

PMC-346 VIBRAÇÕES EM SISTEMAS MECANICOS

BALANCEAMENTO DE ROTORES

prof. Francisco E.B.Nigro

agosto de 1990

I- Introdução

Colocando-se uma peça assimétrica a girar, surgem forças radiais não equilibradas, ocasionando problemas de vibrações e fadiga.

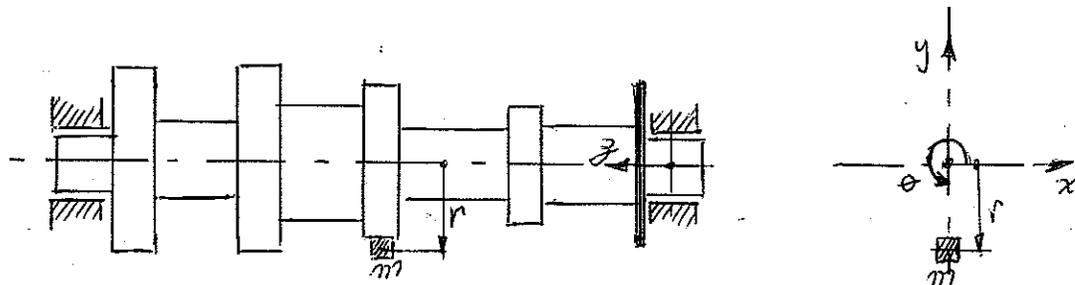
Balacear uma peça é modificar sua distribuição de massa, de modo que as forças radiais não ultrapassem certos valores, conforme o tipo de aplicação. Não se pretende tornar as forças radiais não equilibradas totalmente nulas, pois isso é impraticável e inviável economicamente.

Deve-se projetar as peças já balanceadas. O balanceamento é realizado para compensar variações de geometria que ocorrem durante a fabricação ou de densidade dos materiais.

Processa-se balanceamento em quaisquer componentes rotativos, e tanto mais quanto maior for a rotação do sistema em estudo. Inicialmente suporemos os componentes rotativos como corpos rígidos.

II- O principio do balanceamento

Vamos imaginar um sólido de eixo de rotação horizontal e com simetria axial, exceto por um ponto de massa  $m$  localizado a uma distância  $r$  do eixo de rotação.



Note-se que o sistema de eixos indicado é fixo na peça. O conjunto gira com velocidade angular  $\omega$ , originando uma força de inércia radial

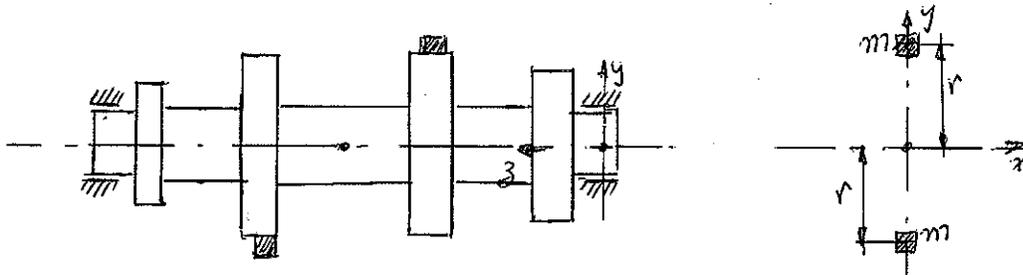
$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad (1)$$

Para balancear o sistema devemos retirar a massa  $m$  ou adicionar uma outra massa  $m'$ , radialmente oposta, de modo a compensar a força radial, isto é:

$$m \cdot r = m' \cdot r' \quad (2)$$

Uma maneira de se realizar o balanceamento de uma peça como a indicada na figura, é apoiá-la em mancais de baixo conjugado de atrito, de modo que o eixo de rotação seja horizontal. Colocando-se o sistema a girar, ele irá diminuindo de rotação até ficar oscilando em torno de uma posição de equilíbrio. Ao cessar a oscilação, teremos a posição da massa não equilibrada na parte inferior do sistema; coloca-se então uma massa na posição superior ou retira-se na posição inferior; esta é a análise que se faz para o balanceamento estatico.

Já o sistema apresentado abaixo está balanceado estaticamente, porém, não apresenta equilíbrio de momentos. Diz-se que o mesmo está desbalanceado dinamicamente.



Notemos que o balanceamento tem por finalidade minimizar os esforços dinâmicos nos mancais. Para um rotor rígido, são necessários dois planos de balanceamento. Plano de balanceamento é o plano onde são feitas as correções de balanceamento pela adição ou retirada de massas do sistema. São escolhidos planos de balanceamento distantes e tais que possibilitem a colocação ou retirada de massas de balanceamento bem afastadas do eixo, resultando em massas de pequeno valor.

### III- Sistema geral

Seja um corpo rígido que gira com velocidade  $\omega$  constante em torno de um eixo fixo  $z$ . Tomando como polo de momento o ponto  $O$  indicado na figura, obtemos:

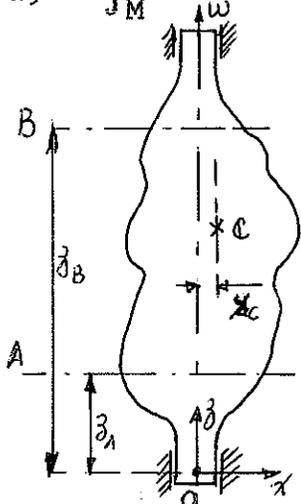
$$\vec{M}_O = \frac{d}{dt} \left( \vec{H}_O \right) \quad (3)$$

Exprimindo a equação do momento angular no sistema de eixos  $\{0, x, y, z\}$  fixo no corpo, obtemos:

$$\begin{Bmatrix} H_{Ox} \\ H_{Oy} \\ H_{Oz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{Bmatrix} \quad (4)$$

onde:

$$J_{xy} = \int_M x \cdot y \cdot dm \quad J_{xz} = \int_M x \cdot z \cdot dm \quad J_{zz} = \int_M (x^2 + y^2) \cdot dm$$



$$\vec{H}_O = -J_{xz} \cdot \omega \cdot \vec{e}_x + J_{yz} \cdot \omega \cdot \vec{e}_y + J_{zz} \cdot \omega \cdot \vec{e}_z \quad (5)$$

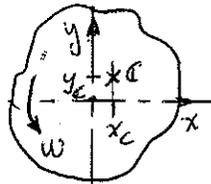
Derivando em relação ao tempo, com  $\omega$  constante e lembrando que o sistema de eixos é fixo no corpo, vem:

$$\vec{M}_O = -J_{xz} \cdot \omega^2 \cdot \vec{e}_y + J_{yz} \cdot \omega^2 \cdot \vec{e}_x \quad (6)$$

O teorema do movimento do baricentro fornece:

$$\vec{F} = M \cdot (\ddot{x}_c \cdot \vec{e}_x) + M \cdot (\ddot{y}_c \cdot \vec{e}_y) \quad \text{ou ainda:}$$

$$\vec{F} = -M \cdot x_c \cdot \omega^2 \cdot \vec{e}_x - M \cdot y_c \cdot \omega^2 \cdot \vec{e}_y \quad (7)$$



Para que as forças radiais nos mancais sejam nulas, é necessário que  $M_O$  e  $F$  sejam iguais a zero. Portanto:  $J_{xz} = J_{yz} = x_c = y_c = 0$ , ou seja: o eixo de rotação deve ser um eixo central de inércia para que o sólido esteja balanceado.

Suponhamos agora, que temos um corpo rígido desbalanceado, com características de inércia  $J_{xz}$ ,  $J_{yz}$ ,  $x_c$ ,  $y_c$  e  $M$  conhecidas, e que desejamos balanceá-lo adicionando duas massas  $m_A$  e  $m_B$  localizadas em dois planos de balanceamento  $z_A$  e  $z_B$ , em raios  $r_A$  e  $r_B$ , com posições angulares  $\theta_A$  e  $\theta_B$ . Neste caso, os produtos de inércia do corpo modificado referentes ao eixo de rotação deverão se anular, e a posição de seu centro de massa deverá cair sobre o eixo. portanto:

$$\overline{J_{xz}} = \int_{M+m_A+m_B} x.z.dm = \int_M x.z.dm + m_A.r_A.\cos\theta_A.z_A + m_B.r_B.\cos\theta_B.z_B = 0 \quad (8)$$

$$\text{analogamente: } \int_M y.z.dm + m_A.r_A.\text{sen}\theta_A.z_A + m_B.r_B.\text{sen}\theta_B.z_B = 0 \quad (9)$$

Para a posição do centro de massa, podemos escrever:

$$(M+m_A+m_B).\overline{x_C} = \int_M x.dm + m_A.r_A.\cos\theta_A + m_B.r_B.\cos\theta_B = 0 \quad (10)$$

$$\text{analogamente } \int_M y.dm + m_A.r_A.\text{sen}\theta_A + m_B.r_B.\text{sen}\theta_B = 0 \quad (11)$$

Evidentemente as equações (8) a (11) são válidas também se o sistema é formado de massas discretas, bastando substituir as integrais por somatórias. Vale mencionar, também, que as mesmas equações são válidas quando o polo de momento, pertencente ao eixo de rotação, não está no plano do mancal. Basta que a origem do eixo z coincida com o polo

A solução das equações (8) a (11) acima permite calcular as incógnitas  $m_A.r_A$ ,  $m_B.r_B$ ,  $\theta_A$  e  $\theta_B$ . Note-se que temos liberdade de escolha dos raios para retirada ou adição de massa. A solução do sistema é obtida em duas etapas: inicialmente resolvemos o sistema linear nas incógnitas auxiliares  $m_A.r_A.\cos\theta_A$ ,  $m_A.r_A.\text{sen}\theta_A$ ,  $m_B.r_B.\cos\theta_B$  e  $m_B.r_B.\text{sen}\theta_B$ ; em seguida obtemos as incógnitas originais.

$$\begin{bmatrix} z_A & 0 & z_B & 0 \\ 0 & z_A & 0 & z_B \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_A.r_A.\cos\theta_A \\ m_A.r_A.\text{sen}\theta_A \\ m_B.r_B.\cos\theta_B \\ m_B.r_B.\text{sen}\theta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\int x.z.dm \\ -\int y.z.dm \\ -\int x.dm \\ -\int y.dm \end{bmatrix} \quad (12)$$

No caso mais geral, os termos independentes são quaisquer e a solução do sistema exige que o determinante da matriz dos coeficientes seja diferente de zero. Portanto:

$$\begin{vmatrix} z_A & 0 & z_B & 0 \\ 0 & z_A & 0 & z_B \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = z_A \cdot (z_A - z_B) + z_B \cdot (z_B - z_A) \neq 0 \quad (13)$$

ou ainda,  $(z_A - z_B) \neq 0$ , o que mostra a necessidade de dois planos de balanceamento para o caso geral.

Uma vez calculadas as incógnitas auxiliares, vamos dizer  $m_A \cdot r_A \cdot \cos \theta_A = \alpha$ , e  $m_A \cdot r_A \cdot \sin \theta_A = \beta$ , obtemos:

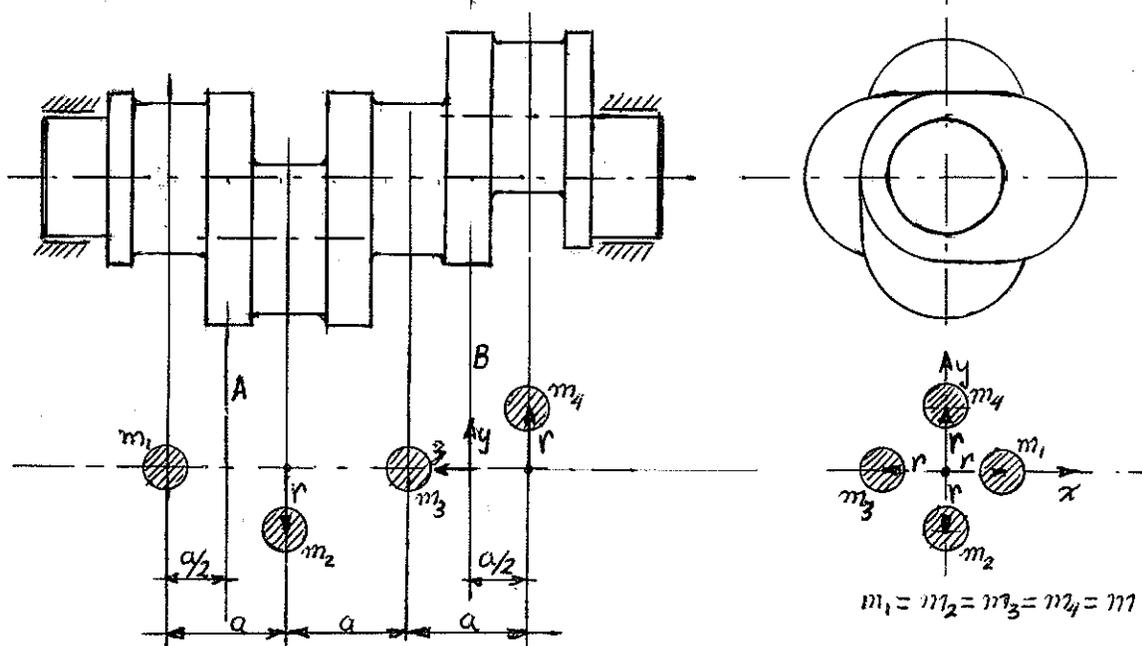
$$\operatorname{tg} \theta_A = \frac{\beta}{\alpha} \quad (14)$$

$$e \quad m_A \cdot r_A = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (15)$$

É digno de nota que a escolha do ângulo  $\theta_A$  (ou  $\theta_A + \pi$ ), que satisfaz a equação (14), depende da discussão do sinal da equação  $m_A \cdot r_A \cdot \cos \theta_A = \alpha$ , quando se considera que podemos estar colocando massa ( $m_A > 0$ ), ou retirando massa ( $m_A < 0$ ).

Para exercitar a aplicação do equacionamento desenvolvido, vamos resolver o seguinte problema:

Seja dado um virabrequim de um motor de quatro cilindros e dois tempos, como mostrado na figura, e que deve ter seus contra-pesos dimensionados, de modo a minimizar os esforços dinâmicos nos mancais. Para facilitar a solução, consideremos o modelo físico formado de massas discretas apresentado na figura. Note-se que as massas equivalentes supostas concentradas nos mancais de biela englobam também a massa do pé das bielas, e que não é necessário nos preocuparmos com as massas centralizadas no eixo de rotação.



Escolhidos os planos de balanceamento A e B, vamos aplicar as equações (8) a (11), considerando que o polo de momento coincide com o plano B. Neste caso, vem:

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot z_i \cdot m_i = m \cdot r \left[ \frac{5\alpha}{2} \cos 0 + \frac{\alpha}{2} \cos \pi \right] = -m_A \cdot r_A \cdot 2\alpha \cdot \cos \theta_A$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \cdot z_i \cdot m_i = m \cdot r \cdot \left[ \frac{3\alpha}{2} \sin \left[ \frac{3\pi}{2} \right] - \frac{\alpha}{2} \sin \left[ \frac{\pi}{2} \right] \right] = -m_A \cdot r_A \cdot 2\alpha \cdot \sin \theta_A$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot m_i = 0 = -m_A \cdot r_A \cdot \cos \theta_A - m_B \cdot r_B \cdot \cos \theta_B$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \cdot m_i = 0 = -m_A \cdot r_A \cdot \sin \theta_A - m_B \cdot r_B \cdot \sin \theta_B$$

Destas equações obtemos:

$$\begin{cases} m_A \cdot r_A \cdot 2\alpha \cdot \cos \theta_A = -2\alpha \cdot m \cdot r & (16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_A \cdot r_A \cdot 2\alpha \cdot \sin \theta_A = 2\alpha \cdot m \cdot r & (17) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_A \cdot r_A \cdot \cos \theta_A + m_B \cdot r_B \cdot \cos \theta_B = 0 & (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_A \cdot r_A \cdot \sin \theta_A + m_B \cdot r_B \cdot \sin \theta_B = 0 & (19) \end{cases}$$

Das equações (16) e (17) vem:  $\text{tg} \theta_A = -1$

Devemos adicionar massa ao sistema; desse modo  $m_A > 0$ . Analizando a equação (16), para que  $m_A \cdot r_A$  resulte um número positivo, é necessário que  $\cos \theta_A$  seja negativo. Portanto,

$$\theta_A = \frac{3\pi}{2}$$

Caso fosse possível retirar massa do sistema, teríamos  $m_A < 0$ , resultando em  $\theta_A = \frac{\pi}{2}$ .

Como a cada massa do sistema corresponde uma outra radialmente oposta, é óbvio que se  $\theta_A = \frac{3\pi}{2}$ , então  $\theta_B = \frac{\pi}{2}$ . Esta mesma conclusão pode ser tirada das equações (18) e (19).

A massa a ser adicionada no plano A é:

$$m_A \cdot r_A = \sqrt{2} \cdot m \cdot r$$

Notemos que, no problema dado existe distribuição simétrica de

massa em relação ao eixo z, tornando o sistema estaticamente balanceado. As massas adicionadas deverão ser tais que

$$m_A \cdot r_A = m_B \cdot r_B, \text{ e portanto: } m_B \cdot r_B = \sqrt{2} \cdot m \cdot r$$

#### IV- Classes de balanceamento

Já vimos que as peças rotativas devem ser projetadas equilibradas, de modo que o balanceamento prático é realizado por meio de pequenas alterações da distribuição de massa do corpo. Além disso, já afirmamos que o balanceamento é realizado até um certo nível, o qual depende do tipo de aplicação e da velocidade de rotação da peça. Com isso podemos manter as vibrações e as solicitações dinâmicas dentro de limites adequados ao funcionamento da máquina. Vale mencionar que não existe uma relação direta entre o desbalanceamento residual e o nível de vibração da máquina, o qual depende de muitos fatores como, por exemplo, a massa da carcaça e da fundação, a rigidez dos mancais e da fundação, a ocorrência de ressonâncias, etc. De qualquer maneira, existem níveis admissíveis de desbalanceamento residual, compatíveis com a boa prática de projeto de máquinas. A norma ISO 1940 trata da qualidade de balanceamento de rotores rígidos. Para tanto, são definidos diversos graus de qualidade de balanceamento, que são denotados pela letra G seguida de um número variável entre 0.4 e 4000, numa série normalizada de razão geométrica  $\approx 2,5$ . Cada uma dessas classes de balanceamento estabelece uma faixa de desbalanceamento residual permissível, da seguinte maneira:

$$\text{Classe ISO G n} \longleftrightarrow n(\text{mm/s}) \geq e \cdot \omega$$

onde  $e$  é a excentricidade residual do centro de massa, e  $\omega$  é a velocidade angular de trabalho da peça. Nesta situação, o desbalanceamento residual admissível em cada plano fica:

$$m \cdot r = M \cdot \frac{e}{2}$$

Tal especificação supõe que o desbalanceamento estático tem maior importância que o desbalanceamento de momento. Caso isso não aconteça, como é a situação com rotores com discos em balanço, nos quais a distância entre os planos de balanceamento é maior que a distância entre mancais, o desbalanceamento residual admissível em cada plano é reduzido conforme a razão entre essas distâncias.

Como exemplo, consideremos um rotor de bomba com classe G 6.3 que deve ser balanceado em dois planos entre mancais, sabendo-se que sua máxima velocidade de trabalho é 3600 rpm, e sua massa 40kg. Pede-se determinar o desbalanceamento residual permissível em cada um dos planos de balanceamento.

$$\omega = 2.\pi \frac{3600}{60} \cong 380 \text{ rad/s} \quad e = \frac{6,3}{380} \cong 0,017 \text{ mm}$$

$$m.r = M \frac{e}{2} = 40000 \frac{0,017}{2} \cong 340 \text{ g.mm}$$

A título de ilustração, vamos descrever alguns tipos de máquinas que se enquadram em algumas classes.

G 4000	virabrequins de motores marítimos lentos
G 250	virabrequins de motores diesel rápidos com 4 cilindros
G 40	rodas de automóveis; eixos de transmissão
G 6.3	ventiladores; volantes; rotores de bombas
G 2.5	turbinas a gas e a vapor; acionamento de máqu.-ferram.
G 0.4	fusos de retificadoras de alta precisão; giroscópios

É importante mostrar porque o desbalanceamento específico admissível e varia inversamente à rotação do rotor. Para tanto, consideremos dois rotores similares de tamanhos diferentes, nos quais a única solicitação é devida ao desbalanceamento.

A solicitação é:

$$F = M.e.\omega^2 \cong \rho.[L]^3.e.\omega^2$$

O momento fletor em uma seção crítica é representado por:

$$M_f \cong F.[L] \cong \rho.[L]^4.e.\omega^2$$

A tensão máxima fica:

$$\sigma = \frac{M_f}{W} \cong \rho.[L]^4.e.\omega^2.[L]^{-3} \cong \rho.[L].\omega .e.\omega$$

Portanto, se os dois rotores são feitos do mesmo material e consequentemente suportam a mesma tensão máxima e tem a mesma densidade, devemos ter:

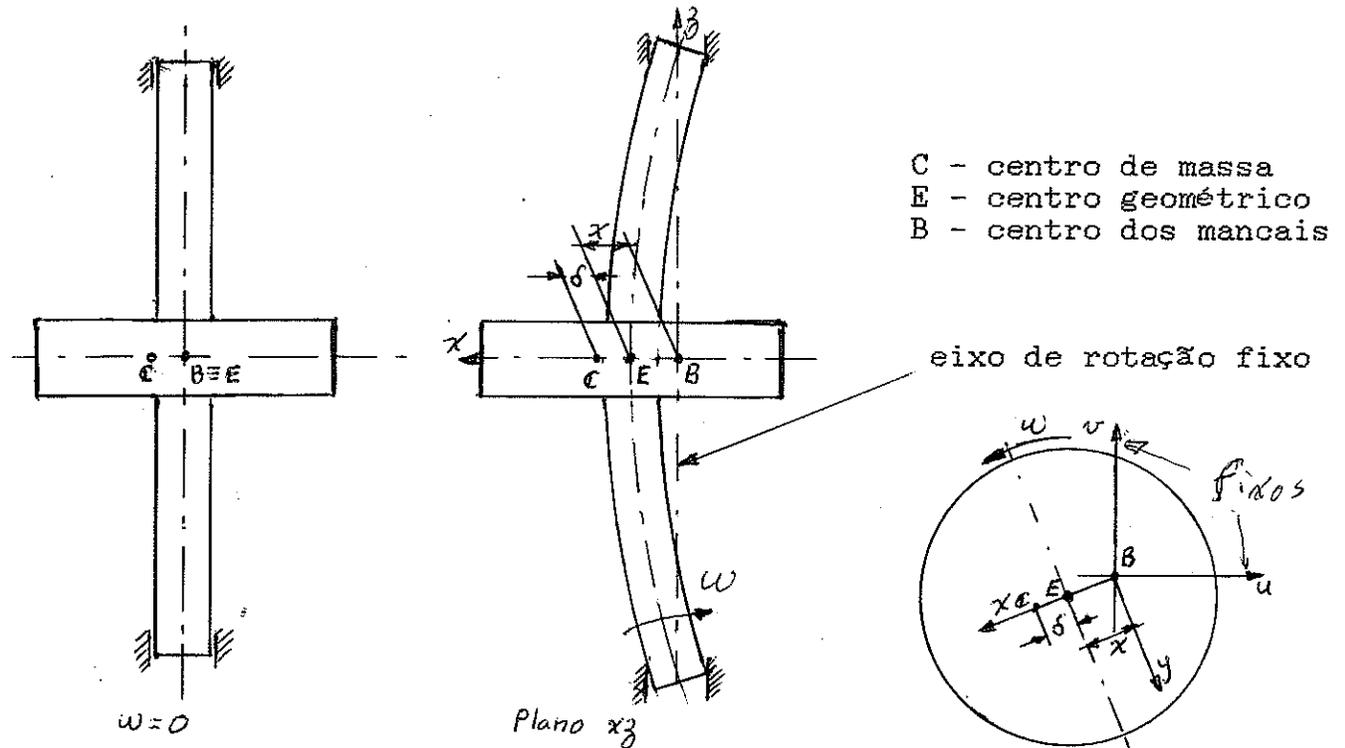
$$[L].\omega .e.\omega \cong [L].\omega .[L].\omega = \text{cte}$$

Conclui-se que máquinas semelhantes, dimensionadas para suportar esforços dinâmicos, tem velocidades semelhantes. Logicamente, a aceleração da máquina menor é maior, e seu deslocamento é menor. Por exemplo, quando comparamos um motor alternativo de pistão de um navio, com aquele de um aéro-modelo, notamos que a velocidade média de pistão é aproximadamente a mesma ( $\cong 9m/s$ ), apesar da escala de comprimento ser centenas de vezes maior no motor de navio. Analogamente, se compararmos um cachorro com um cavalo, que são aproximadamente geometricamente semelhantes, e constituídos dos mesmos materiais, notamos que ambos tem a mesma velocidade máxima, apesar do cavalo ter

pernas muito mais compridas e do cachorro ser muito mais rápido (maior aceleração).

V- Velocidade critica de rotores

Até este ponto consideramos os rotores como corpos rígidos. No entanto, à medida que aumentamos a rotação, as forças de inércia vão se tornando cada vez mais significativas, e provocando deformações no rotor. O modelo fisico mais simples que representa um rotor flexível, é apresentado na figura abaixo. O eixo é flexível e de massa desprezível e o rotor de massa  $m$  está colocado no plano de simetria do sistema.



Aplicando uma força radial no rotor parado obteremos uma flecha tal que:

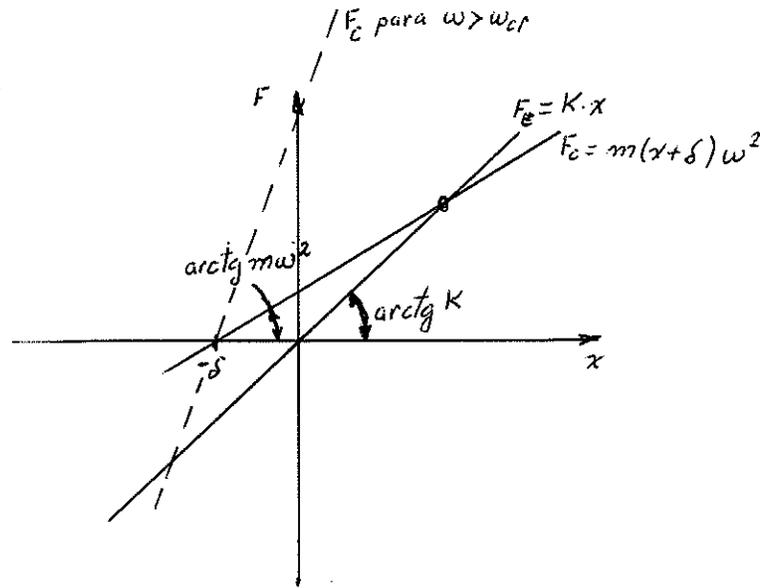
no centro do Vao

$$F_e = K \cdot x$$

A força radial de inércia devida a rotação do eixo desbalanceado será:

$$F_c = m \cdot (x + \delta) \cdot \omega^2$$

Colocando em um gráfico, a força radial devida à rotação e a força elástica em função da flecha do eixo, obtemos duas retas, cuja intersecção fornece o ponto de equilíbrio dinâmico.



Para um dado eixo e rotor, teremos um valor de  $\delta$ , um valor de  $K$  e um valor de  $m$ ; portanto, a reta correspondente à força elástica é fixa e independente de  $\omega$ ; já a reta correspondente à força de inércia sempre cruza o eixo  $x$  a uma distância  $\delta$  da origem, porém tem uma inclinação proporcional a  $\omega^2$ . O cruzamento das duas retas se dará em um ponto que corresponde a uma flecha que cresce à medida que  $\omega$  cresce.

Analiticamente, o cruzamento se dá com:

$$F_e = F_c$$

$$K \cdot x = m \cdot (x + \delta) \cdot \omega^2 \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{m \cdot \delta \cdot \omega^2}{K - m \cdot \omega^2} \quad (20)$$

Se aumentarmos a rotação  $\omega$ , o ângulo que a reta referente a  $F_c$  faz com o eixo  $x$  aumenta, provocando o cruzamento mais afastado da origem. Quando as duas retas ficam paralelas, ou o denominador de (20) torna-se zero, temos  $x \rightarrow \infty$ ; ao  $\omega$  correspondente, dá-se o nome de **velocidade angular crítica**.

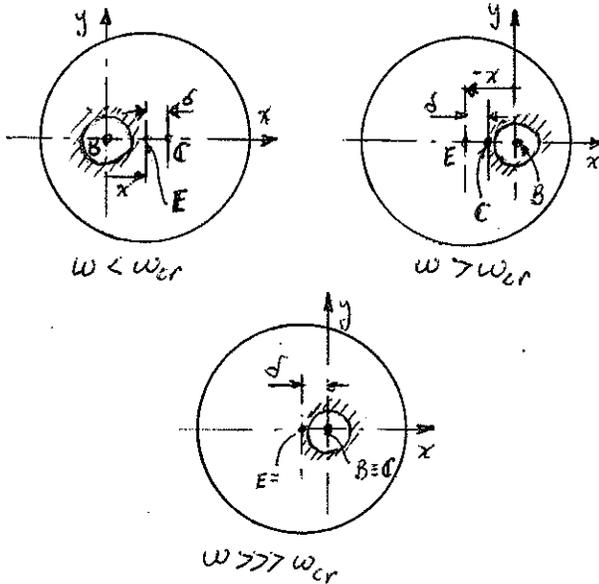
De (20) vem:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (21)$$

É importante observar que  $\omega_{cr}$  é independente de  $\delta$ , isto é, do desbalanceamento. Isto equivale a dizer que por menor que seja o desbalanceamento, existe a velocidade crítica. Evidentemente, a amplitude de deformação para um valor fixo de  $\omega$  depende diretamente de  $\delta$ .

A análise foi realizada ignorando-se o amortecimento, e

admitindo-se o rotor em regime permanente. Se  $\omega$  é crescente, a amplitude não tem tempo de atingir o valor de regime permanente, sendo possível passar pela velocidade crítica sem prejudicar o rotor, atingindo velocidades super-críticas. Neste caso, a análise realizada mostra que o ponto de equilíbrio (cruzamento das retas representativas de  $F_c$  e  $F_e$ ), se dá para valores negativos de  $x$ . A mesma conclusão pode ser obtida da equação (20). A figura abaixo ilustra a posição relativa dos pontos C, E e B.

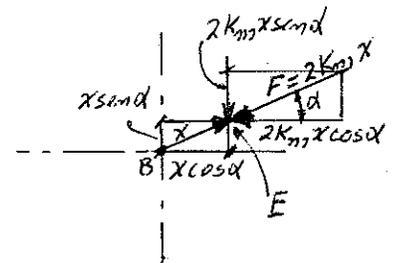
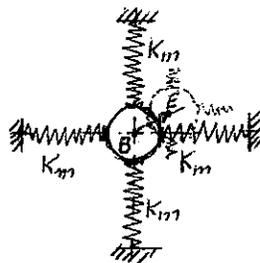
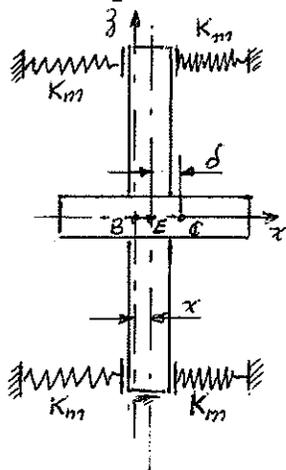


A medida que aumentamos  $\omega$ , a reta referente a  $F_c$  vai se aproximando da vertical, até que no limite o cruzamento se dá para  $x = -\delta$ ; quando isto acontece,  $C \equiv B$  e o corpo gira em torno do centro de massa. Neste caso, as forças de inércia controlam o comportamento do sistema.

Deve-se notar que quando  $\omega \ll \omega_{cr}$ , as forças elásticas é que determinam o comportamento do sistema, e o resultado é coerente com nossa intuição. O mesmo não ocorre para  $\omega \gg \omega_{cr}$ , onde nossa intuição normalmente falha.

Embora o valor da velocidade crítica coincida, no modelo analisado, com a frequência natural de vibração lateral do sistema, os fenômenos são distintos e não devem ser confundidos.

O que foi discutido para um eixo flexível e mancais rígidos, vale também para o caso de rotor rígido montado em mancais flexíveis. A figura ilustra o sistema mais simples que considera a flexibilidade dos mancais. Neste caso, devido à uniformidade da rigidez dos mancais e a simetria do problema, a rigidez equivalente vista pelo rotor é  $4 \cdot K_m$  (força radial no centro do vão dividida pelo deslocamento)

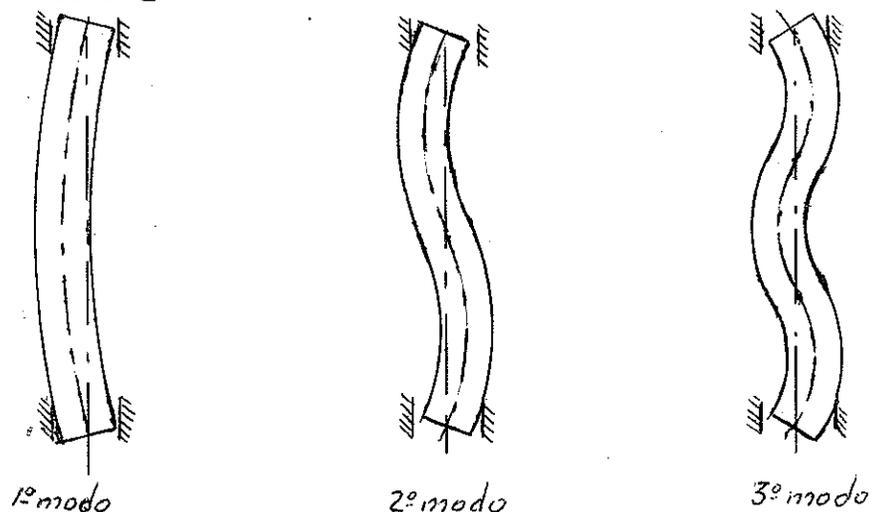


A velocidade crítica fica:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{4 \cdot K_m}{m}}$$

Analogamente ao sistema com eixo flexível, quando  $\omega \ll \omega_{cr}$ , as forças elásticas dominam o comportamento do sistema, e o centro de massa descreve uma circunferência externa àquela descrita pelo centro do eixo. Quando  $\omega > \omega_{cr}$ , o centro de massa descreve uma circunferência interna àquela descrita pelo centro do eixo, de modo que quando  $\omega/\omega_{cr} \rightarrow \infty$ , o centro de massa fica fixo no espaço enquanto o centro geométrico do eixo descreve uma circunferência de raio  $\delta$  em torno dele. Como veremos adiante, existem máquinas de balanceamento que se utilizam dessa propriedade.

Os resultados obtidos para os modelos simples devem ser estendidos a rotores com massa distribuída ao longo do comprimento. Neste caso, teremos várias velocidades críticas possíveis com as correspondentes configurações da linha elástica, como mostrado na figura.



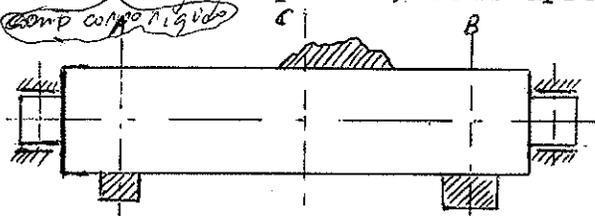
Evidentemente, para uma velocidade  $\omega$  constante, diferente da velocidade crítica, a configuração da linha elástica depende do desbalanceamento distribuído ao longo do rotor, podendo assumir uma curva espacial.

Para complementar a discussão apresentada, devemos mencionar que as velocidades críticas de rotores reais dependem, além da distribuição de massa e rigidez ao longo do rotor, da rigidez dos mancais, de efeitos giroscópicos, etc. Cumpre lembrar que existe uma literatura extensa sobre dinâmica de rotores, pela sua importância no projeto e utilização de máquinas rotativas de alta velocidade, como as turbo-máquinas.

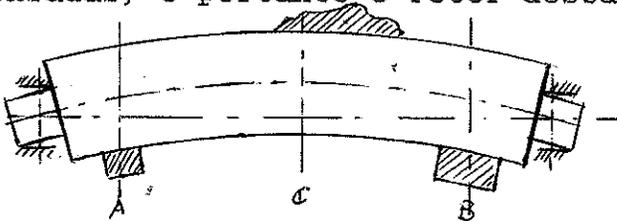
## VI- Balanceamento de rotores flexíveis

Já mostramos que rotores reais se deformam pelo efeito das forças de inércia e podem apresentar velocidades críticas. Um rotor pode ser considerado rígido, se sua velocidade de trabalho é muito menor que sua primeira velocidade crítica. Evidentemente, quando a velocidade de rotação se aproxima ou ultrapassa a primeira crítica, devemos considerar a elasticidade do rotor. A norma ISO 5406 trata dos métodos de balanceamento de rotores flexíveis, classificando-os em 5 categorias que podem requerer procedimentos diferentes de balanceamento. Para um primeiro contato com o assunto apresentaremos um único método de balanceamento. Para mostrar o comportamento da distribuição de massa em um rotor flexível, consideremos o seguinte:

Suponhamos inicialmente um rotor ~~rígido~~ que tenha sido balanceado em dois planos, como apresentado na figura.



Quando aumentamos a rotação, o efeito da flexibilidade se faz sentir, alterando as distâncias dos centros de massa de cada seção até o eixo dos mancais. Isto torna as forças de inércia não compensadas, e portanto o rotor desbalanceado.



Portanto, aparentemente, são necessários infinitos planos de balanceamento para corrigir a distribuição de massa em cada seção, o que é impraticável.

Na realidade, o balanceamento é feito em um número  $j$  de planos conforme a rotação do eixo. Para uma velocidade de trabalho no campo da primeira velocidade crítica, o eixo assume a configuração do primeiro modo, sendo necessários três planos de balanceamento; genericamente, para velocidade de trabalho no campo da  $n$ -ésima velocidade crítica, são necessários  $n+2$  planos de balanceamento.

O procedimento para balancear um rotor que trabalhe no campo da primeira velocidade crítica, por exemplo, é o seguinte:

Inicialmente balancea-se o rotor em uma velocidade bem abaixo da crítica, como corpo rígido, utilizando-se os planos das extremidades. Eleva-se a velocidade de rotação até um valor próximo da primeira crítica, quando o eixo assume a

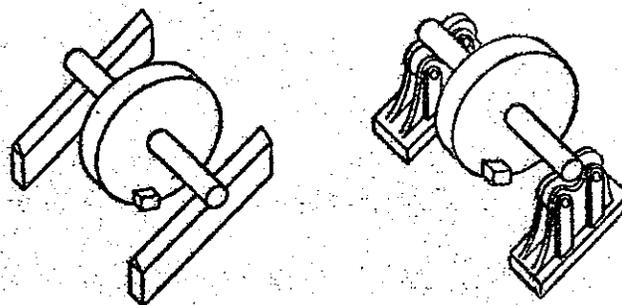
configuração do primeiro modo. Faz-se o balanceamento de modo a diminuir a flecha do eixo, adicionando ou retirando massa no plano central, e compensando essa massa nos planos das extremidades, de modo a não alterar o balanceamento como corpo rígido. Desta maneira, quando a velocidade for reduzida, o corpo continuará balanceado.

## VII- Métodos e máquinas de balanceamento

Um corpo <sup>rígido</sup> girando em torno de um eixo central de inércia não está sujeito a forças dinâmicas externas. Nesta situação, o eixo geométrico descreve uma superfície de revolução em torno do eixo de inércia. Se impuzermos uma restrição ao movimento do eixo geométrico através de mancais, de modo que o eixo central de inércia seja forçado a descrever uma superfície de revolução ao redor dele, resultarão esforços nos mancais. Os dois tipos básicos de máquinas de balanceamento dinâmico operam conforme esses dois casos limites. A seguir faremos uma rápida classificação e descrição dos métodos e máquinas de balanceamento.

### a- Balanceamento estático; método gravitacional

Consiste em colocar a peça livre para girar em torno de um eixo horizontal e observar a posição em que se dá o equilíbrio após cessar a rotação; com colocação ou retirada de massa num processo iterativo, obtém-se o balanceamento estático quando a peça adquirir equilíbrio indiferente. A massa é colocada na posição superior ou retirada na inferior quando o corpo cessa de girar. A figura indica alguns dispositivos simples para balancear.

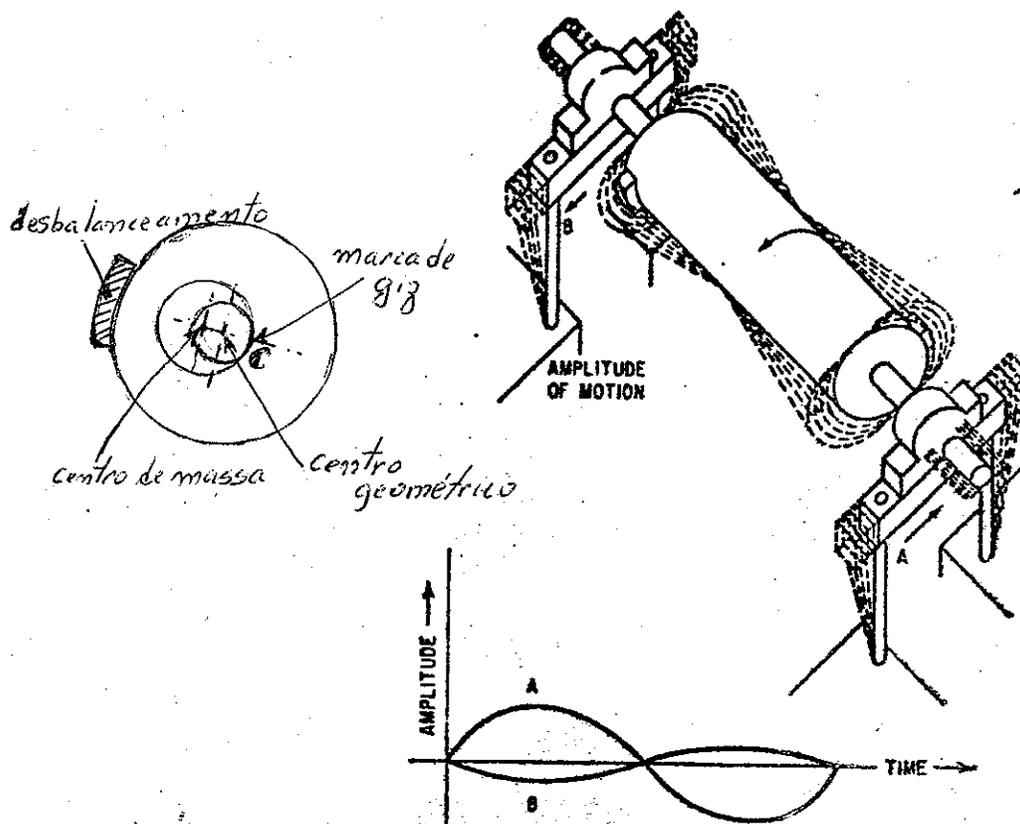


### b- Balanceamento centrífugo ou dinâmico

Consiste em se girar o corpo a uma dada velocidade, a fim de se obter o desbalanceamento devido a não distribuição uniforme de massa em relação ao eixo de rotação do corpo. Existem dois tipos de máquinas de balancear:

**Máquina de balancear de mancais flexíveis.**- O corpo se comporta como se estivesse livre no espaço; o eixo central de

inércia fica fixo e os mancais se movimentam. Medem-se deslocamentos ou velocidades dos mancais. A velocidade de rotação deve ser bem maior que a velocidade crítica do conjunto rotor-mancais, sendo que para tanto os mancais são bastante flexíveis e  $\omega \rightarrow 0$ . Aproximando-se um giz do rotor em movimento, pode-se determinar o ponto  $C$  indicado na figura. Note-se que deve ser colocada massa nesse ponto para balancear o sistema.



**Máquina de balancear de mancais rígidos.** - Neste tipo de máquina, o corpo gira em torno do eixo geométrico, e são medidas as forças nos mancais. A velocidade de rotação deve ser muito menor que a velocidade crítica do conjunto rotor-mancais, de modo a se evitar deflexões no rotor. Pela figura, podemos ver que deve ser retirada massa do ponto  $C$  (marcado por um giz aproximado do rotor girando), a fim de se balancear o sistema. As forças nos mancais são obtidas por meio de cristais piezoelétricos ou extensômetros.

