Física 1 (4310145) - Aula 19/03/2020

Informações

- Cronograma antigo
  - Prova 1 (P_1): 02/04/2020
  - Prova 2 (P_2): 28/05/2020
  - Prova 3 (P_3): 30/06/2020
  - Substitutiva (Sub): 02/07/2020
  - Recuperação (Rec): 14/07/2020

jader.pereira.santos@gmail.com (963653978)
felipefreitas@usp.br

Informações

- Cronograma antigo
  - Prova 1 (P_1): 02/04/2020
  - Prova 2 (P_2): 21/05/2020
  - Prova 3 (P_3): 30/06/2020
  - Substitutiva (Sub): 02/07/2020
  - Recuperação (Rec): 14/07/2020

SUSPENSO

jader.pereira.santos@gmail.com (963653978)
felipefreitas@usp.br

Informações

- Cronograma antigo
  - Prova 1 (P_1): 02/04/2020
  - Prova 2 (P_2): 21/05/2020
  - Prova 3 (P_3): 30/06/2020
  - Substitutiva (Sub): 02/07/2020
  - Recuperação (Rec): 14/07/2020

SUSPENSO

- Cronograma novo
  - Sendo organizado!

jader.pereira.santos@gmail.com (963653978)
felipefreitas@usp.br

Sumário

1. Movimento em duas e três dimensões
   - Posição e deslocamento
   - Velocidade média e Velocidade instantânea
   - Aceleração média e Aceleração instantânea

Sumário

1. Movimento em duas e três dimensões
   - Posição e deslocamento
   - Velocidade média e Velocidade instantânea
   - Aceleração média e Aceleração instantânea

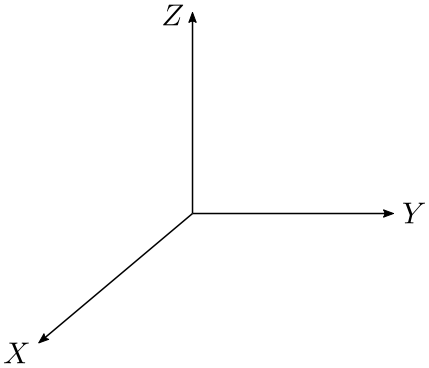
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



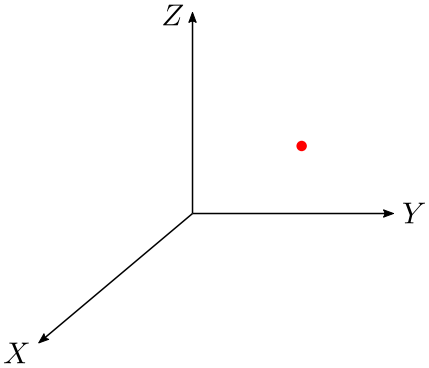
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



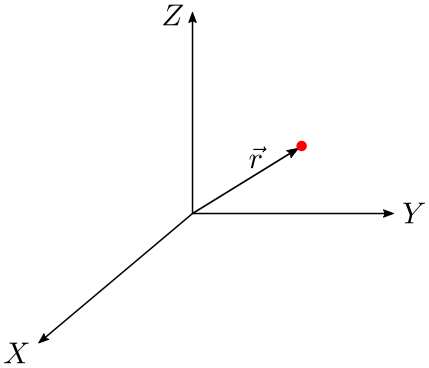
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



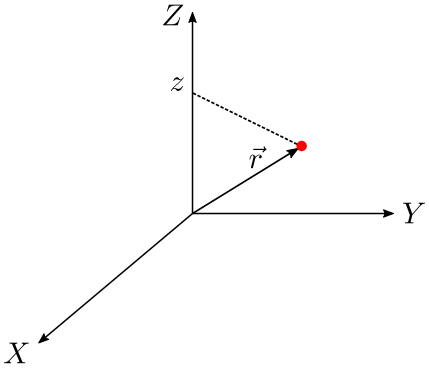
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



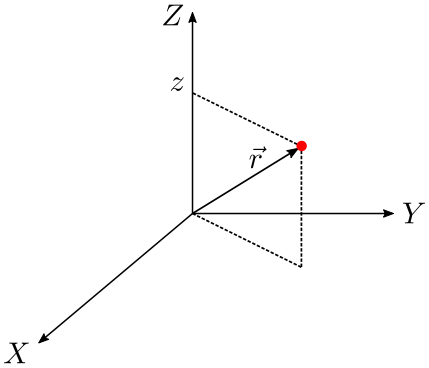
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



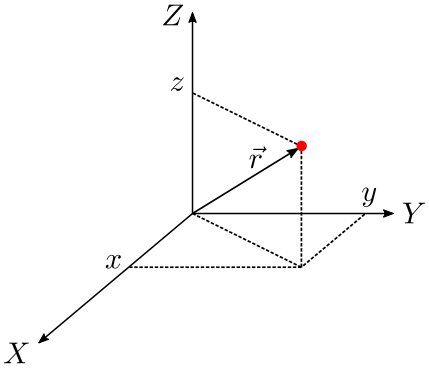
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



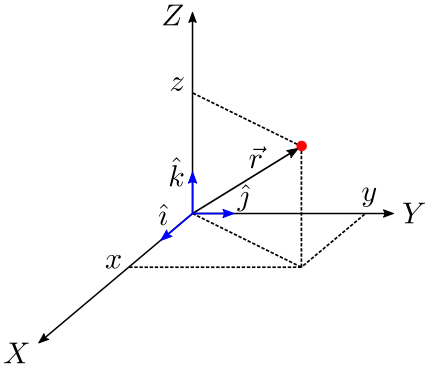
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



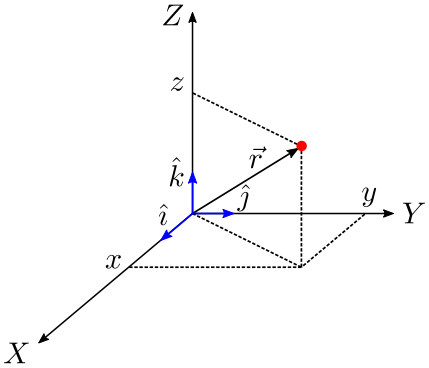
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



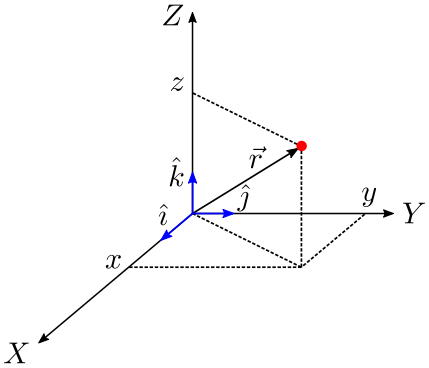
Posição e deslocamento
Posição

- A localização de uma partícula pode ser especificada por um vetor posição $\vec{r}$
- Na notação dos vetores unitários

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

- Exemplo

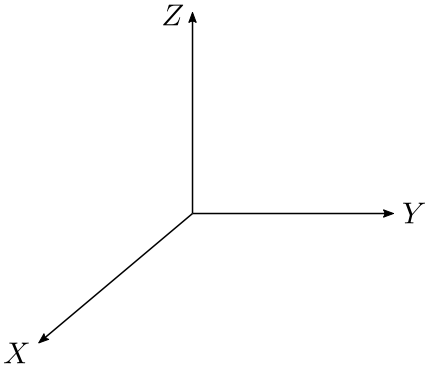
$$\vec{r} = (2\text{m})\hat{\imath} + (-5\text{m})\hat{\jmath} + (1\text{m})\hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

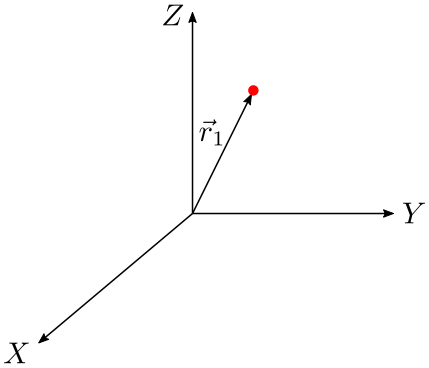
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

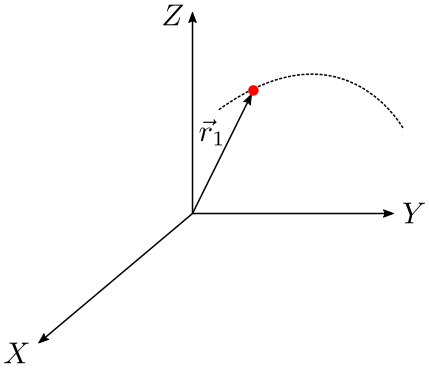
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \text{(1)}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

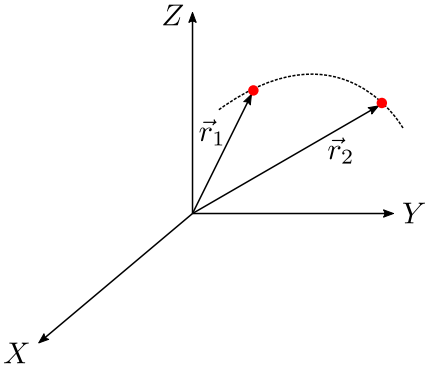
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

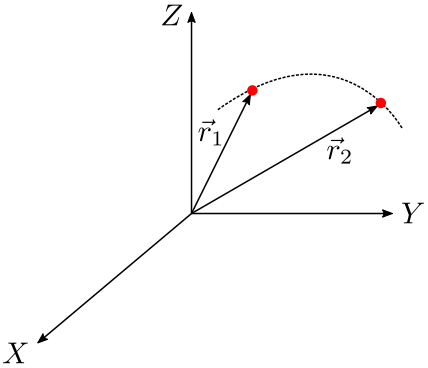
- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + (-\vec{r}_1)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\imath} + y_2\hat{\jmath} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{\imath} + y_1\hat{\jmath} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\ \hat{\imath} + \Delta y\ \hat{\jmath} + \Delta z\ \hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

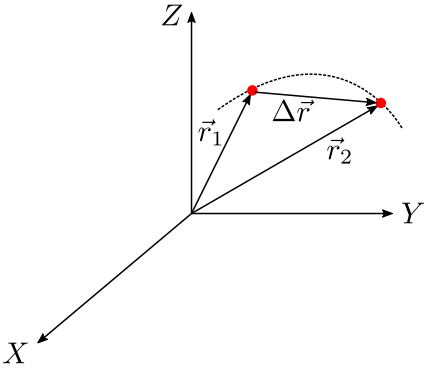
- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + (-\vec{r}_1)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\imath} + y_2\hat{\jmath} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{\imath} + y_1\hat{\jmath} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\ \hat{\imath} + \Delta y\ \hat{\jmath} + \Delta z\ \hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

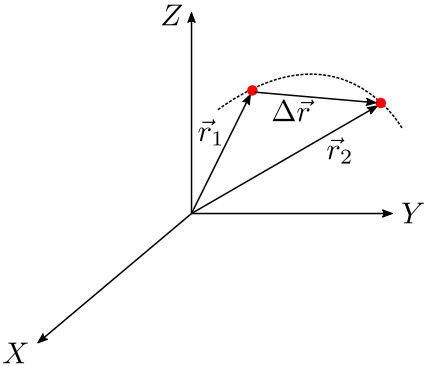
- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + (-\vec{r}_1)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\imath} + y_2\hat{\jmath} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{\imath} + y_1\hat{\jmath} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\ \hat{\imath} + \Delta y\ \hat{\jmath} + \Delta z\ \hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

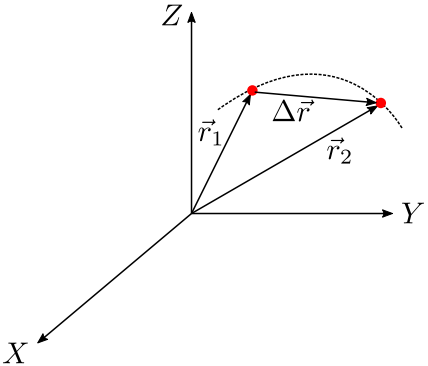
- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + (-\vec{r}_1)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\imath} + y_2\hat{\jmath} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{\imath} + y_1\hat{\jmath} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\ \hat{\imath} + \Delta y\ \hat{\jmath} + \Delta z\ \hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

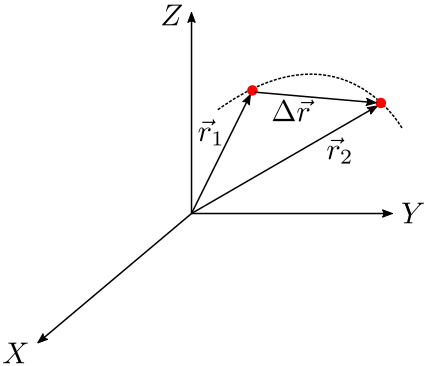
- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + (-\vec{r}_1)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\imath} + y_2\hat{\jmath} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{\imath} + y_1\hat{\jmath} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\ \hat{\imath} + \Delta y\ \hat{\jmath} + \Delta z\ \hat{k}$$



Posição e deslocamento
Deslocamento

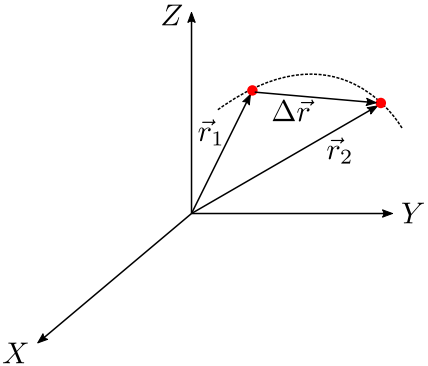
- No tempo $t = t_1$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$
- No tempo $t = t_2$ a posição da partícula é dada por $\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$
- Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ o deslocamento da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_2 + (-\vec{r}_1)$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\imath} + y_2\hat{\jmath} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{\imath} + y_1\hat{\jmath} + z_1\hat{k})$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\ \hat{\imath} + \Delta y\ \hat{\jmath} + \Delta z\ \hat{k}$$



Posição e deslocamento
Exemplo

- Uma partícula se movimenta segundo as equações

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28 \qquad\qquad y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- No instante $t = 15$s , qual é o vetor posição $\vec{r}$ da partícula na notação dos vetores unitários e na notação módulo-ângulo?

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$$

$$(\ x(t) \ \text{ e } \ y(t)\ ) \qquad \Longleftrightarrow \qquad (\ \theta(t) \ \text{ e } \ |\vec{r}(t)|\ )$$

- Em $t = 15$s, temos: $x(15) = 66\text{m}$ e $y(15) = -57\text{m}$

$$\boxed{\vec{r} = (66\text{m})\hat{\imath} + (-57\text{m})\hat{\jmath}}$$

Posição e deslocamento
Exemplo

- Uma partícula se movimenta segundo as equações

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28 \qquad\qquad y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- No instante $t = 15$s , qual é o vetor posição $\vec{r}$ da partícula na notação dos vetores unitários e na notação módulo-ângulo?

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$$

$$(\ x(t) \ \text{ e } \ y(t)\ ) \qquad \Longleftrightarrow \qquad (\ \theta(t) \ \text{ e } \ |\vec{r}(t)|\ )$$

- Em $t = 15$s, temos: $x(15) = 66$m e $y(15) = -57$m

$$\boxed{\vec{r} = (66\text{m})\hat{\imath} + (-57\text{m})\hat{\jmath}}$$

Posição e deslocamento
Exemplo

- Uma partícula se movimenta segundo as equações

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28 \qquad\qquad y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- No instante $t = 15$s , qual é o vetor posição $\vec{r}$ da partícula na notação dos vetores unitários e na notação módulo-ângulo?

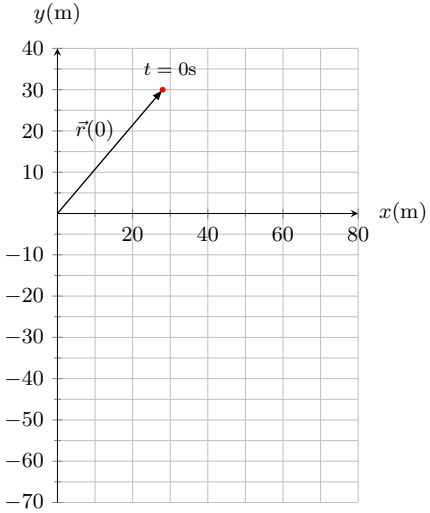
$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$$

$$(\ x(t) \ \text{ e } \ y(t)\ ) \qquad \Longleftrightarrow \qquad (\ \theta(t) \ \text{ e } \ |\vec{r}(t)|\ )$$

- Em $t = 15$s, temos: $x(15) = 66$m e $y(15) = -57$m

$$\boxed{\vec{r} = (66\text{m})\hat{\imath} + (-57\text{m})\hat{\jmath}}$$

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

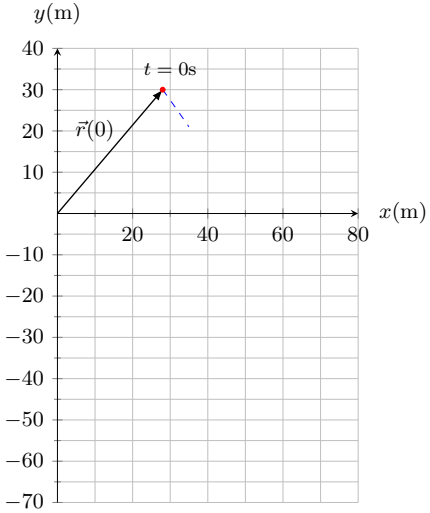
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

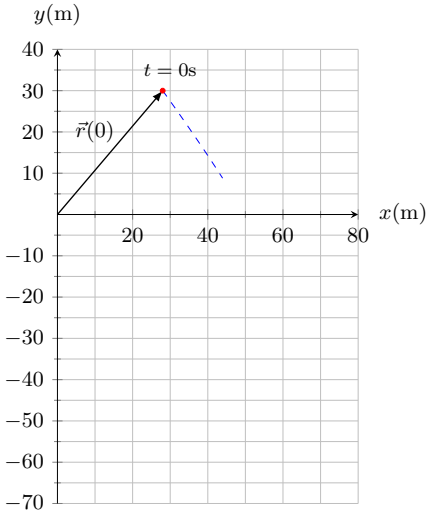
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

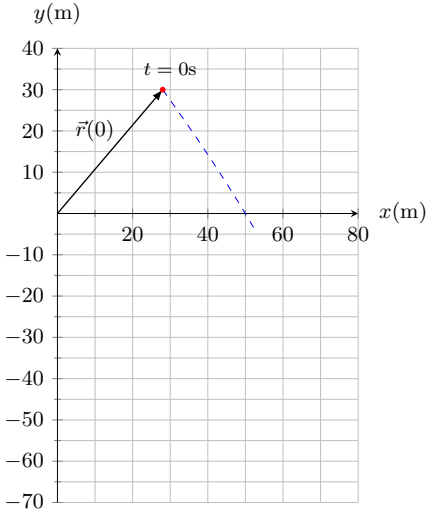
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

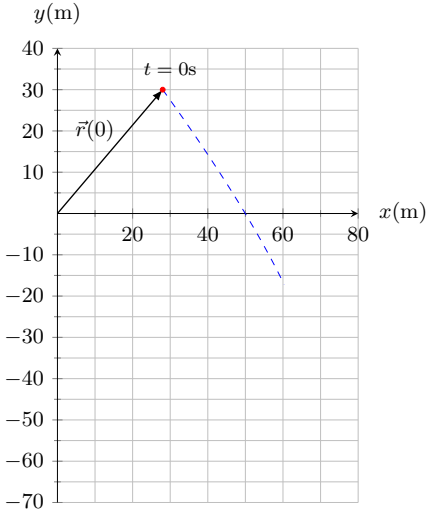
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

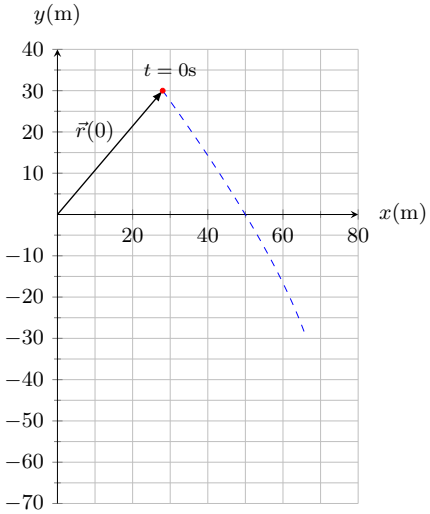
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

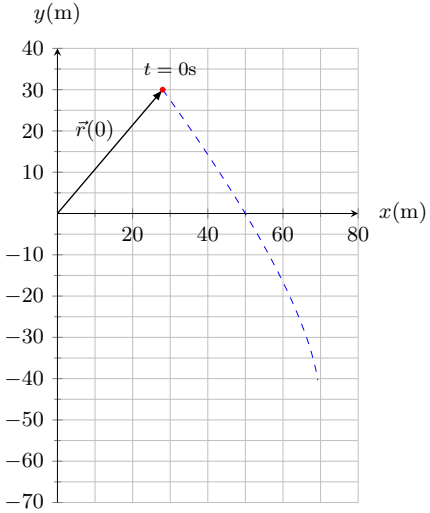
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

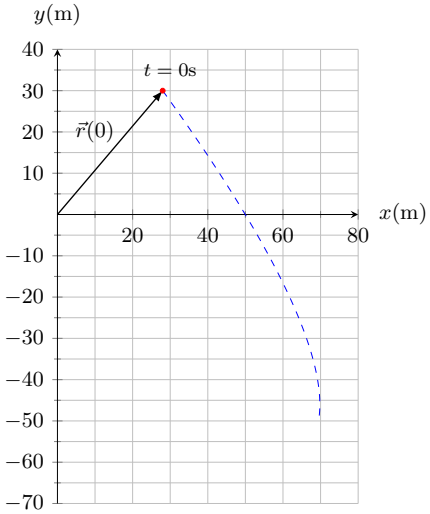
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

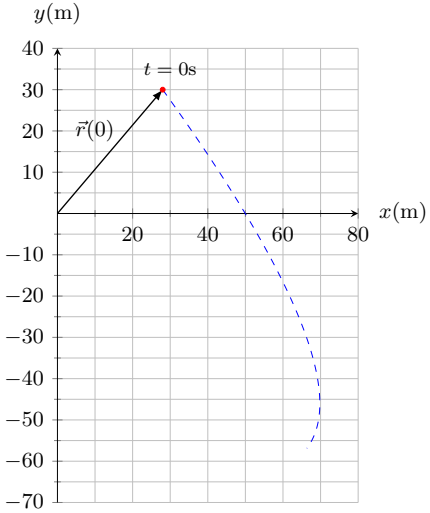
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

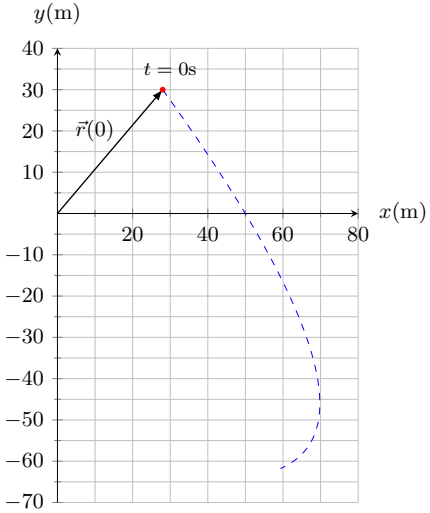
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

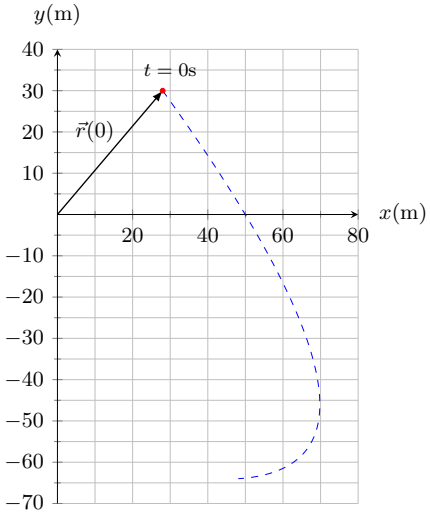
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

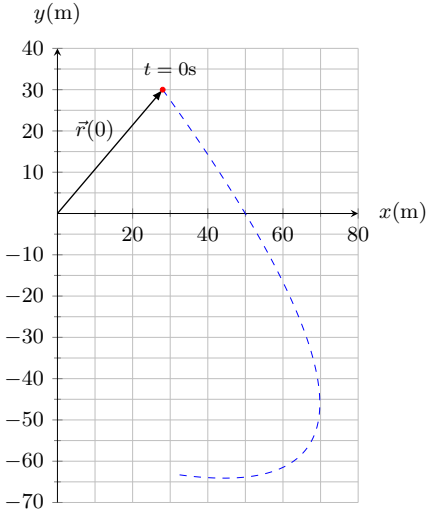
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

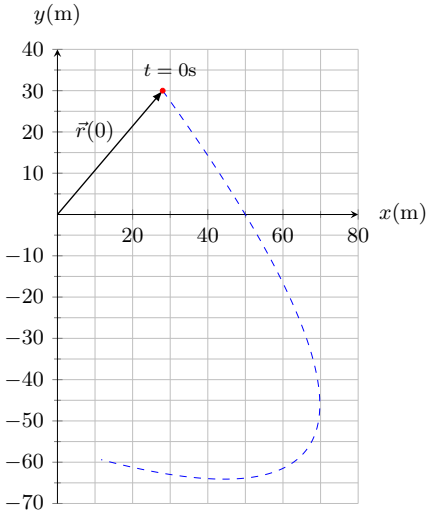
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

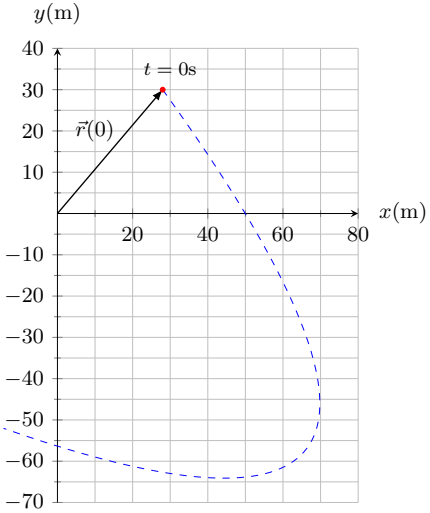
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

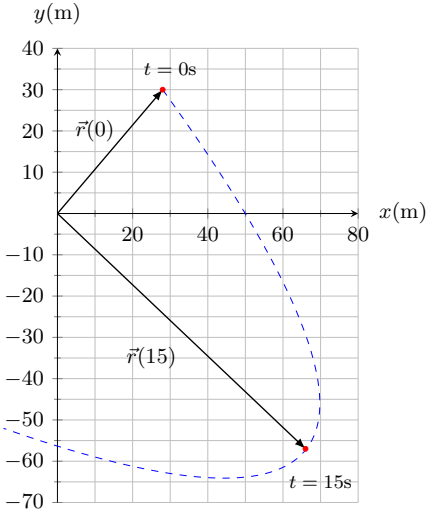
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

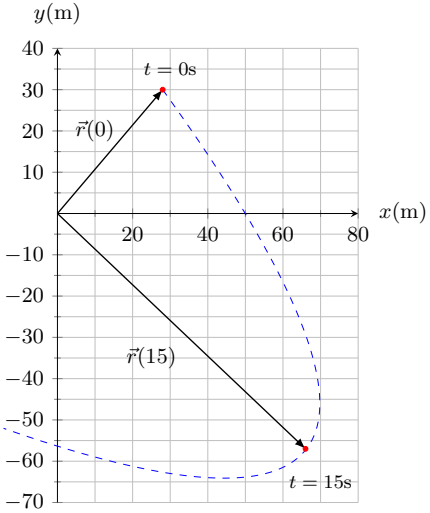
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

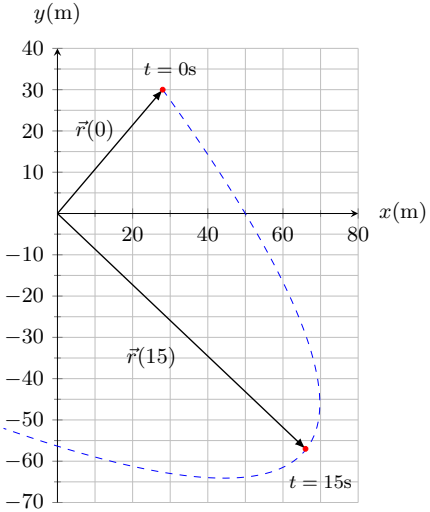
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

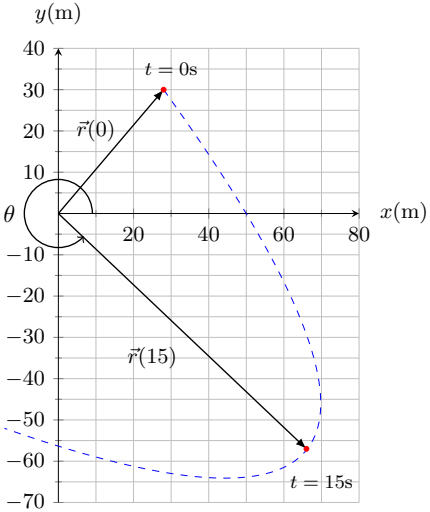
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

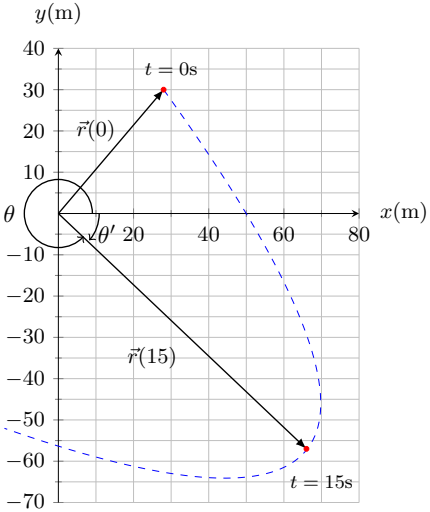
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

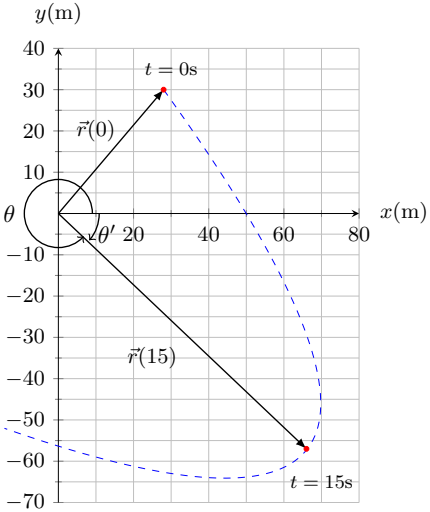
$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Posição e deslocamento
Exemplo



- O módulo $|\vec{r}|$ é dado por

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66\text{m})^2 + (-57\text{m})^2} = 87\text{m}$$

- e o ângulo de $\vec{r}$ é dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)\\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{m}}{66\text{m}}\right)\\ &= -41^\circ\end{aligned}$$

- Portanto $\theta = -41^\circ$ ou $\theta = 319^\circ$ indicam a mesma orientação.

Sumário

1. Movimento em duas e três dimensões
   - Posição e deslocamento
   - Velocidade média e Velocidade instantânea
   - Aceleração média e Aceleração instantânea

Vetores velocidade
Velocidade média

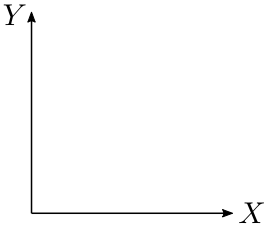
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t}\right)$$



Vetores velocidade
Velocidade média

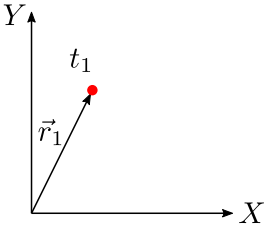
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$



Vetores velocidade
Velocidade média

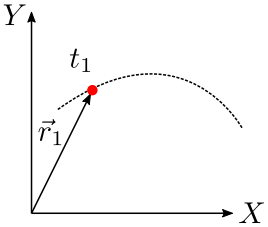
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$



Vetores velocidade
Velocidade média

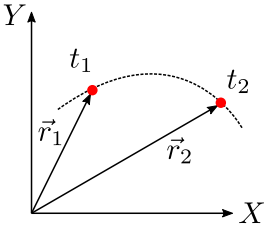
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$



Vetores velocidade
Velocidade média

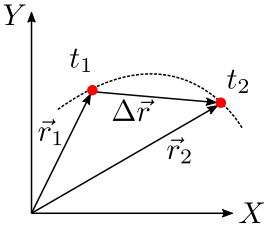
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$



Vetores velocidade
Velocidade média

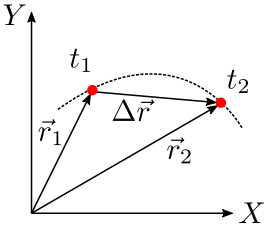
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t}\right)$$



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

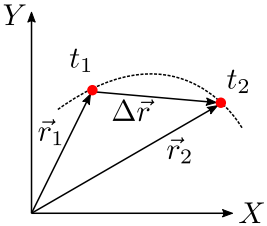
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

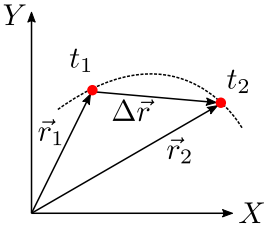
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)\hat{k}$$



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Vetores velocidade
Velocidade média

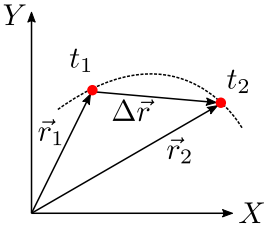
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)\hat{k}$$



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Vetores velocidade
Velocidade média

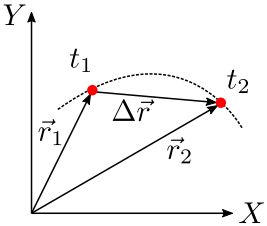
- O vetor velocidade média é definido como

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes†

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)\hat{\imath} + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)\hat{\jmath} + \left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)\hat{k}$$



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

† $\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{\imath} + \Delta y\hat{\jmath} + \Delta z\hat{k}$

Vetores velocidade
Velocidade instantânea

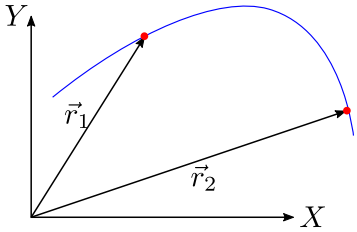
- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero

Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero

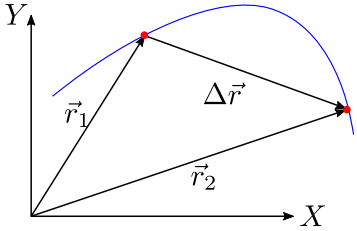
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



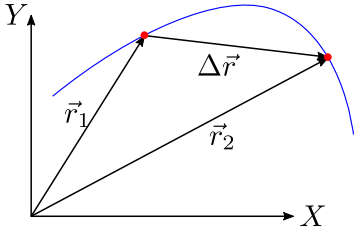
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



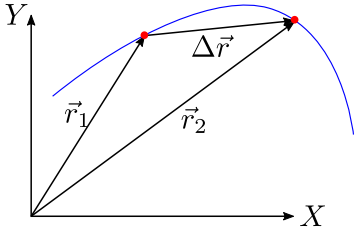
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



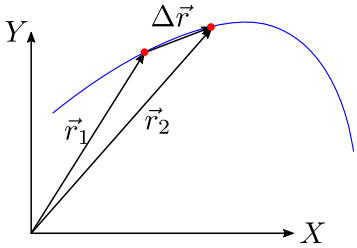
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



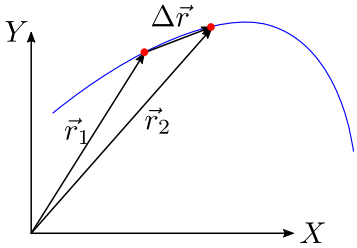
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



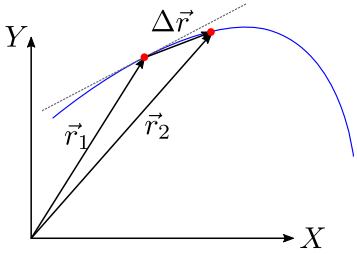
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



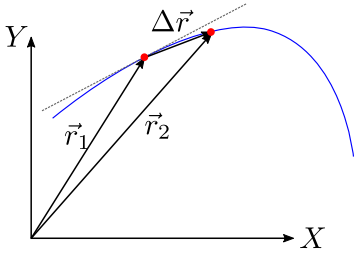
Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Se consideramos intervalos de tempo cada vez menores, a magnitude do deslocamento se aproxima da distância ao longo da curva
- O ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente à curva no início do intervalo se aproxima de zero



Vetor velocidade instantânea

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Em termos das componentes

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x \hat{\imath} + \Delta y \hat{\jmath} + \Delta z \hat{k}}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \hat{\imath} + \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right) \hat{\jmath} + \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta z}{\Delta t} \right) \hat{k}$$

$$= \frac{dx}{dt} \hat{\imath} + \frac{dy}{dt} \hat{\jmath} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$$

$$= v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath} + v_z \hat{k}$$

- Sendo que

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Vetores velocidade
Velocidade instantânea

- Em termos das componentes

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x \hat{\imath} + \Delta y \hat{\jmath} + \Delta z \hat{k}}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \hat{\imath} + \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t} \right) \hat{\jmath} + \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta z}{\Delta t} \right) \hat{k}$$

$$= \frac{dx}{dt} \hat{\imath} + \frac{dy}{dt} \hat{\jmath} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$$

$$= v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath} + v_z \hat{k}$$

- Sendo que

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Vetores velocidade
Teste

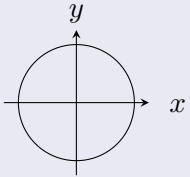
A figura mostra uma trajetória circular descrita por uma partícula. Se a velocidade da partícula em um dado instante é

$$\vec{v} = (2\text{m/s})\hat{\imath} - (2\text{m/s})\hat{\jmath},$$

em qual dos quadrantes a partícula está se movendo nesse instante se o movimento é

1. no sentido horário?
2. no sentido anti-horário?

Desenhe $\vec{v}$ na figura para os dois casos.

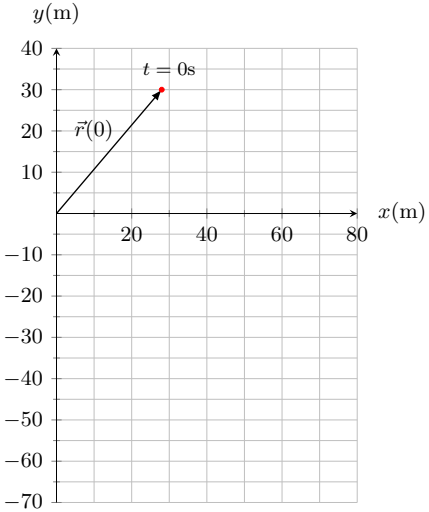


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

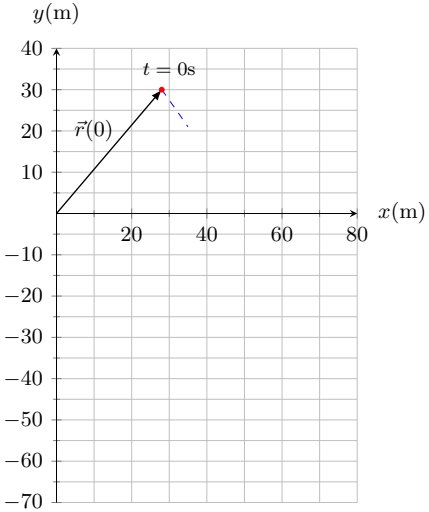


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

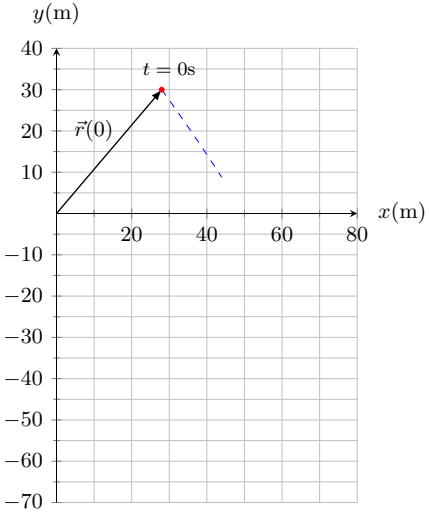


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

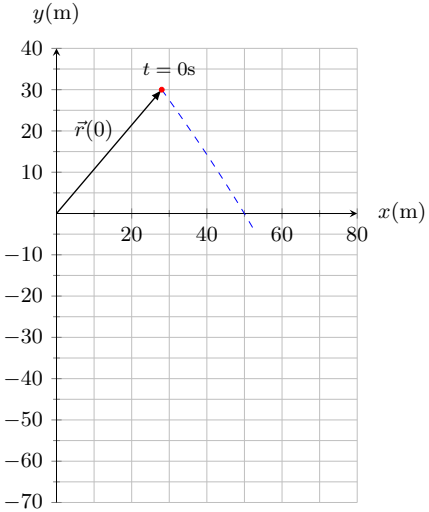


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

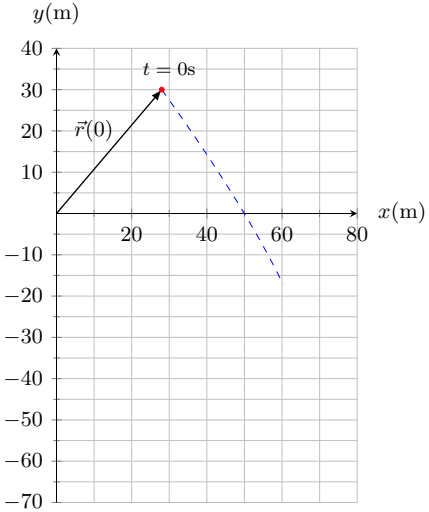


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

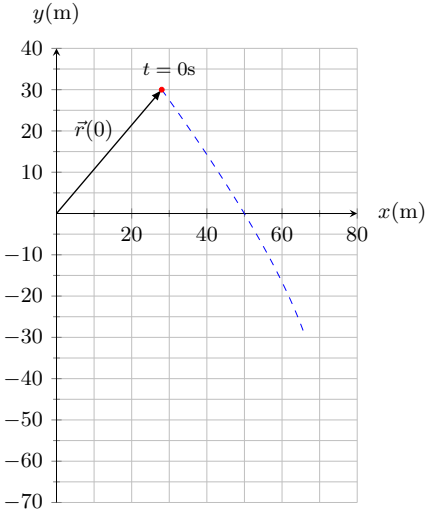


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

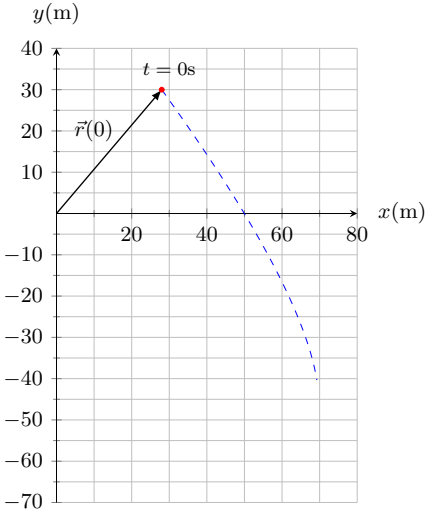


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

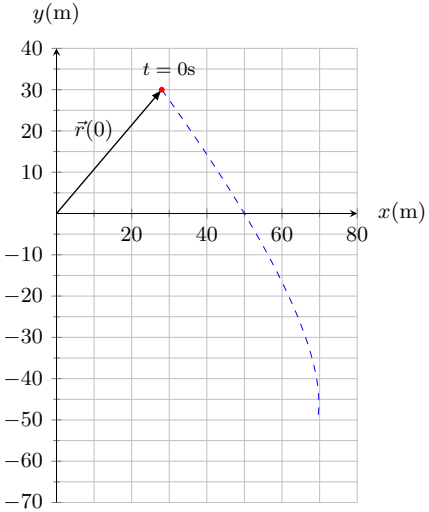


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

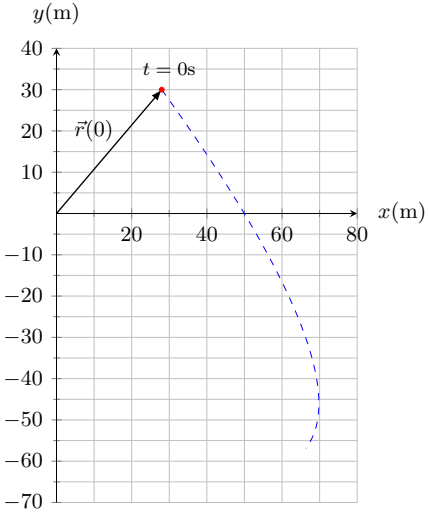


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

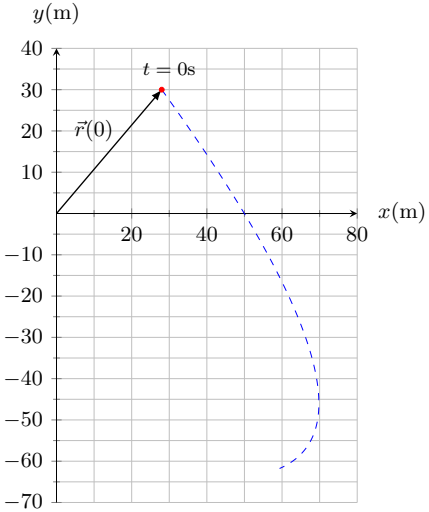


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

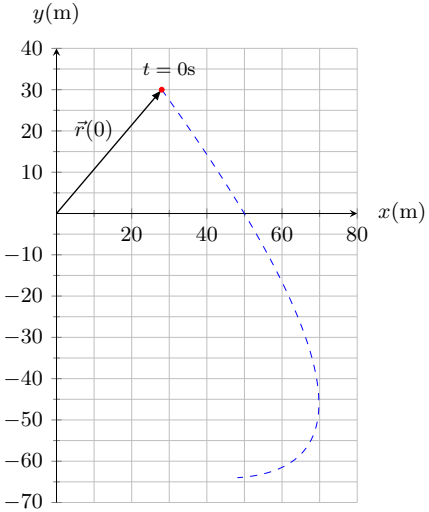


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

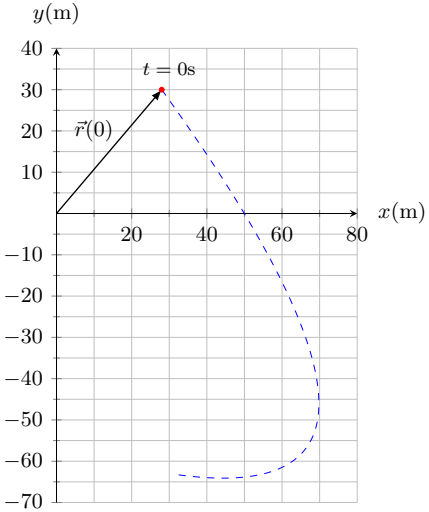


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

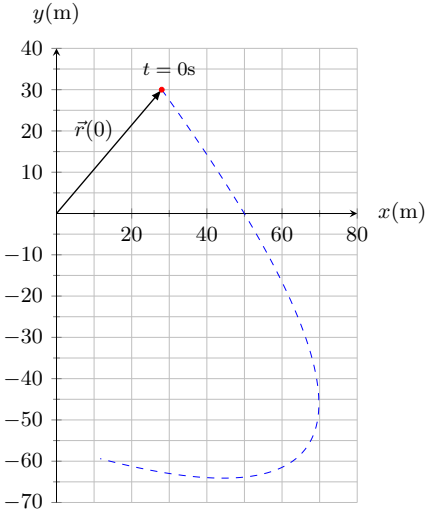


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

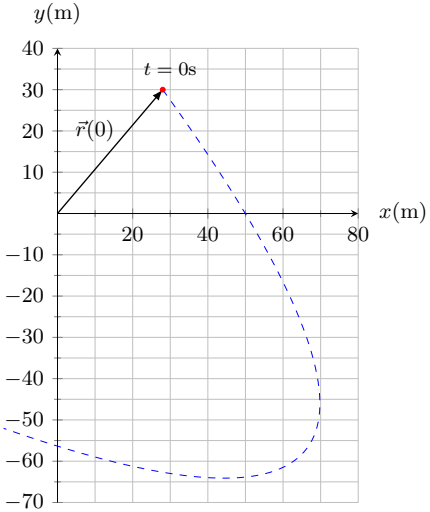


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

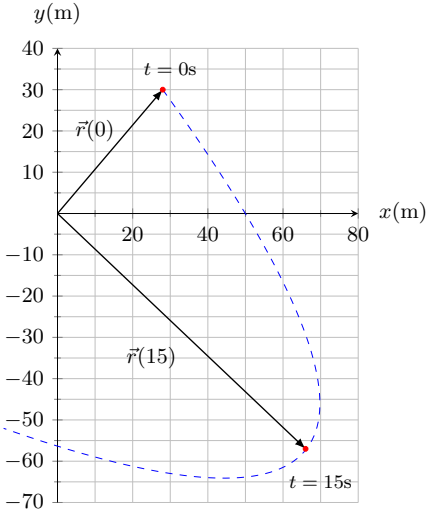


Vetores velocidade
Exemplo

- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?



Vetores velocidade
Exemplo

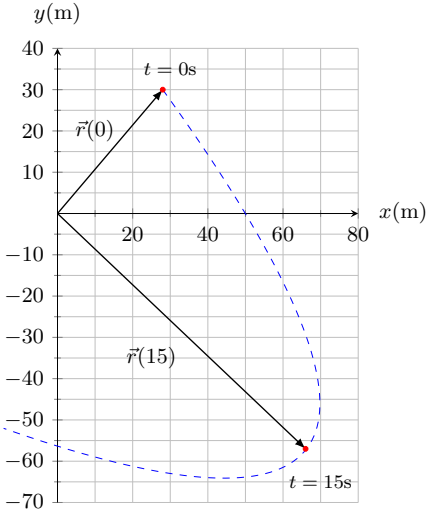
- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$



Vetores velocidade
Exemplo

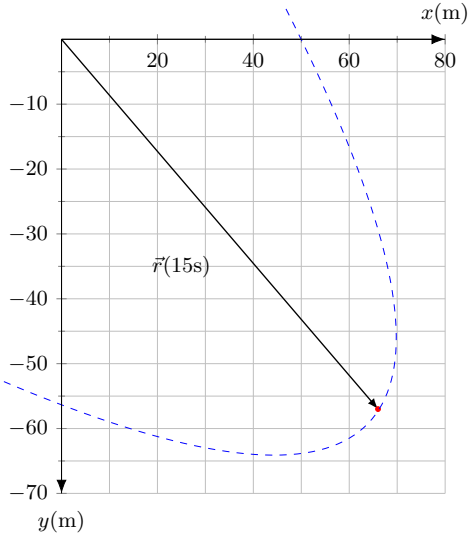
- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$



Vetores velocidade
Exemplo

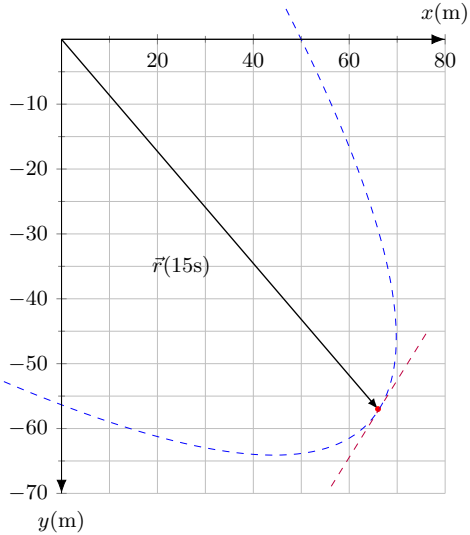
- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$



Vetores velocidade
Exemplo

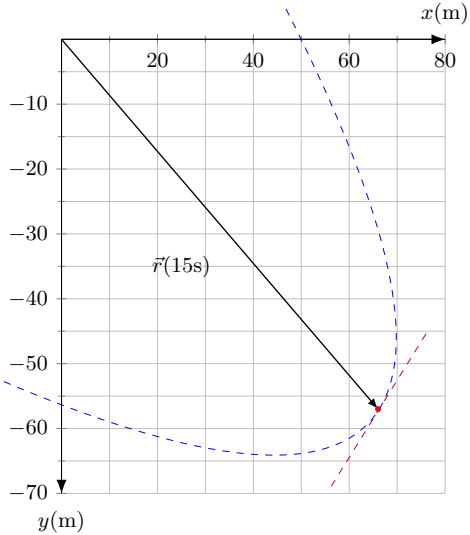
- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$



Vetores velocidade
Exemplo

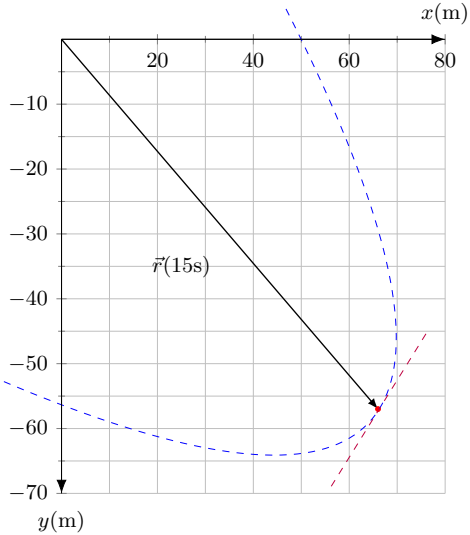
- Você lembra da partícula do slide 7?

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a velocidade $\vec{v}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$



Vetores velocidade
Exemplo

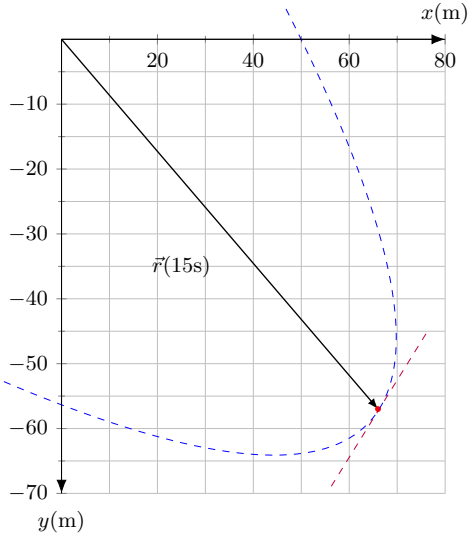
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s



Vetores velocidade
Exemplo

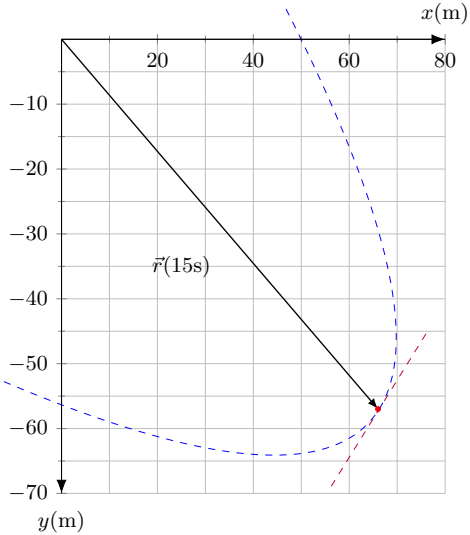
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s



Vetores velocidade
Exemplo

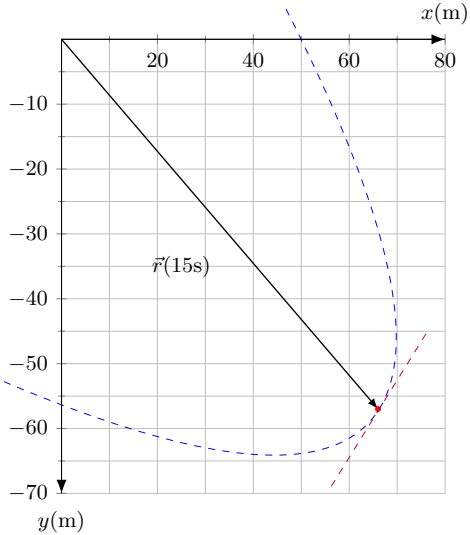
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

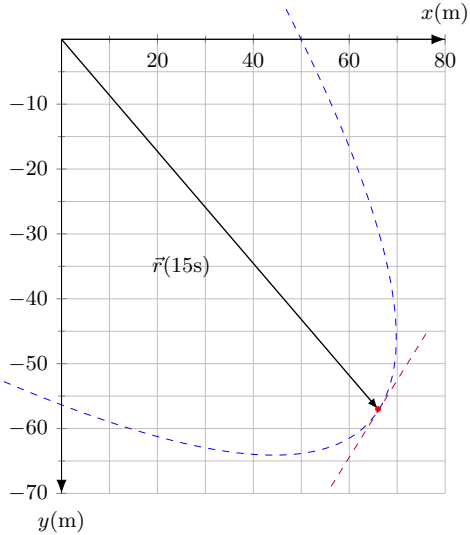
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

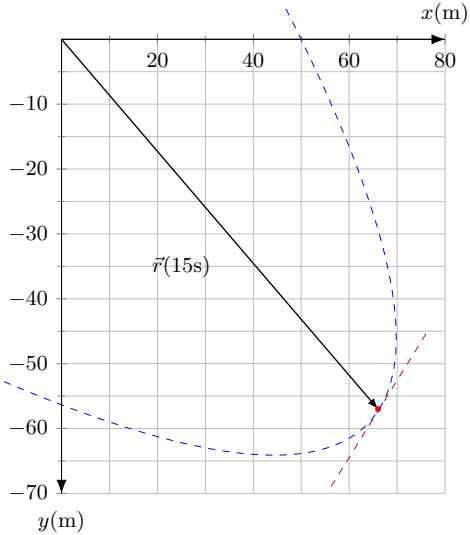
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

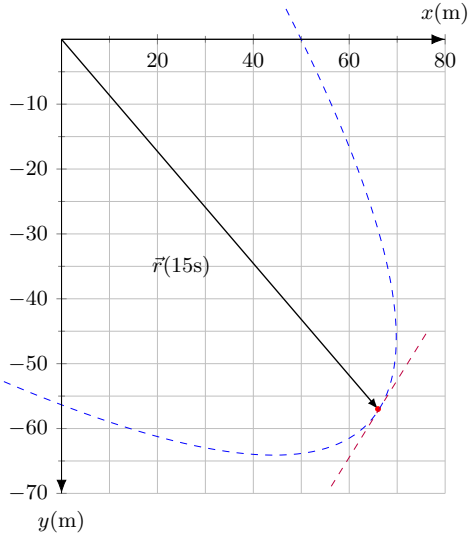
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

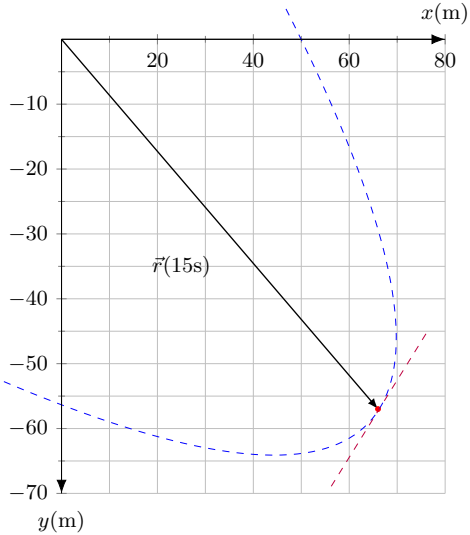
$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s

$v_x(15\text{s}) = -2,1\text{m/s}$ $\quad$ $v_y(15\text{s}) = -2,5\text{m/s}$



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

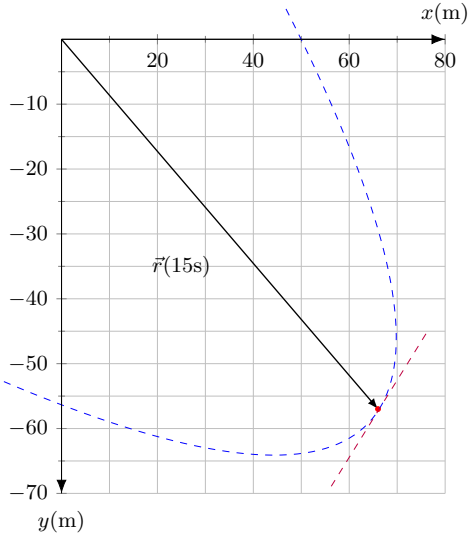
$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s

$v_x(15\text{s}) = -2,1\text{m/s}$ $\quad$ $v_y(15\text{s}) = -2,5\text{m/s}$



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,31t^2 + 7,2t + 28)$$

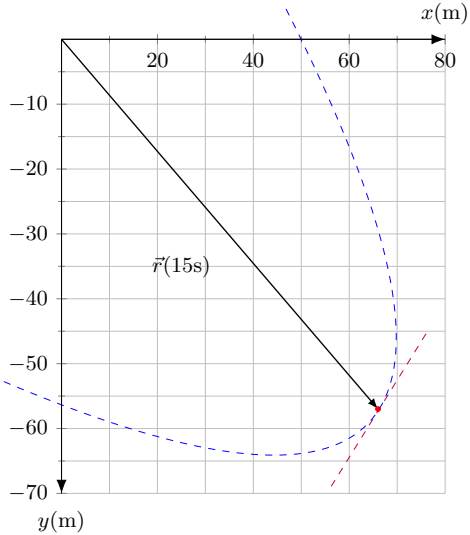
$$= -0,62t + 7,2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0,22t^2 - 9,1t + 30)$$

$$= 0,44t - 9,1$$

- Em $t = 15$s

$$v_x(15\text{s}) = -2,1\text{m/s} \qquad v_y(15\text{s}) = -2,5\text{m/s}$$



$\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$

Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

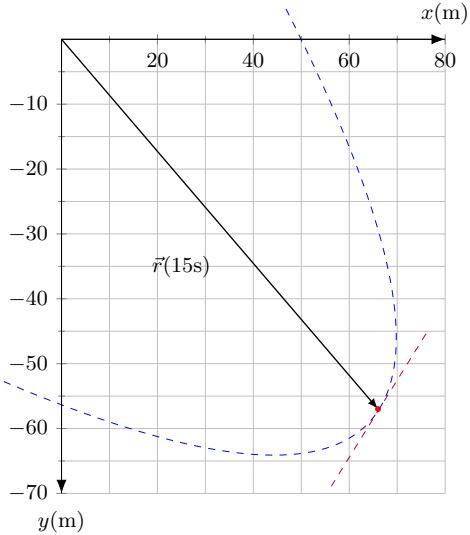
$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$v = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2} = 3,3\text{m/s}$$

- Orientação

$$\theta = \arctan\left(\frac{-2,5\text{m/s}}{-2,1\text{m/s}}\right) = 1,2\text{rad}$$



Vetores velocidade
Exemplo

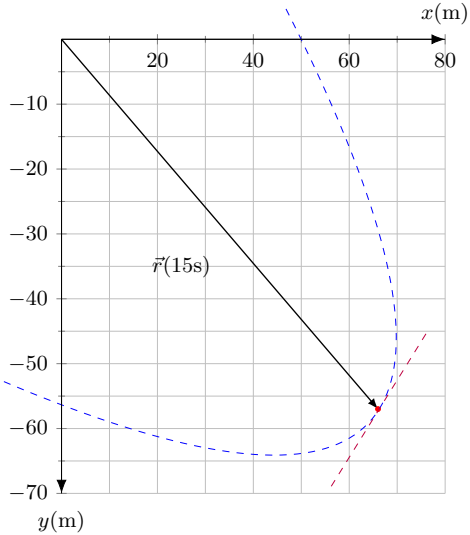
- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

- Orientação



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

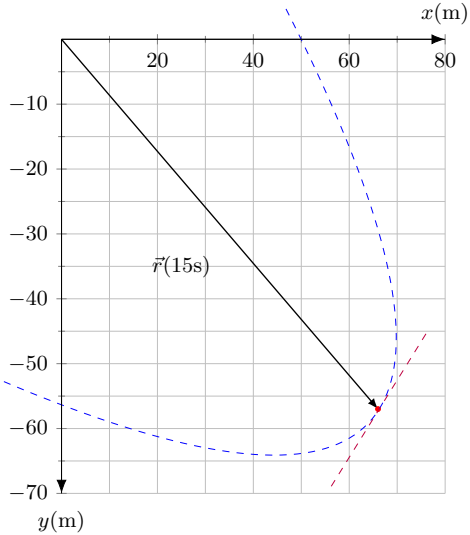
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$v = 2,7\text{m/s}$$

- Orientação

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-2,5\text{m/s}}{-2,1\text{m/s}}\right)$$

$$\theta = 1,2\text{rad} = 69,4^\circ$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

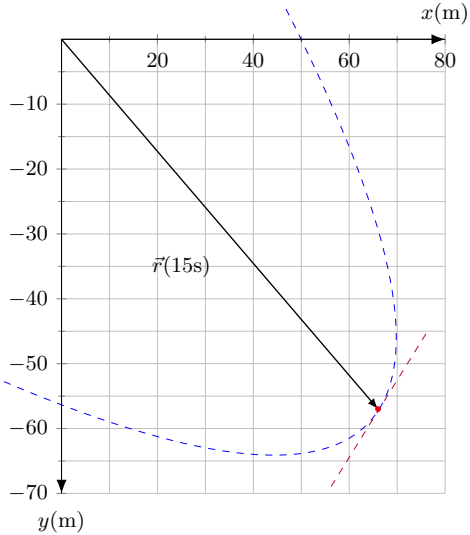
$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

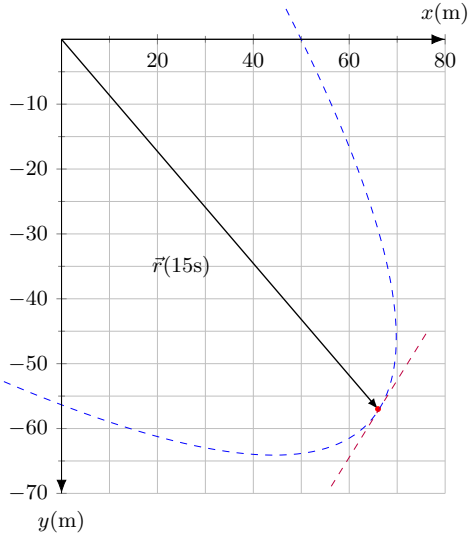
$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

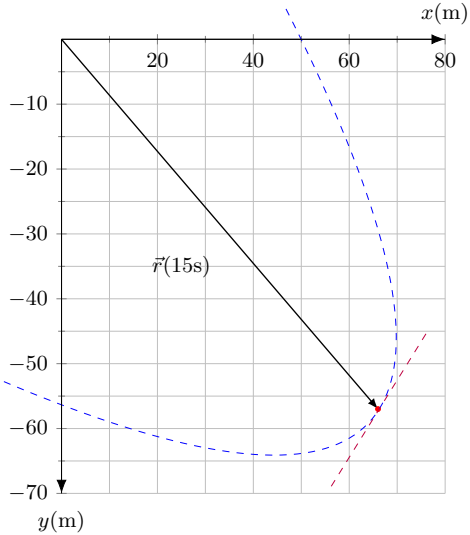
$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

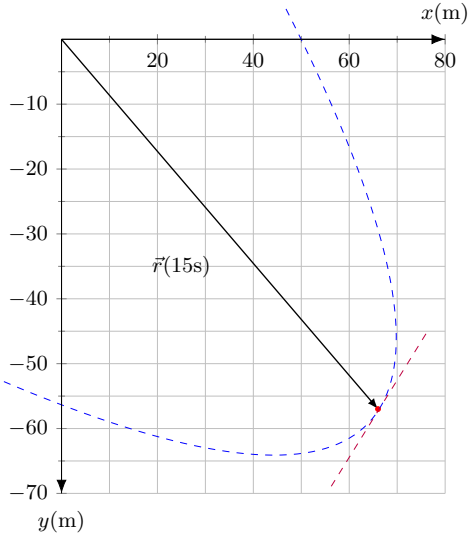
$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

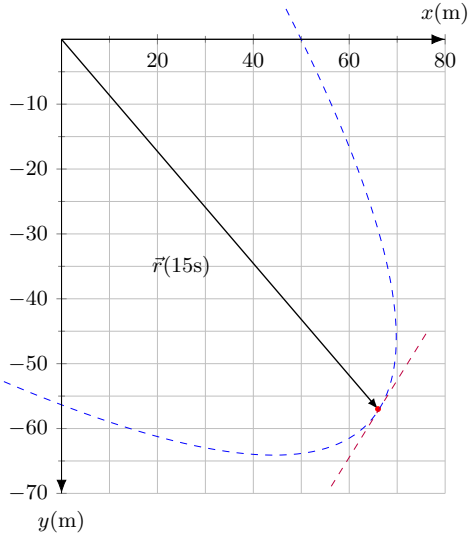
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

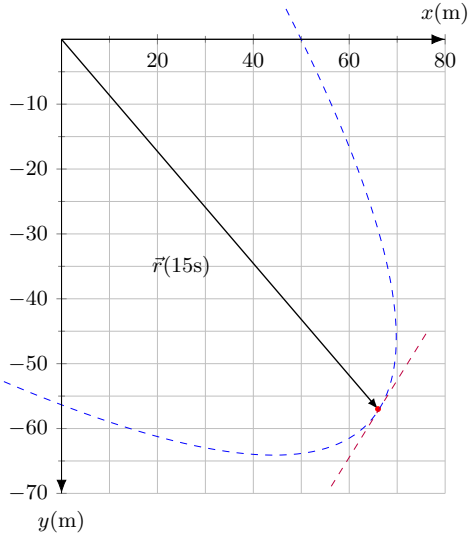
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

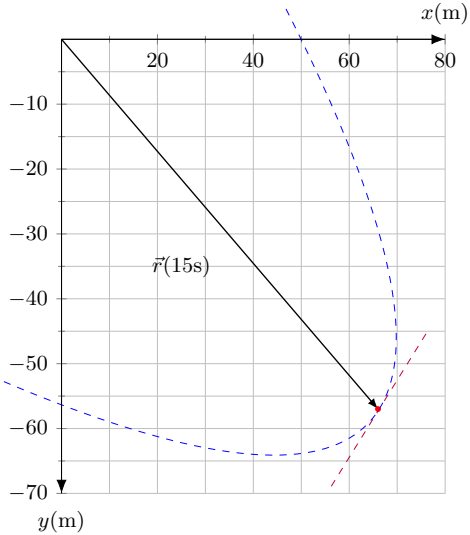
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15$s o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

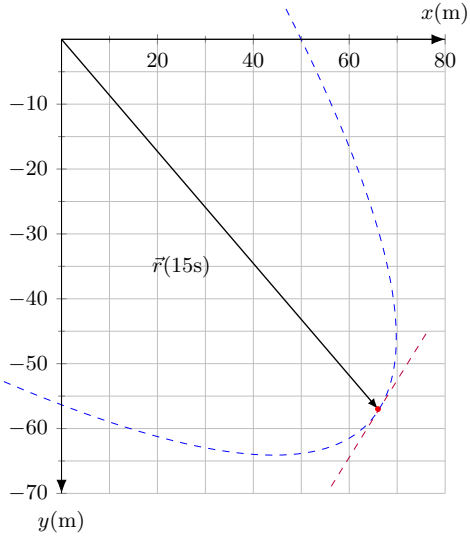
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

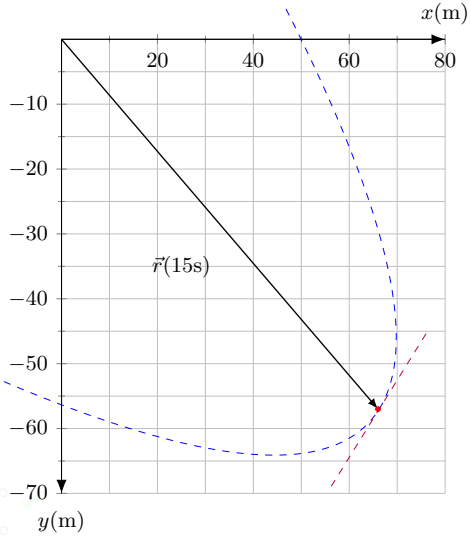
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = 50^\circ = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

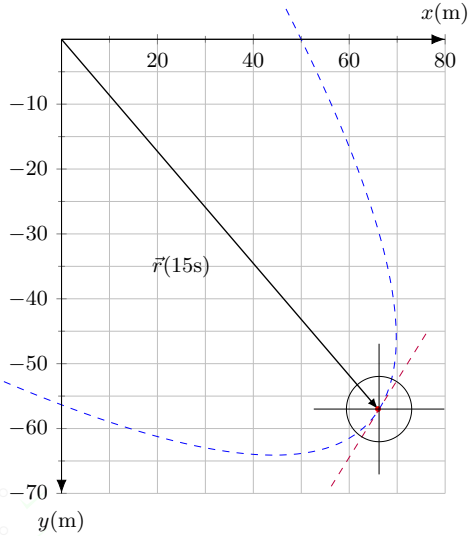
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = 50^\circ = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

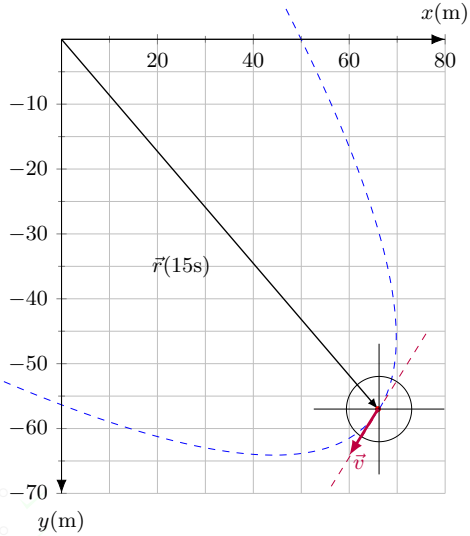
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = 50^\circ = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

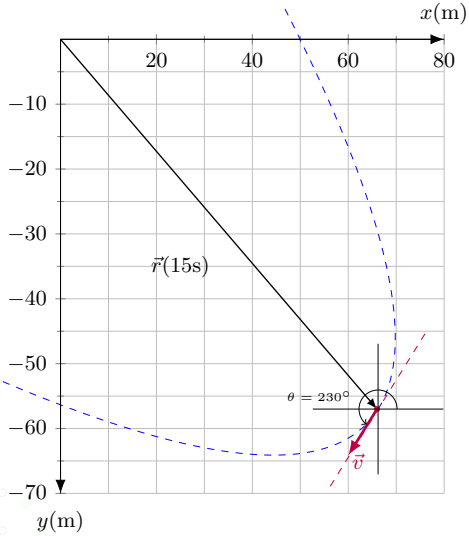
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = 50^\circ = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

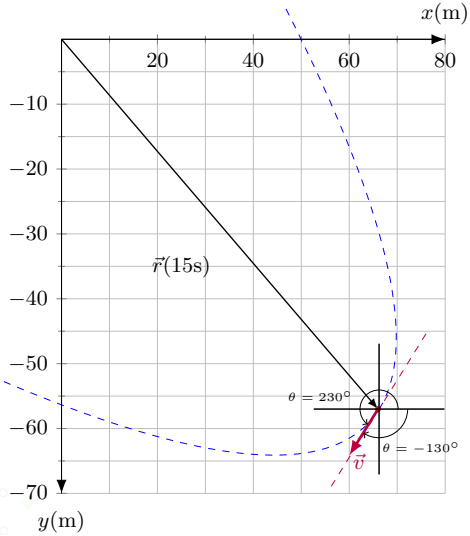
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = 50^\circ = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

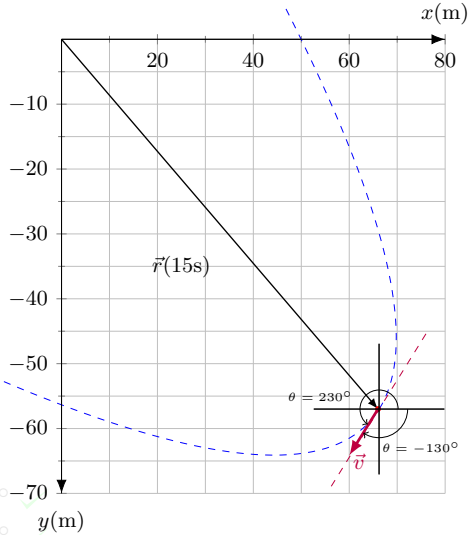
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \cancel{50^\circ} = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

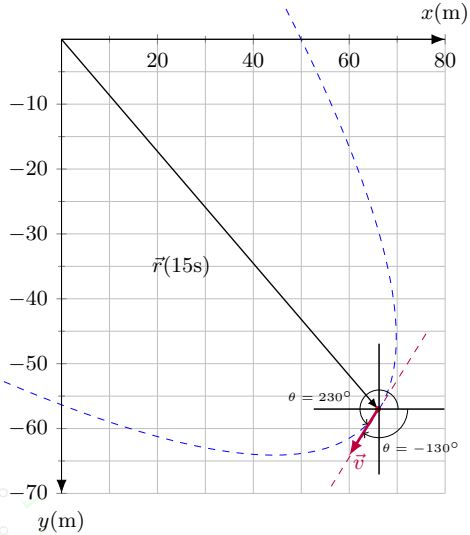
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \cancel{50^\circ} = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores velocidade
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor velocidade será:

$$\vec{v}(15\text{s}) = v_x(15\text{s})\hat{\imath} + v_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(15\text{s}) = (-2,1\text{m/s})\hat{\imath} + (-2,5\text{m/s})\hat{\jmath}$$

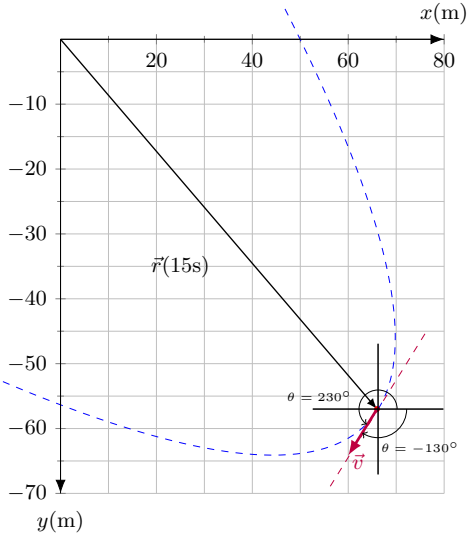
- Módulo

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2,1\text{m/s})^2 + (-2,5\text{m/s})^2}$$

$$= 3,3\text{m/s}$$

- Orientação $\tan\theta = v_y/v_x = 1,19$

$$\theta = \tan^{-1}(1,19) = \begin{cases} 50^\circ + 180^\circ = & +230^\circ \checkmark \\ 50^\circ - 180^\circ = & -130^\circ \checkmark \end{cases}$$



Sumário

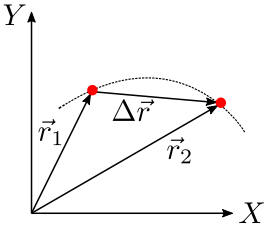
1. Movimento em duas e três dimensões
   - Posição e deslocamento
   - Velocidade média e Velocidade instantânea
   - Aceleração média e Aceleração instantânea

Vetor aceleração
Aceleração média

- Só para recapitular

Velocidade média

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k}$$

Vetor aceleração
Aceleração média

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{v_x(t+\Delta t) - v_x(t)}{\Delta t}\hat{i} + \frac{v_y(t+\Delta t) - v_y(t)}{\Delta t}\hat{j} + \frac{v_z(t+\Delta t) - v_z(t)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = \text{componentes da aceleração média}$$

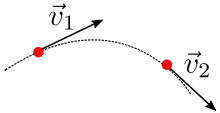
Vetor aceleração
Aceleração média

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes



$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

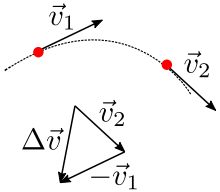
Vetor aceleração
Aceleração média

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

- Em termos das componentes



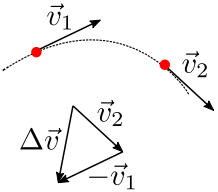
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{(v_{2x}\hat{i} + v_{2y}\hat{j}) - (v_{1x}\hat{i} + v_{1y}\hat{j})}{\Delta t}$$

$$= \frac{(v_{2x} - v_{1x})\hat{i} + (v_{2y} - v_{1y})\hat{j}}{\Delta t}$$

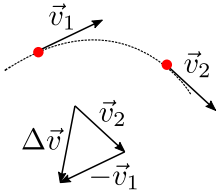
$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j}$$

$$= a_{\text{méd}x}\hat{i} + a_{\text{méd}y}\hat{j}$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

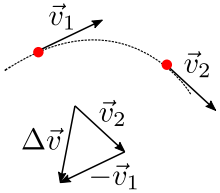
$$= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}$$

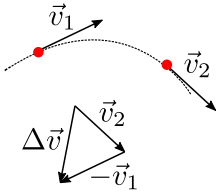
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}$$

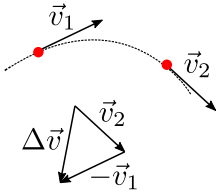
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}$$

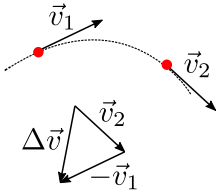
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}$$

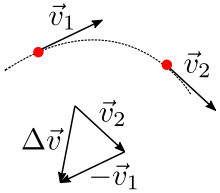
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



- Em termos das componentes

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{\text{méd}} &= \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \\
&= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k} \\
&= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}
\end{aligned}$$

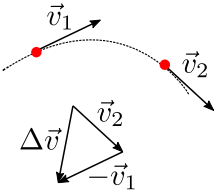
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

- Aceleração média

Aceleração média

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



- Em termos das componentes

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_x(t_2) - v_x(t_1)}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{v_y(t_2) - v_y(t_1)}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{v_z(t_2) - v_z(t_1)}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{\imath} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{\jmath} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k} = (a_{x\ \text{méd}})\hat{\imath} + (a_{y\ \text{méd}})\hat{\jmath} + (a_{z\ \text{méd}})\hat{k}$$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Vetor aceleração
Aceleração instantânea

- Quando tomamos o limite $\Delta t \to 0$ obtemos a aceleração instantânea

Vetor aceleração
Aceleração instantânea

- Quando tomamos o limite $\Delta t \to 0$ obtemos a aceleração instantânea

Vetor aceleração instantânea

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Vetor aceleração
Aceleração instantânea

- Em termos das componentes

$$
\begin{aligned}
\vec{a} &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x \hat{\imath} + \Delta v_y \hat{\jmath} + \Delta v_z \hat{k}}{\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t} \right) \hat{\imath} + \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t} \right) \hat{\jmath} + \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v_z}{\Delta t} \right) \hat{k} \\
&= \frac{dv_x}{dt} \hat{\imath} + \frac{dv_y}{dt} \hat{\jmath} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \\
&= \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \hat{\imath} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) \hat{\jmath} + \frac{d}{dt} \left(\frac{dz}{dt} \right) \hat{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \hat{\imath} + \frac{d^2 y}{dt^2} \hat{\jmath} + \frac{d^2 z}{dt^2} \hat{k} \\
&= a_x \hat{\imath} + a_y \hat{\jmath} + a_z \hat{k}
\end{aligned}
$$

Lembre que: $v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$

Vetores velocidade
Teste

Considere as seguintes descrições da posição (em metros) de uma partícula que se move no plano xy:

1. $x = -3t^2 + 4t - 2$ e $y = 6t^2 - 4t$
2. $x = -3t^3 - 4t$ e $y = -5t^2 + 6$
3. $\vec{r} = 2t^2\hat{\imath} - (4t + 3)\hat{\jmath}$
4. $\vec{r} = (4t^3 - 2t)\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$

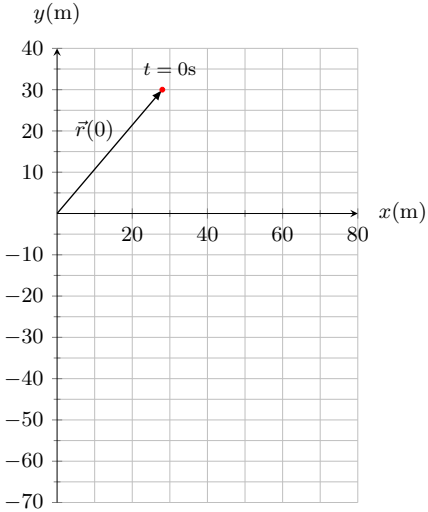
As componentes x e y da aceleração são constantes em todas essas situações?

Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

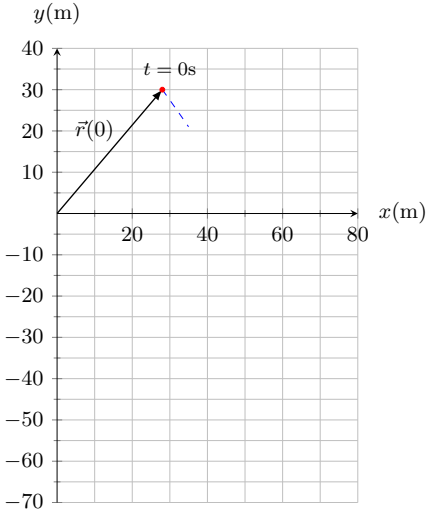


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

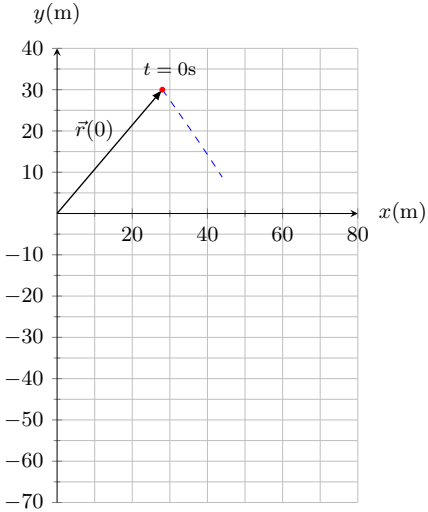


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

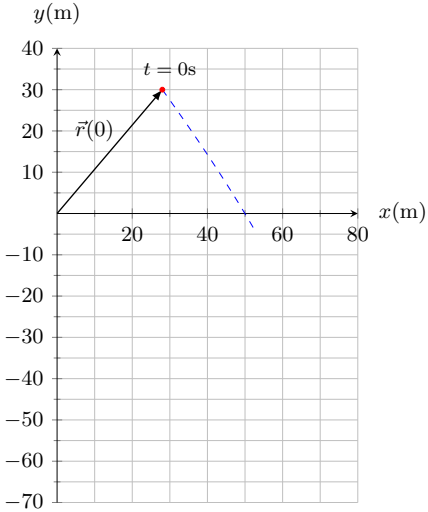


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

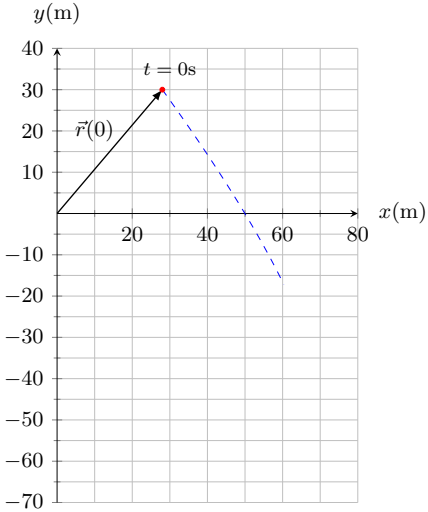


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

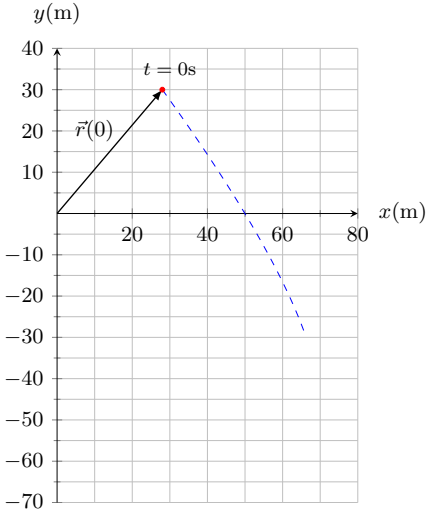


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

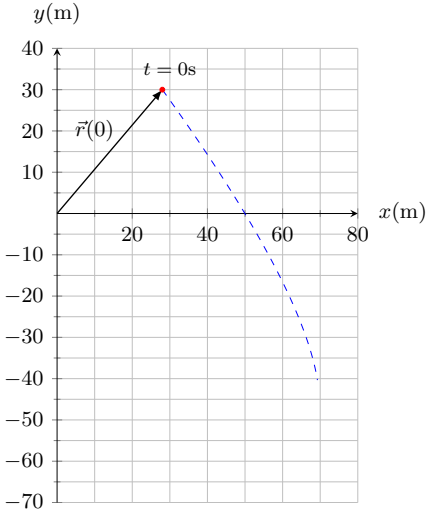


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

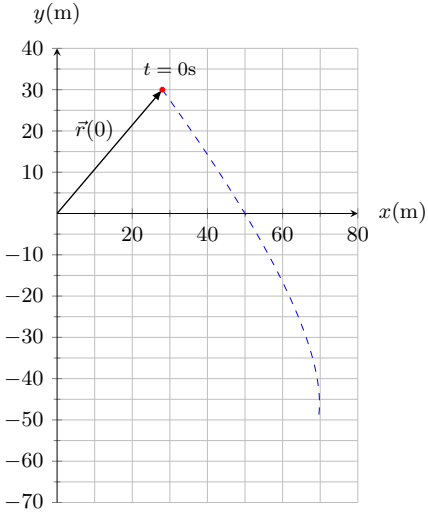


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

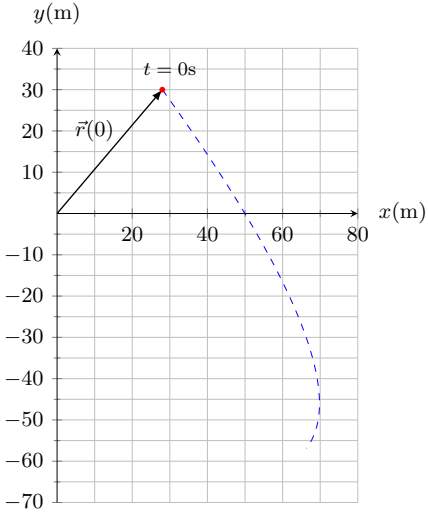


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

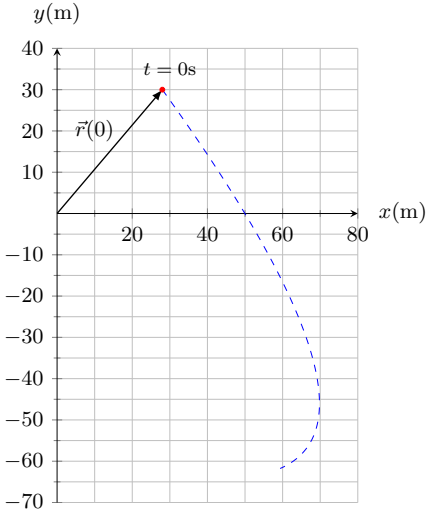


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

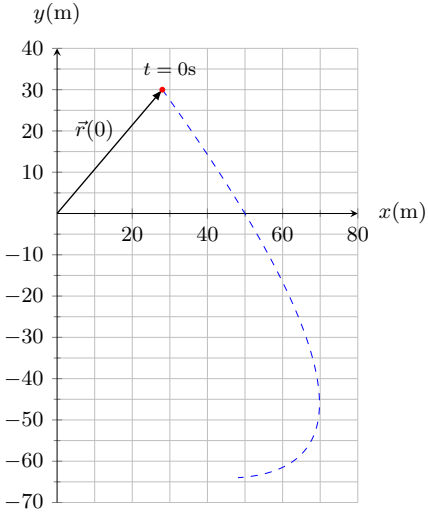


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

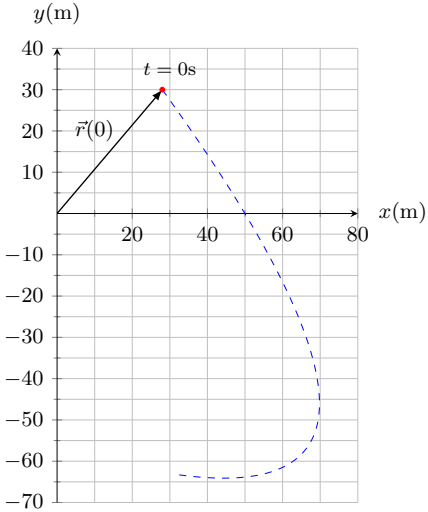


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15\text{s}$?

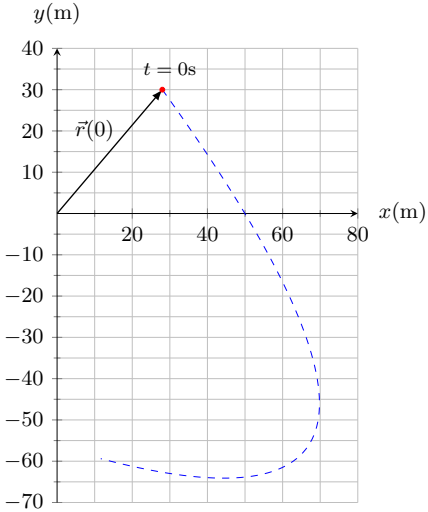


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

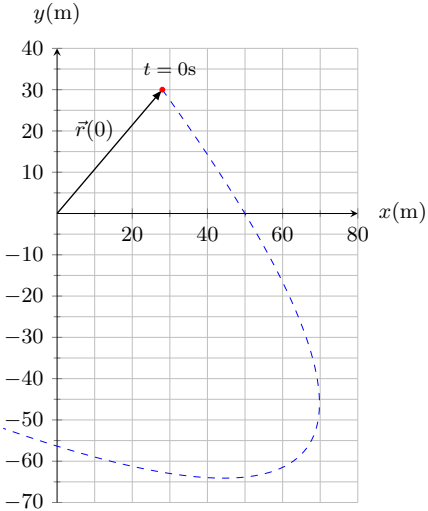


Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?



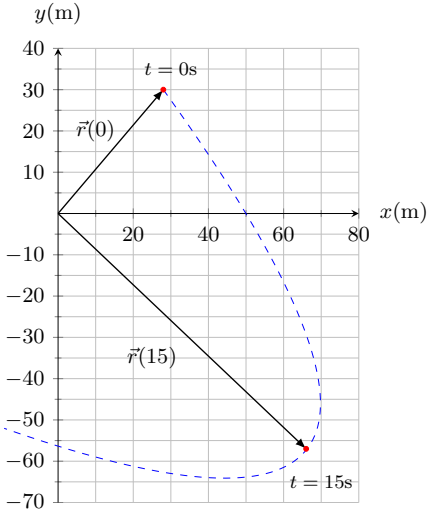
Vetores aceleração
Exemplo

- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$



Vetores aceleração
Exemplo

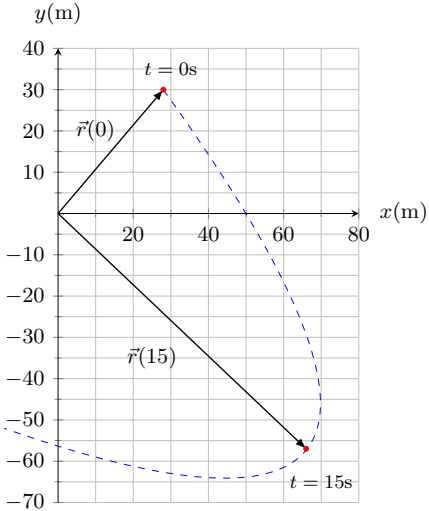
- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

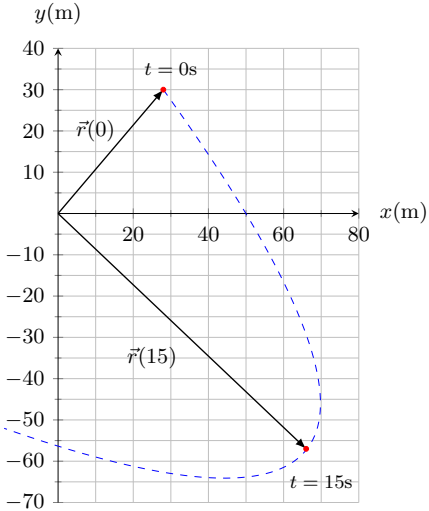
- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

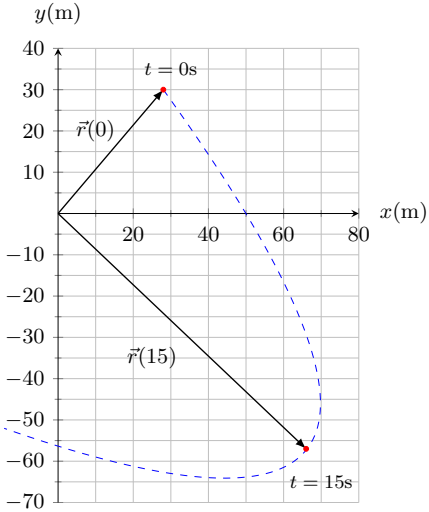
- Vamos voltar mais uma vez para a partícula do slide 7!

$$x(t) = -0,31t^2 + 7,2t + 28$$
$$y(t) = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Qual é a aceleração $\vec{a}$ no instante $t = 15$s?

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

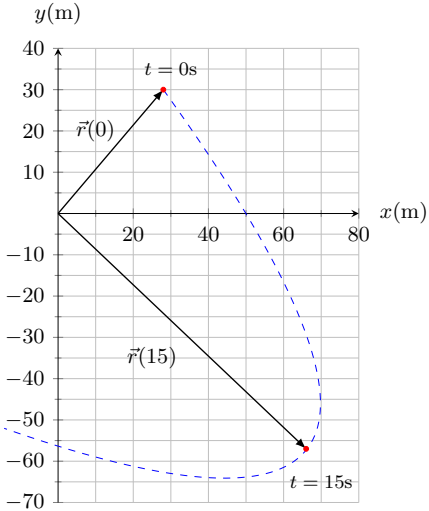
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

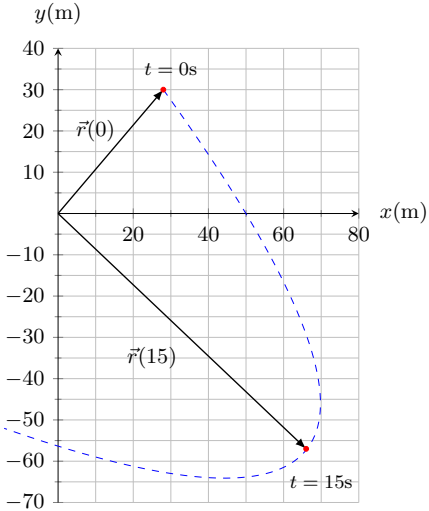
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

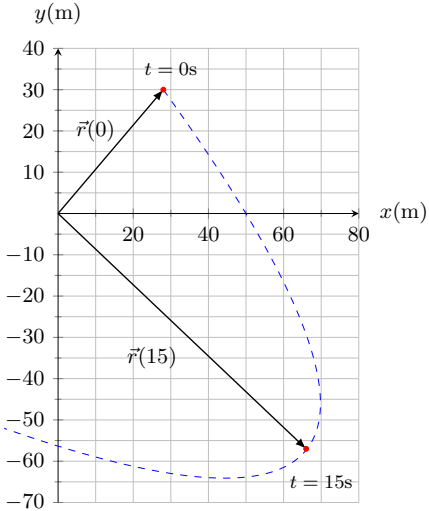
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

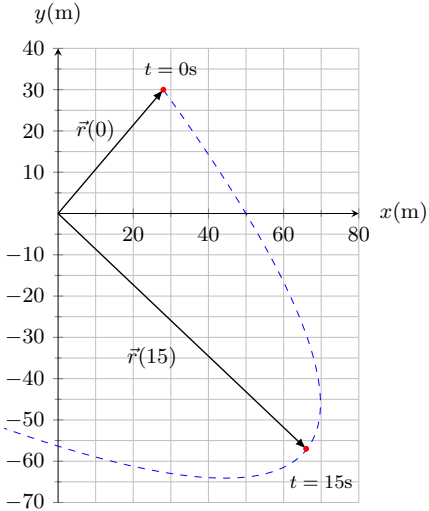
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

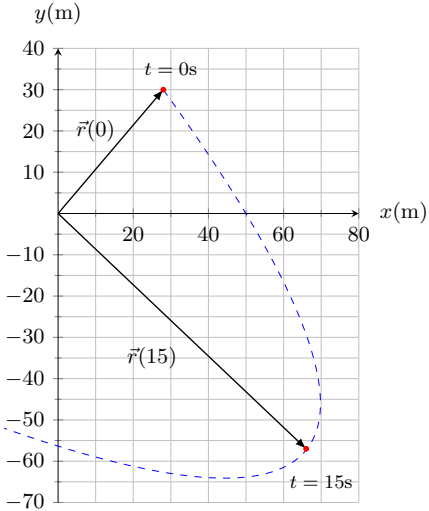
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

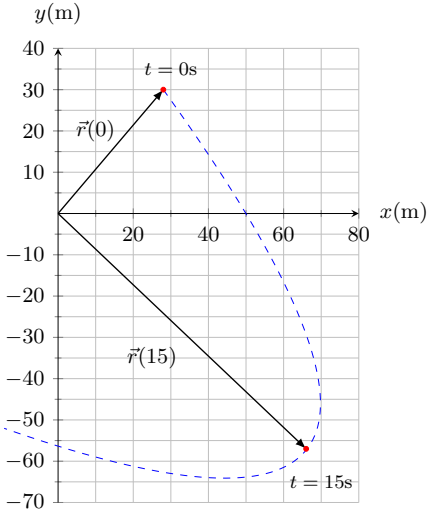
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

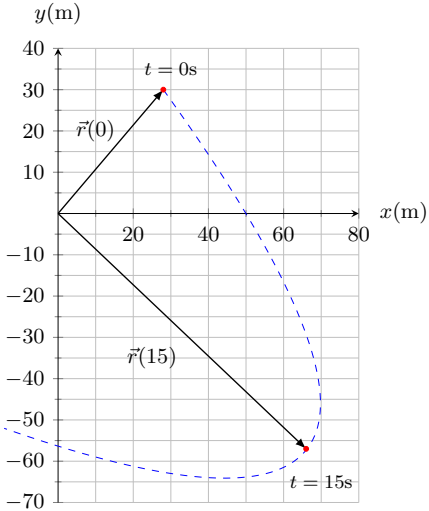
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

$$a_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(-0,31t^2 + 7,2t + 28\right)\right)$$

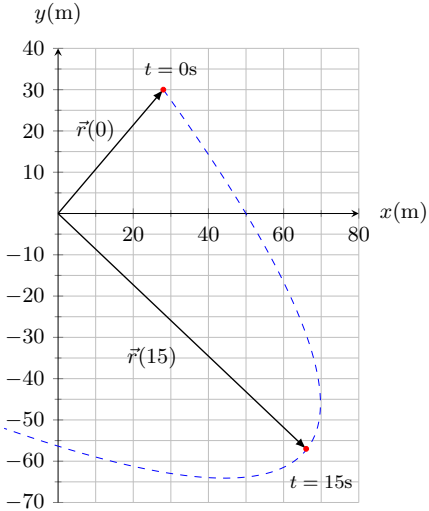
$$= \frac{d}{dt}\left(-0,62t + 7,2\right)$$

$$\boxed{a_x = -0,62\text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(0,22t^2 - 9,1t + 30\right)\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(0,44t - 9,1\right)$$

$$\boxed{a_y = 0,44\text{m/s}^2}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

- Módulo

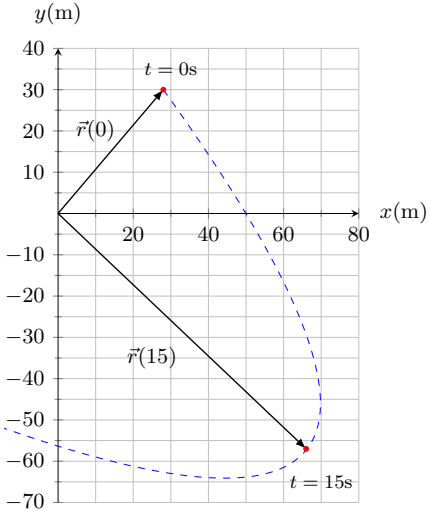
$$a = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$a = 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação:

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{0,44\text{m/s}^2}{-0,62\text{m/s}^2} = -0,71$$

$$\theta = \arctan(-0,71) = -35,4^\circ$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

- Módulo

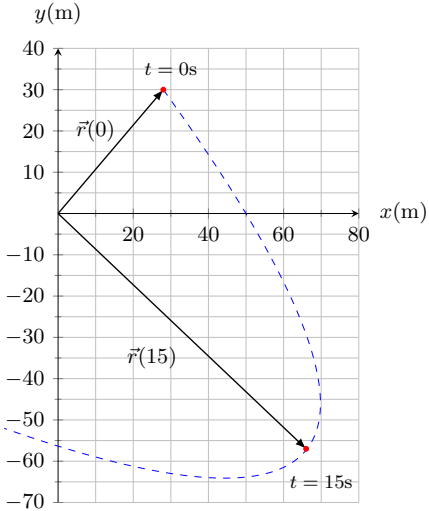
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0,44\text{m/s}^2}{-0,62\text{m/s}^2}\right)$$

$$= -35,4^\circ$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

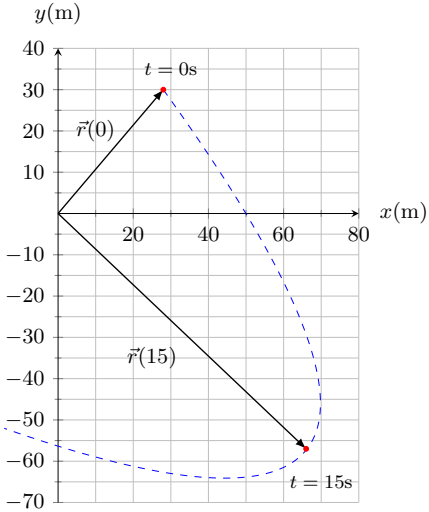
$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação:



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

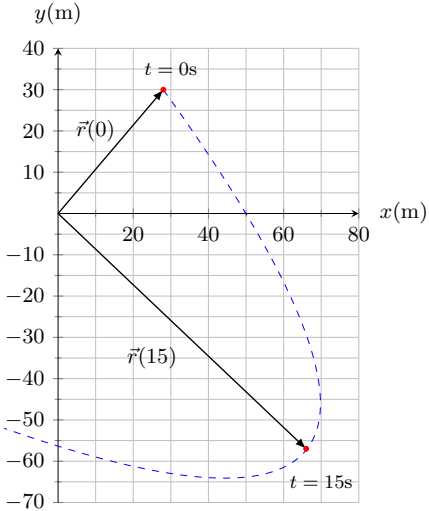
$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação:



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

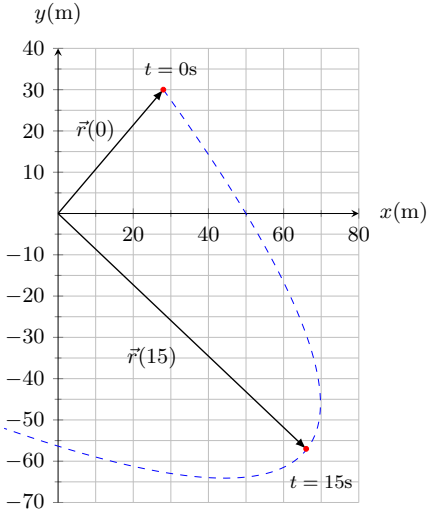
$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação:



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

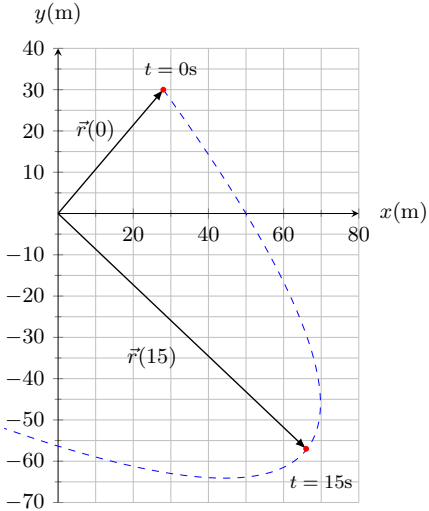
$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação:



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

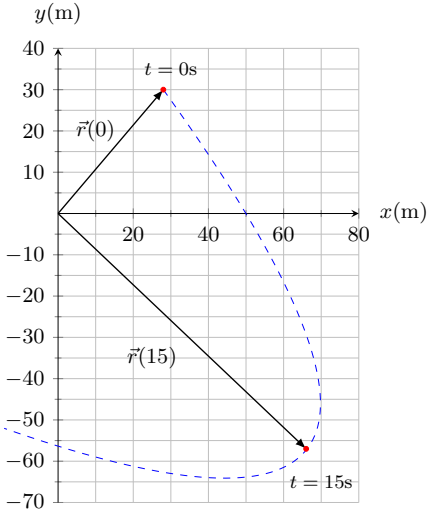
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

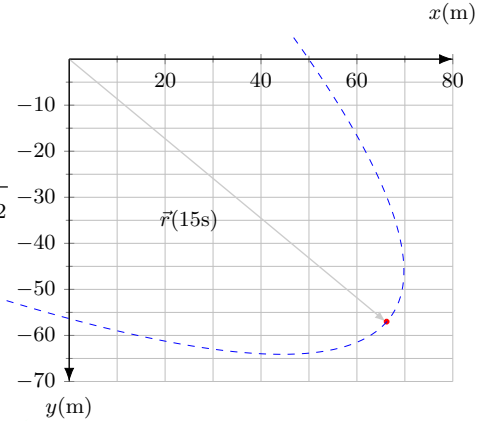
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15$s o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

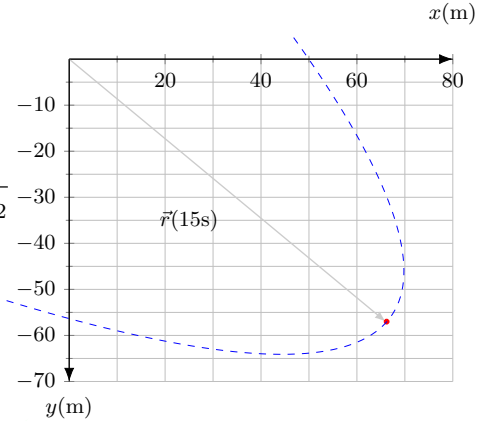
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15$s o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

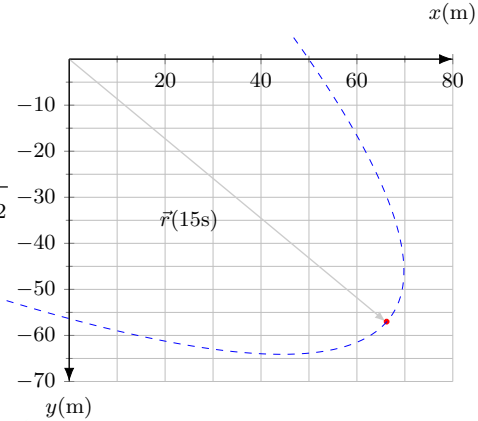
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15$s o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

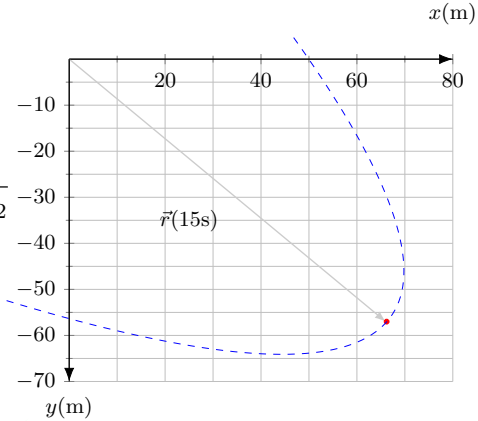
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

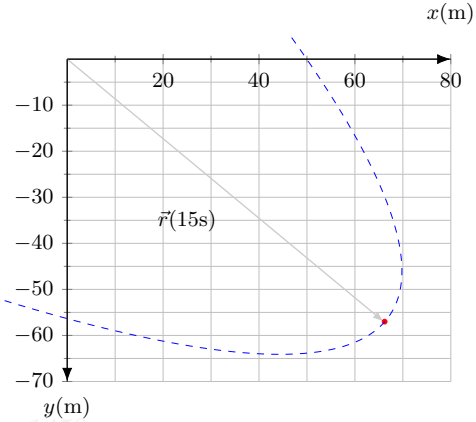
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

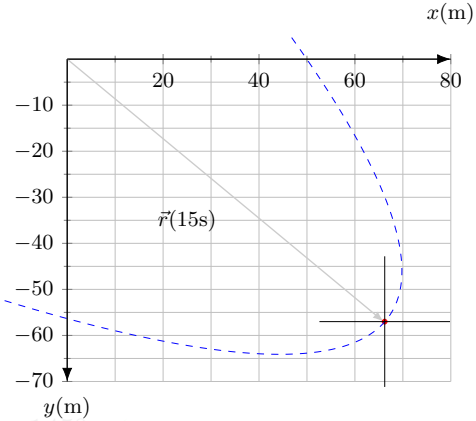
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

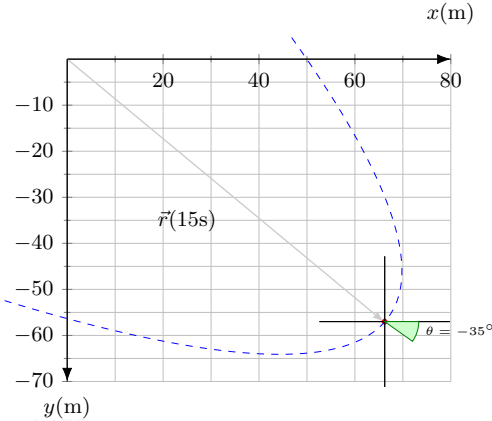
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

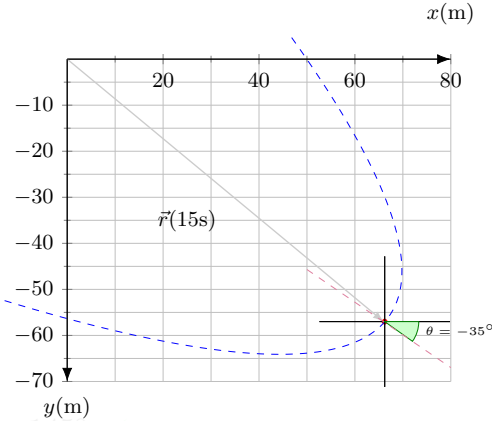
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

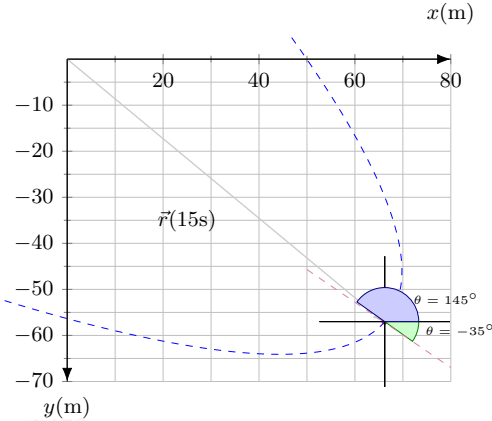
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15$s o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

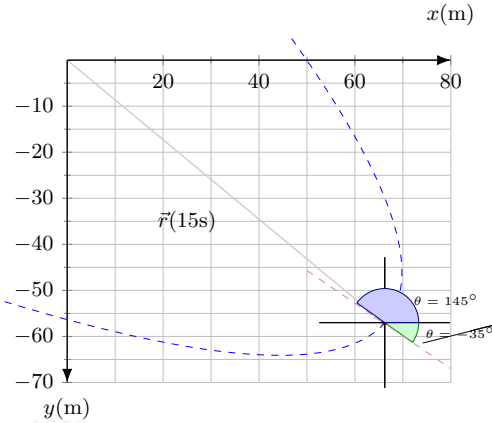
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

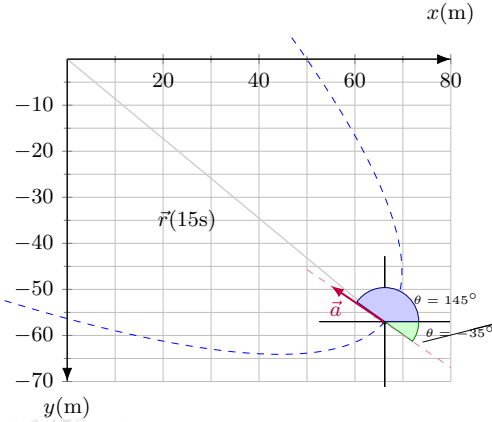
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = -35^\circ = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15$s o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

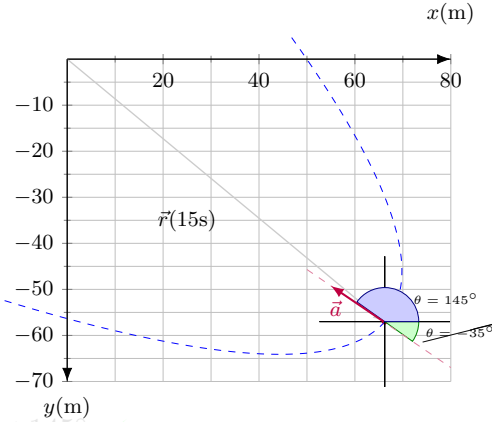
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \cancel{-35^\circ} = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Vetores aceleração
Exemplo

- Em $t = 15\text{s}$ o vetor aceleração será:

$$\vec{a}(15\text{s}) = a_x(15\text{s})\hat{\imath} + a_y(15\text{s})\hat{\jmath}$$

$$\vec{a}(15\text{s}) = (-0,62\text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0,44\text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

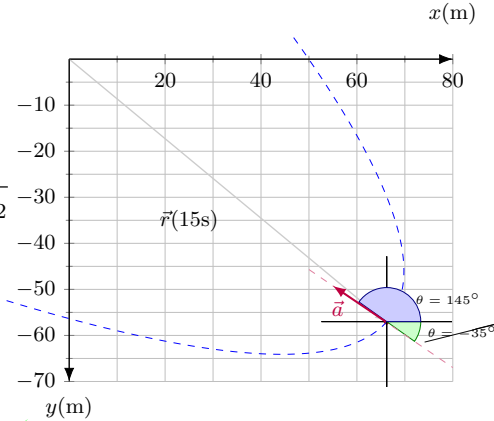
- Módulo

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0,62\text{m/s}^2)^2 + (0,44\text{m/s}^2)^2}$$

$$= 0,76\text{m/s}^2$$

- Orientação: $\tan\theta = a_y/a_x = -0,71$

$$\theta = \tan^{-1}(-0,71) = \begin{cases} -35^\circ + 180^\circ = & +145^\circ \checkmark \\ -35^\circ - 180^\circ = & -215^\circ \checkmark \end{cases}$$



Dicas

- Reproduza as passagens por conta própria!
- Estude as referências!
  - D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
  - P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
  - H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.* E. Blucher, 2013
  - H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
  - M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.* Editora Blucher, 2018
  - R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.*

    Bookman, 2008

O CENTRO ESTÁ