PSI3213 – Circuitos Elétricos II – Propriedades gerais das redes lineares

Magno T. M. Silva

Escola Politécnica da USP

Vários desses slides foram inspirados nas transparências da Profa. Denise Consonni

FCPs e modos naturais

Equação característica

- $\det(\mathbf{Y}_n) = 0$
  em que $\mathbf{Y}_n$ é a matriz de admitâncias obtida com a análise nodal (A.N.)
- $\det(\mathbf{Z}_m) = 0$
  em que $\mathbf{Z}_m$ é a matriz de impedâncias obtida com a análise de malhas (A.M.)

Polinômio característico

$$\boxed{D(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

Os zeros de $D(s)$ determinam os denominadores das frações parciais, determinam a forma da resposta livre do circuito

FCPs e modos naturais

- Raiz simples: s_k (FCP)
  - em Laplace

$$\frac{A_k}{s - s_k}$$

  - no tempo

$$\boxed{A_k \, \mathrm{e}^{s_k \, t} \;\; \text{(modo natural)}}$$

- Raiz múltipla: s_k (FCPs)
  - em Laplace

$$\frac{A_k}{(s - s_k)^j}$$

  - no tempo

$$\boxed{A_k \, \mathrm{e}^{s_k \, t}, \quad A_k \, t\mathrm{e}^{s_k \, t}, \quad \cdots \quad A_{k_j} \, t^{j-1}\mathrm{e}^{s_k \, t} \;\; \text{(modos naturais)}}$$

FCPs e modos naturais

As equações de análise nodal (A.N.) ou de malhas (A.M.) fornecem apenas as FCPs não nulas do circuito. Para obter as FCPs nulas e não nulas, podemos

- usar a A.N.M. (análise nodal modificada)
- usar a A.N., considerando correntes dos indutores como incógnitas
- usar a A.M., considerando tensões dos capacitores como incógnitas

FCPs e modos naturais

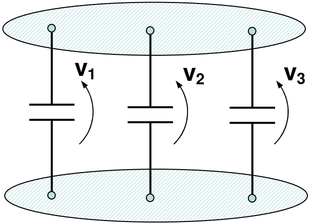
FCPs nulas correspondem a uma constante na resposta

$$s_k = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{A_k}{s} \leftrightarrow A_k H(t)$$

Isso pode ocorrer quando há:

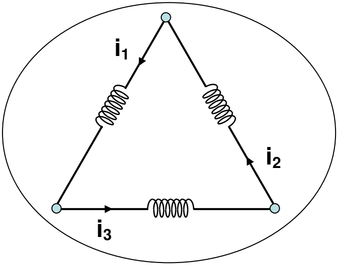
- corte de capacitores
- laços de indutores
- vinculados que geram situações semelhantes

Corte de capacitor



$$v_1 = v_2 = v_3 = cte$$

Laço de indutor



$$i_1 = i_2 = i_3 = cte$$

Estabilidade das redes livres

Saber se as respostas dar redes são limitadas ou crescem sem limites.

- Assintoticamente estáveis: resposta $\to 0$ para $t \to \infty$

$$\boxed{\mathrm{Re}(s_k) < 0, \;\; k = 1{,}2{,}3, \cdots, n}$$

Não há componentes constantes na resposta

- Marginalmente estáveis: resposta limitada para $t \to \infty$

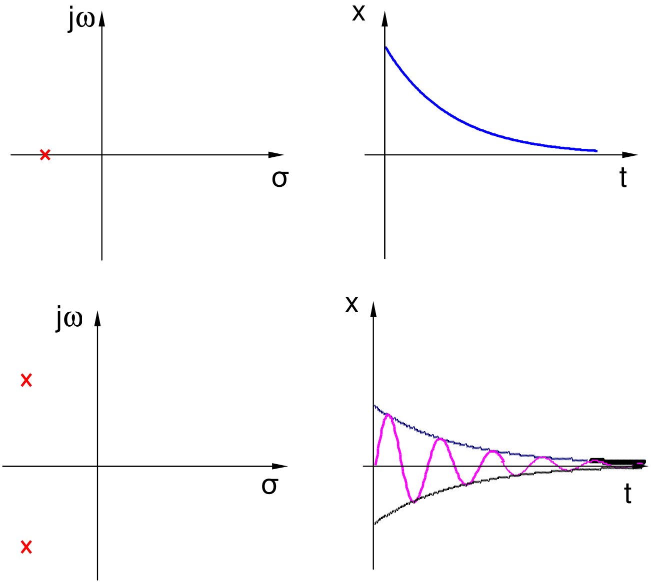
$$\boxed{\mathrm{Re}(s_k) \leq 0 \;\text{ e }\; s_k = \pm j\omega_k \;\; \text{(simples)}}$$

- Instáveis: alguma resposta livre $\to \infty$

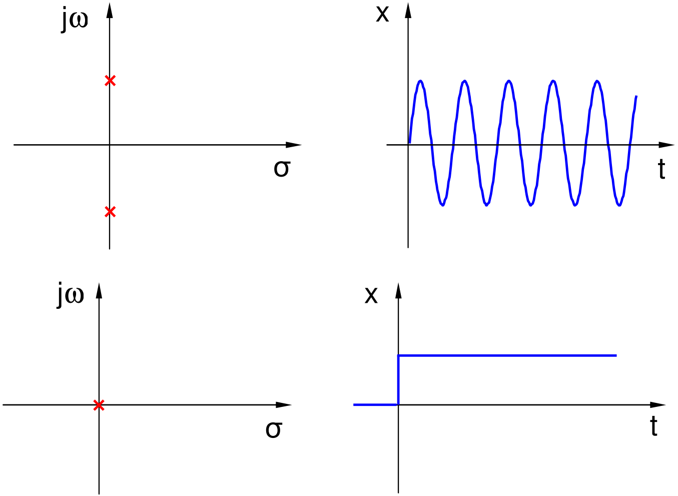
$$\boxed{\exists s_k \;\text{ tal que }\; \mathrm{Re}(s_k) > 0}$$

Para existir o RPS, o circuito deve ser assintoticamente estável

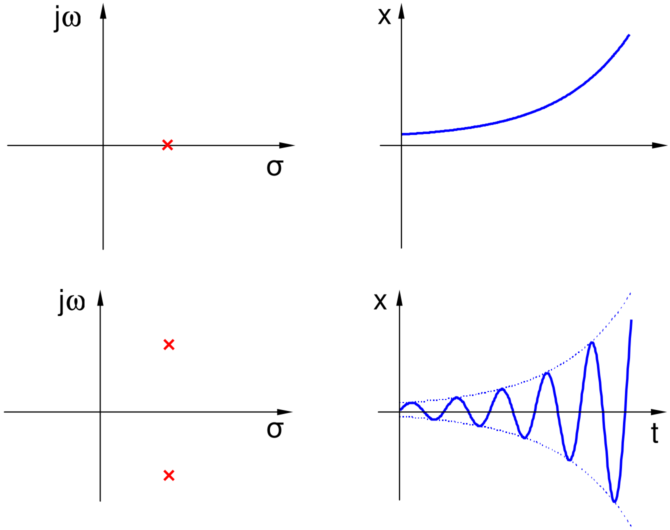
Polos e estabilidade



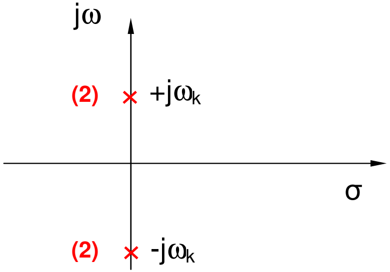
FCPs e estabilidade das redes livres

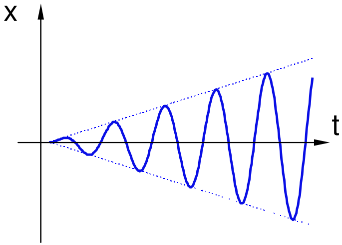


FCPs e estabilidade das redes livres



FCPs e estabilidade das redes livres





Estabilidade das redes com excitação

Rede estável entrada-saída ou BIBO (*bounded input–bounded output*) estável.

Teorema

$$\boxed{\text{Uma rede linear, fixa e assintoticamente estável é BIBO estável.}}$$

A recíproca não vale