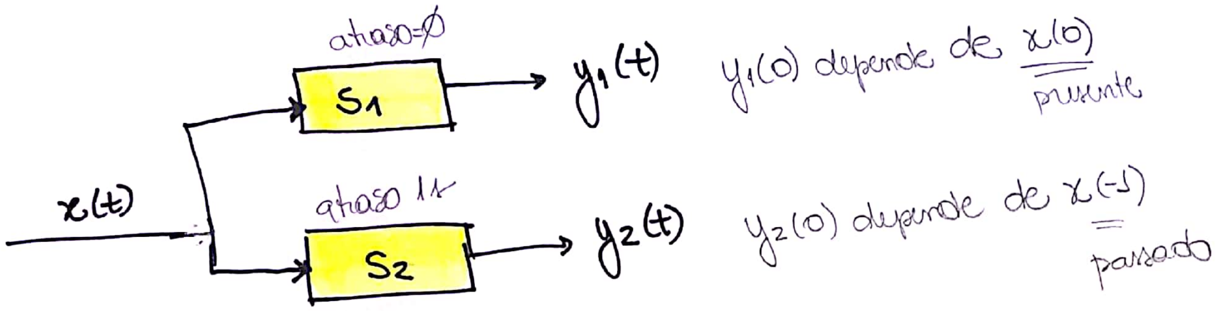
Sistema Causal e Não Causal

<u>Sistema causal</u>: o/p do sistema independe de valores futuros da i/p.



<u>Sistema não causal</u>: o/p do sistema depende de valores futuros da i/p a qualquer instante de tempo.

<u>Anti causal</u> → inverso do causal, i.é, o/p depende exclusivamente dos valores futuros da i/p.

i) $y(t) = x(2t)$

$t=0 \quad y(0) = x(0)$
$t=-1 \quad y(-1) = x(-2)$
$t=1 \quad y(1) = x(2)$ $\quad \therefore$ Sistema não causal.

ii) $y(t) = \begin{cases} x(3t) & t<0 \\ x(t-1) & t \geq 0 \end{cases}$

Percebe-se, pelo item anterior, que, para $t<0$, o sistema é causal com escalonamento do tempo. Para $t \geq 0$ a nova função depende de instantes anteriores (explicitamente).

$\therefore$ Sistema causal

iii) $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} x[n-1]$

coeficiente e, ∴, não devemos nos preocupar.
a entrada x depende de valores passados e, ∴,
o sistema é causal.

iv) $y(t) = \sin t \; x(t)$

novamente, o coeficiente não nos interessa.
∴ sistema causal

v) $y(t) = x(e^t)$

$t=0 \quad y(0) = x(1)$ ∴ não causal

vi) $y(t) = x(\sin t)$

$t=0 \quad y(0) = x(0)$

$t=\pi \quad y(\pi) = x(0)$

$t=-\pi \quad y(-\pi) = x(0)$ ∴ não causal

vii) $y(t) = x(t/4)$

$t=0 \quad y(0) = x(0)$

$t=1 \quad y(1) = x(1/4)$

$t=-1 \quad y(-1) = x(-1/4)$ ∴ não causal

viii) $y(t) = e^t x(t-1)$

Vide itens iii) e iv)
∴ sistema causal

ix) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt$

Integral é a área sobre a curva. Como
a integral é de $-\infty$ até t, depende de passado e presente. ∴ Causal.

SLIT - Sistemas Lineares Invariantes no Tempo

Lineares são sistemas que satisfazem o princípio da Superposição (aditividade e homogeneidade).

Defina se o sistema é linear ou não,

i) $y(t) = x(\sin t)$

$x(t) \rightarrow syst \rightarrow y(t) = x(\sin t)$

LA

$x_1(t) \rightarrow sist \rightarrow y_1(t) = x_1(\sin t)$

$x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y_2(t) = x_2(\sin t)$

$y_1(t) + y_2(t) = x_1(\sin t) + x_2(\sin t)$

$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y'(t) = x_1(\sin t) + x_2(\sin t)$ ✓

LH

$x(t) \rightarrow sist \rightarrow y(t) \rightarrow 'K' \rightarrow Ky(t) = Kx(\sin t)$

$Kx(t) \rightarrow sist \rightarrow y'(t) = Kx(\sin t)$ ✓

∴ linear

ii) $y(t) = x(t^2)$

LA

$x_1(t) \rightarrow sist \rightarrow y_1(t)$

$x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y_2(t)$

$y_1(t) + y_2(t) = x_1(t^2) + x_2(t^2)$

$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y'(t) = x_1(t^2) + x_2(t^2)$ ✓

LH

$x(t) \rightarrow syst \rightarrow y(t) \rightarrow 'K' \rightarrow Ky(t) = Kx(t^2)$

$Kx(t) \rightarrow syst \rightarrow y'(t) = Kx(t^2)$ ✓

∴ linear

Regra: 01. linearidade do sistema independe de 'escalonamento' no tempo.

iii) $y(t) = x(\log t)$

escalonamento no tempo, ∴ linear.

iv) $y(t) = x^2(t)$

L.A

$x_1(t) \rightarrow sist \rightarrow y_1(t) = x_1^2(t)$
$x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y_2(t) = x_2^2(t)$ $\Big\rangle$ $y_1(t) + y_2(t) = x_1^2(t) + x_2^2(t)$

$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y'(t) = [x_1(t) + x_2(t)]^2$

∴ não linear

v) $y(t) = \sin t \; x(t)$

L.A

$x_1(t) \rightarrow sist \rightarrow y_1(t) = \sin t \; x_1(t)$
$x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y_2(t) = \sin t \; x_2(t)$

$y_1(t) + y_2(t) = \sin t \, [x_1(t) + x_2(t)]$ ✓

$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y'(t) = \sin t \, [x_1(t) + x_2(t)]$

L.H

$x(t) \rightarrow sist \rightarrow y(t) \rightarrow 'K' \rightarrow K y(t) = K \sin t \; x(t)$ ✓

$K x(t) \rightarrow sist \rightarrow y'(t) \; \sin t \; K \, x(t)$

∴ linear

vi) $y(t) = e^2 x(t)$

L.A

$x_1(t) \rightarrow sist \rightarrow y_1(t) = e^2 x_1(t)$
$x_2(t) \rightarrow sist \rightarrow y_2(t) = e^2 x_2(t)$ $\Big\rangle$ $y_1(t) + y_2(t) = e^2 [x_1(t) + x_2(t)]$ ✓

$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow sist \; y'(t) = e^2 [x_1(t) + x_2(t)]$

L.H $\quad K y(t) = K e^2 x(t)$ ✓
$K x(t) \rightarrow sist \rightarrow e^2 K x(t)$

∴ linear

Regra

02. linearidade do sistema independe do 'coeficiente' utilizado na relação dos sistemas (veja que ex. v) tem coef. dependente de $\underline{t}$ e ex. vi) tem coeficiente constante).

Já os sistemas invariantes no tempo são aqueles cujos parâmetros não mudam com o tempo.

Quais sistemas estudados anteriormente são dependentes do tempo?

Apenas o sistema do item v).

Quais sistemas são SLIT?

i) $y(t) = x(t+1)$;

O sistema é linear e invariante no tempo (LIT)

Mas é não causal!

ii) $y(t) = 1/x(t)$

Não linear, invariante no tempo

$\Downarrow$

$x(t) \to \text{sist} \to y(t) \to 'K' \to Ky(t) = \dfrac{K}{x(t)}$

$K x(t) \to \text{sist} \to y'(t) = \dfrac{1}{K x(t)}$

iii) $3\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) - y(t) = x(t)$

LIT

iv) $y(t) = \sin t \; x(t)$

Linear, variante no tempo

$x(t) \to y(t) \to k \to k(x(t)+$
$\qquad\quad\; x(t)+2$

$Kx(t) \to Kx(t)+2$

v) $y(t) = x(t) + 2$

Não preserva escalonamento, não linear, inv. no tempo

vi) $y(t) = \cos 2\pi \; x(t)$

LIT

vii) $y(t) = \left[\log t + 3t^2\right] x(t)$

Linear, variante no tempo

viii) $y(t) = t \, u(t) \; x(t)$

linear, variante no tempo