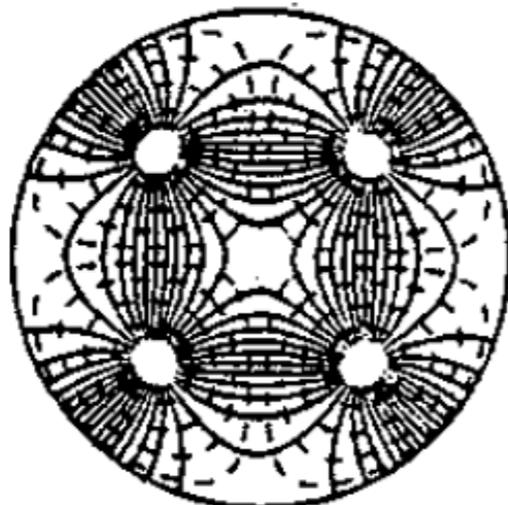
TM_{11}



TE_{01}



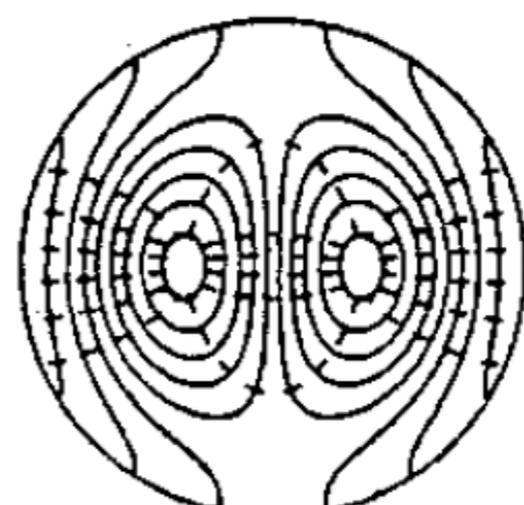
TE_{31}



TM_{21}



TE_{41}



TE_{12}

Perdas por efeito Joule

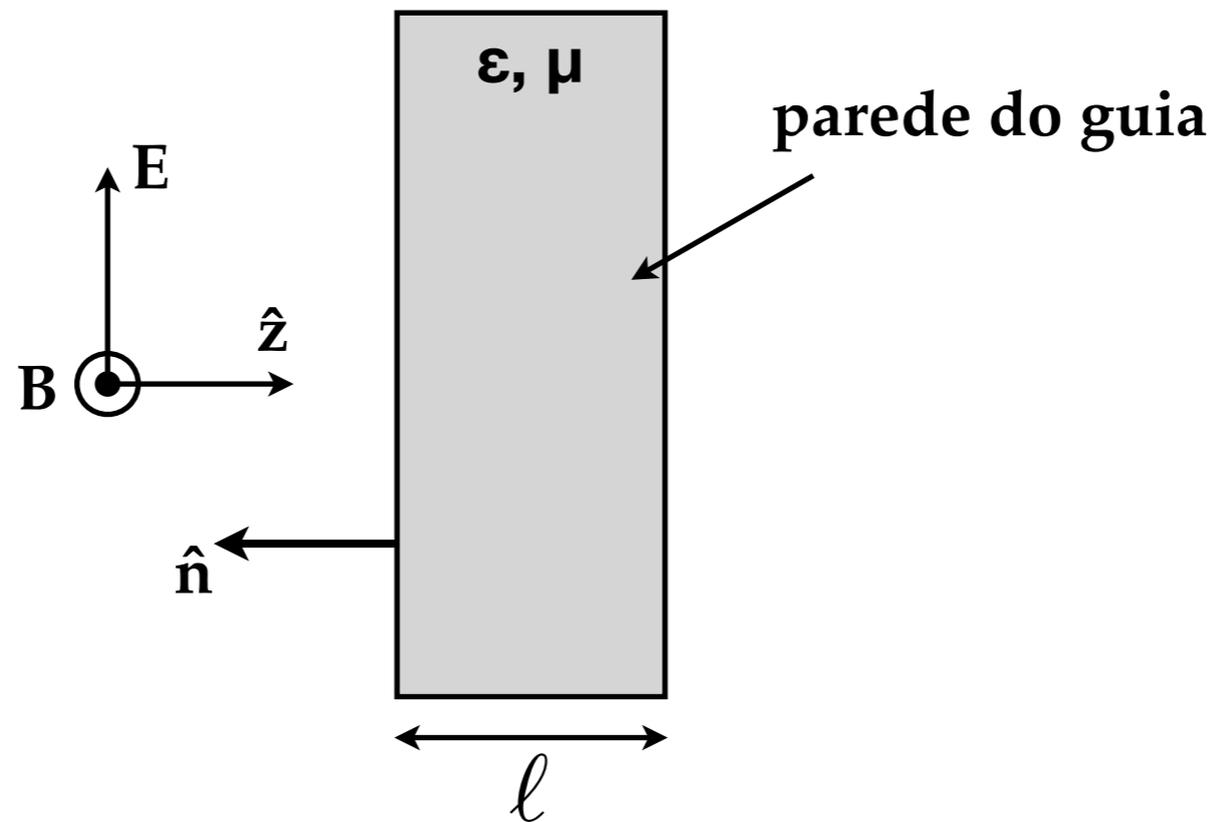
- Nos cálculos da aula passada, assumimos que o material da parede era um condutor perfeito

Perdas por efeito Joule

- Nos cálculos da aula passada, assumimos que o material da parede era um condutor perfeito
- Estimaremos aqui as perdas por efeito Joule quando o material tem condutividade finita.

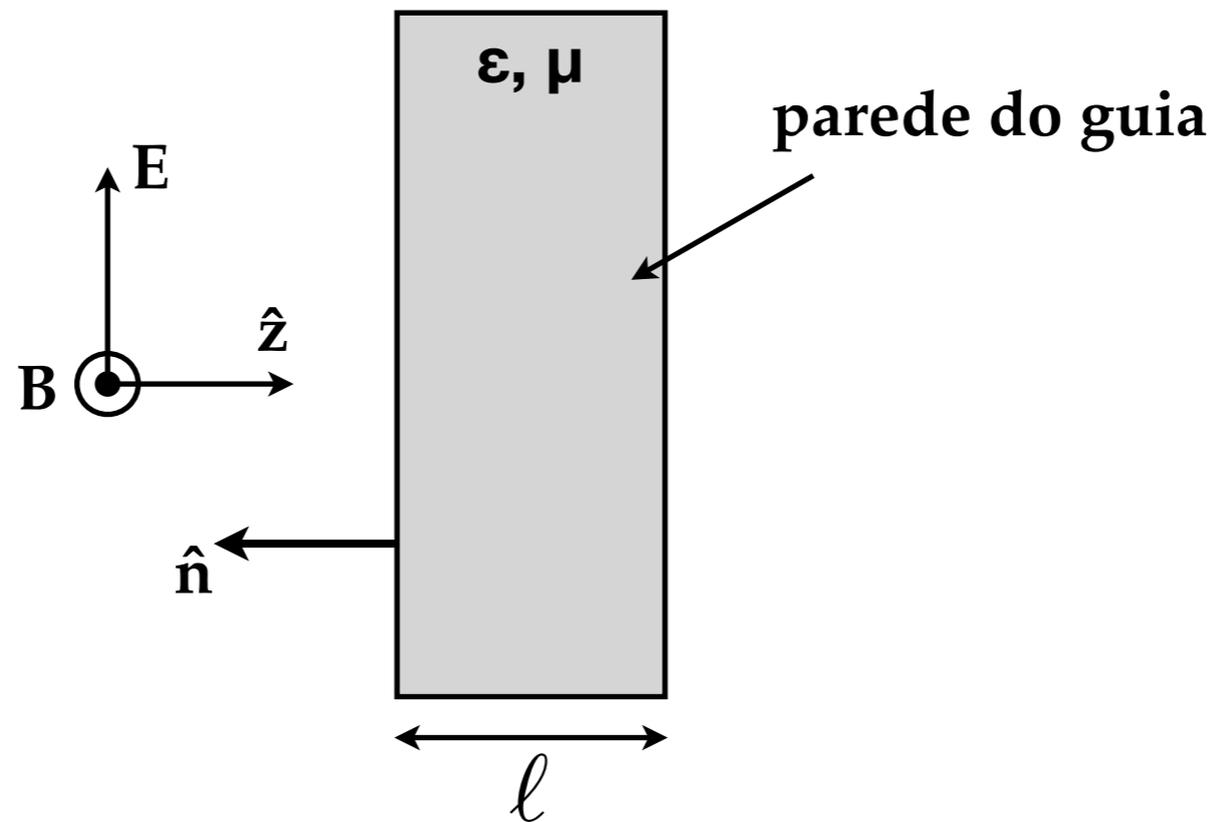
Perdas por efeito Joule

- Nos cálculos da aula passada, assumimos que o material da parede era um condutor perfeito
- Estimaremos aqui as perdas por efeito Joule quando o material tem condutividade finita.
- Considere uma onda plana incidindo sobre a parede do guia.



Perdas por efeito Joule

- Nos cálculos da aula passada, assumimos que o material da parede era um condutor perfeito
- Estimaremos aqui as perdas por efeito Joule quando o material tem condutividade finita.
- Considere uma onda plana incidindo sobre a parede do guia.



- A potência por unidade de área perpendicular à direção de propagação no interior da parede é dada pelo vetor de Poynting:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

- **Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:**

$$\tilde{\mathbf{E}}(z, t) = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}(z, t) = \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}$$

- **Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:**

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} & \text{com} & & \tilde{\mathbf{B}}_0 &= \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

- Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} & \text{com} & & \tilde{\mathbf{B}}_0 &= \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

Logo

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{E}} \times \left(\frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right]$$

- Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} && \text{com} && \tilde{\mathbf{B}}_0 = \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

Provar!



$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{E}} \times \left(\frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right]$$

Logo

- Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} & \text{com} & & \tilde{\mathbf{B}}_0 &= \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

Logo

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{E}} \times \left(\frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\tilde{\mathbf{E}}|^2 \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

- Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} & \text{com} & & \tilde{\mathbf{B}}_0 &= \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

Logo

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{E}} \times \left(\frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\tilde{\mathbf{E}}|^2 \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{E}_0|^2 e^{-2\kappa z} \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

- Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} & \text{com} & & \tilde{\mathbf{B}}_0 &= \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

Logo

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{E}} \times \left(\frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\tilde{\mathbf{E}}|^2 \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{E}_0|^2 e^{-2\kappa z} \hat{\mathbf{z}} \\ &= S(z) \hat{\mathbf{z}} = S(0) e^{-2\kappa z} \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

- Vimos que no interior de um condutor, o vetor de onda pode ser visto como uma quantidade complexa, de forma que os campos são exponencialmente atenuados:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} & \text{com} & & \tilde{\mathbf{B}}_0 &= \frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}_0 \\ \tilde{\mathbf{B}}(z, t) &= \tilde{\mathbf{B}}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}$$

Logo

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{E}} \times \left(\frac{\tilde{k}}{\omega} e^{i\phi} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\tilde{\mathbf{E}}|^2 \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{E}_0|^2 e^{-2\kappa z} \hat{\mathbf{z}} \\ &= S(z) \hat{\mathbf{z}} = S(0) e^{-2\kappa z} \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}$$

- Ou seja, a potência por unidade de área $S(z)$ é exponencialmente atenuada ao longo de z .

- **Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.**

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(\ell)$$

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l})$$

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l}) \xrightarrow{\ell \gg 1/\kappa} S(0)$$

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l}) \xrightarrow{\ell \gg 1/\kappa} S(0)$$

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l}) \xrightarrow{\ell \gg 1/\kappa} S(0)$$

- Na última passagem, usamos que para um bom condutor, a profundidade de atenuação é bem menor que a espessura da parede.

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l}) \xrightarrow{\ell \gg 1/\kappa} S(0)$$

- Na última passagem, usamos que para um bom condutor, a profundidade de atenuação é bem menor que a espessura da parede.
- Portanto, a potência por unidade de área superficial do guia dissipada por efeito Joule pode ser escrita como

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{E}_0|^2$$

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l}) \xrightarrow{\ell \gg 1/\kappa} S(0)$$

- Na última passagem, usamos que para um bom condutor, a profundidade de atenuação é bem menor que a espessura da parede.
- Portanto, a potência por unidade de área superficial do guia dissipada por efeito Joule pode ser escrita como

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{E}_0|^2$$

- O campo elétrico aparecendo nesta expressão é paralelo à parede do guia e, portanto, contínuo na interface entre o material da parede e o interior do guia.

- Tal atenuação se deve, claramente, a dissipação por efeito Joule nas paredes do guia.
- Se a espessura da parede é l , então a potência dissipada por unidade de área é:

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = S(0) - S(l) = S(0)(1 - e^{-2\kappa l}) \xrightarrow{\ell \gg 1/\kappa} S(0)$$

- Na última passagem, usamos que para um bom condutor, a profundidade de atenuação é bem menor que a espessura da parede.
- Portanto, a potência por unidade de área superficial do guia dissipada por efeito Joule pode ser escrita como

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{E}_0|^2$$

- O campo elétrico aparecendo nesta expressão é paralelo à parede do guia e, portanto, contínuo na interface entre o material da parede e o interior do guia.
- Podemos então tomá-lo como o campo imediatamente fora da parede e relacioná-lo ao respectivo campo magnético da onda plana incidente paralelo à parede

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 |\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2$$

- Lembrando que a componente do campo magnético à parede está relacionada à densidade superficial de corrente

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 \underbrace{|\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2}_{=\mu_0^2 |\mathbf{K}_f|^2}$$

- Lembrando que a componente do campo magnético à parede está relacionada à densidade superficial de corrente

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 \underbrace{|\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2}_{=\mu_0^2 |\mathbf{K}_f|^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) |\mathbf{K}_f|^2 \end{aligned}$$

- Lembrando que a componente do campo magnético à parede está relacionada à densidade superficial de corrente

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 \underbrace{|\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2}_{=\mu_0^2 |\mathbf{K}_f|^2} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \underbrace{\text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right)}_{\equiv R_s} |\mathbf{K}_f|^2
 \end{aligned}$$

- Lembrando que a componente do campo magnético à parede está relacionada à densidade superficial de corrente

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 \underbrace{|\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2}_{=\mu_0^2 |\mathbf{K}_f|^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \underbrace{\text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right)}_{\equiv R_s} |\mathbf{K}_f|^2 \end{aligned}$$

- Ou seja

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} R_s |\mathbf{K}_f|^2$$

- Lembrando que a componente do campo magnético à parede está relacionada à densidade superficial de corrente

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 \underbrace{|\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2}_{=\mu_0^2 |\mathbf{K}_f|^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \underbrace{\text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right)}_{\equiv R_s} |\mathbf{K}_f|^2 \end{aligned}$$

- Ou seja

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} R_s |\mathbf{K}_f|^2$$

Resistividade superficial do material

- Lembrando que a componente do campo magnético à parede está relacionada à densidade superficial de corrente

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right) c^2 \underbrace{|\mathbf{B}_0^{\prime\prime}|^2}_{=\mu_0^2 |\mathbf{K}_f|^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \underbrace{\text{Re} \left(\frac{\tilde{k}}{\mu\omega} e^{i\phi} \right)}_{\equiv R_s} |\mathbf{K}_f|^2 \end{aligned}$$

- Ou seja

$$\frac{dP_{\text{ohm}}}{dA} = \frac{1}{2} R_s |\mathbf{K}_f|^2$$

Resistividade superficial do material

- Portanto, é possível calcular a potência total dissipada integrando a expressão acima sobre toda a área interna do guia

Perdas no modo TM

Perdas no modo TM

Campos eletromagnéticos (Exercício 7 -lista1b):

$$E_x = \frac{k}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$E_y = \frac{k}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

Perdas no modo TM

Campos eletromagnéticos (Exercício 7 -lista1b):

$$E_x = \frac{k}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$E_y = \frac{k}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$B_x = -\frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$B_y = -\frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$B_z = 0$$

Perdas no modo TM

Campos eletromagnéticos (Exercício 7 -lista1b):

$$E_x = \frac{k}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$E_y = \frac{k}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$B_x = -\frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

$$B_y = -\frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \sin(kz - \omega t + \delta)$$

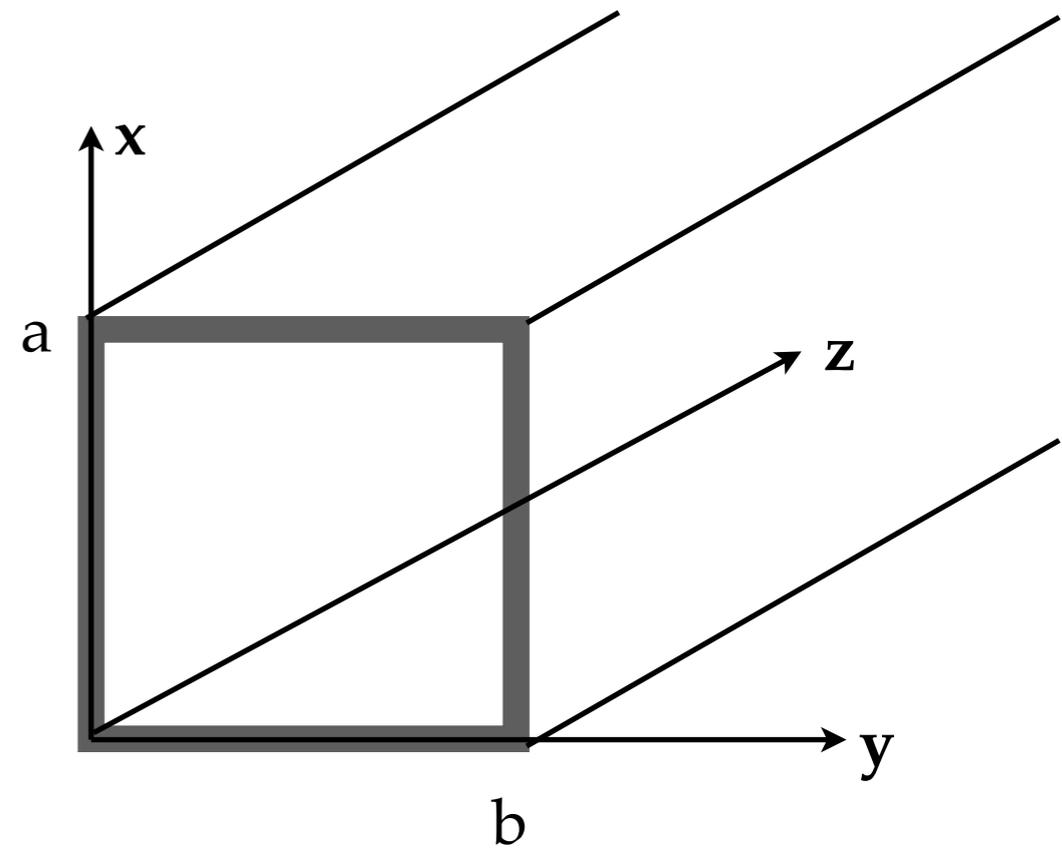
$$B_z = 0$$

Densidade de corrente superficial:

$$\mathbf{K}_f = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{B}_0^{//}$$

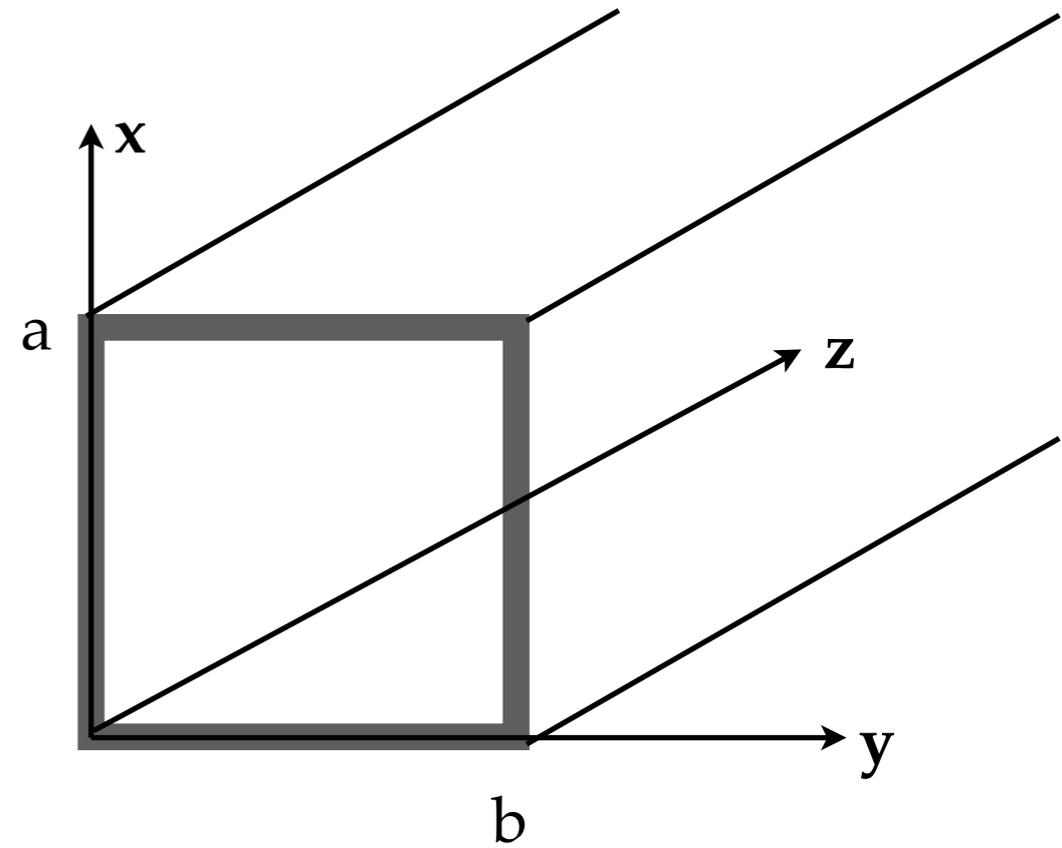
Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}})$$



Para o modo TM_{11}

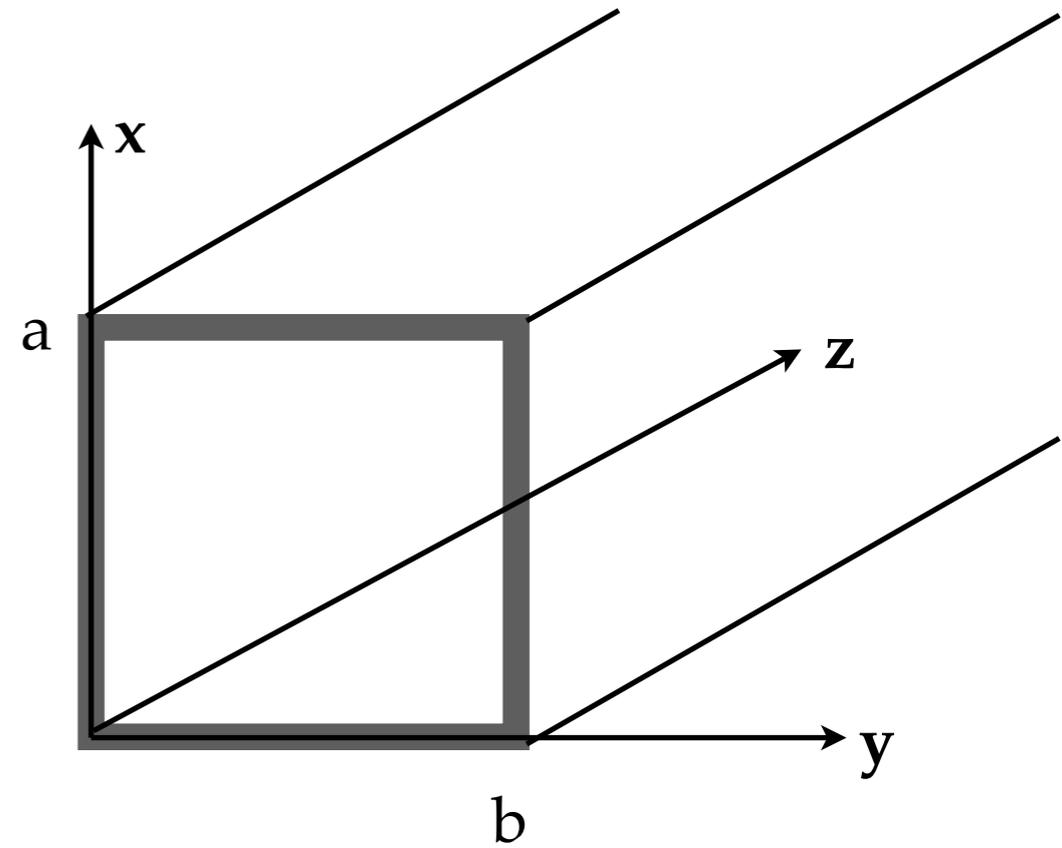
$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$



Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^r = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{y}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

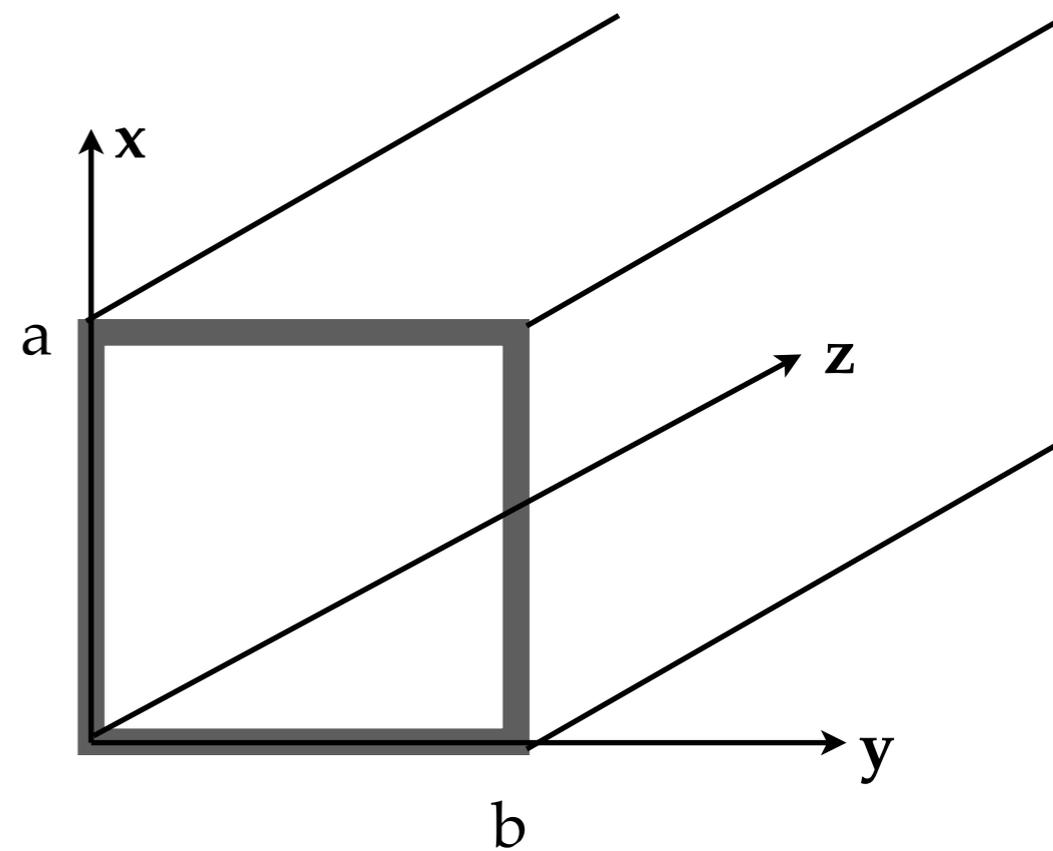


Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^r = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{y}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^b = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{x}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$



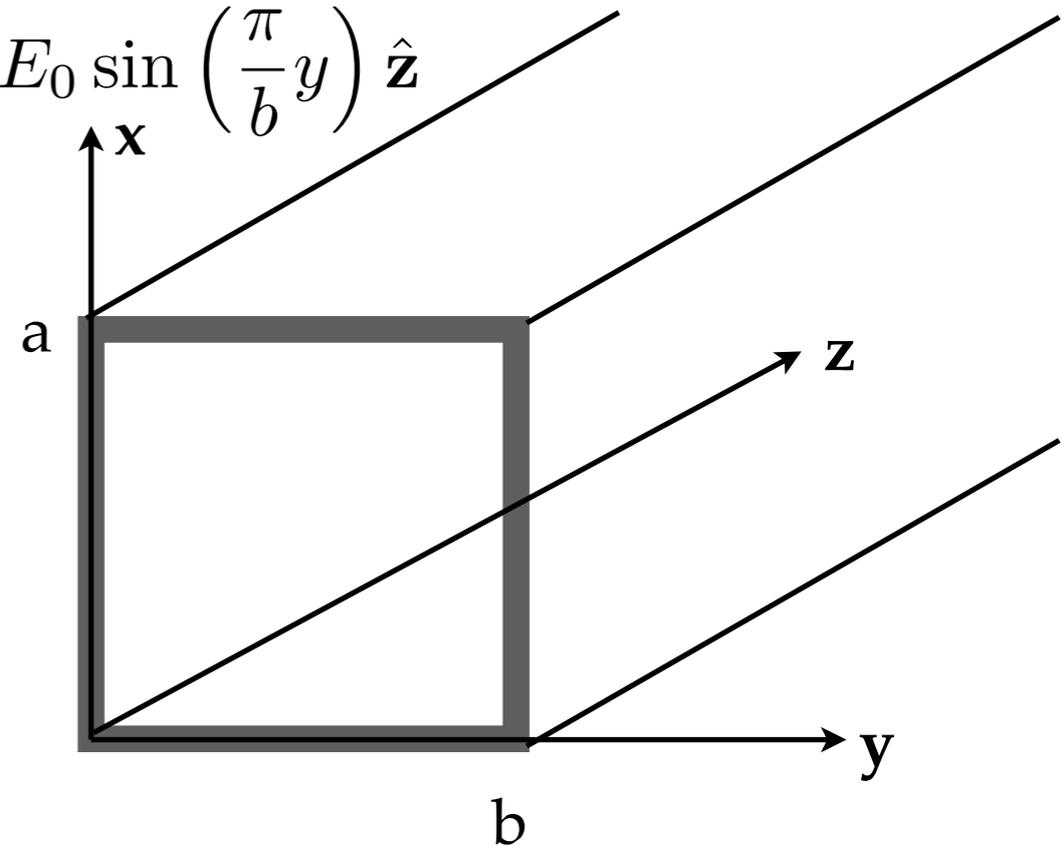
Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^r = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{y}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^b = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{x}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^t = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{x}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$



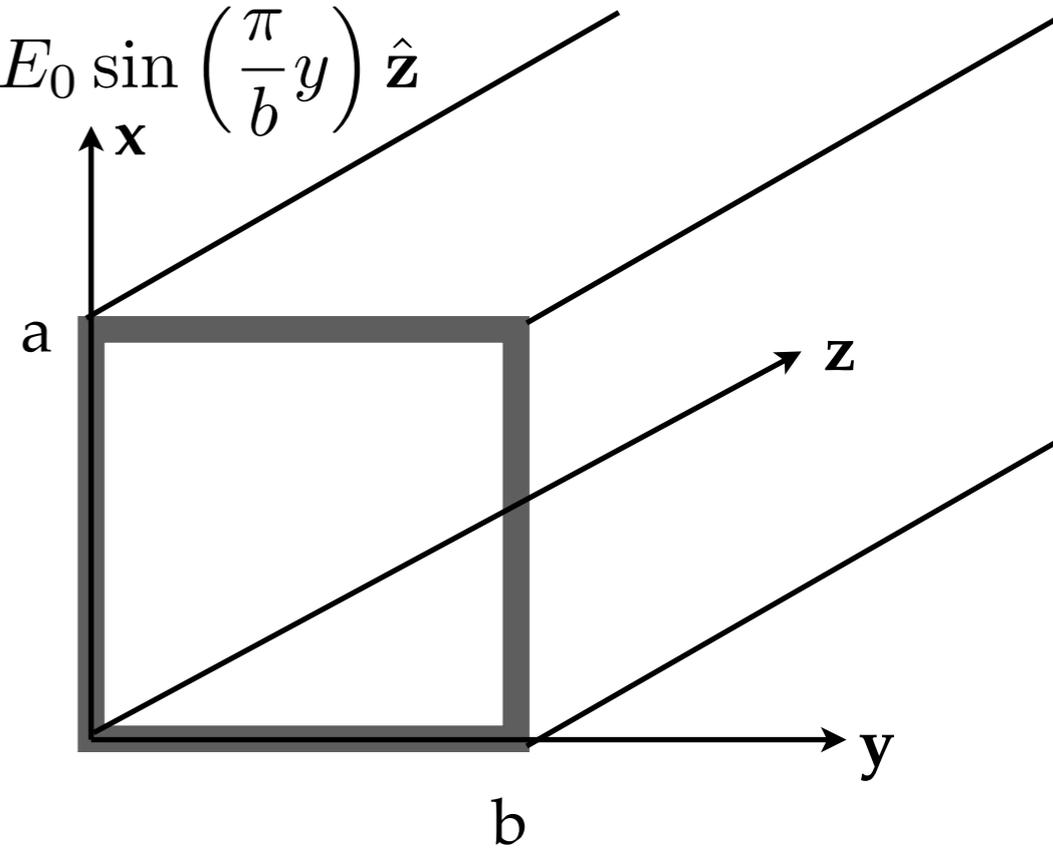
Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^r = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{y}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^b = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{x}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^t = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{x}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$



Então:

$$\frac{dP_{\text{diss}}}{dz} = R_s \left[\int_0^a |\mathbf{K}_f^l|^2 dx + \int_0^b |\mathbf{K}_f^b|^2 dy \right]$$

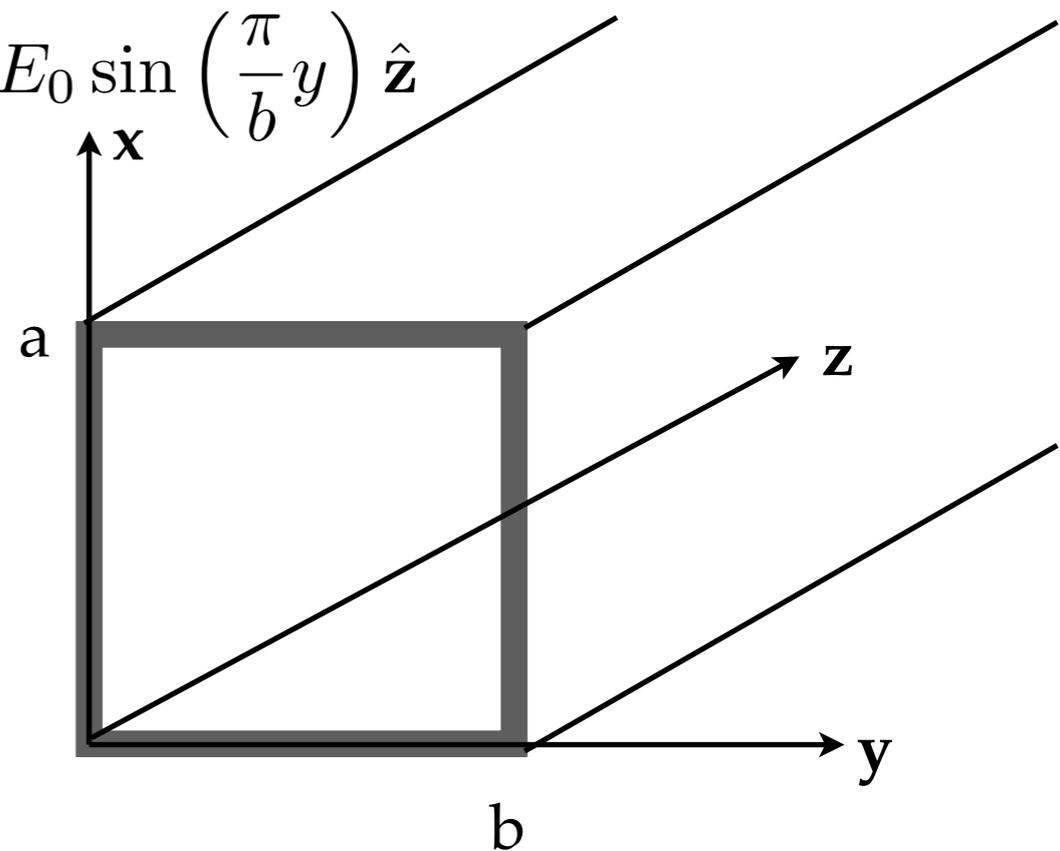
Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^r = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{y}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^b = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{x}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^t = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{x}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$



Então:

$$\frac{dP_{\text{diss}}}{dz} = R_s \left[\int_0^a |\mathbf{K}_f^l|^2 dx + \int_0^b |\mathbf{K}_f^b|^2 dy \right] = R_s \frac{\omega^2 \pi^2}{\mu_0^2 k_c^4 c^4} E_0^2 \left[\frac{1}{b^2} \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx + \frac{1}{a^2} \int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) dy \right]$$

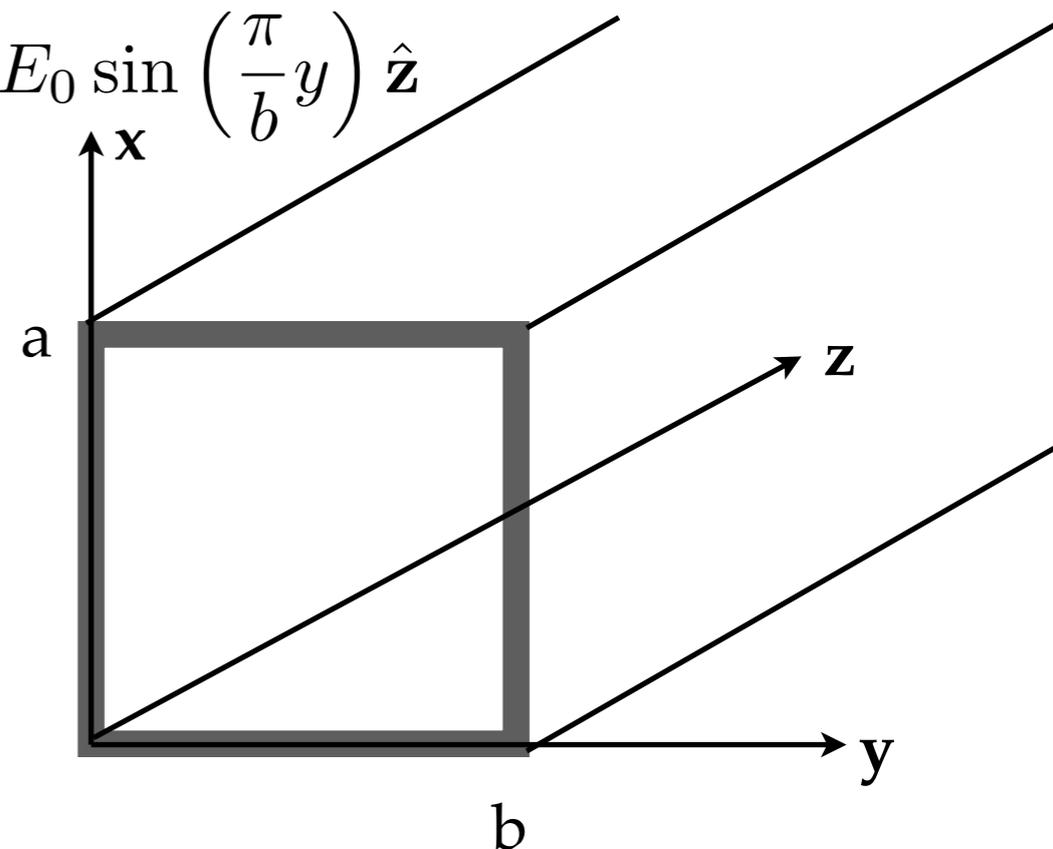
Para o modo TM_{11}

$$\mathbf{K}_f^l = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{y}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^r = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{y}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^b = \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{x}} \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{K}_f^t = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{\mathbf{x}}) \times (B_{0x} \hat{\mathbf{x}} + B_{0y} \hat{\mathbf{y}}) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{k_c^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{\pi}{a} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \hat{\mathbf{z}}$$



Então:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{\text{diss}}}{dz} &= R_s \left[\int_0^a |\mathbf{K}_f^l|^2 dx + \int_0^b |\mathbf{K}_f^b|^2 dy \right] = R_s \frac{\omega^2 \pi^2}{\mu_0^2 k_c^4 c^4} E_0^2 \left[\frac{1}{b^2} \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx + \frac{1}{a^2} \int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) dy \right] \\ &= \frac{R_s}{2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \left(\frac{a}{b}\right)^2 E_0^2 \left(\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_{11}}\right)^2 \end{aligned}$$

É importante lembrar que...

- Tratamos aqui de uma das perdas possíveis num guia: perdas por efeito Joule ou perdas ôhmicas

É importante lembrar que...

- **Tratamos aqui de uma das perdas possíveis num guia: perdas por efeito Joule ou perdas ôhmicas**
- **Entretanto, se o interior do guia for preenchido por um meio dielétrico (ex. cabo coaxial), podem haver também perdas devido a absorção e espalhamento por imperfeições do meio. Essas perdas são chamadas de dielétricas.**

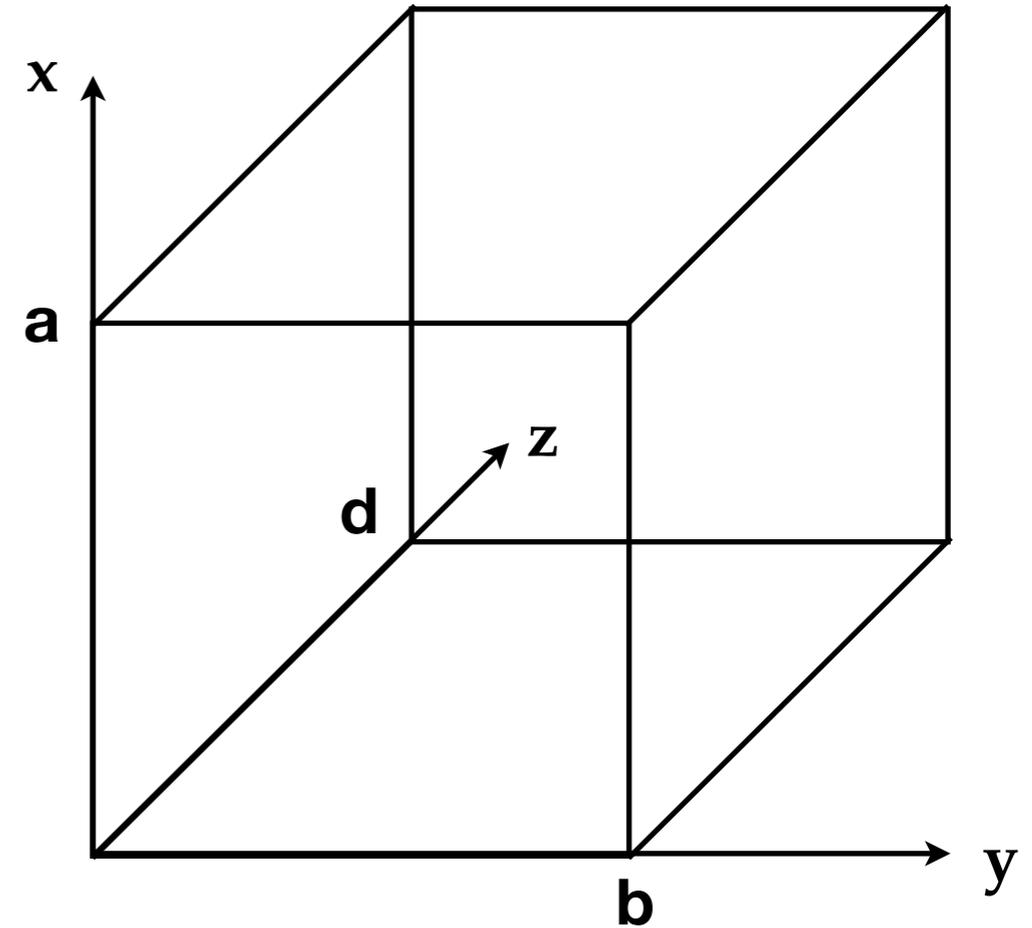
É importante lembrar que...

- **Tratamos aqui de uma das perdas possíveis num guia: perdas por efeito Joule ou perdas ôhmicas**
- **Entretanto, se o interior do guia for preenchido por um meio dielétrico (ex. cabo coaxial), podem haver também perdas devido a absorção e espalhamento por imperfeições do meio. Essas perdas são chamadas de dielétricas.**
- **Outro tipo de atenuação que vimos foi aquela que ocorre quando a frequência da onda está abaixo da mínima frequência de corte do guia.**

Cavidade ressonante

Cavidade ressonante

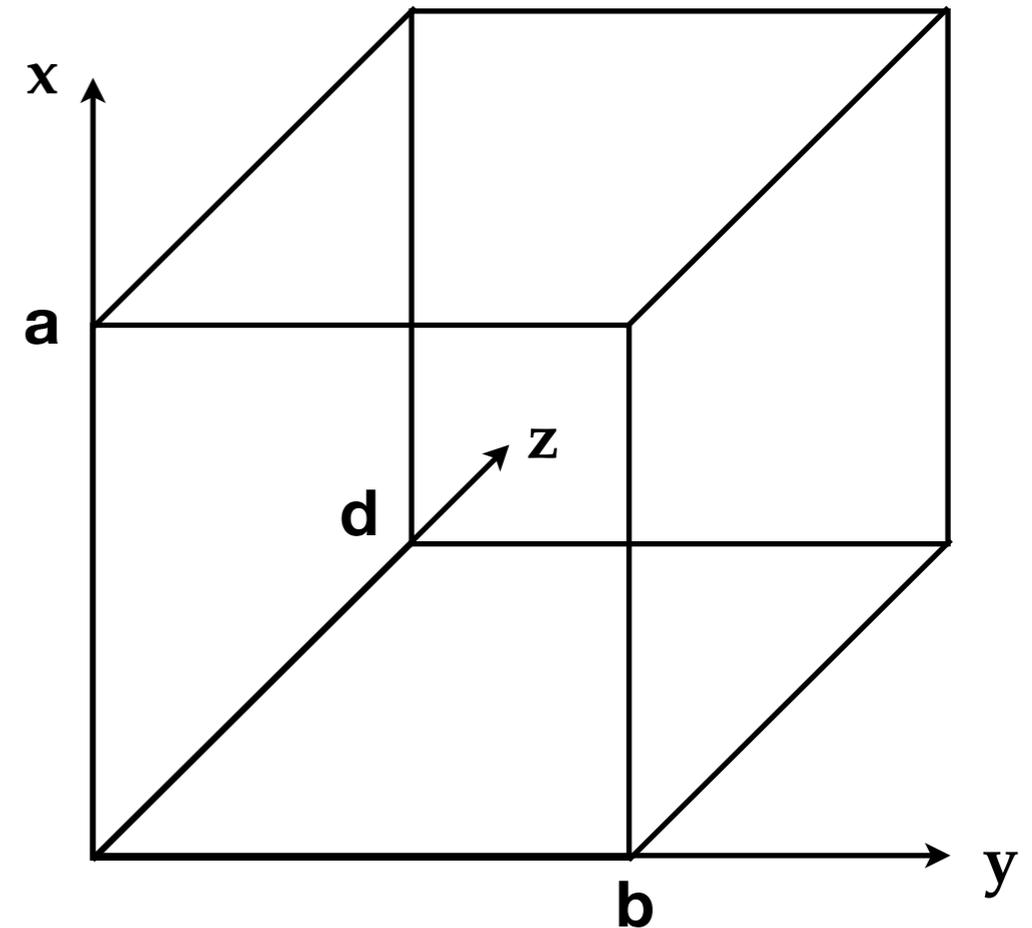
Uma cavidade ressonante pode ser obtida, por exemplo, fechando-se ambas as extremidades de um guia de onda



Cavidade ressonante

Uma cavidade ressonante pode ser obtida, por exemplo, fechando-se ambas as extremidades de um guia de onda

A condição de contorno na direção z agora quantiza o comprimento de onda também nessa direção.

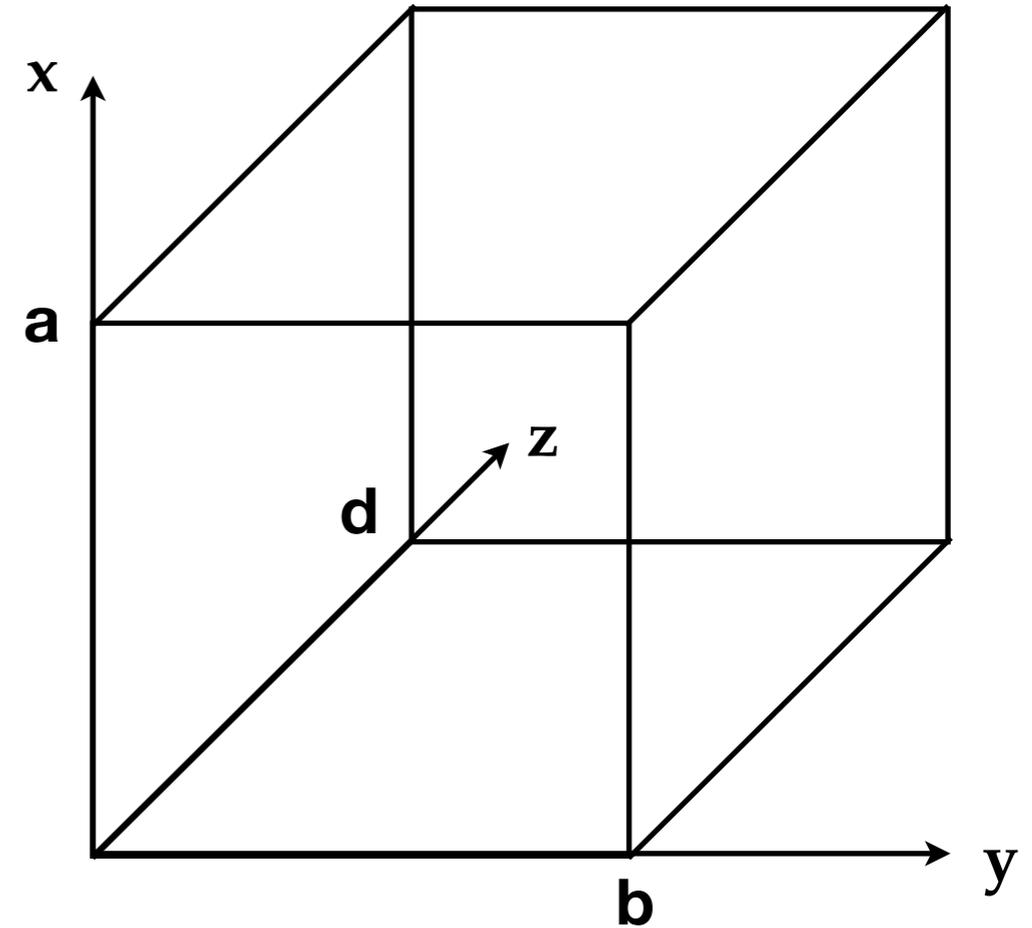


Cavidade ressonante

Uma cavidade ressonante pode ser obtida, por exemplo, fechando-se ambas as extremidades de um guia de onda

A condição de contorno na direção z agora quantiza o comprimento de onda também nessa direção.

Naturalmente, devem aparecer agora 3 índices naturais, associados às condições de contorno a serem satisfeitas nas 3 direções espaciais.

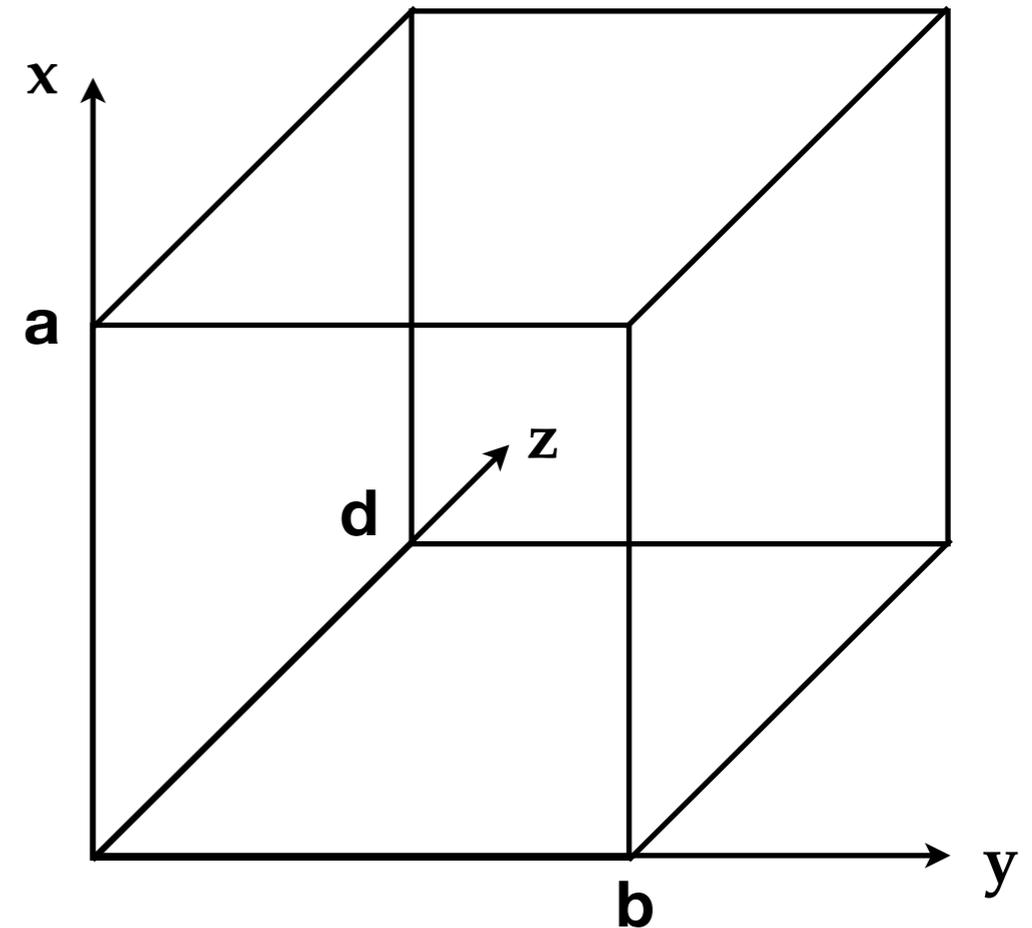


Cavidade ressonante

Uma cavidade ressonante pode ser obtida, por exemplo, fechando-se ambas as extremidades de um guia de onda

A condição de contorno na direção z agora quantiza o comprimento de onda também nessa direção.

Naturalmente, devem aparecer agora 3 índices naturais, associados às condições de contorno a serem satisfeitas nas 3 direções espaciais.



Dessa forma, a própria frequência de oscilação dos campos no interior do guia passa a ser quantizada e seus valores são dados por (Exercício 14 - lista 1b):

$$\omega_{lmn} = c\pi \left[\left(\frac{l}{d} \right)^2 + \left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Cavidade ressonante

Diferente de um guia de onda, em que os modos normais se formam apenas no plano transversal ao eixo do guia, cavidades ressonantes são capazes de aprisionar por completo o campo eletromagnético.

Cavidade ressonante

Diferente de um guia de onda, em que os modos normais se formam apenas no plano transversal ao eixo do guia, cavidades ressonantes são capazes de aprisionar por completo o campo eletromagnético.

Se as paredes da cavidade possuem alta condutividade e energia é bombeada continuamente para dentro da cavidade numa frequência próxima de uma das ressonâncias, intensidades muito elevadas de campos no interior podem ser atingidas.

Cavidade ressonante

Diferente de um guia de onda, em que os modos normais se formam apenas no plano transversal ao eixo do guia, cavidades ressonantes são capazes de aprisionar por completo o campo eletromagnético.

Se as paredes da cavidade possuem alta condutividade e energia é bombeada continuamente para dentro da cavidade numa frequência próxima de uma das ressonâncias, intensidades muito elevadas de campos no interior podem ser atingidas.

Uma medida da qualidade da ressonância, é dada pelo fator de qualidade Q :

$$Q \equiv \omega \frac{\overline{E}}{P_{diss}}$$

Cavidade ressonante

Diferente de um guia de onda, em que os modos normais se formam apenas no plano transversal ao eixo do guia, cavidades ressonantes são capazes de aprisionar por completo o campo eletromagnético.

Se as paredes da cavidade possuem alta condutividade e energia é bombeada continuamente para dentro da cavidade numa frequência próxima de uma das ressonâncias, intensidades muito elevadas de campos no interior podem ser atingidas.

Uma medida da qualidade da ressonância, é dada pelo fator de qualidade Q :

$$Q \equiv \omega \frac{\overline{E}}{P_{diss}} \longleftarrow \text{Energia armazenada por ciclo}$$

Cavidade ressonante

Diferente de um guia de onda, em que os modos normais se formam apenas no plano transversal ao eixo do guia, cavidades ressonantes são capazes de aprisionar por completo o campo eletromagnético.

Se as paredes da cavidade possuem alta condutividade e energia é bombeada continuamente para dentro da cavidade numa frequência próxima de uma das ressonâncias, intensidades muito elevadas de campos no interior podem ser atingidas.

Uma medida da qualidade da ressonância, é dada pelo fator de qualidade Q :

$$Q \equiv \omega \frac{\overline{E}}{P_{diss}}$$

← Energia armazenada por ciclo

← Energia dissipada por ciclo

Cavidade ressonante

Diferente de um guia de onda, em que os modos normais se formam apenas no plano transversal ao eixo do guia, cavidades ressonantes são capazes de aprisionar por completo o campo eletromagnético.

Se as paredes da cavidade possuem alta condutividade e energia é bombeada continuamente para dentro da cavidade numa frequência próxima de uma das ressonâncias, intensidades muito elevadas de campos no interior podem ser atingidas.

Uma medida da qualidade da ressonância, é dada pelo fator de qualidade Q :

$$Q \equiv \omega \frac{\overline{E}}{P_{diss}}$$

← Energia armazenada por ciclo
← Energia dissipada por ciclo

Para o modo TE_{10n} de uma cavidade em forma de caixa (Exercício 14 - lista 1b):

$$Q = \frac{\mu_0 \omega}{2R_s} \frac{\left[\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 \right] abd}{\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 (2b + a)d + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 (2b + d)a}$$

$$Q = \frac{\mu_0 \omega}{2R_s} \frac{\left[\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 \right] abd}{\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 (2b + a)d + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 (2b + d)a}$$

Inversamente proporcional à resistividade superficial

$$Q = \frac{\mu_0 \omega}{2R_s} \frac{\left[\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 \right] abd}{\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 (2b + a)d + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 (2b + d)a}$$



Inversamente proporcional à resistividade superficial

Para bons condutores: $R_s \simeq \left(\frac{\omega \mu_0}{2\sigma} \right)^{1/2}$

$$Q = \frac{\mu_0 \omega}{2R_s} \frac{\left[\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 \right] abd}{\left(\frac{l\pi}{a} \right)^2 (2b + a)d + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2 (2b + d)a}$$

Inversamente proporcional à resistividade superficial

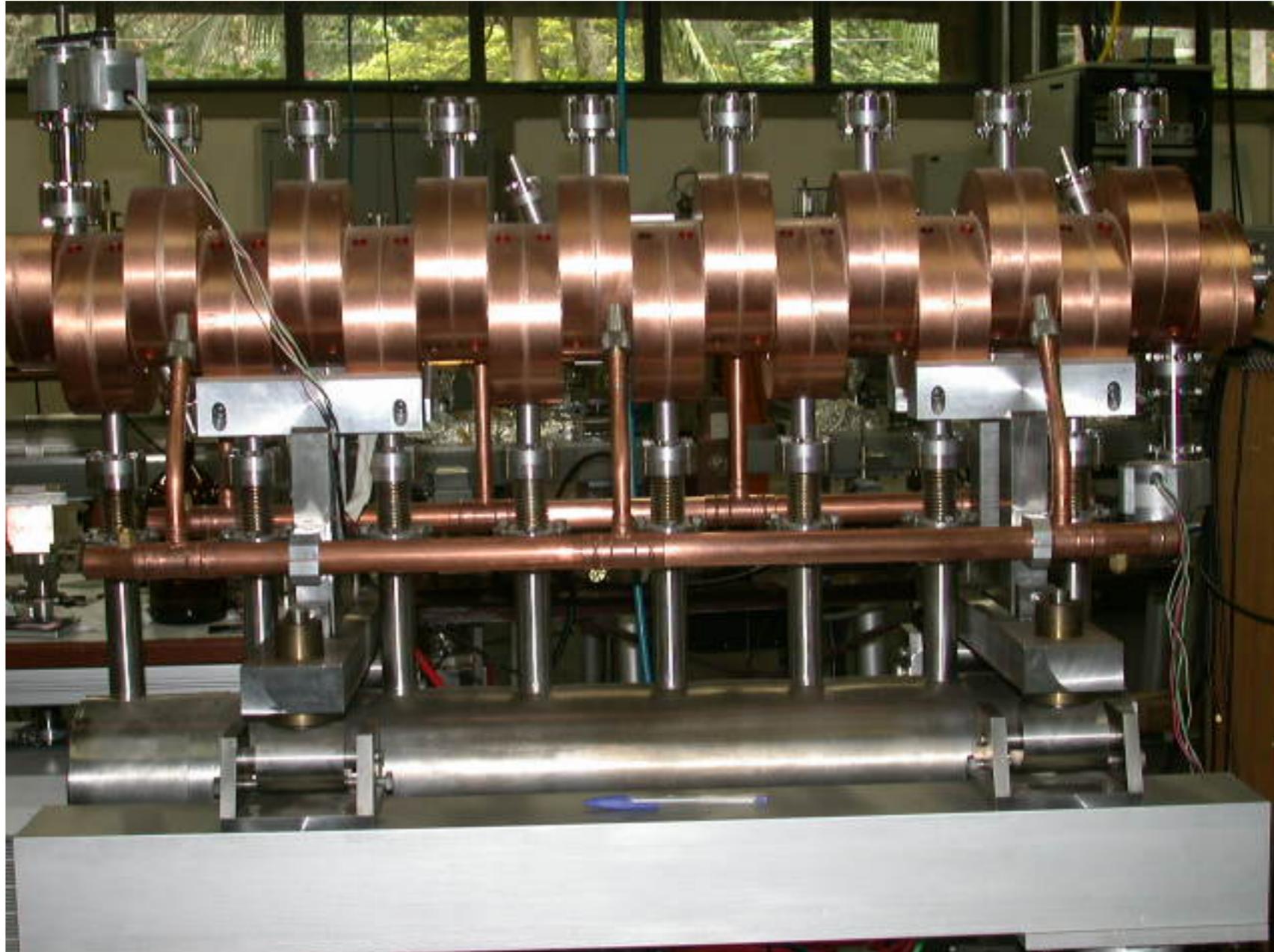
Para bons condutores: $R_s \simeq \left(\frac{\omega \mu_0}{2\sigma} \right)^{1/2}$

Aplicação: aceleradores de partículas



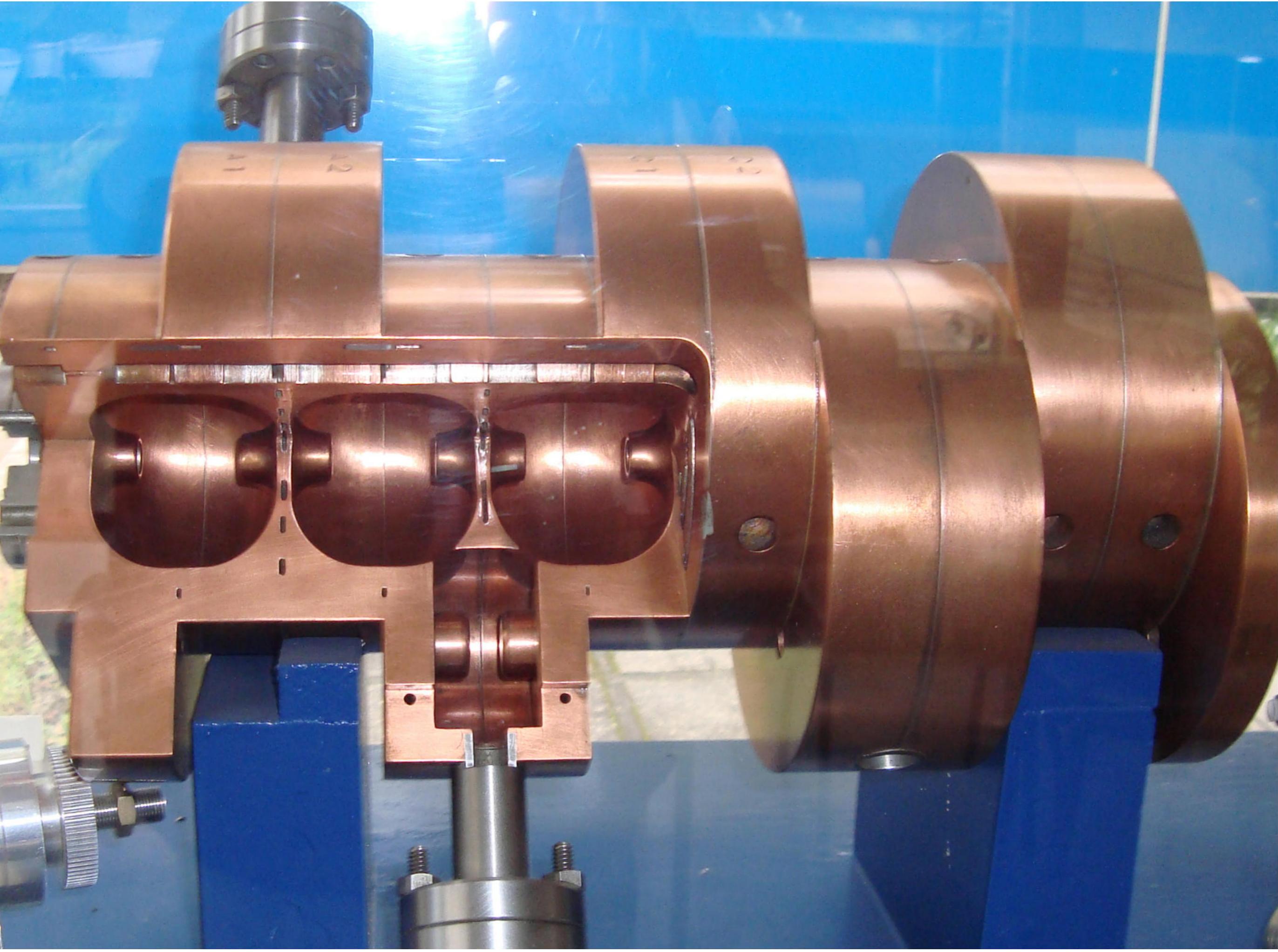
LAL (Laboratório do Acelerador Linear) - FEP - IFUSP

Cavidades ressonantes do acelerador de elétrons



Energia máxima: 5 MeV

Banda de operação: microondas



Cavidades ressonante supercondutoras

Materiais supercondutores possuem uma resistividade essencialmente nula

Cavidades ressonante supercondutoras

Materiais supercondutores possuem uma resistividade essencialmente nula

A utilização desses materiais em cavidades ressonantes permite a obtenção de fatores Q extremamente elevados

Cavidades ressonante supercondutoras

Materiais supercondutores possuem uma resistividade essencialmente nula

A utilização desses materiais em cavidades ressonantes permite a obtenção de fatores Q extremamente elevados

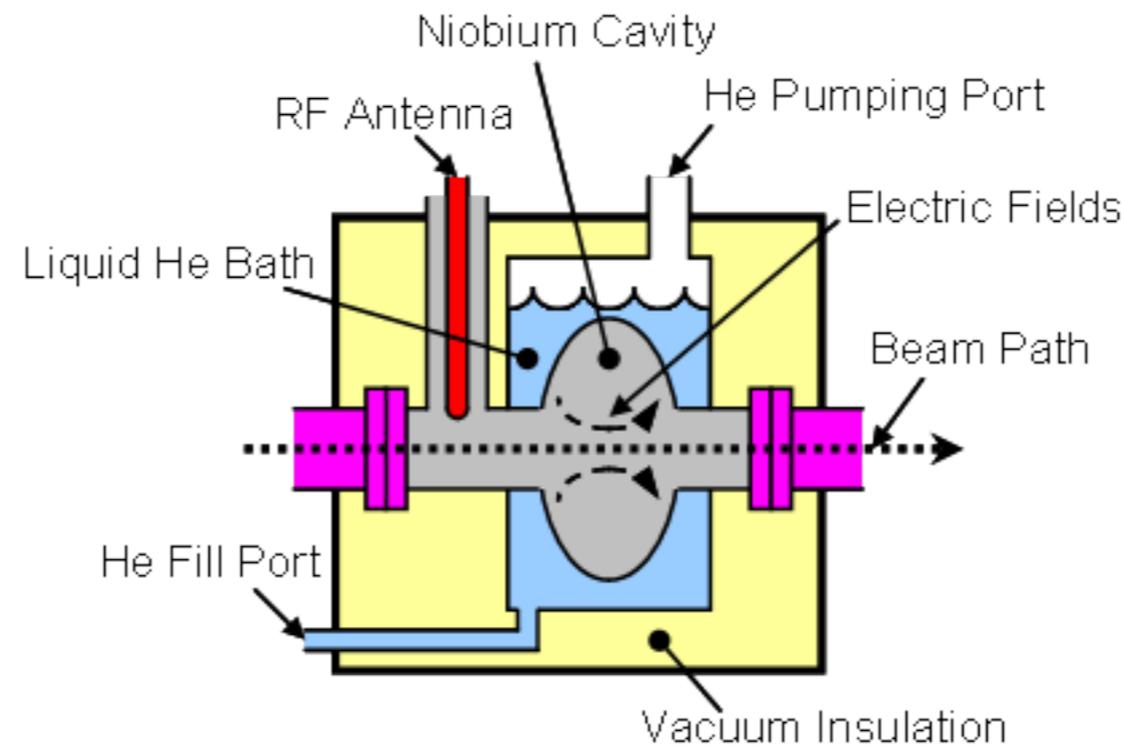
Cavidade ressonantes supercondutoras representaram uma revolução na área de aceleradores de partículas

Cavidades ressonante supercondutoras

Materiais supercondutores possuem uma resistividade essencialmente nula

A utilização desses materiais em cavidades ressonantes permite a obtenção de fatores Q extremamente elevados

Cavidade ressonantes supercondutoras representaram uma revolução na área de aceleradores de partículas



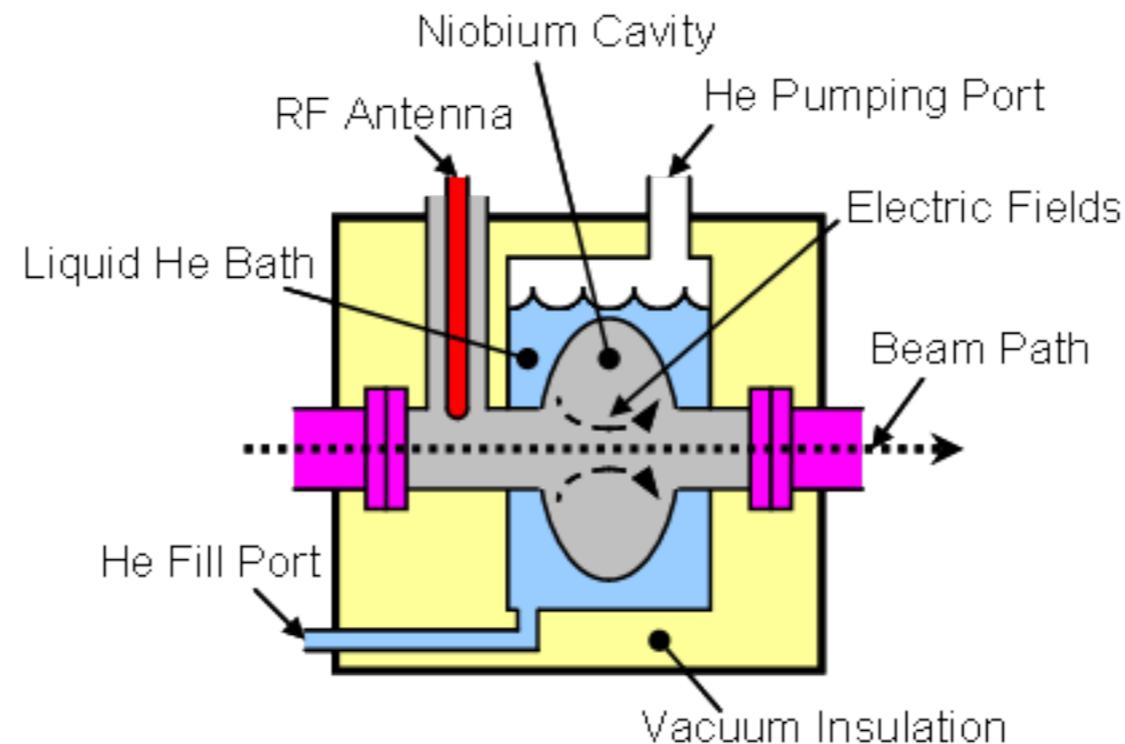
$$T_c(\text{Nb}) = 9.3 \text{ K}$$

Cavidades ressonante supercondutoras

Materiais supercondutores possuem uma resistividade essencialmente nula

A utilização desses materiais em cavidades ressonantes permite a obtenção de fatores Q extremamente elevados

Cavidade ressonantes supercondutoras representaram uma revolução na área de aceleradores de partículas



$$T_c(\text{Nb}) = 9.3 \text{ K}$$

$$Q(1.3 \text{ GHz}) \simeq 5 \times 10^{10} \quad (\text{nióbio})$$

Protótipo de cavidade ressonante de nióbio para o ILC (International Linear Collider)

