23. (tipler pg 295) Para exercitar-se sem sair do lugar, você monta sua bicicleta sobre um suporte, de forma que a roda traseira fique livre para girar. Enquanto você pedala, a corrente exerce uma força de 18 N sobre a catraca traseira, a uma distância r = 7,0 cm do eixo de rotação da roda. Considere a roda como um aro de raio R = 35 cm e massa M = 2,4 kg. Qual a velocidade da roda 5,0 s depois?

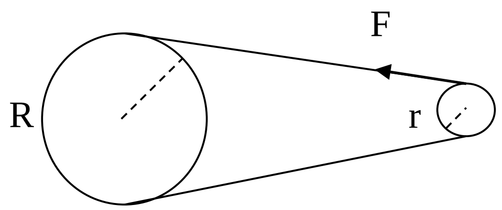
No caso de ter uma bicicleta montada de maneira tal que a **roda traseira possa girar livremente**, a força que é feita no pedal e age na direção da corrente. O enunciado nos fornece diretamente a força que a corrente está fazendo numa direção perpendicular ao pinhão dentado traseiro de raio r = 7,0 cm que é o braço de alavanca.
Assim: 1) a velocidade angular está relacionada com a aceleração angular e o tempo por:
$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \alpha t$ (1) quando parte do repouso.

2) Pela 2ª lei de Newton $\sum \tau_{i,ext} = I\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{\tau_{res}}{I}$ (2)

Onde I é a inércia total da roda. Neste caso desconsideramos a inercia rotacional do pinhão, já que não foi dada a massa dele.
O torque realizado pela força da corrente no pedal é: $\tau_{pinhao} = F_{corrente} r_{pinhao}$ (3)

$\tau_{pinhao} = 18 \cdot 0{,}07$ N.m

Por (2) e o resultado anterior: $\alpha = \dfrac{\tau_{pinhão}}{I} = \dfrac{\tau_{pinhão}}{MR^2}$



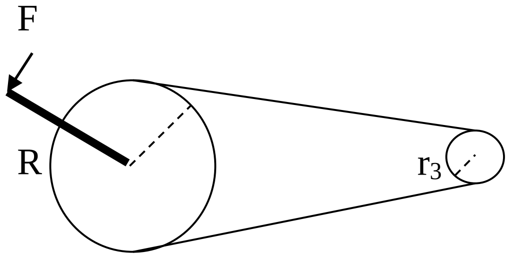
$\alpha = \dfrac{1{,}26}{2{,}4 \cdot 0{,}35^2} = 4{,}3$ rad/s^2

Aplicando a expressão (1) e sabendo que a roda parte do repouso:

$\omega = 4{,}3 \cdot 5 = 21{,}4$ rad/s

Problema 25 L2 (modificado): (Tipler pg 295) Para exercitar-se sem sair do lugar, você monta sua bicicleta sobre um suporte, de forma que a roda traseira fique livre para girar. A força que você faz no pedal é 2 N. Considere a roda como um aro de raio R = 35 cm e massa M = 2,4 Kg, o tamanho do pedal = 16 cm, o raio da catraca dianteira igual a 9 cm e o do pinhão r_3 = 3,0 cm do eixo de rotação da roda. Qual é a velocidade angular da roda 5,0 s depois?

No caso de ter uma bicicleta montada de maneira tal que a **roda traseira possa girar livremente**, a força que é feita no pedal, age na direção da corrente e, portanto a linha da força é tangente ao pinhão dentado e o braço de alavanca é o raio do pedal.



Assim: 1) a velocidade angular está relacionada com a aceleração angular e o tempo por:

$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \alpha t$ (1) quando parte do repouso.

2) Pela 2ª lei de Newton $\sum \tau_{i,ext} = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau_{res}}{I}$

O torque realizado pela força no pedal é:

$\tau_{pedal} = F_{pedal} R$ (2)

Este torque age diretamente na corrente, assim, o torque na corrente é:

$\tau_{corrente} = F_{corrente} r_2$ (3)

Mas o torque no pedal é igual ao torque na corrente, Assim: $\tau_{pedal} = \tau_{corrente}$. Igualando 2 e 3,

$$F_{corrente} r_2 = F_{pedal} R \Rightarrow F_{corrente} = \frac{F_{pedal} R}{r_2}$$

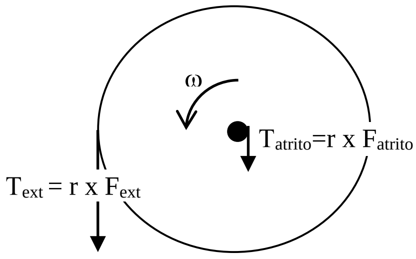
3) No pinhão, o único torque que atua sobre o sistema é o da força $F_{corrente}$, da corrente, aplicada no pinhão de raio r_3, então: $\alpha = \frac{\tau_{res}}{I} = \frac{F_{pedal} R}{r_2} \frac{r_3}{MR^2}$, no qual MR^2 é o momento de inércia da roda (aro+peneu). Assim é possível calcular α e ω se é conhecida à força aplicada e o tempo durante o qual é aplicada essa força.

Substituindo os valores e na expressão (1):

$$\omega = \alpha t = \frac{\tau_{res}}{I} t = \frac{F_{pedal} R}{r_2} \frac{r_3}{MR^2} t = \frac{18 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}070}{0{,}05 \cdot 2{,}4 \cdot (0{,}35)^2} \cdot 5{,}0 = 68{,}6 \text{ rad/s}$$

A energia cinética rotacional dessa roda é: $K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}4 \cdot (0{,}35)^2 \cdot 68{,}6^2 = 692$ J

Problema 25, lista 2. (Tippler, Cap. 9 E 24) Uma roda montada num eixo que oferece atrito está inicialmente em repouso. Um torque externo constante de 50 N.m é aplicado à roda durante 20 s, atribuindo-lhe velocidade angular de 600 rev/min. O torque externo, depois desse tempo, é removido e a roda pára em 120 s. Calcular: a) o momento de inércia da roda e b) o torque do atrito, admitindo que seja constate.



a) De acordo com a expressão: $\sum \vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ e $\frac{d\vec{L}}{dt} \equiv \frac{\Delta L}{\Delta t}$.

Assim:

$$\sum(\vec{\tau}) = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\,\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} \Rightarrow (\tau_{ext} + \tau_{atrito}) = I\,\frac{(\omega_2 - \omega_1)}{t_2 - t_1} = I\,\frac{600.2.\pi}{60.20} = I\pi$$

$[\tau]$= kg.m^2/s.s=N.m

b)

$$\vec{\tau}_{atrito} = \frac{d\vec{L}}{dt}\ e\ \frac{dL}{dt} = \frac{L_3 - L_2}{t_3 - t_2} = I\,\frac{(\omega_3 - \omega_2)}{t_3 - t_2} = I\,\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = I\,\frac{(0 - 600.2.\pi/60)}{120} = -I\,\frac{600.2.\pi}{60.120} = -I\,\frac{\pi}{6}$$

$$\tau_{atrito} = -I\,\frac{\pi}{6}$$

Assim:

$$(\tau_{ext} + \tau_{atrito}) = I\pi \Rightarrow \left(\tau_{ext} - I\,\frac{\pi}{6}\right) = I\pi \rightarrow \tau_{ext} = I\pi + I\,\frac{\pi}{6} = \frac{6I\pi + I\pi}{6} = \frac{7I\pi}{6}$$

$$\therefore I = \tau_{ext}\,\frac{6}{7\pi} = 50\,\frac{6}{7\pi} = 13{,}64\ \mathbf{kg.m^2}$$

Com o dado da inércia rotacional, podemos calcular o torque do atrito:

Assim: $\tau_{atrito} = -13{,}64\frac{\pi}{6} = -7{,}14$ N.m