

# **Aula 3**

# **MECÂNICA DA FRATURA**

# Mecânica da Fratura: Conceitos Básicos

- **Quantifica** as condições para colapso de um **sólido sob ação de um carregamento** na presença de uma descontinuidade/ **trinca pré-existente**;
- I.é.: possibilita a **obtenção de informações quantitativas de problemas específicos relativos a trincas em estruturas e componentes de engenharia**;
- **Objetivo da Aula:**  
Introduzir **conceitos básicos da MF** e sua aplicação na **prevenção da ocorrência da fratura catastrófica**.

- **Projetos** (componentes de máquinas/estruturas): baseados em propriedades mecânicas primárias como o limite de escoamento,  $\sigma_E$  e limite de resistência à tração,  $\sigma_R$ . Objetivo: evitar colapso plástico generalizado;
- Compara-se a **tensão** que atua no componente (**tensão de projeto**) com os valores tabelados ou com resultados de ensaios, das propriedades citadas, dividida por um **coeficiente de segurança: tensão admissível**;
- Valores típicos dos **coeficientes de segurança**:
  - **1,5** para **aços beneficiados** utilizados em aplicações tais como vasos de pressão e caldeiras;
  - **4** para **aços fundidos** para aplicações similares;
  - **5 a 10** para **tirantes de suportes e elevadores e guindastes**.

### 3. Critério de Projeto

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{CS} \quad \text{onde:}$$

$\sigma_{adm}$  é a tensão admissível;

$\sigma_e$  é o limite de escoamento;

$CS$  é o coeficiente de segurança.

**Ex: Aço 4140,  $\sigma_e = 1000\text{MPa}$ ,  $\sigma_{adm} = 1000/1,5 = 666\text{ Mpa}$**

Significa que uma peça fabricada com **esse aço, nessa condição** pode ser submetida, **no máximo** a uma tensão trativa de **666Mpa**.

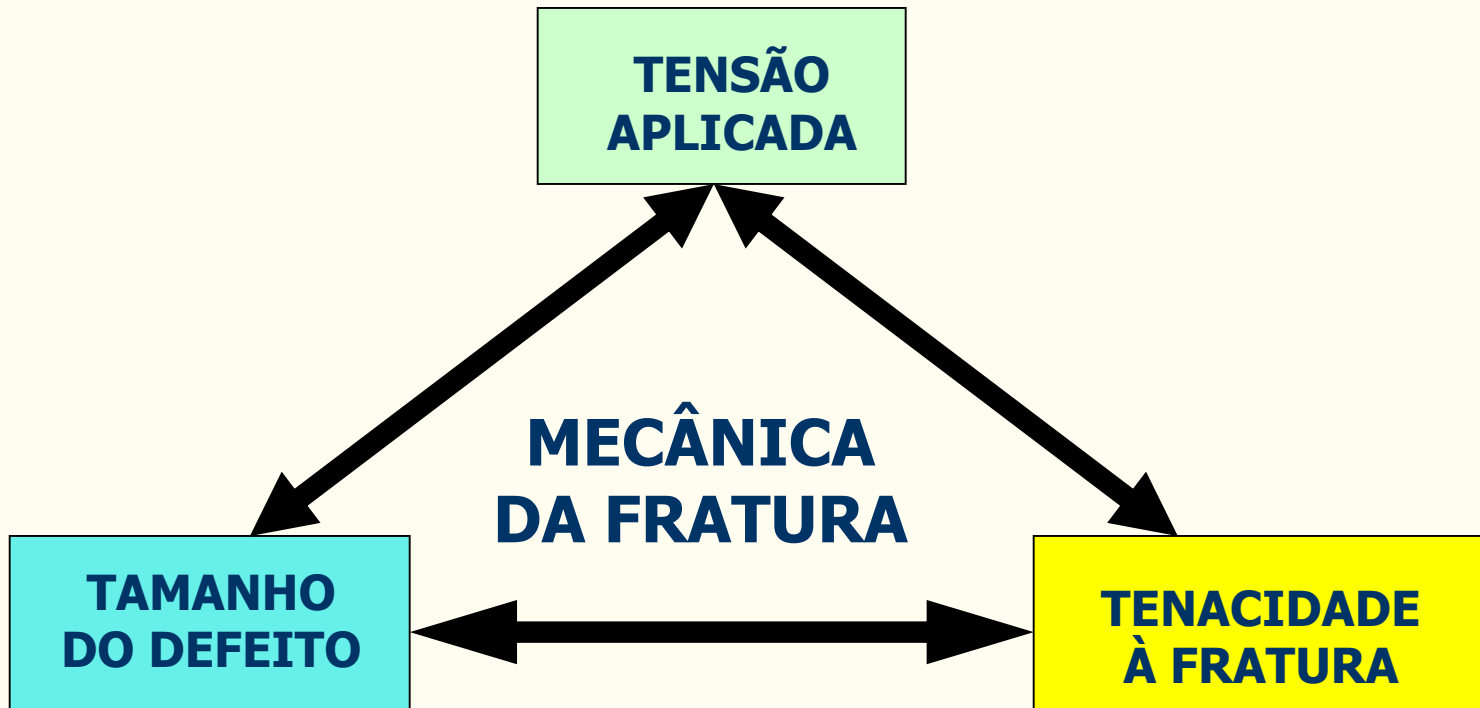
- **Falha do conceito:** não prevê falha por fratura frágil/descontinuidade/trinca preexistente;
- **Tentativa de prevenção:** Adota-se alto coeficiente de segurança;
- **Nem sempre funciona;**
- **É o caso do alto valor do coeficiente de segurança aplicado aos materiais fundidos:** descontinuidades (trincas, poros, grãos dendríticos, vazios, estrutura grosseira).

- **Comportamento frágil: rápida propagação da trinca** devido à presença de **concentrador de tensão** que localiza a deformação plástica (**colapso localizado**);
- **Concentradores de tensão de grande importância** em engenharia: **semelhantes a trincas**, altos valores de concentração de tensões,  $K_t$ , (**fundo de filetes de rosca, rasgos de chavetas, furos, raios de concordância, entalhes**)

Outros exemplos típicos de defeitos semelhantes a trincas são :

- **Trincas de solidificação em peças fundidas e metais de solda**
- **Trincas por hidrogênio** em zonas termicamente afetadas pelo calor, em regiões soldadas.
- **Decoção lamelar** em torno de inclusões em placas de aço laminadas e barras forjadas
- **Trinca nucleada por mecanismos de fadiga ou corrosão sob tensão**, com tamanho subcrítico.

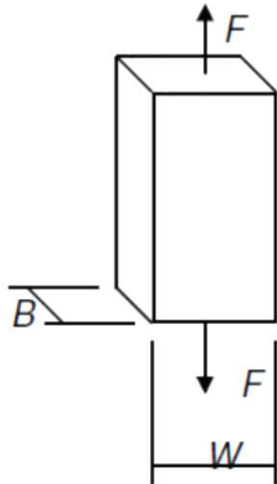
- É possível a **detecção e dimensionamento de descontinuidades** por ensaios não destrutivos (**END**): **ultrassom, PM, LP, Eddy Current**;
- **Mecânica de Fratura (MF)**: pode **prever**, em função das **dimensões** de uma descontinuidade e das **tensões** envolvidas se a trinca poderá **propagar-se** de maneira **catastrófica**;
- Com auxílio da **MF**, **pode-se determinar o grau de segurança** de componente ou estrutura, com relação à possível falha por **fratura frágil**;
- **Parâmetros da Mecânica de Fratura**: parâmetros que mostram como a presença de uma trinca afeta a resistência mecânica de um material;
- São denominados de **tenacidade à fratura** :  **$K_{IC}$ ,  $J_{IC}$  e CTOD**;
- São obtidos em laboratório por meio de **ensaios de carregamento até a fratura**, em corpos de prova possuindo **geometrias bem definidas e contendo trincas agudas de tamanhos conhecidos**.





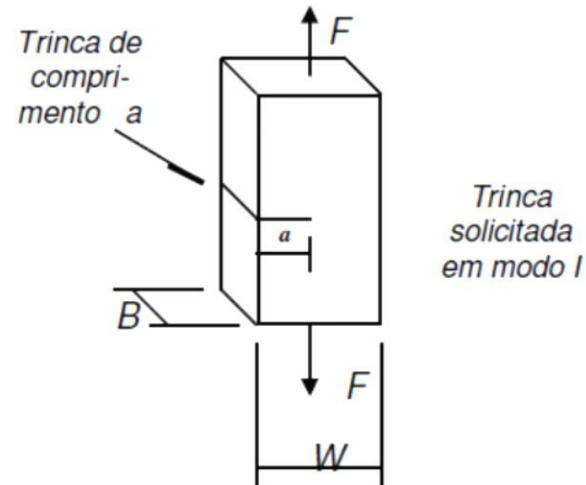
## RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

1. Barra prismática solicitada à tração de um material de alta resistência mecânica.



## MECÂNICA DA FRATURA

1. Barra com uma trinca solicitada à tração de um material de alta resistência mecânica.



2. Parâmetro característico

$$\sigma = \frac{F}{BW} \quad \text{onde:}$$

$\sigma$  é a tensão normal de tração (MPa)

2. Parâmetros característicos

$$\sigma = \frac{F}{BW}$$

$$K_I = y \cdot \sigma \sqrt{a} \quad \text{onde:}$$

$y$  é um parâmetro adimensional que depende da geometria da trinca e do corpo [ $y=f(a/W)$ ];

$K_I$  é o fator de intensidade de tensão em modo I (MPa $\sqrt{m}$ );

$a$  é o comprimento da trinca.

### 3. Critério de Projeto

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{CS} \quad \text{onde:}$$

$\sigma_{adm}$  é a tensão admissível;

$\sigma_e$  é o limite de escoamento;

$CS$  é o coeficiente de segurança.

### 3. Critério de Projeto

$$K_{ladm} = \frac{K_{IC}}{CS'} \quad \text{onde:}$$

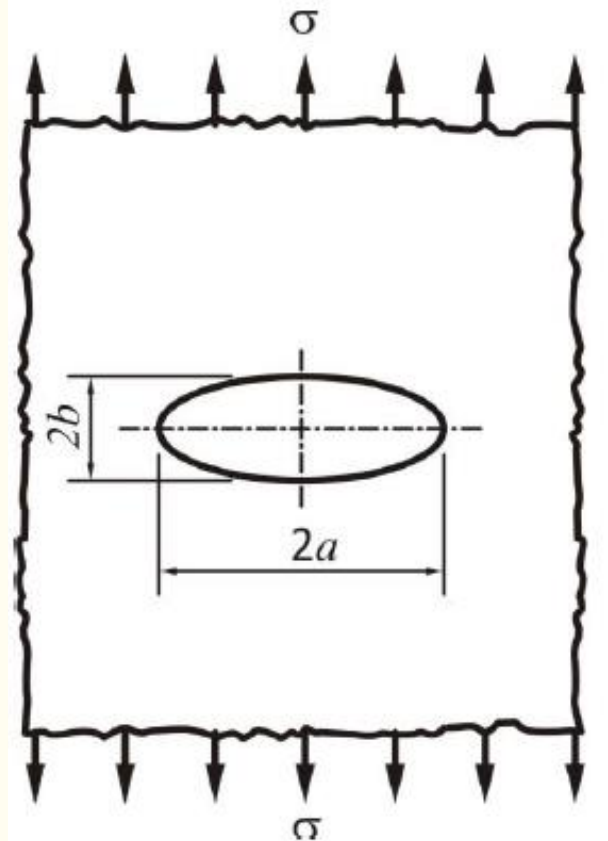
$K_{ladm}$  é o fator de intensidade de tensão admissível;

$K_{IC}$  é a tenacidade à fratura em deformação plana (valor crítico do fator de intensidade de tensão);

$CS'$  é o coeficiente de segurança.

## CONTRIBUIÇÃO DE INGLIS (1913)

- Após o afundamento do **Titanic (1912)**;
- **Marcos inaugurais da Mecânica da Fratura**;
- **Furo elíptico de eixos  $2a$  e  $2b$**  em uma placa sujeita à tensão uniforme  $\sigma$ ;



## CONTRIBUIÇÃO DE INGLIS (1913)

- Encontrou uma expressão simples para a **tensão máxima** nas extremidades do eixo maior desse furo:

$$\sigma_{\max} = \sigma \left( 1 + \frac{2a}{b} \right) = \sigma \left( 1 + 2 \left( \frac{a}{\rho} \right)^{1/2} \right)$$

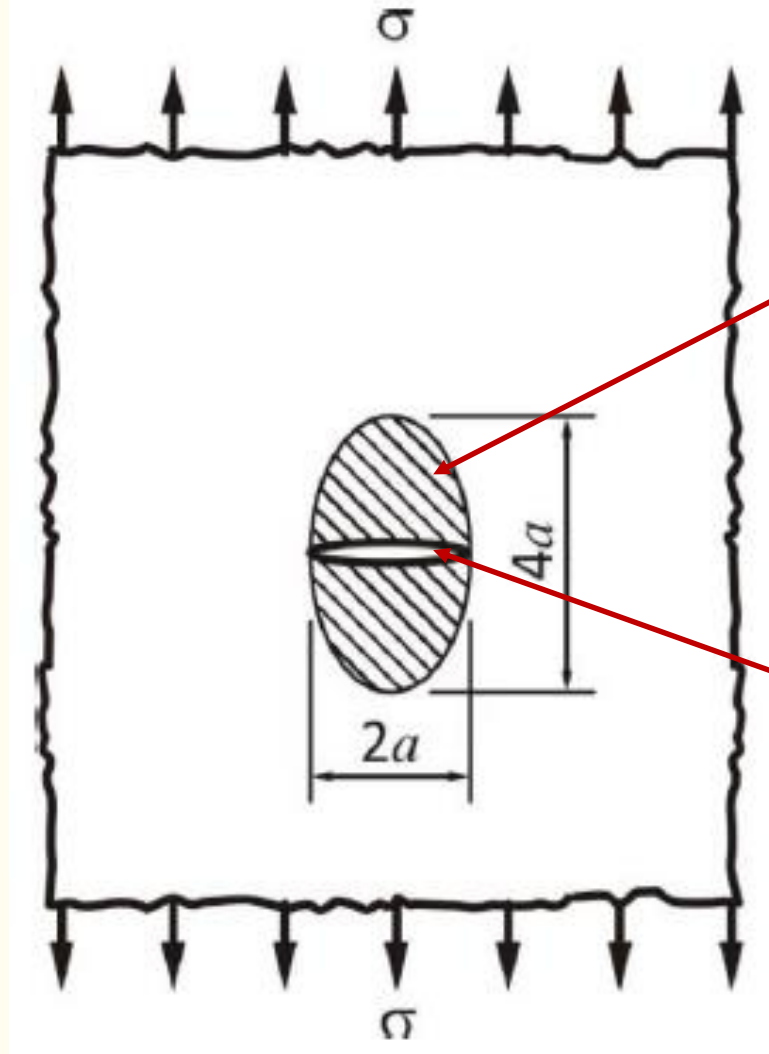
- onde  $\rho$  é o raio de curvatura,  $\rho = b^2/a$ ;
- Para  **$a = b$ , furo redondo**,  $\sigma_{\max} = 3\sigma$ , sendo **3** o **fator de concentração** de tensão convencional para um furo redondo;
- **Trinca perfeitamente afiada** ( $\rho \rightarrow 0$ ), a **tensão** na **ponta** da trinca tende ao **infinito**, resultado que, além de ser **fisicamente impossível**, levaria à **previsão errônea** de que os **materiais teriam resistência nula**.

## GRIFFITH(1920)

- **The phenomena of rupture and flow in solids**, The Philosophical Transactions of the Royal Society A, v.221, p.163-198, **1920**;
- Trabalhou com **vidro**, fornecidos na forma de tubos de ensaio:
  - **SiO<sub>2</sub> - 69,2%**;
  - **K<sub>2</sub>O - 12,0 %**;
  - **Na<sub>2</sub>O - 0,9%**;
  - **Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 11,8 %**;
  - **CaO – 4,5 %** ;
  - **MnO – 0,9 %**.

# Placa de largura infinita e espessura unitária

## Material linear elástico



Campo de tensão elástica (área hachurada). Nulo nas extremidades da trinca.

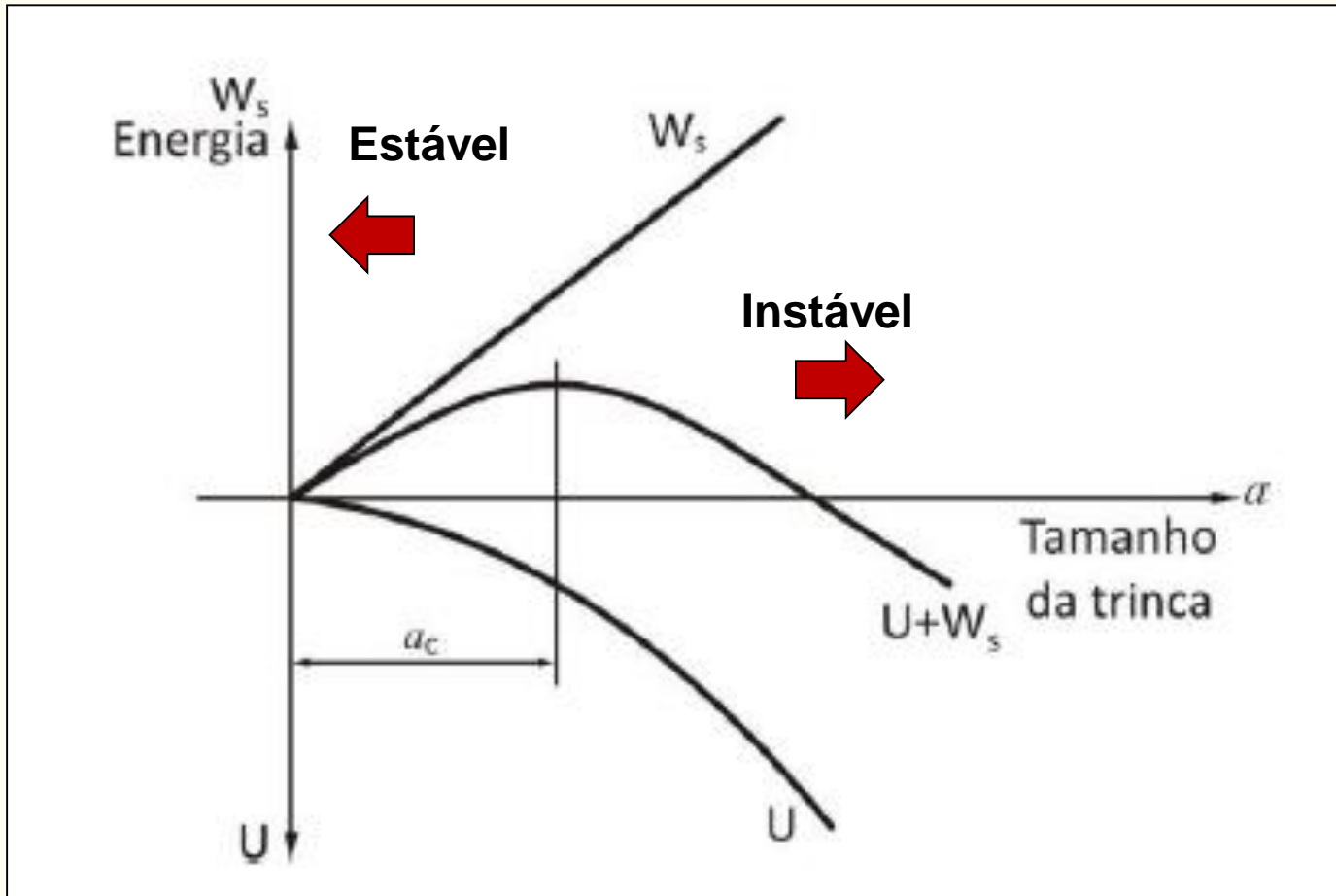
Trinca com comprimento  $2a$

## Considerações:

- Existe um **aumento de energia superficial ( $W_s$ )** com a introdução das superfícies de fratura;
- **Energia de superfície, por área, ( $\gamma_s$ )** é constante de cada material;
- $W_s$  é obtido multiplicando-se o comprimento das trincas pela espessura e pela energia de superfície:  $2a \times 1 \times 2 \times \gamma_s$ ;
- Existe uma **energia de deformação elástica ( $U_0$ )** com solicitação mecânica ( $\sigma$ );
- A introdução de uma **trinca** de comprimento  **$2a$**  em uma **placa larga e de espessura unitária** irá liberar a energia  **$U$** .

$$U = \pi \frac{\sigma^2}{E} a^2 \quad ; \quad W_s = 4a\gamma_s$$

# BALANÇO ENERGÉTICO DE GRIFFITH



$$\frac{dW_s}{da} + \frac{dU}{da} < 0$$



Derivando as equações e substituindo:

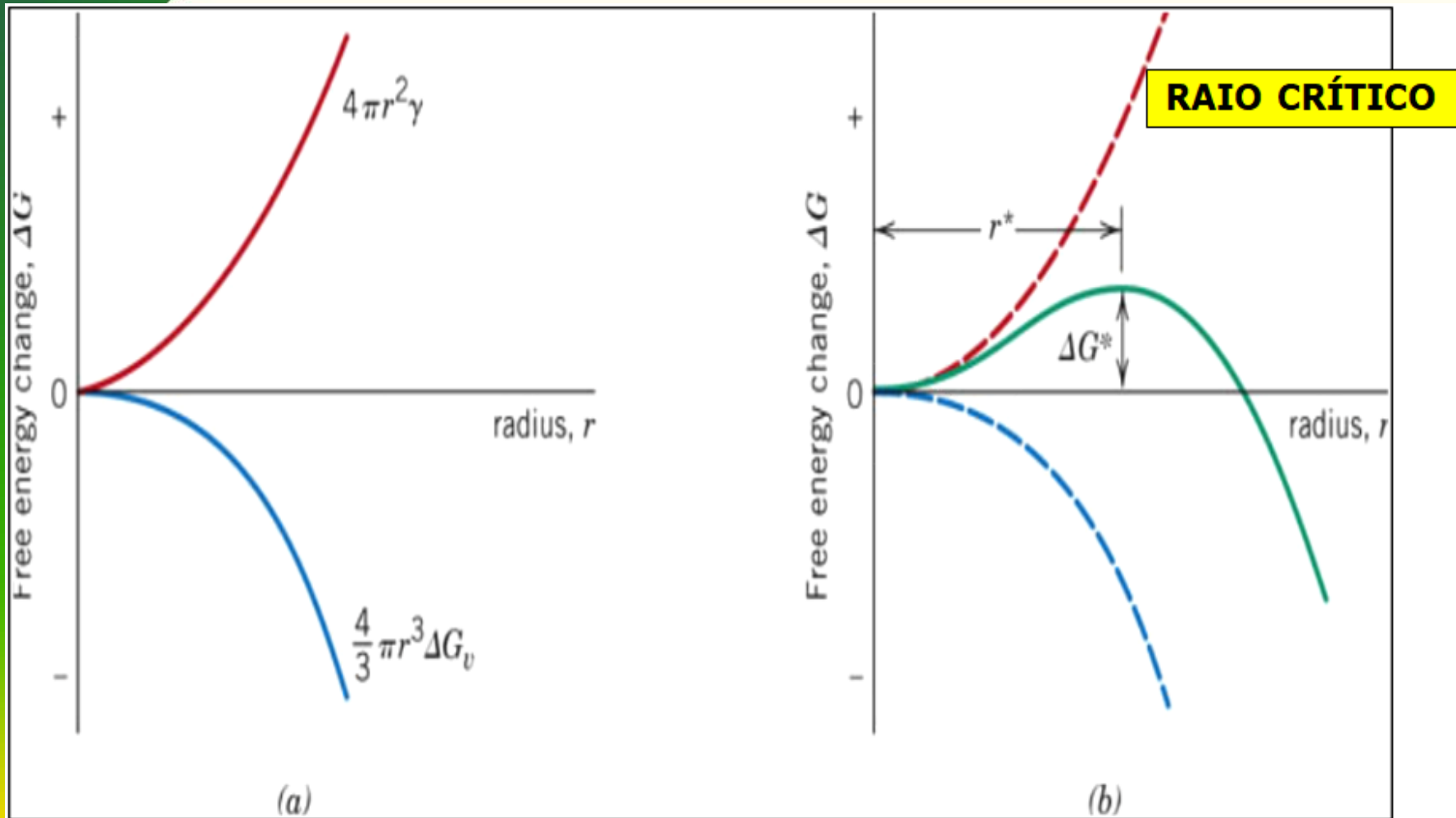
$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}}$$

## Visão Físico-Química da fratura

- Schukin (2001) mostra uma forma diferente de escrever a equação de Griffith:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad \frac{P}{Pid} \sim \left(\frac{a}{l}\right)^{1/2}$$

- **$P$**  é a resistência real de um sólido;  **$Pid$**  é a resistência ideal;  **$a$**  é o parâmetro de rede;  **$l$**  é o comprimento da trinca.
- Existe um **comprimento crítico de trinca, que é o mínimo** para que se propague, provocando a redução de energia do sistema;
- **Descontinuidades, com comprimento menor** que o crítico porém, **não se fecham** devido à **adsorção e misturas**, especialmente de **oxigênio (no caso de metais, por exemplo)**.



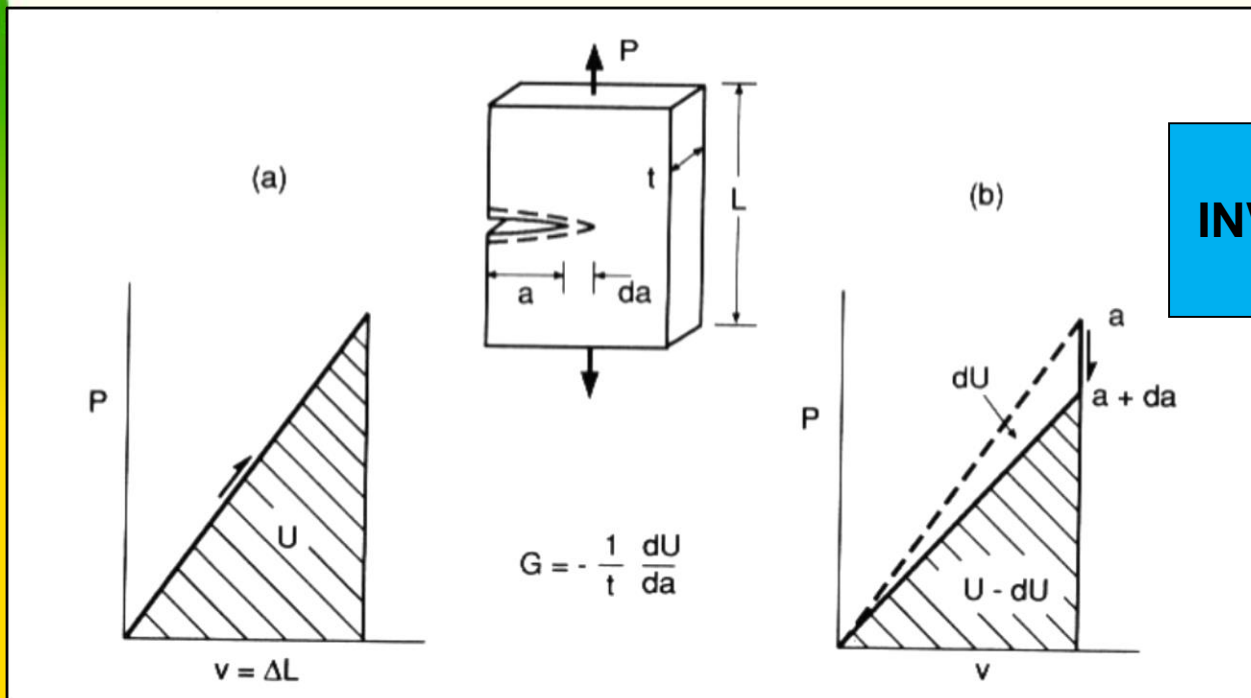
$$\Delta G = \frac{4}{3}\pi r^3 \Delta G_v + 4\pi r^2 \gamma$$

## EGON OROWAN (1945)

- **Falha de Griffith: não** considera deformação plástica-considera os materiais absolutamente **frágeis**;
- Mesmo materiais **frágeis à olho nú**, como o **FoFo**, apresentam **deformação plástica** em escala **microscópica**;
- O critério de **Griffith** foi posteriormente aperfeiçoado, de forma **independente**, por **E. Orowan (1902-1989)** e **G. R. Irwin (1907-1998)** para considerar materiais que tenham algum grau de ductilidade;
- **Orowan** propôs que a deformação plástica estaria restrita a uma pequena região próxima à trinca e que geraria um trabalho ( $\gamma_p$ ) e que  $\gamma_s$  poderia ser substituída por  $\gamma_s + \gamma_p$ , nas equações;
- **1955, Felbeck e Orowan** mostraram que  $\gamma_p$  é cerca de 1000 vezes maior que  $\gamma_s$ , indicando que, **na prática**,  $\gamma_s$  é **desprezível** no caso da **fratura de metais**.

## IRWIN(1957)

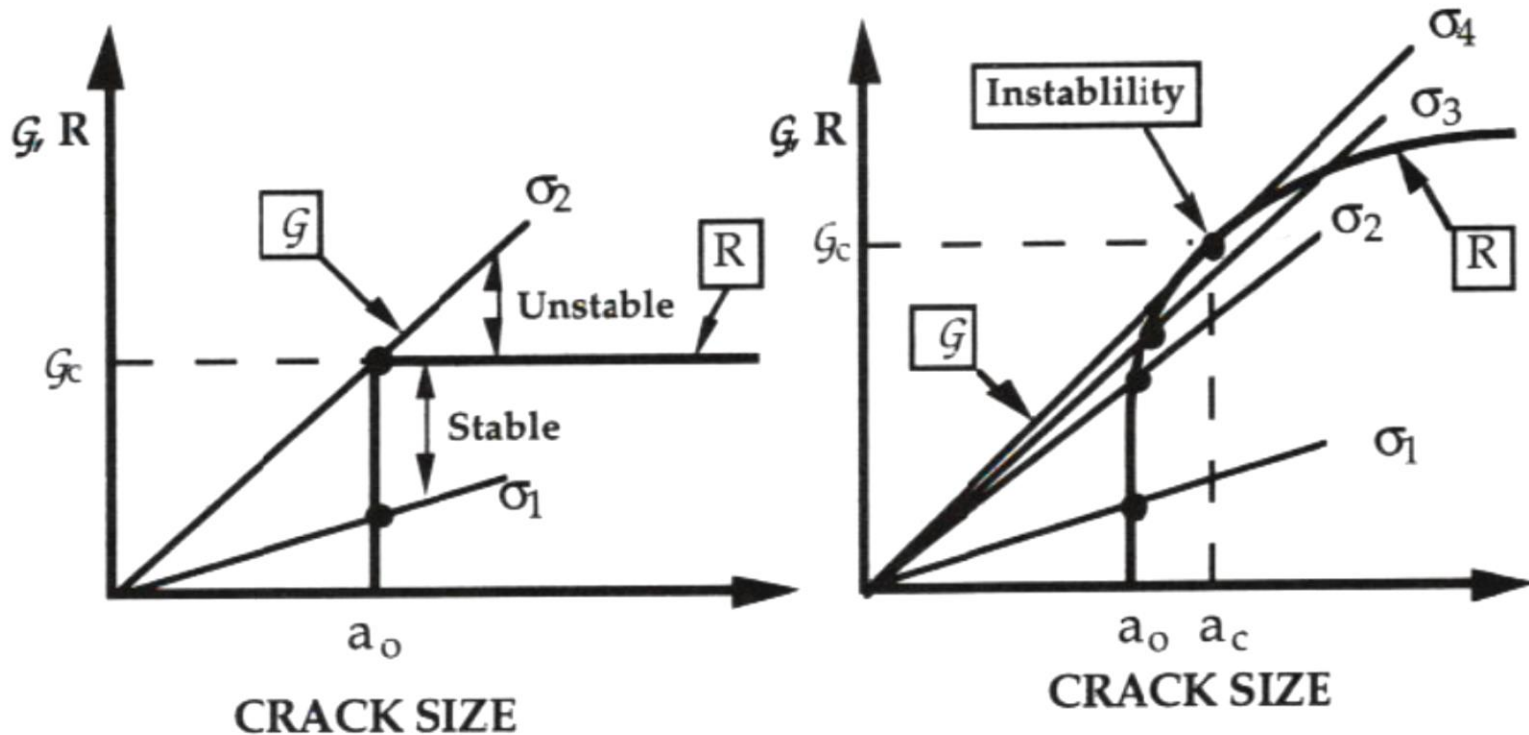
- **Generalizou** o conceito reunindo todas as fontes de resistência ao crescimento da trinca em um único parâmetro, denominado **taxa de alívio de energia de deformação** e denotado por **Gc** (consta que a letra “G” é uma homenagem a Griffith);
- Quando a trinca se propaga (da), a rigidez do material decresce e a energia potencial decresce de dU;
- G é a taxa de variação da energia potencial por unidade de área da trinca, a força motriz para a propagação da trinca:  $G = - dU/tda$ ;



**COMPLIANCE:**  
**INVERSO DA RIGIDEZ**  
 **$C = \Delta V / \Delta P$**

- Existe uma taxa de variação da energia potencial por unidade de área crítica,  $G_c$  (consta que a letra “G” é uma homenagem a Griffith), que separa a propagação estável da propagação instável ( $a_c$ );

### CURVAS DE RESISTÊNCIA CURVAS-R



(a) Flat R curve

(b) Rising R curve

$G$  = força motriz para a extensão da trinca  
 $R$  = resistência à extensão da trinca

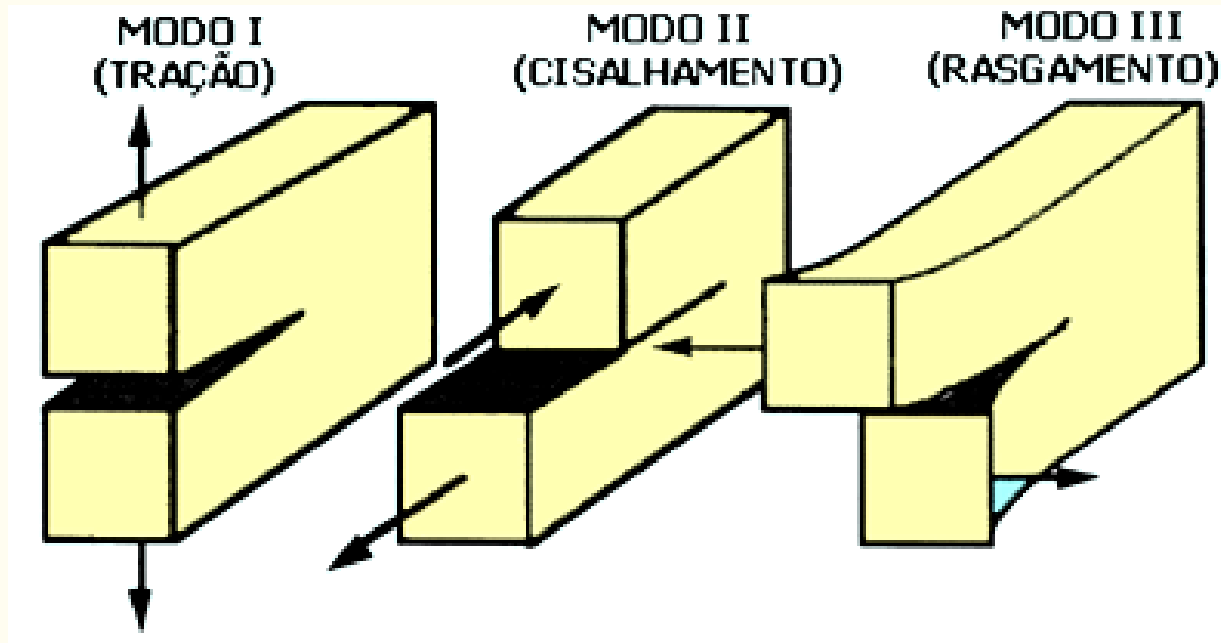
- $G_c$  é um parâmetro de cada material;
- As expressões para  $\sigma_c$  e  $G_c$  correspondem ao estado plano de tensão;
- Podem ser convertidas para o estado de deformação plana (confinamento na direção da espessura) substituindo-se  $E$  por  $E / (1 - \nu^2)$ , onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} = \sqrt{\frac{EG_c}{\pi a}}$$

$$G_c = \frac{\sigma_c^2 \pi a}{E}$$

# Conceitos da Mecânica da Fratura

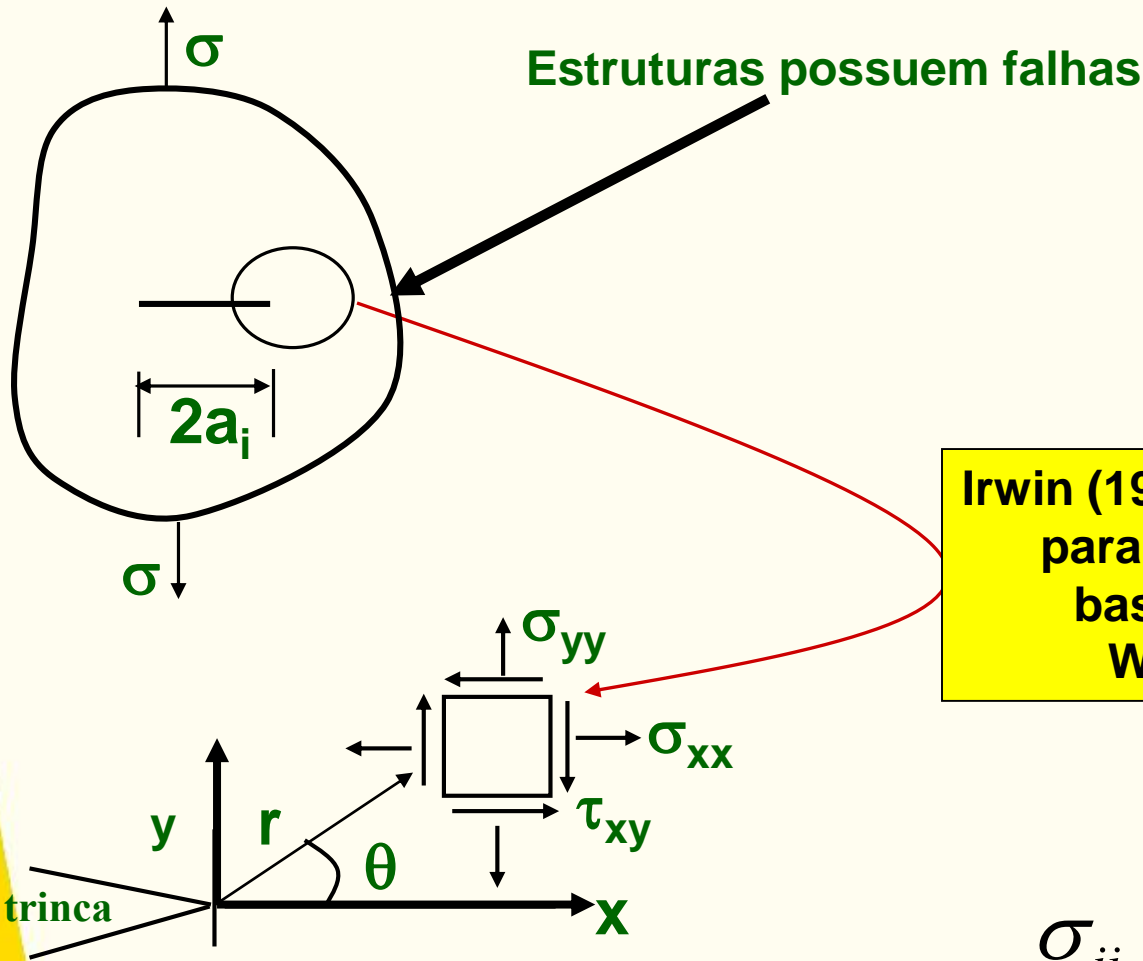
- Um corpo trincado pode ser carregado em um ou combinação dos seguintes modos de carregamentos:



- Muitos problemas de trincas em componentes de engenharia envolve primariamente o **modo I de carregamento**, tensões trativas, assim a **análise** será somente **focada para este modo de carregamento**.
- O método da energia de Griffith foi o primeiro a ser empregado na Mecânica da Fratura (1920). Esta metodologia é expressa em termos da taxa de alívio de energia de deformação,  $G$ . Trabalhos adicionais levaram o desenvolvimento **do fator de intensidade de tensão,  $K$** .



# Teoria do campo das tensões elásticas



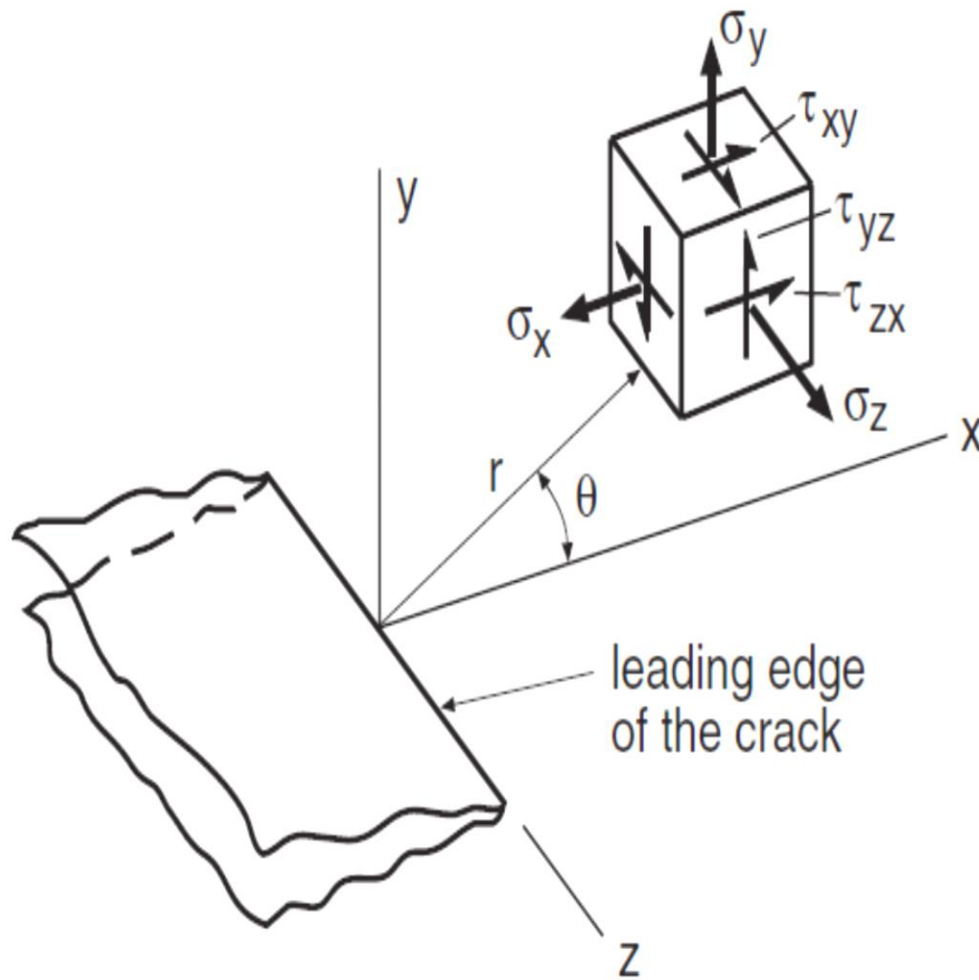
Estruturas possuem falhas

Irwin (1957), obteve as equações para o campo de tensões, baseado no método de Westergaard (1930).



$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

$r$  e  $\theta$  são coordenadas polares do ponto considerado e  $K$  é denominado de fator de intensidade de tensão.



$$\sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

## ESTADO TRIAXIAL DE TENSÕES

- Pelas equações anteriores, **todo o campo elástico fica conhecido** a partir do valor de  $\sigma\sqrt{a}$ ;
- Irwin definiu o **fator intensidade de tensão**, representado pela letra **K**, para o caso da placa infinita e o relacionou ao **Gc**

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}$$

$$\sigma(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta)$$

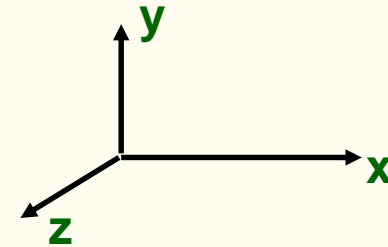
$$G_c = \frac{K^2}{E}$$

# CAMPO DE TENSÃO NA PONTA DA TRINCA

## Modo I de carregamento

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

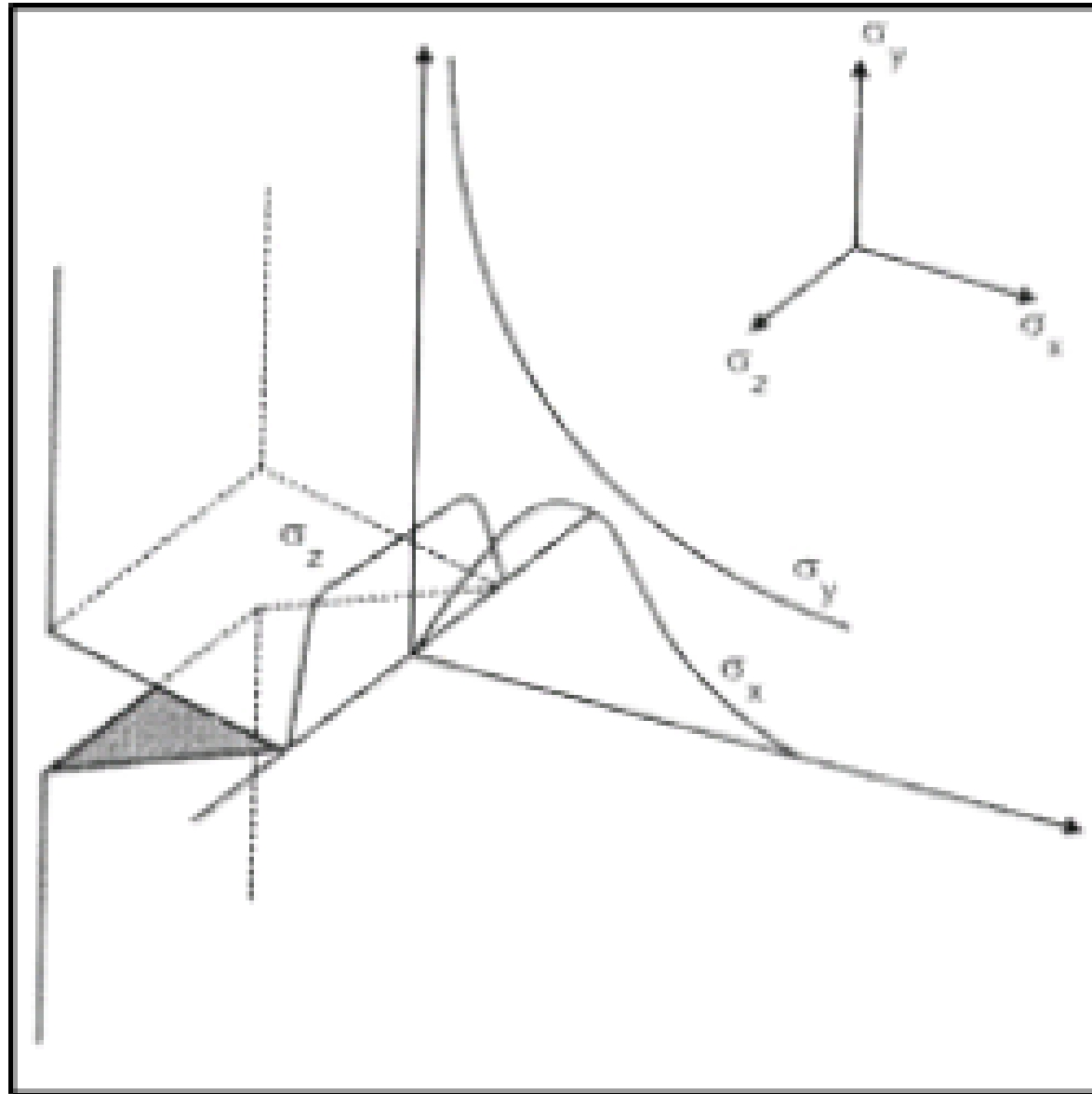
$$\sigma_{x,y} = \tau_{y,x}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \end{array} \right.$$

- $K_I$  é o fator de intensidade de tensão no modo I de carregamento;
- Uma vez que  $K$  é determinado, todas as tensões, em qualquer ponto na frente da trinca ( $r, \theta$ ) são estabelecidas.

# Estado triaxial de tensões provocado pela presença do entalhe

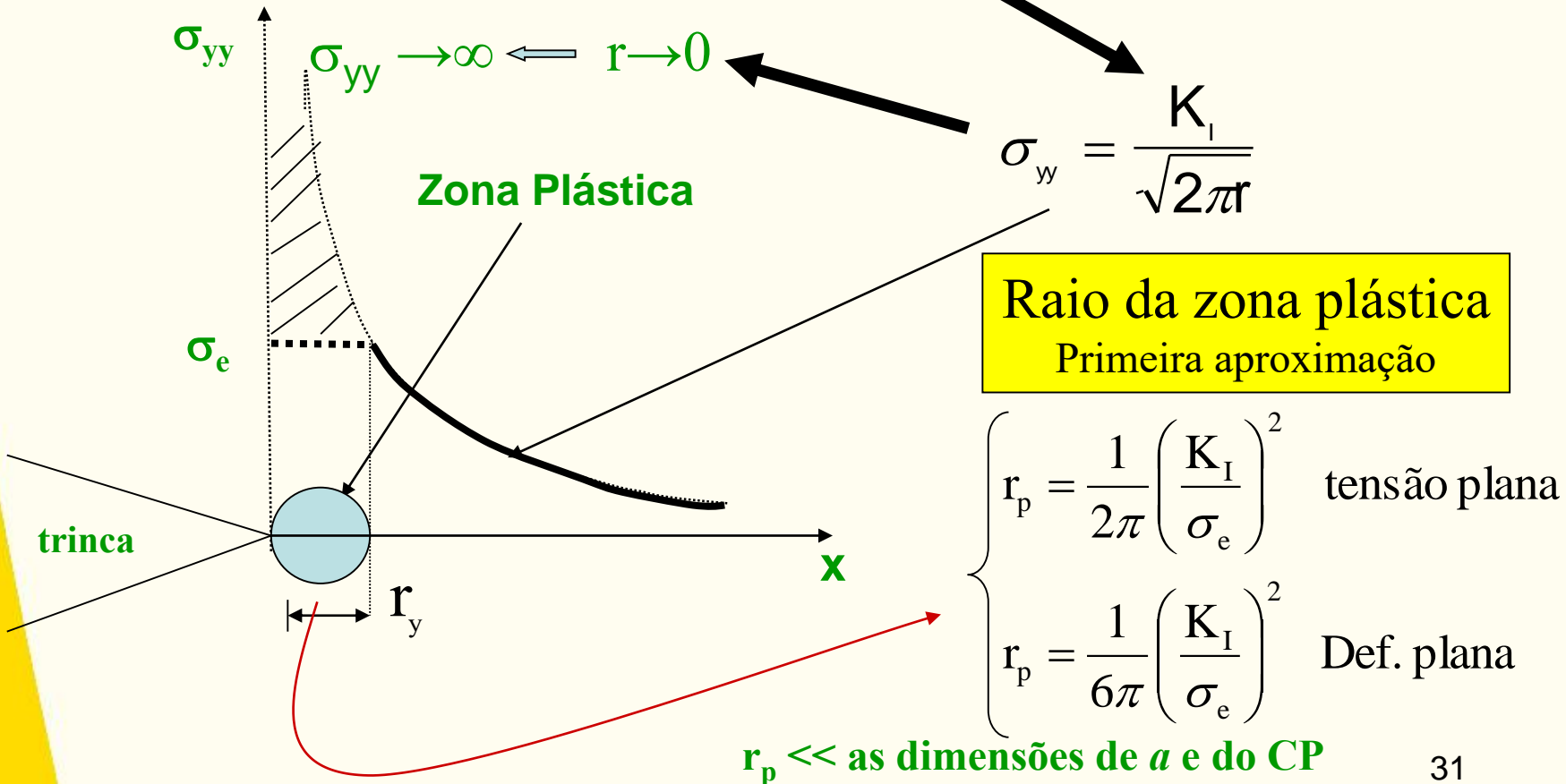


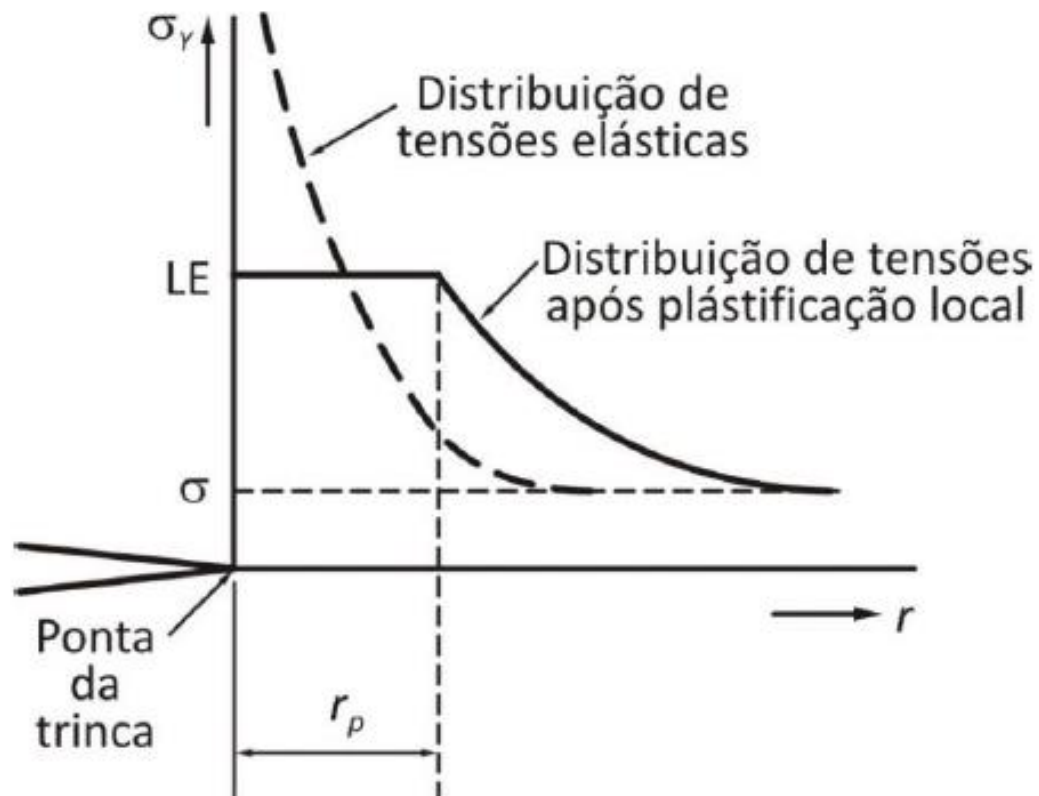
- Considerando sistema de referência  $x$ ,  $y$  e  $z$ , sendo que  **$x$  = direção da largura;  $y$  = direção carga axial;  $z$  = direção da espessura**, como na figura ;
- **Na raiz do entalhe, a tensão axial em  $y$  é alta e a amostra tenta estriccionar nas direções  $x$  e  $z$ ;**
- **Fora da raiz não há tensão axial aplicada nas superfícies livres;**
- **O material não tenta estriccionar nestas direções;**
- **Quando a tensão na raiz do entalhe atinge o limite de escoamento, ocorre a plastificação na direção paralela ao eixo do carregamento;**
- **Como há continuidade de material, haverá resistência à contração dentro do entalhe;**
- **Isto significa restrição de deformação plástica em uma direção, levando ao estado de deformação plana e, conseqüentemente, ao estado triaxial de tensões.**

Considere o componente de tensão,  $\sigma_{yy}$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \left[ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \right]$$

Ao longo do eixo X,  $\theta = 0$ :  $\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \left[ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \right]$

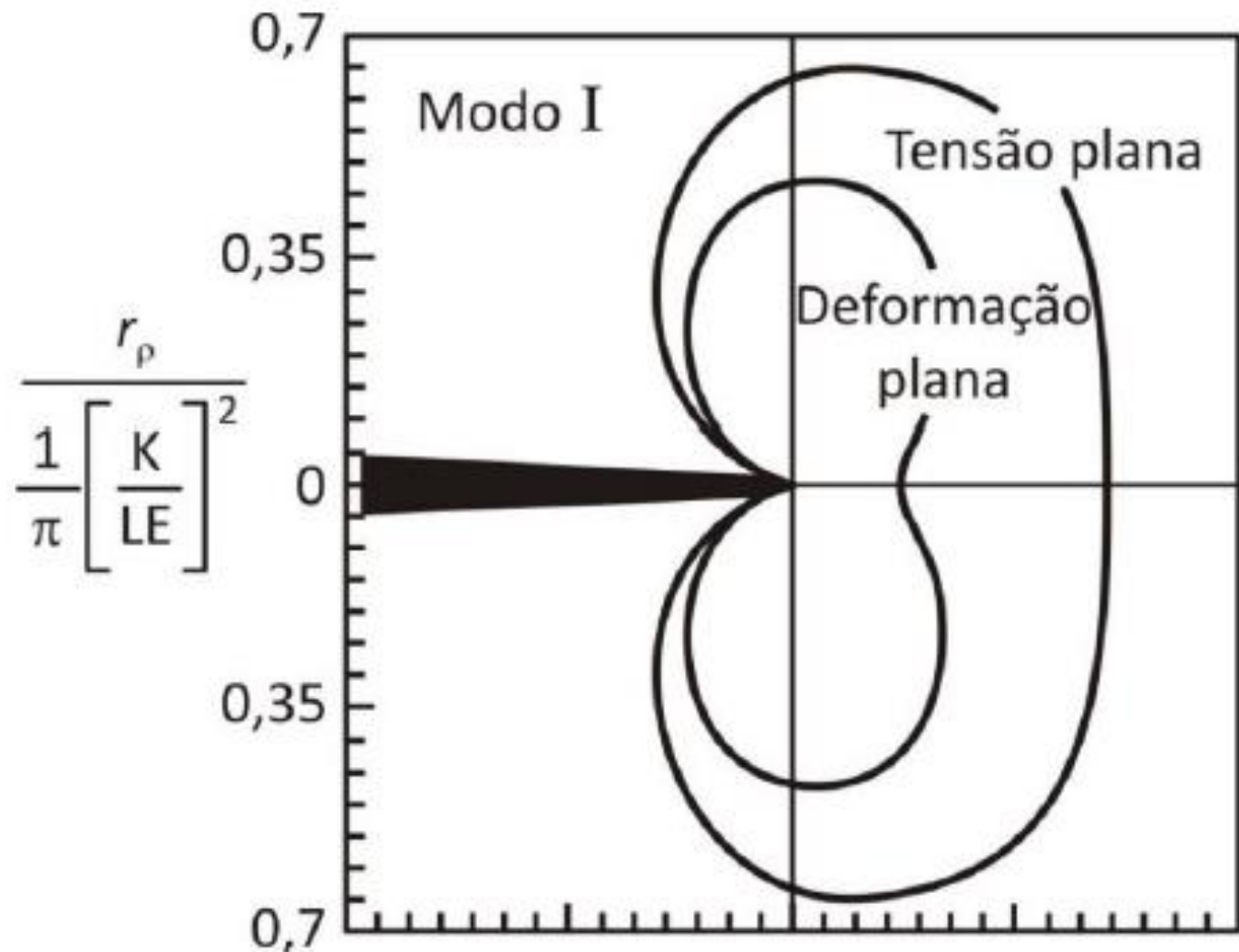




$$r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K}{LE} \right)^2, \text{ para estado plano de tensão.}$$

$$r_p \approx \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K}{LE} \right)^2, \text{ para estado plano de deformação.}$$



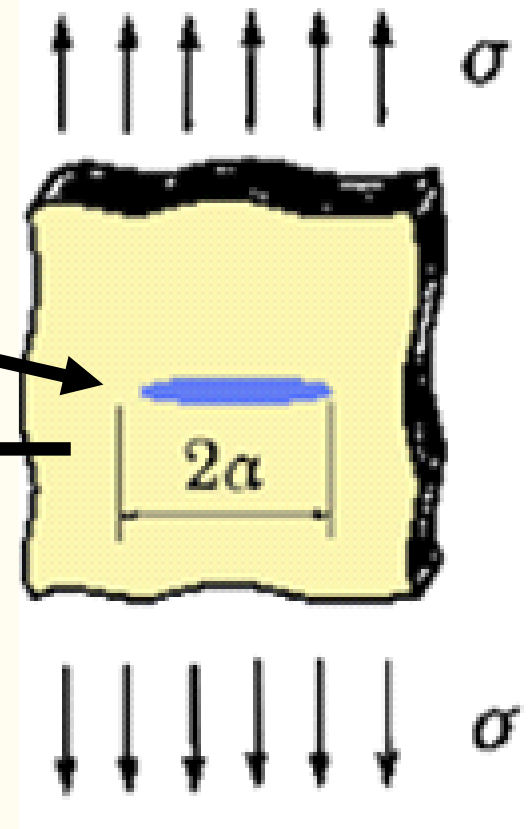


**Forma da zona plástica à frente de uma trinca de modo I, estimada a partir da solução elástica empregando o critério de escoamento de von Mises**

**A exata determinação da zona plástica na ponta da trinca não é algo fácil de ser feito, devido à deformação plástica. É muito complexo!**

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy} \right\}$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$$

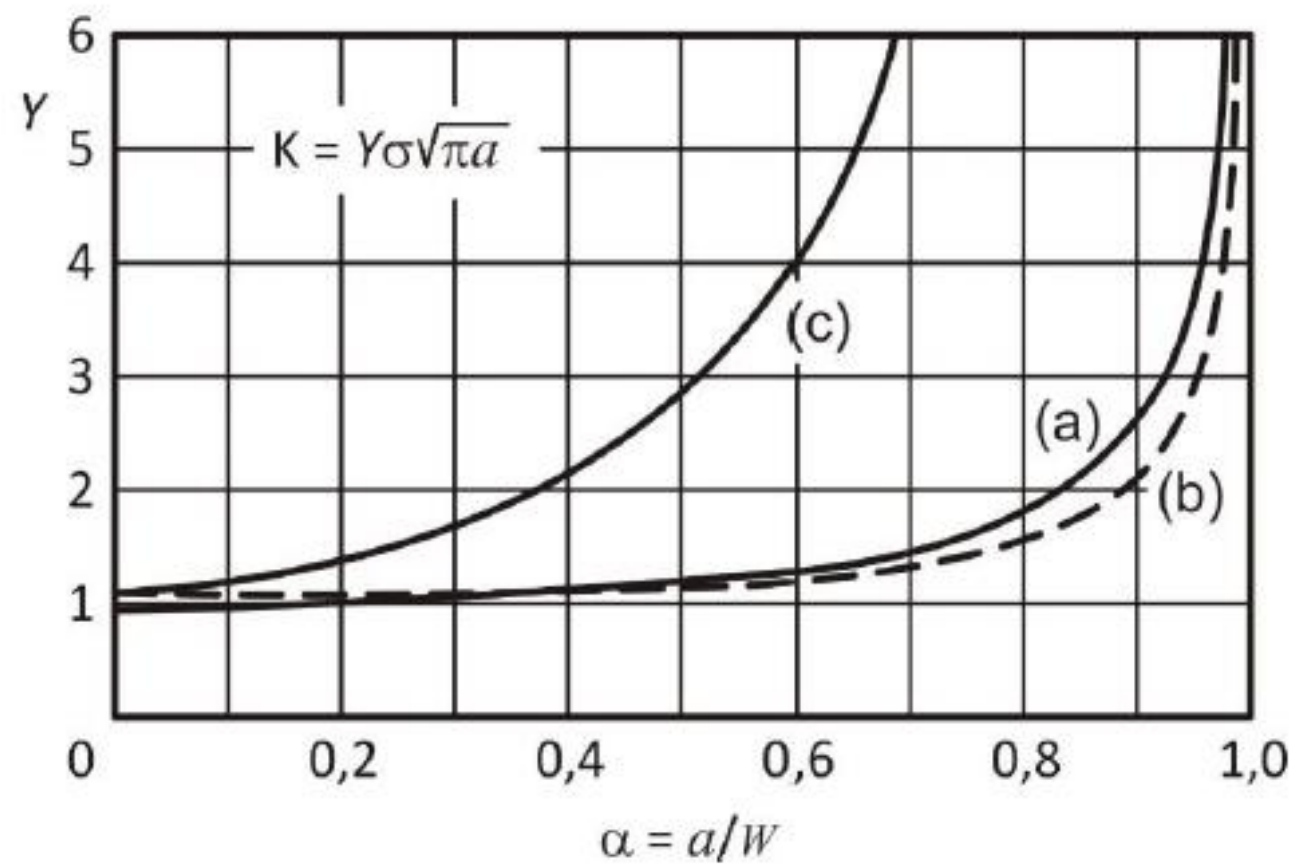
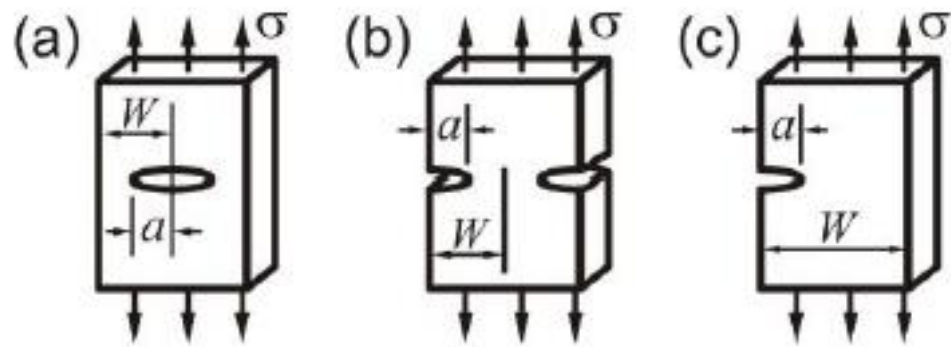


$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \quad [\text{MPa}\sqrt{\text{m}}, \text{ksi}\sqrt{\text{in}}]$$

**Y = fator de correção (das geometrias do corpo e da trinca).**

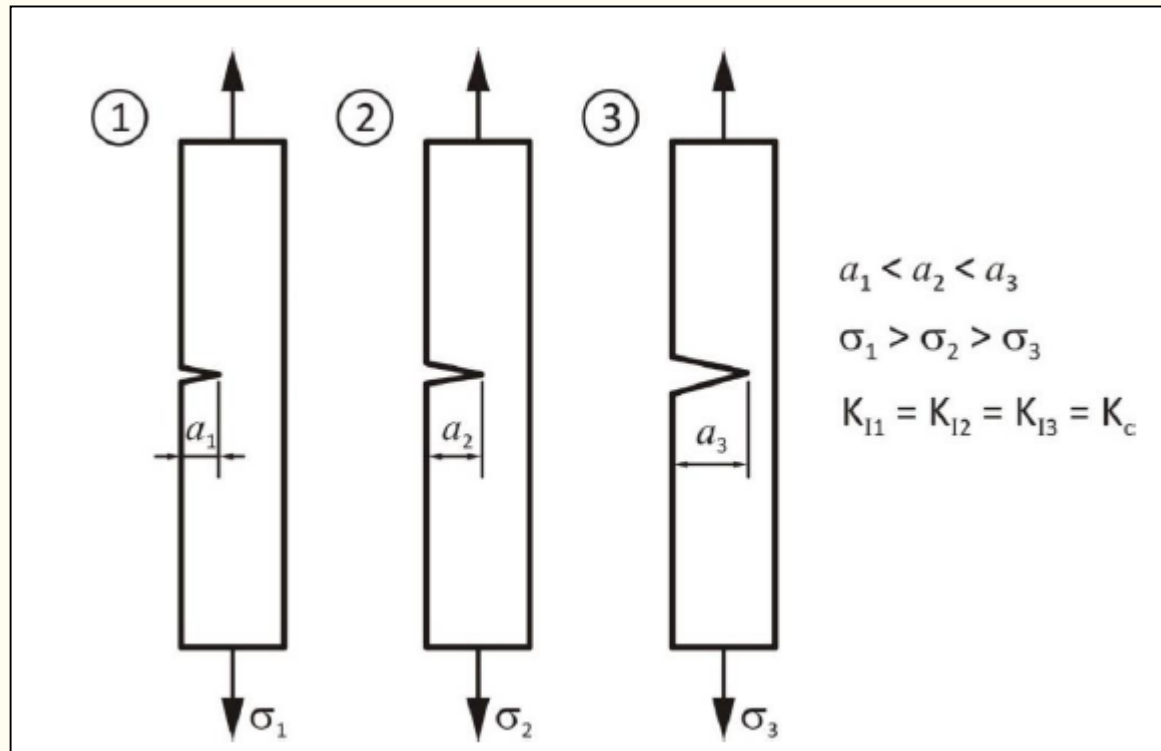
**Soluções de K podem ser encontradas em vários livros:**

**Tada, Paris e Irwin(1973); Rooke e Cartwright (1975); Sih (1973), entre outros. Para figura acima, sendo placa infinita, Y=1.**

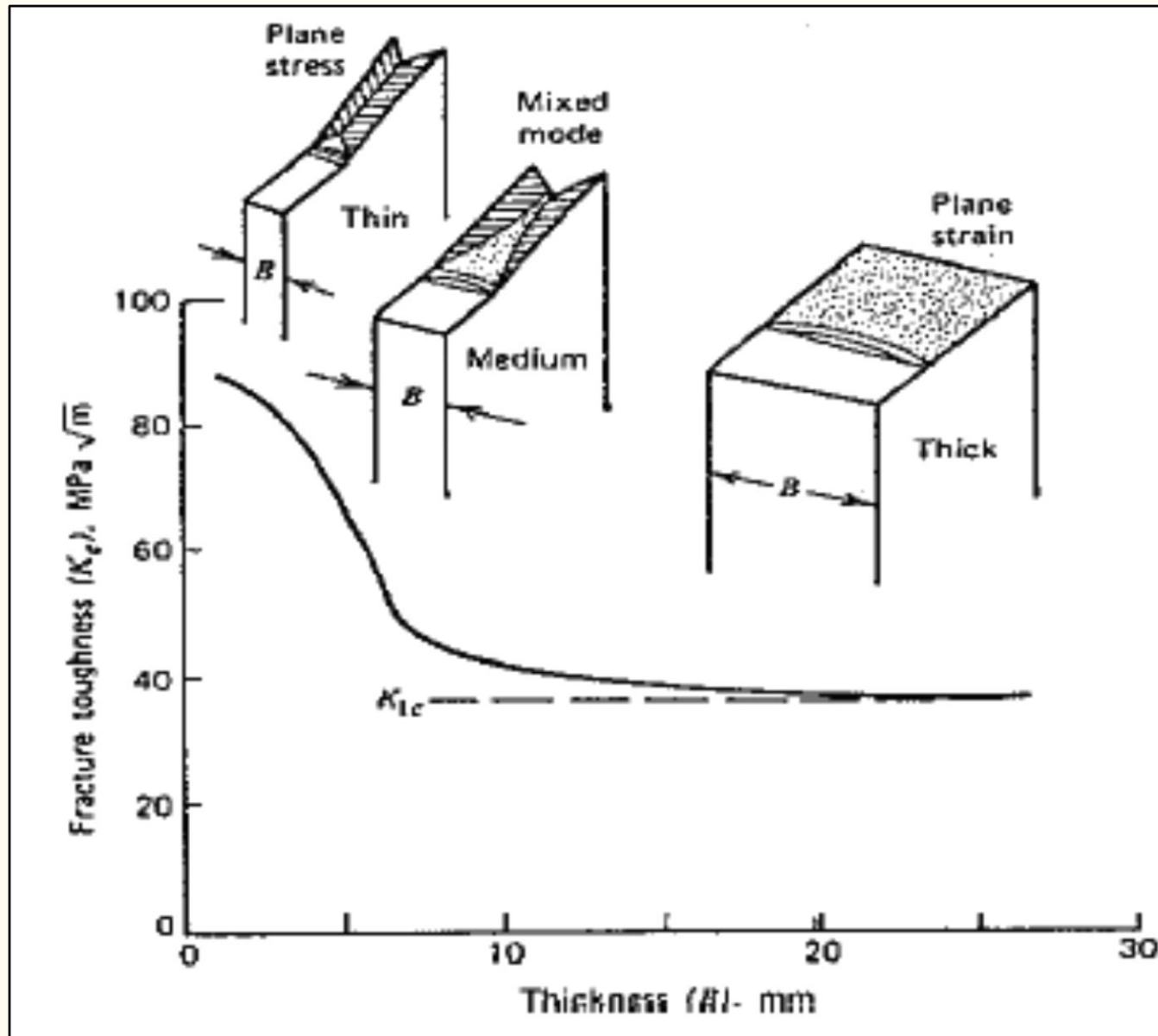


## FATOR DE INTENSIDADE CRÍTICO

- 3 barras **linearmente elásticas** do mesmo material;
- Cada uma com **trinca de comprimento diferente**;
- Quanto **maior a trinca menor a tensão necessária**;
- Porém **todas** fraturam instavelmente com um **mesmo  $K$ ,  $K_c$** .



# Estado Plano de Tensão X Estado Plano de Deformação



Em 1972 - norma ASTM E-399-Método para a determinação da “tenacidade à fratura em deformação plana” de materiais metálicos: O valor crítico no patamar é designado por  $K_{Ic}$  e considerado a tenacidade à fratura do material.

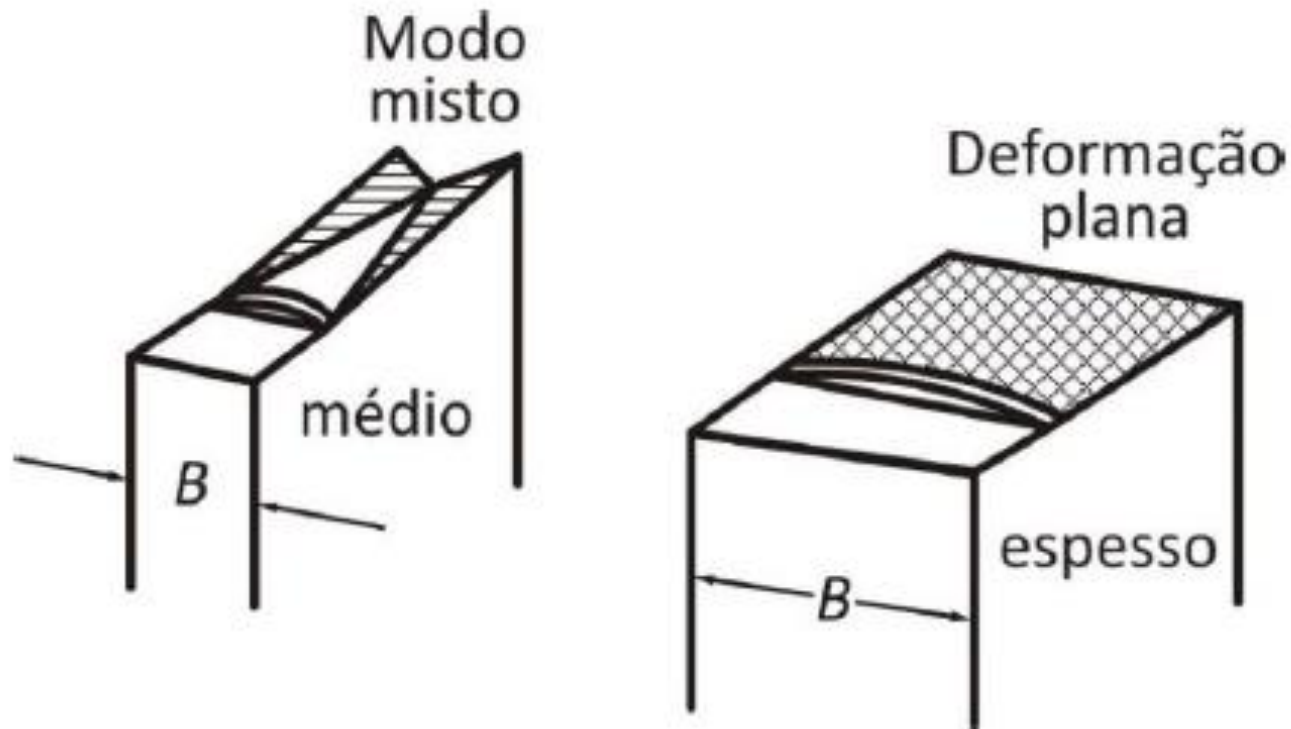
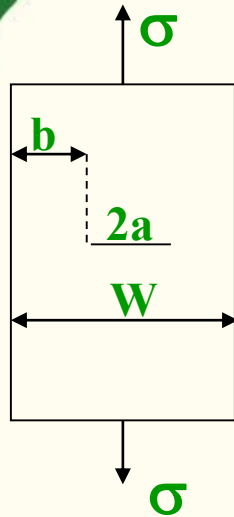


Figura 7.11 Efeito da espessura na morfologia da fratura.

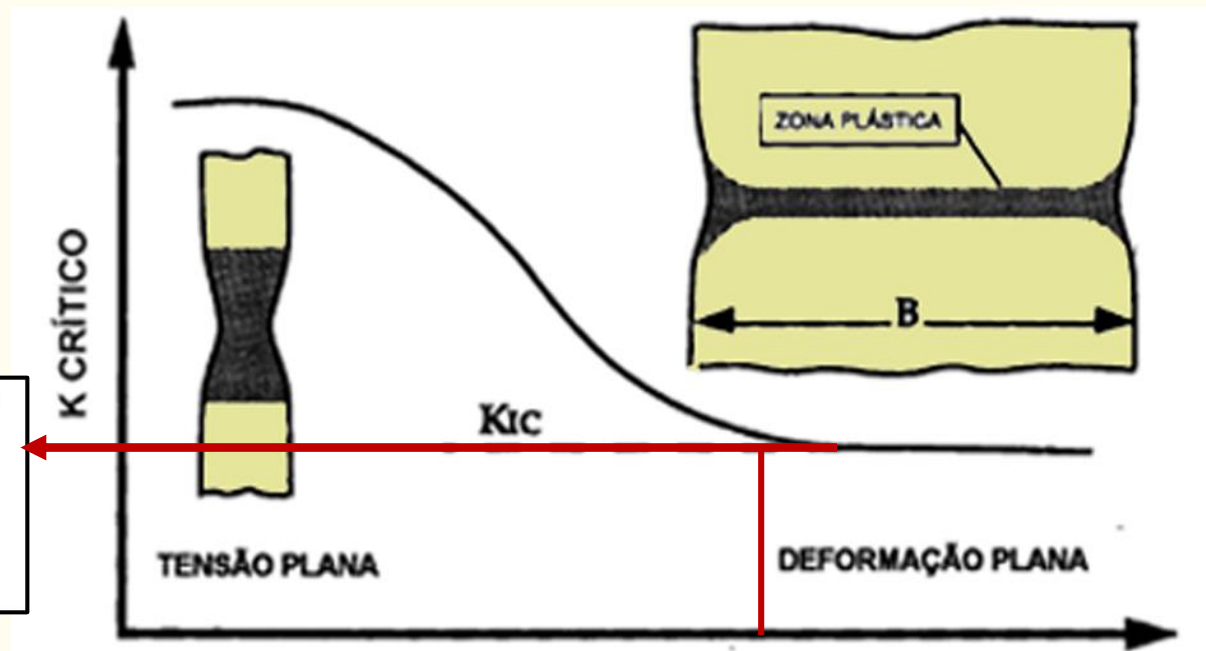
# CRITÉRIO DE FRATURA



$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

$K = K_C \rightarrow$  fratura instável

Tenacidade à Fratura.



$$B \geq 2,5 \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_e} \right)^2$$

Para que  $K_C$  seja considerado  $K_{IC}$ , a Norma ASTM E399 – Método Normalizado de Ensaio de Tenacidade à Fratura no Estado de Def. Plana de Materiais Metálicos.

$$a, B, b \geq 2,5 \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2$$



**K (e as equações do campo elástico) determinam as tensões "na vizinhança" da trinca (ou seja, não vale nem para a ponta da trinca - onde ocorre deformação plástica - e nem para "longe" da ponta da trinca, onde vale a tensão nominal e não as equações do campo elástico. É a predominância do chamado "campo K" que justifica a adoção de alguns dos critérios de validação do ensaio de  $K_{Ic}$ , e também de cálculos de projeto baseados na tenacidade à fratura.**

$a_t$  é comprimento de trinca de transição na qual a tensão para a falha é o LE. Qualquer trinca acima desse valor leva à redução da tensão para a falha, isto é  $< LE$  = Fratura frágil – MFEL deve ser utilizada no projeto.

Liga  
aeronáutica  
2014-T6-Al:  
ISO AlCu4SiMg

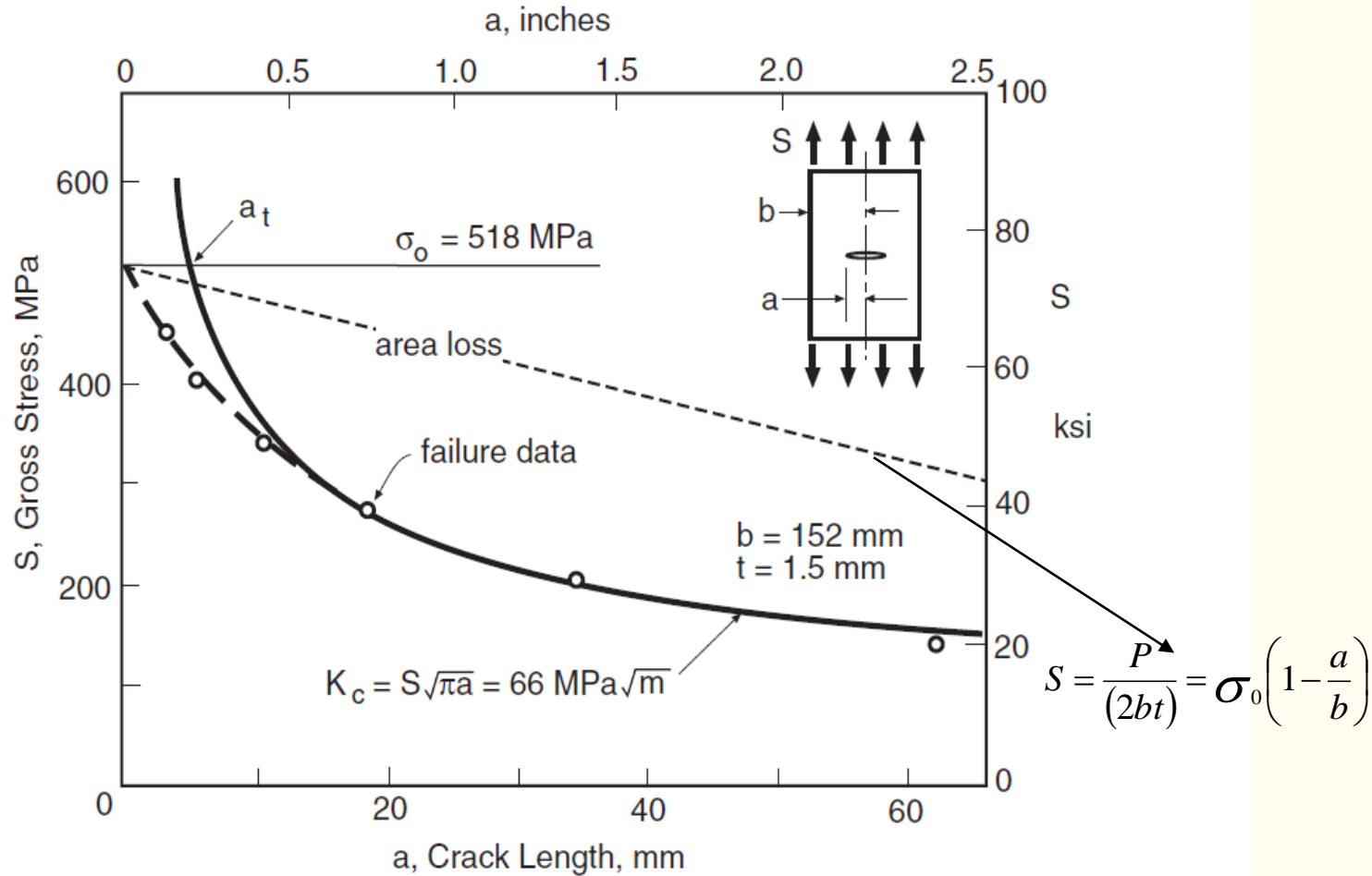
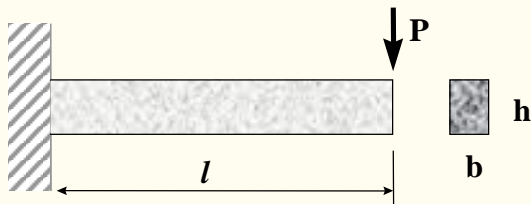


Figure 8.5 Failure data for cracked plates of 2014-T6 Al tested at  $-195^\circ\text{C}$ . (Data from [Orange 67].)

# Mecânica da Fratura versus Resistência dos Materiais

**M=Momento Fletor**  
**W= Módulo de Resistência**



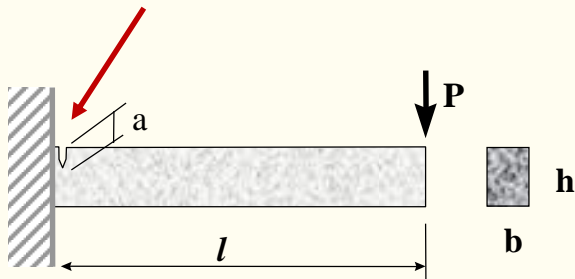
$$M = Pl$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

$\gamma$ : fator de segurança

$$\sigma_{\max} = \frac{Pl}{bh^2/6} \leq \frac{\sigma_y}{\gamma} \Rightarrow P \leq \frac{bh^2}{6\gamma l} \sigma_y$$

**TRINCA**



$$K_I = 1,12 \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} = 1,12 \frac{Pl^2}{bh^2/6} \sqrt{\pi a} \leq \frac{K_{Ic}}{\gamma}$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{bh^2}{6\gamma l} \frac{K_{Ic}}{1,12 \sqrt{\pi a}}$$

$$L = 250 \text{ mm}$$

$$h = 50 \text{ mm}$$

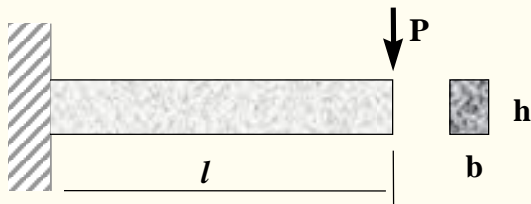
$$b = 25 \text{ mm}$$

$$a = 10 \text{ mm}$$

$$\sigma_y = 550 \text{ MPa}$$

$$K_{IC} = 80 \text{ MPa m}^{1/2}$$

$$S = 1,0$$



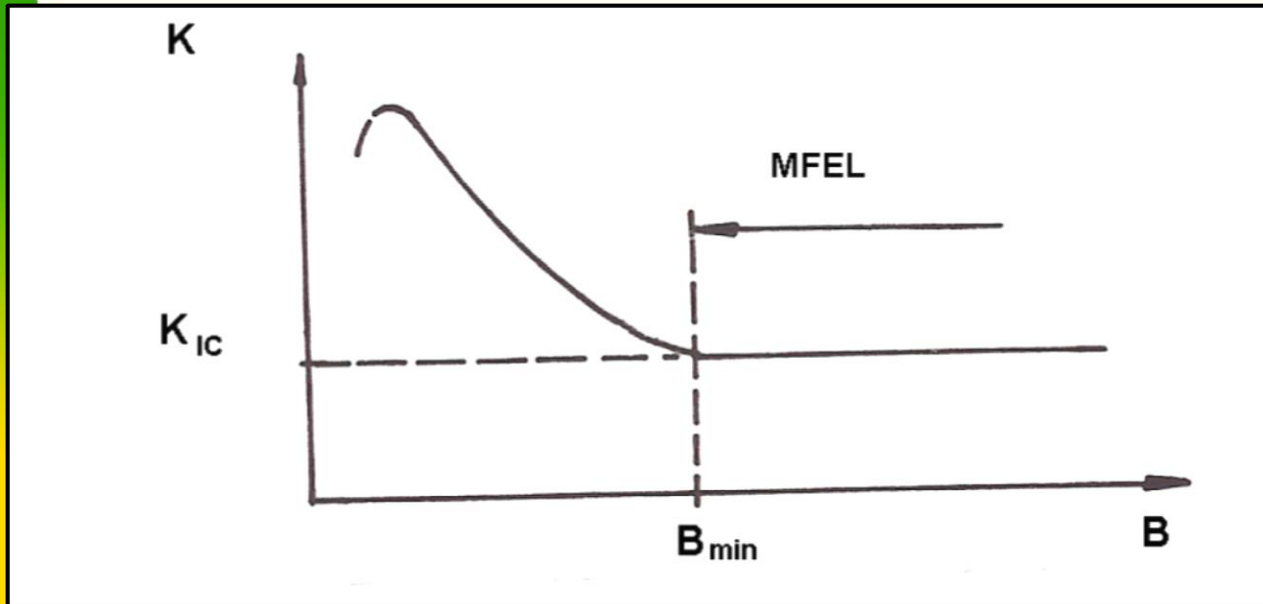
$$P_{\max} = \frac{BH^2}{6SL} \sigma_y \approx 2340 \text{ kgf}$$

$$P_{\max} = \frac{BH^2}{6LS} \frac{K_{IC}}{1,12 \sqrt{\pi a}} \approx 1715 \text{ kgf}$$

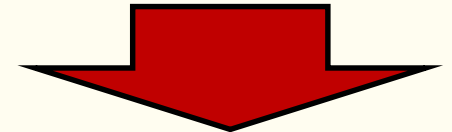
A tenacidade à fratura em deformação plana ( $K_{IC}$ )

$$B \geq 2,5 \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_e} \right)^2$$

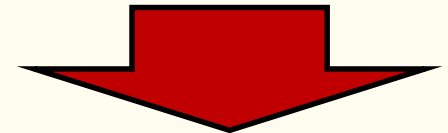
mecânica de fratura elástica linear



**MATERIAIS MUITO DÚTEIS E/OU MUITO TENAZES**



**B – MUITO GRANDE**



**ENSAIO FICA INVIÁVEL**

**LIMITAÇÕES DA MECÂNICA DE  
FRATURA LINEAR ELÁSTICA  
( $K_{Ic}$ )**

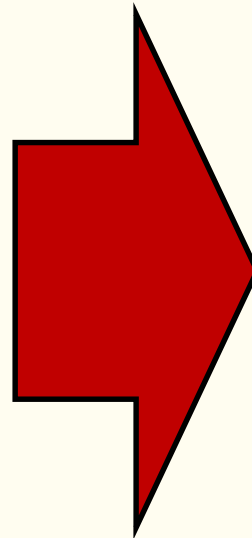
**MATERIAIS MUITO  
DÚTEIS E/OU MUITO  
TENAZES**



**B – MUITO GRANDE**

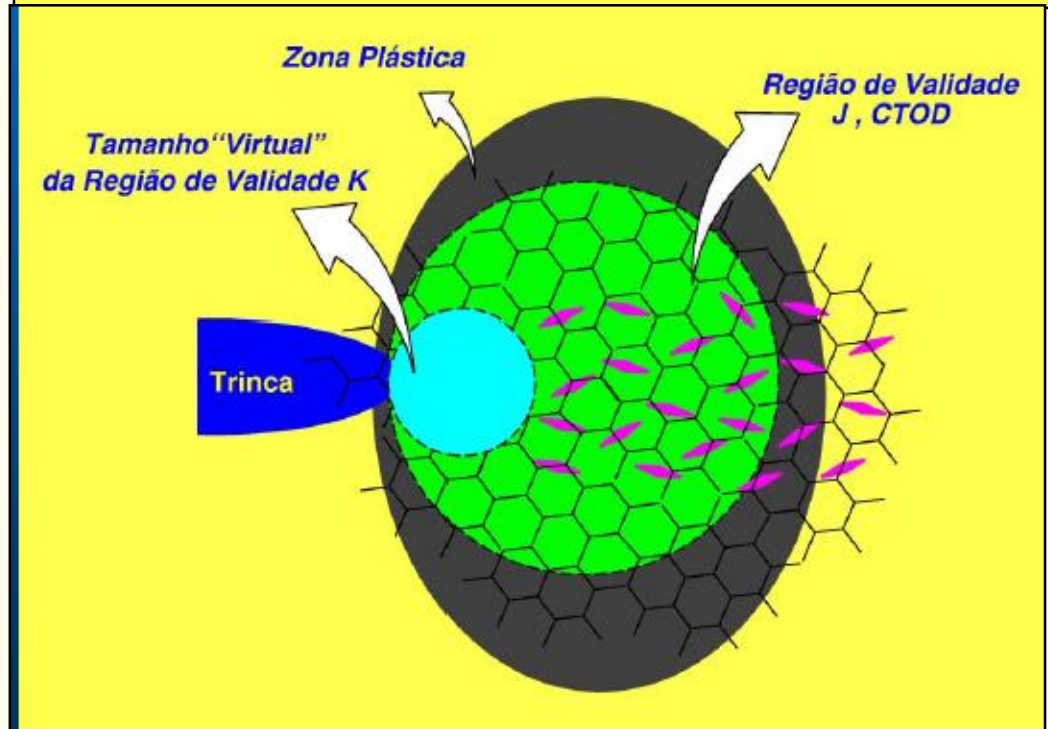
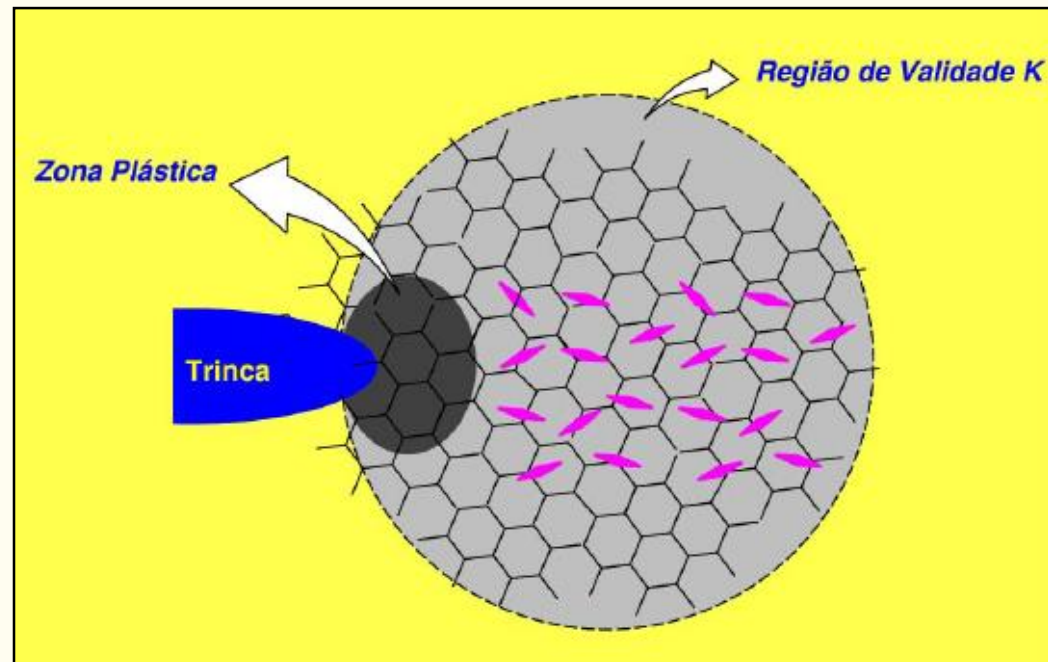


**MICROESTRUTURA  
COMPLEXA DO  
MATERIAL**



**MECÂNICA DE  
FRATURA  
ELASTOPLÁSTICA  
(INTEGRAL J)**

**MECÂNICA DE FRATURA ELASTOPLÁSTICA É UTILIZADA NOS CASOS EM QUE A ZONA PLÁSTICA É MAIOR, ISTO É, MATERIAIS MAIS DÚTEIS.**

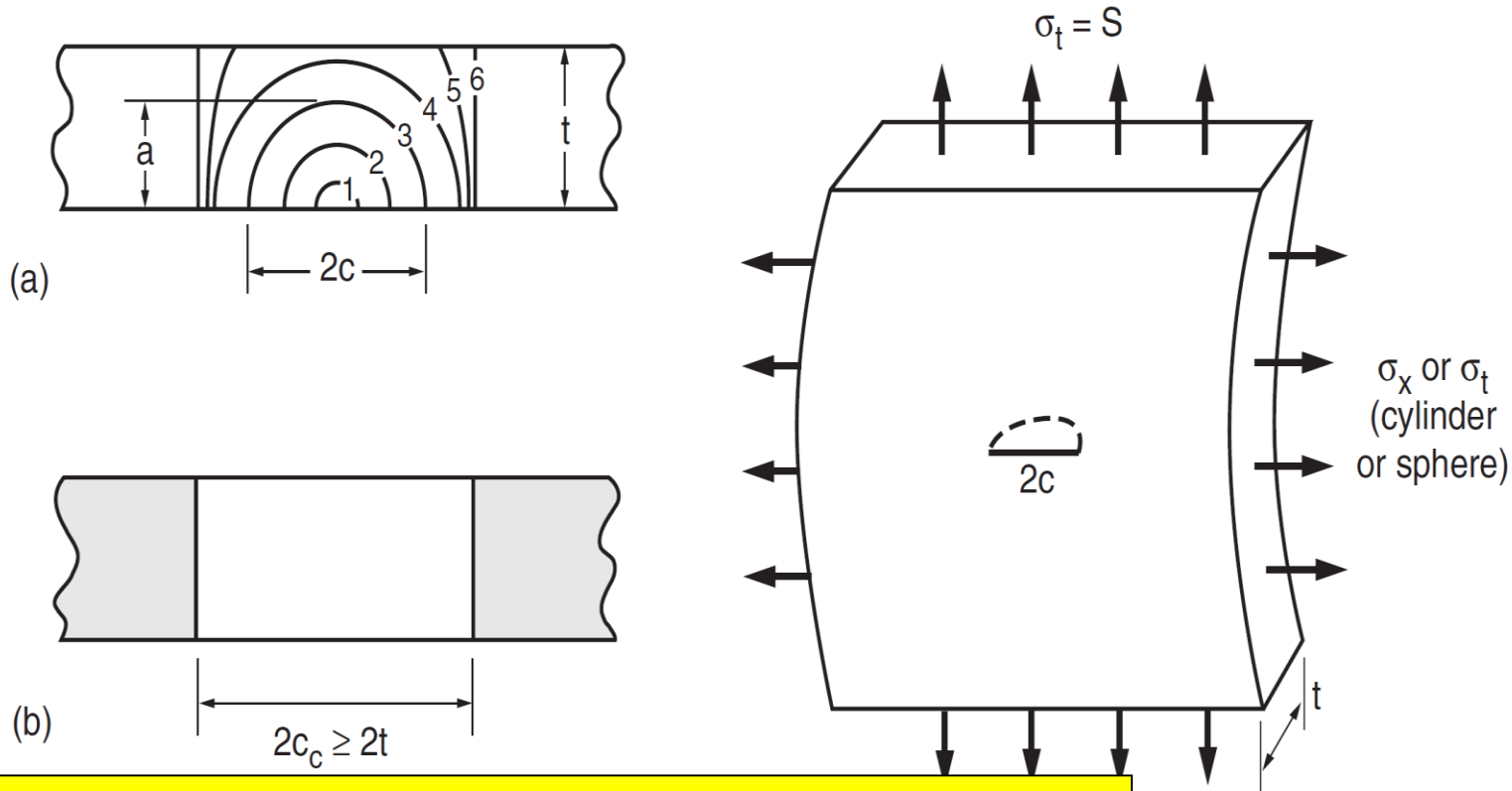


# APLICAÇÃO DE K EM PROJETOS E ANÁLISE DE PROBLEMAS DE FRATURA

- Para uso prático o valor de K dever ser determinado para geometrias de trincas existentes em componentes estruturais
- Neste aspecto um trabalho extensivo tem sido desenvolvido e o resultado pode ser encontrado em Handbooks:
  - Kujawski, D, Estimation of Stress Intensity Factors for small cracks and notches.
  - Murakami, Y, Stress Intensity Factors Handbook.
  - Newman, J. C, and I. Raju, Stress Intensity Factor Equations for Cracks in Three Dimensional Bodies Subjected to Tension and Bending Loads.
  - Outros.



# Conceito Leak-Before-Break



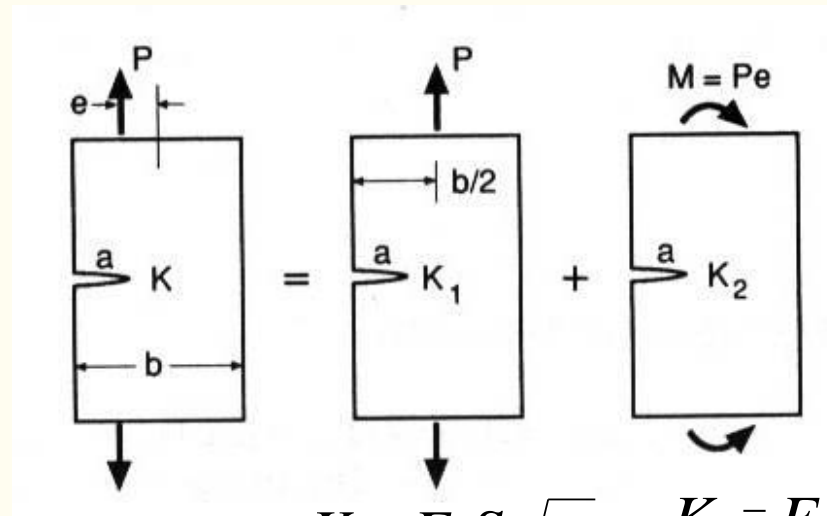
**Para evitar fratura catastrófica:  $C_c \geq t$**

**Figure 8.26** A crack in the wall of a pressure vessel, showing (a) its growth from a small surface flaw and (b) the minimum critical size of a through-wall crack to provide leak-before-break.

$$c_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_t} \right)^2$$

## Superposição para Carregamentos Combinados

- Adição da contribuição de  $K$  para cada componente de carregamento individual.

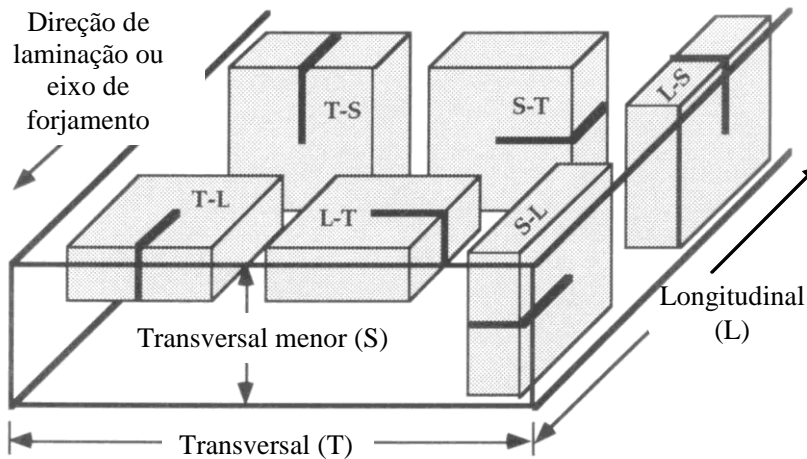


$$K_1 = F_1 S_1 \sqrt{\pi a} \quad K_2 = F_2 S_2 \sqrt{\pi a}$$
$$S_1 = \frac{P}{bt} \quad S_2 = \frac{6M}{b^2 t} = \frac{6P_e}{b^2 t}$$

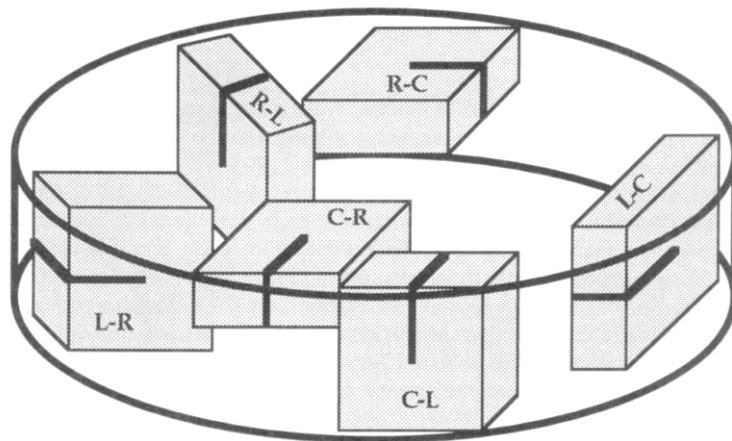
$$K = K_1 + K_2 = \frac{P}{bt} \left( F_1 + \frac{6F_2 e}{b} \right) \sqrt{\pi a}$$

# Ensaio de Tenacidade à Fratura

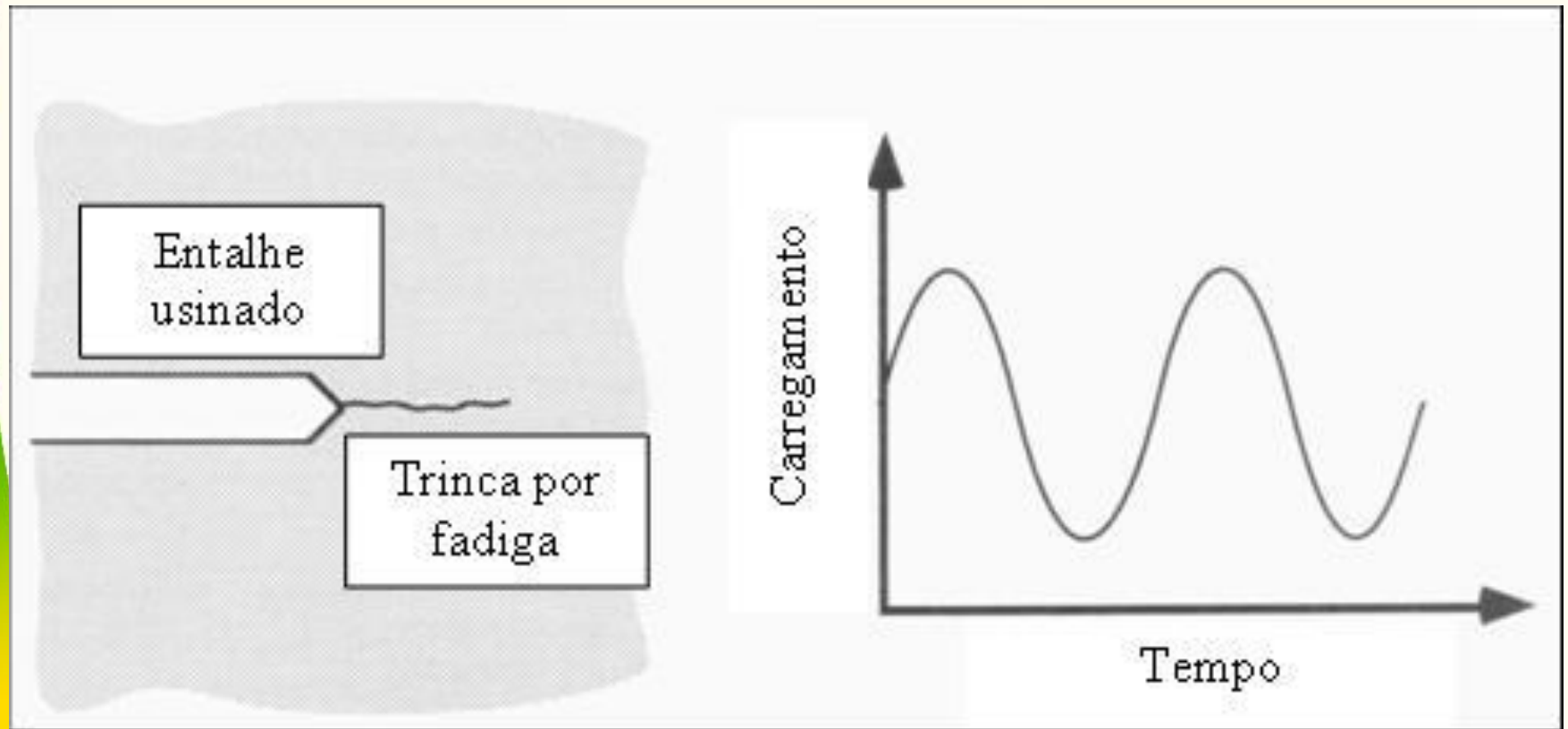
- Os ensaios são realizados conforme a norma ASTM E399



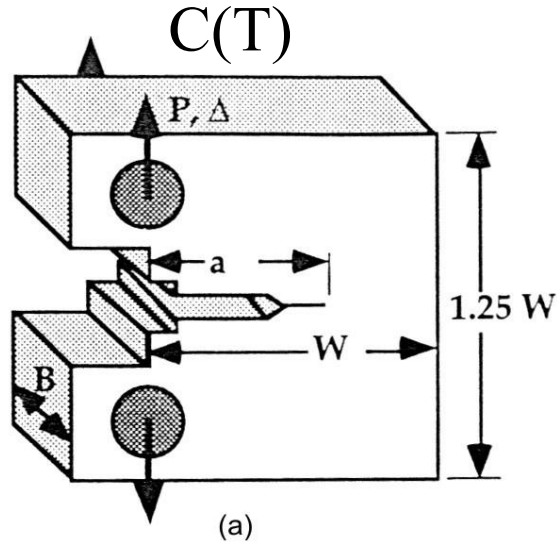
As letras L, T e S denotam as direções: longitudinal, transversal, e transversal menor



As direções de simetria nesse caso são: circunferencial, radial e longitudinal (C, R e L, respectivamente)



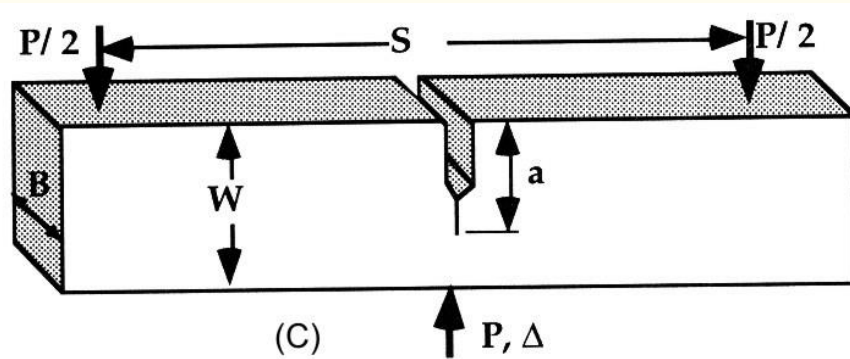
Uma trinca por fadiga é introduzida na ponta do entalhe usinado por meios de carregamento cíclico.



$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

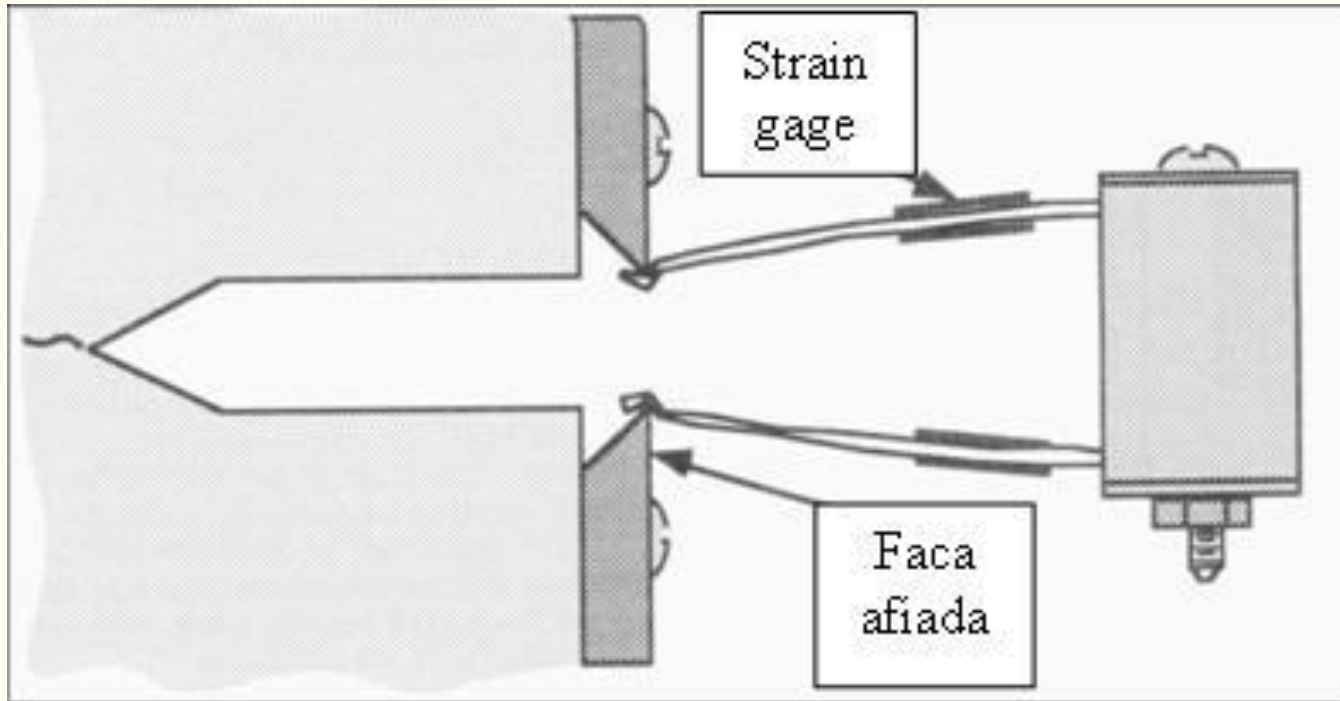
$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 0,886 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

**SEN(B)**

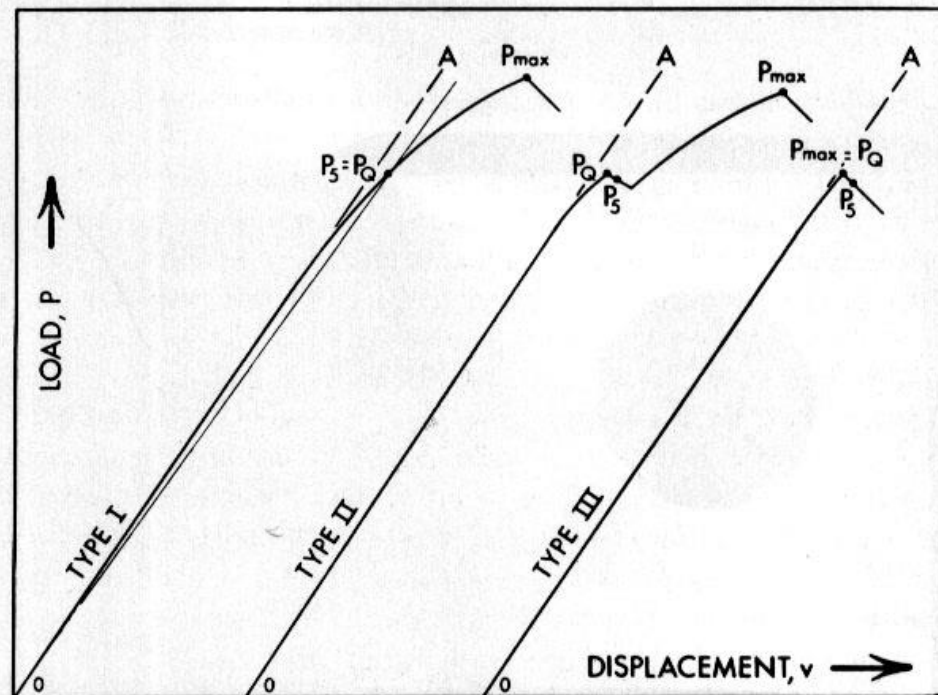
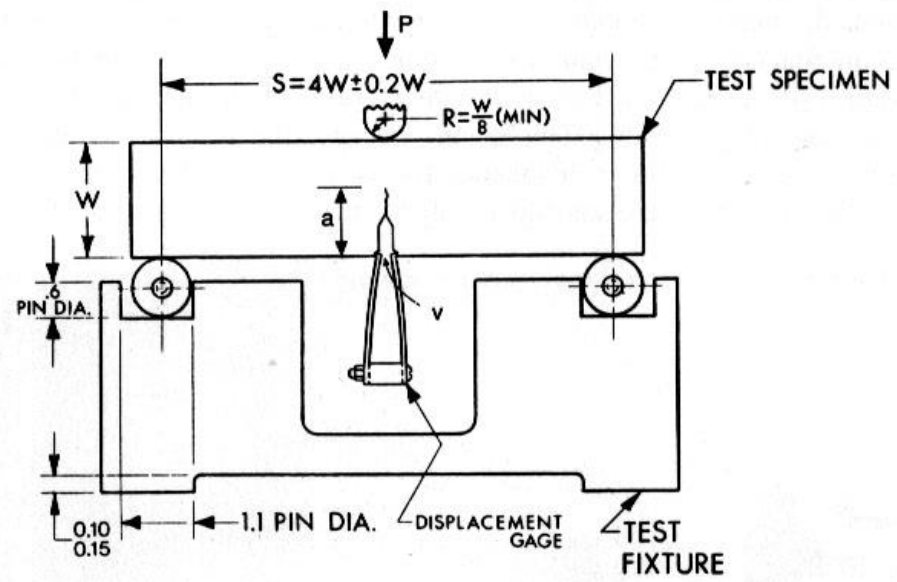


$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3 \frac{S}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 1,99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2,15 - 3,93\left(\frac{a}{W}\right) + 2,7\left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$$



Medida do deslocamento da abertura da trinca : “clip gage”.  
Medida do carregamento: células de carga da própria máquina.

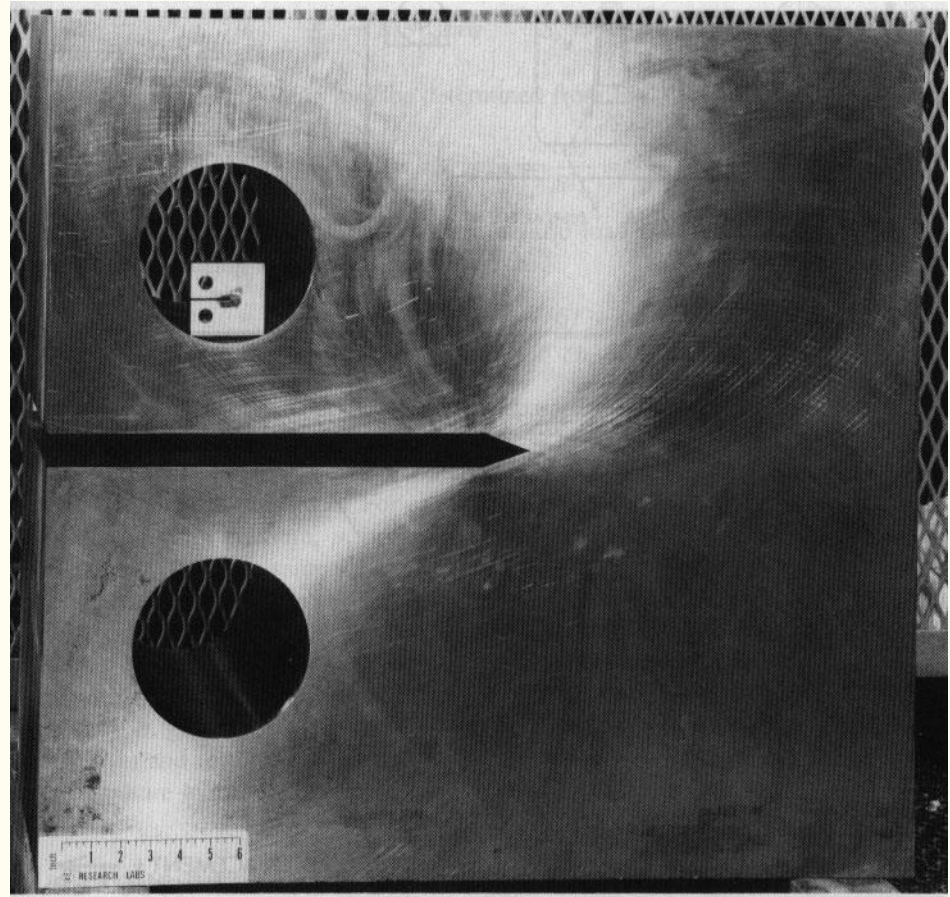


- $P_{max} \leq 1,10P_0$

**Para satisfazer o teste:**

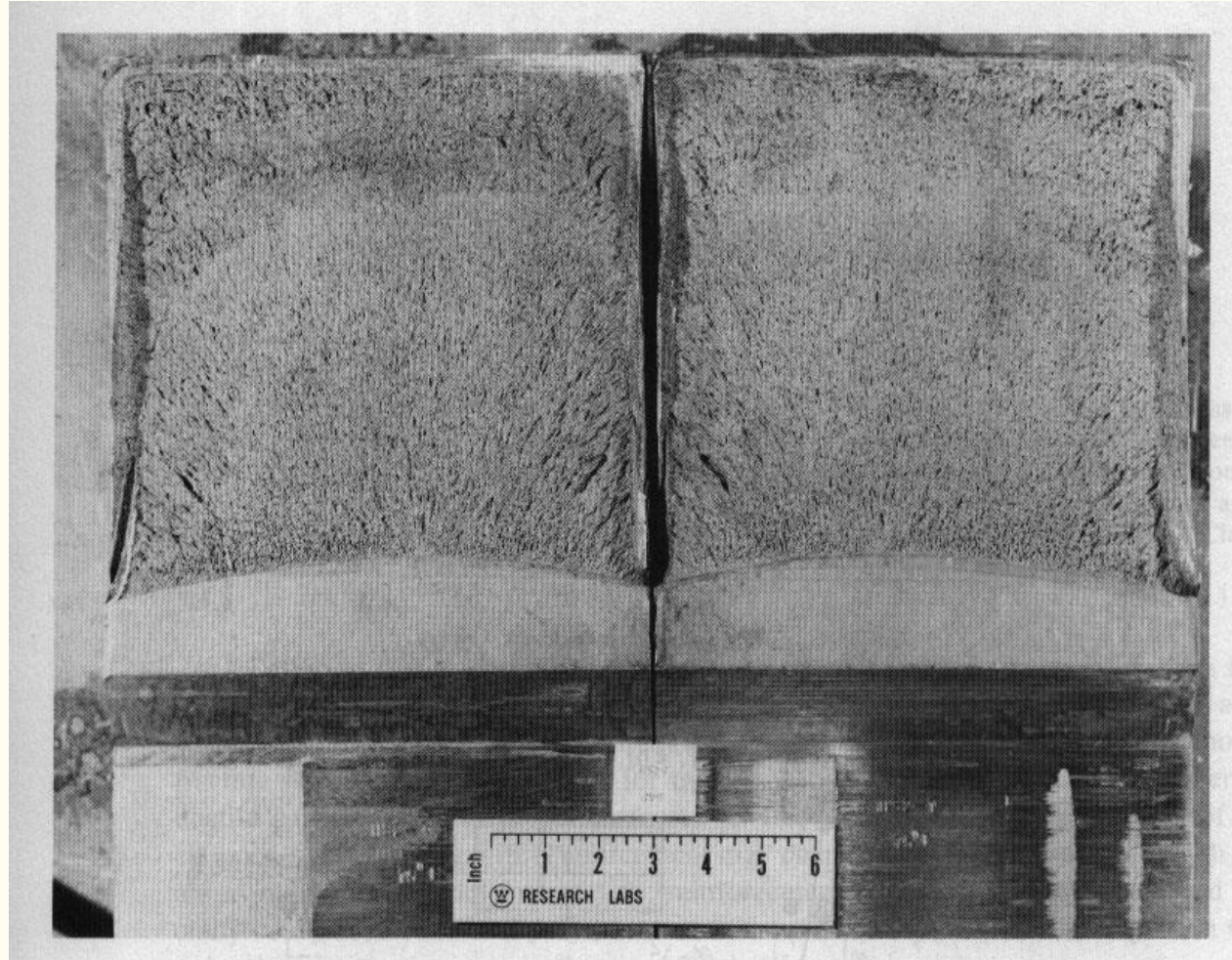
- **Condição de deformação plana e o corpo de prova precisa se comportar de maneira linearmente elástica.**

$$B, a, (W - a) \geq 2,5 \left( \frac{K_Q}{\sigma_{YS}} \right)^2$$



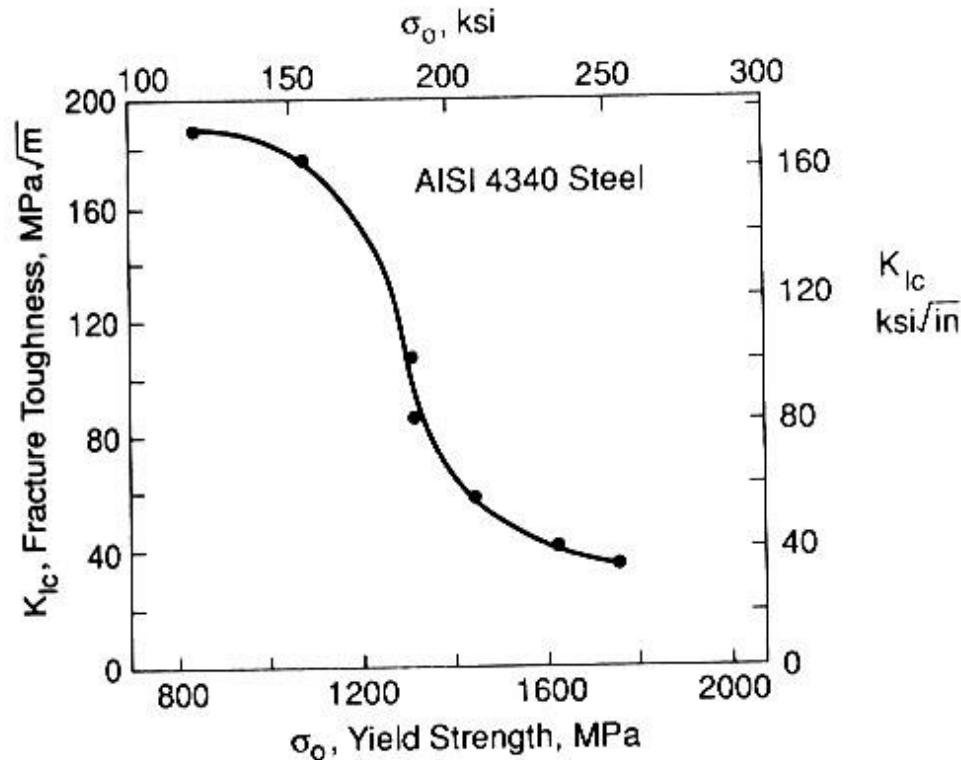


$$0,45 \leq a/W \leq 0,55$$





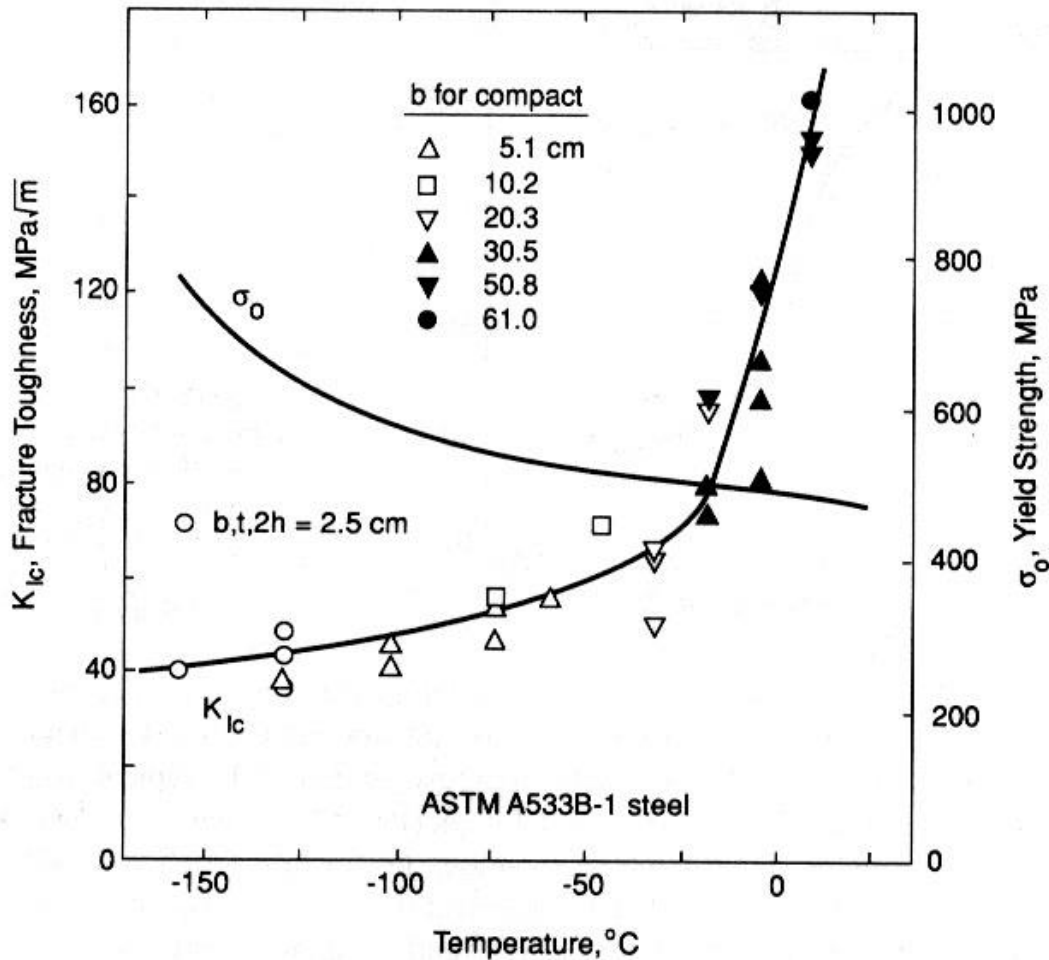
## Relações Entre Microestrutura e $K_{IC}$



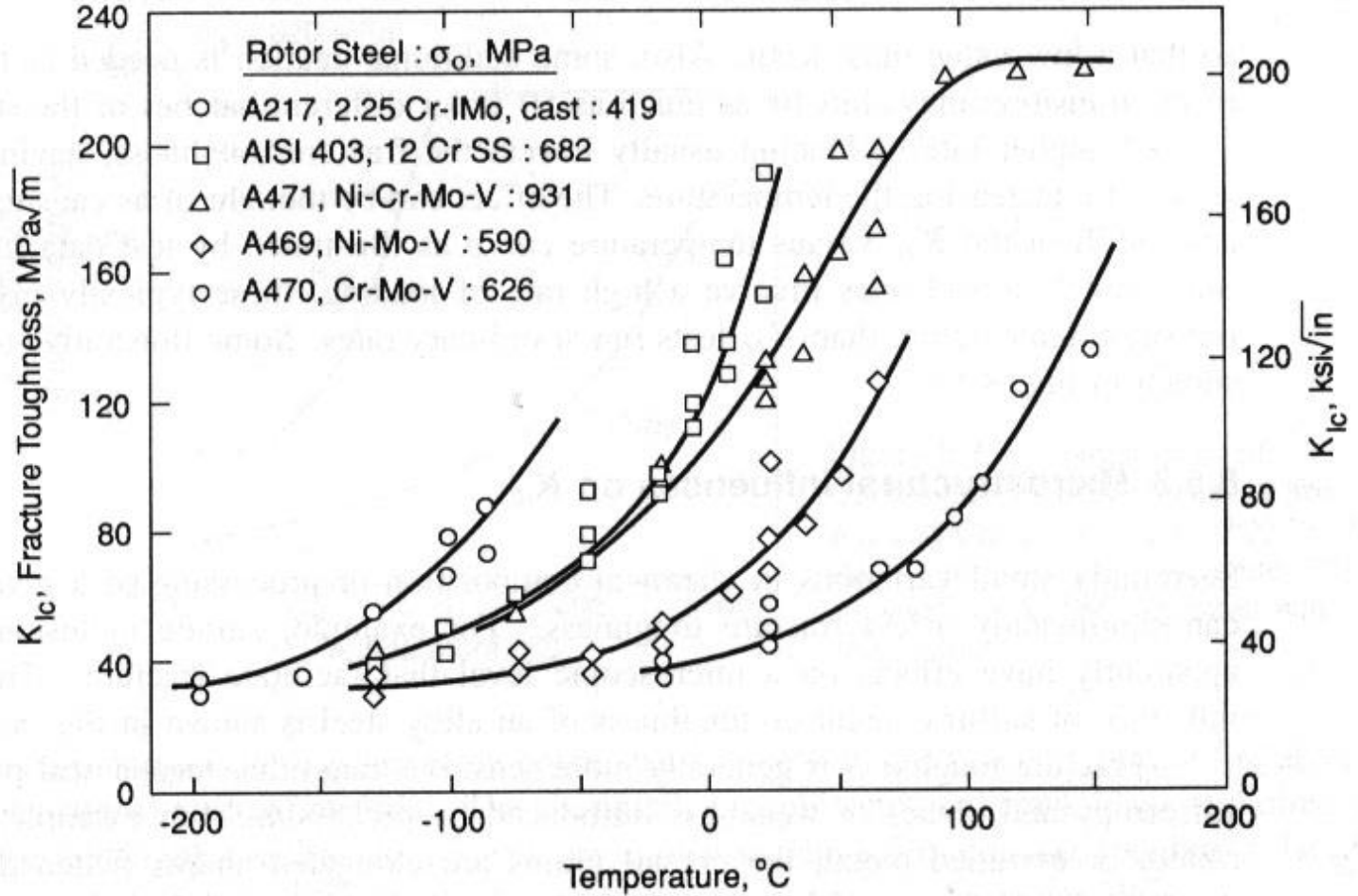
**Figure 8.27** Fracture toughness vs. yield strength for AISI 4340 steel quenched and tempered to various strength levels. (Adapted from an illustration courtesy of W. G. Clark, Jr., Westinghouse Science and Technology Ctr., Pittsburgh, Pa.)

O aumento do limite de escoamento leva ao decréscimo da tenacidade à fratura. Esse aumento do LE indica alteração microestrutural.

# Efeito da Temperatura



**Figure 8.28** Fracture toughness and yield strength vs. temperature for a nuclear pressure vessel steel. Compact specimens and one nonstandard geometry were used in sizes indicated. (Adapted from [Clark 70]; copyright ©ASTM; reprinted with permission.)



**Figure 8.30** Fracture toughness vs. temperature for several steels used for turbine-generator rotors. (Data from [Logsdon 76].)

Material	$LE$ (MPa)	$K_{Ic}$ (MPa·m <sup>0,5</sup> )
Aço 4340	860	99
	1.515	60
Ti-6Al-4V	910	115
	1.035	55
Alumínio 2024	455	26
Alumínio 7075	495	24

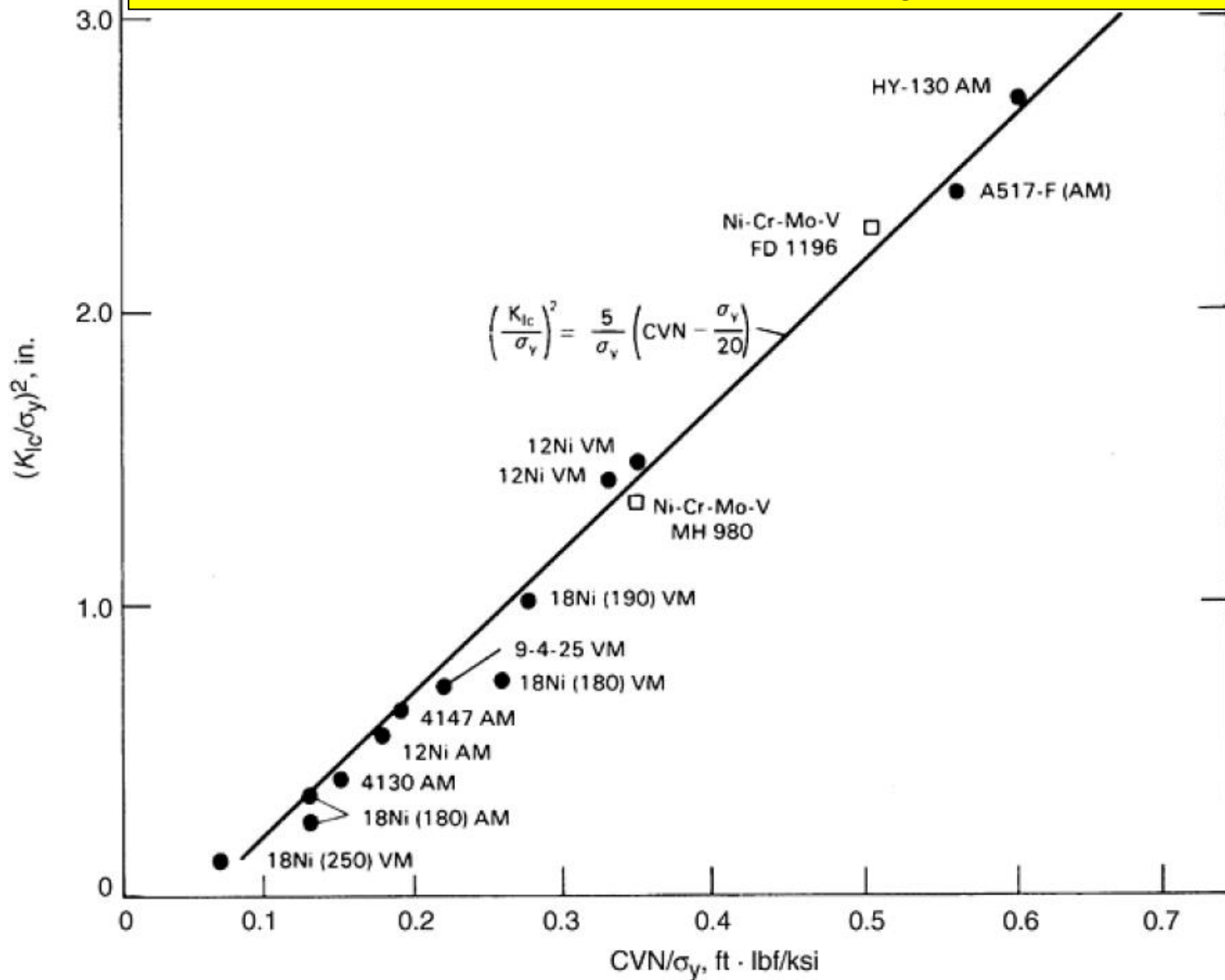


Fig. 9 Relation between plane-strain fracture toughness ( $K_{Ic}$ ) and Charpy V-notch (CVN) impact energy. Tests conducted at 27 °C (80 °F). VM, vacuum melted; AM, air melted

## EXERCÍCIO - Resistência Vs. Tenacidade

A **tenacidade à fratura** do material **diminui**, muitas vezes drasticamente, quando o **limite de escoamento** do material **aumenta**. Por exemplo, para um liga **Ti-6Al-4V**, com o limite de escoamento de **896,3 MPa** (130 ksi), a tenacidade à fratura é **115,4 MPa. m<sup>-0,5</sup>** (105 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ ). Se o limite de escoamento **é aumentado para 1034 MPa** (150 ksi), a tenacidade à fratura **diminui para 54,9 MPa. m<sup>-0,5</sup>** (50 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ ).



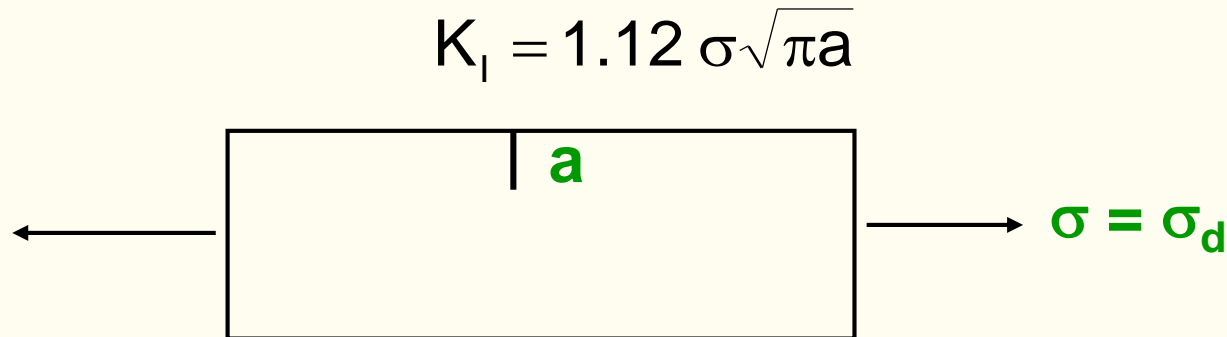
Um engenheiro é desafiado com o seguinte problema. A empresa dele fabrica um componente na forma de uma **chapa ou placa** grande usando a liga **Ti-6Al-4V** com limite de escoamento de **130ksi (896,3 MPa)**. Tem sido sugerido uma redução de peso que poderia ser obtido pelo **uso de uma liga** com limite de escoamento de **1034 MPa (150 ksi)**, . O **ensaio não destrutivo** do componente pode prontamente **detectar** uma **trinca 5,08 mm (0,2 pol)**. Assim, os requisitos do projeto especificam que a **trinca de canto pode ser maior** do que esta medida de trinca (5,08 mm)(0,2 pol) de maneira **que ela possa ser detectada** antes da fratura catastrófica. Em adição, um **fator de segurança de 2** é especificado para uma **tensão de projeto**.

A tensão de projeto deve ser menor ou igual a metade do limite de escoamento.

Sobre a proposta de mudar de material, pergunta-se:

a) Deve ele aceitar a proposta? Verifique com cálculos e comentários.

b) Qual é a máxima tensão de projeto que pode ser usada com o material de máxima resistência?



**Table 8.1** Fracture Toughness and Corresponding Tensile Properties for Representative Metals at Room Temperature

Material	Toughness $K_{Ic}$	Yield $\sigma_o$	Ultimate $\sigma_u$	Elong. $100\epsilon_f$	Red. Area $\%RA$
	MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$ )	MPa (ksi)	MPa (ksi)	%	%
<i>(a) Steels</i>					
AISI 1144	66 (60)	540 (78)	840 (122)	5	7
ASTM A470-8 (Cr-Mo-V)	60 (55)	620 (90)	780 (113)	17	45
ASTM A517-F	187 (170)	760 (110)	830 (121)	20	66
AISI 4130	110 (100)	1090 (158)	1150 (167)	14	49
18-Ni maraging air melted	123 (112)	1310 (190)	1350 (196)	12	54
18-Ni maraging vacuum melted	176 (160)	1290 (187)	1345 (195)	15	66
300-M 650°C temper	152 (138)	1070 (156)	1190 (172)	18	56
300-M 300°C temper	65 (59)	1740 (252)	2010 (291)	12	48

*(b) Aluminum and Titanium Alloys (L-T Orientation)*

2014-T651	24 (22)	415 (60)	485 (70)	13	—
2024-T351	34 (31)	325 (47)	470 (68)	20	—
2219-T851	36 (33)	350 (51)	455 (66)	10	—
7075-T651	29 (26)	505 (73)	570 (83)	11	—
7475-T7351	52 (47)	435 (63)	505 (73)	14	—
Ti-6Al-4V annealed	66 (60)	925 (134)	1000 (145)	16	34

---

Sources: Data in [Barsom 87] p. 172, [Boyer 85] pp. 6.34, 6.35, and 9.8, [MILHDBK 94] pp. 3.10–3.12 and 5.3, and [Ritchie 77].

**Table 8.2** Fracture Toughness of Some Polymers and Ceramics at Room Temperature

Material Polymers <sup>1</sup>	$K_{Ic}$		Material Ceramics <sup>2</sup>	$K_{Ic}$	
	MPa $\sqrt{m}$	(ksi $\sqrt{in}$ )		MPa $\sqrt{m}$	(ksi $\sqrt{in}$ )
ABS	3.0	(2.7)	Soda-lime glass	0.76	(0.69)
Acrylic	1.8	(1.6)	Magnesia, MgO	2.9	(2.6)
Epoxy	0.6	(0.55)	Alumina, Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.0	(3.6)
PC	2.2	(2.0)	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> , 15% ZrO <sub>2</sub>	10	(9.1)
PET	5.0	(4.6)	Silicon carbide	3.7	(3.4)
Polyester	0.6	(0.55)	SiC		
PS	1.15	(1.05)	Silicon nitride	5.6	(5.1)
PVC	2.4	(2.2)	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>		
PVC	3.35	(3.05)	Dolomitic limestone	1.30	(1.18)
rubber mod.			Westerly granite	0.89	(0.81)
			Concrete	1.19	(1.08)

## a) Material Original:

A tensão de projeto é baseada no escoamento,  $\sigma_d = \sigma_{ys}/2 = 448,2 \text{ MPa}$  (65 ksi)

Fratura irá ocorrer quando  $K_I = K_{IC}$ ; dado  $K_{IC} = 115,4 \text{ MPa m}^{0,5}$  (105 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ )

$$1.12\sigma_d\sqrt{\pi a_{cr}} = 115,4 \quad \Rightarrow$$

$$a_{cr} = 16,66 \text{ mm (0.66")}$$

IND/END pode detectar qualquer trinca maior do que 5,08 mm (0,2pol).  
(i.e., uma trinca de 5,08 mm ou menor escapará da inspeção.

Em um projeto de 448,2 MPa, um comprimento de 16,66 mm produzirá falha catastrófica. Isto não irá acontecer porque nenhuma trinca de comprimento 5,08 mm ou maior escapa da inspeção.

**O projeto é seguro contra fratura frágil!!**

Novos Materiais:  $\sigma_d = 150/2 = 517,1$  MPa (75 ksi)

Falha por fratura se  $K_I = K_{IC}$ ; dado,  $K_{IC} = 54,9$  MPa.m<sup>0,5</sup> (50 ksi  $\sqrt{\text{pol}}$ )

$$1.12(517,1)\sqrt{\pi a_{cr}} = 54,9 \Rightarrow a_{cr} = 2,87 \text{ mm (0.113")}$$

IND/END pode detectar qualquer trinca maior do que 5,08, i.e., uma trinca de **2,87mm escapará a inspeção!!**

A trinca pode tornar-se crítica antes de ser detectada se  $\sigma_d = 517$  MPa. O novo projeto é baseado no escoamento e não será seguro contra fratura frágil.

**Qual é então a tensão de projeto baseada na fratura (assumindo que todos os componentes contêm um trinca de 5,08 mm?)**

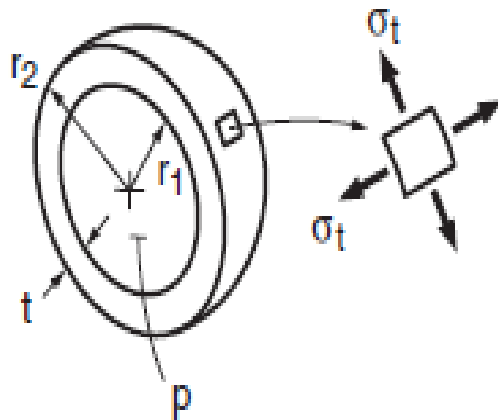
$$K_I = K_{IC} = 1.12 \sigma_d \sqrt{\pi(5,08 \times E - 3)} = 54,9 \quad \sigma_d = 388,2 \text{ MPa (56.3 ksi)}$$

**Menor do que  $\sigma_d$  para o material original**

### Example 8.5

A spherical pressure vessel is made of ASTM A517-F steel and operates at room temperature. The inner diameter is 1.5 m, the wall thickness is 10 mm, and the maximum pressure is 6 MPa. Is the leak-before-break condition met? What is the safety factor on  $K$  relative to  $K_{IC}$ , and what is the safety factor against yielding?

(b)



$$\sigma_t = \frac{pr_1}{2t}$$

$$\sigma_r = -p \quad (\text{inside})$$

$$\sigma_r = 0 \quad (\text{outside})$$



**Solution** From Fig. A.7(b), the maximum stress in the vessel wall is

$$\sigma_t = \frac{pr_1}{2t} = \frac{(6 \text{ MPa})(750 \text{ mm})}{2(10 \text{ mm})} = 225 \text{ MPa}$$

Combining this value with  $K_{Ic} = 187 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  from Table 8.1, the critical crack length is

$$c_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_t} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{187 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{225 \text{ MPa}} \right)^2 = 0.220 \text{ m} = 220 \text{ mm}$$

This far exceeds the wall thickness of  $t = 10 \text{ mm}$ , so the leak-before-break condition is met.

When the vessel leaks, the crack length along the surface is  $2c = 2t$ , so that  $c = t = 10 \text{ mm}$ . At this point, the stress intensity factor is

$$K = FS\sqrt{\pi a} = 1(225 \text{ MPa})\sqrt{\pi(0.01 \text{ m})} = 39.9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Here, the situation is treated as a center crack in a wide plate, as in Fig. 8.12(a), with substitutions  $F = 1$ ,  $S = \sigma_t$ , and  $a = c$ . Hence, the safety factor on  $K$  is

$$X_K = \frac{K_{Ic}}{K} = \frac{187 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{39.9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}} = 4.69 \quad \text{Ans.}$$

This is a reasonable value, so the vessel is safe from brittle fracture.

Noting that the principal stresses are  $\sigma_1 = \sigma_2 = 225 \text{ MPa}$  and  $\sigma_3 \approx 0$ , we conclude that the effective stress from Eq. 7.21 is  $\bar{\sigma}_S = 225 \text{ MPa}$ , and the safety factor against yielding is

$$X_o = \frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_S} = \frac{760 \text{ MPa}}{225 \text{ MPa}} = 3.38 \quad \text{Ans.}$$

where the yield strength is also from Table 8.1. Hence, yielding is unlikely.

**FIM**