Cinemática dos fluidos

Profª. Priscila Alves

priscila@demar.eel.usp.br

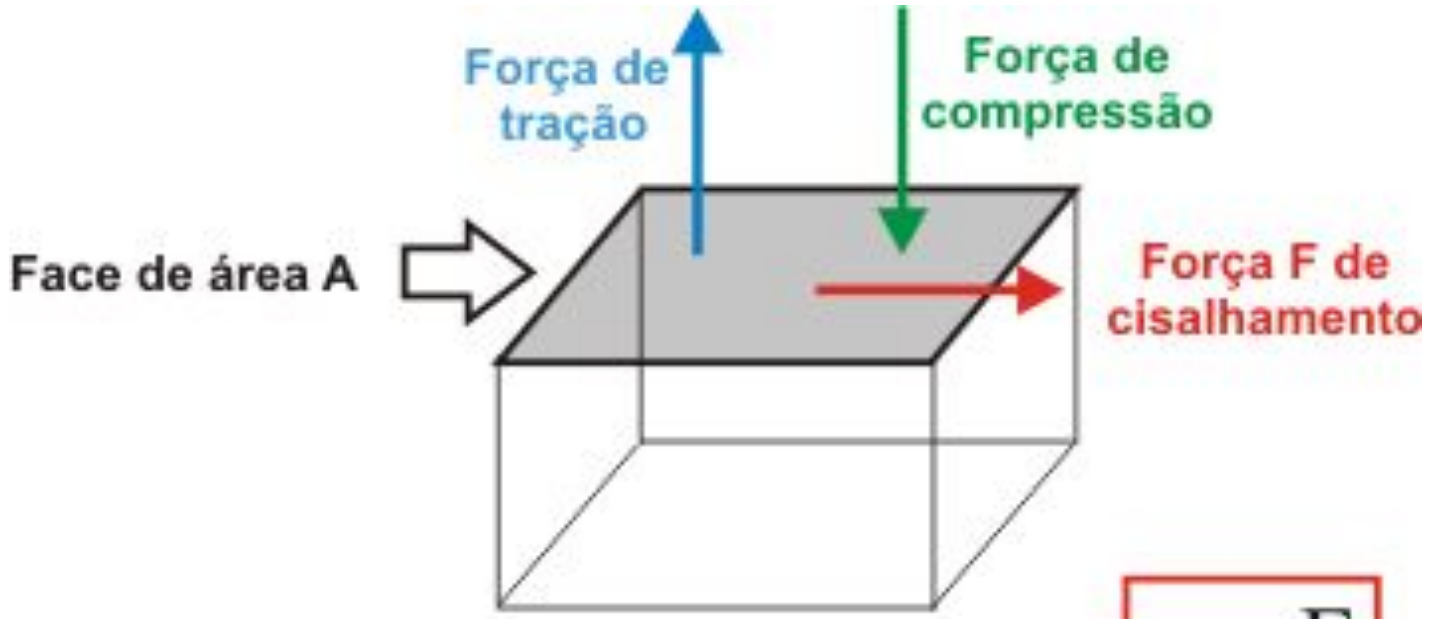
priscila.tutora.lorena@gmail.com

Objetivos

- Apresentar as equações básicas que regem a mecânica dos fluidos, tal como:
  - Equações do movimento.
  - Equação da continuidade.
  - Equação da quantidade de movimento.

Viscosidade de um fluido

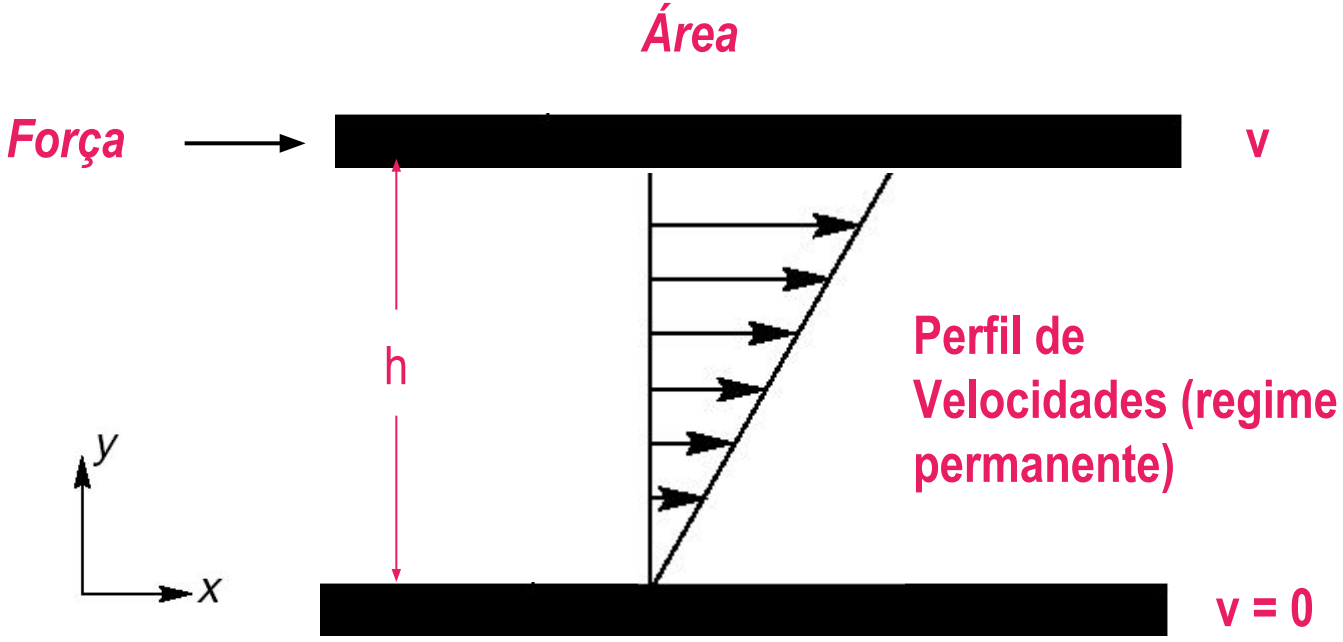
Um objeto pode receber a ação de diferentes forças como mostra a figura abaixo.

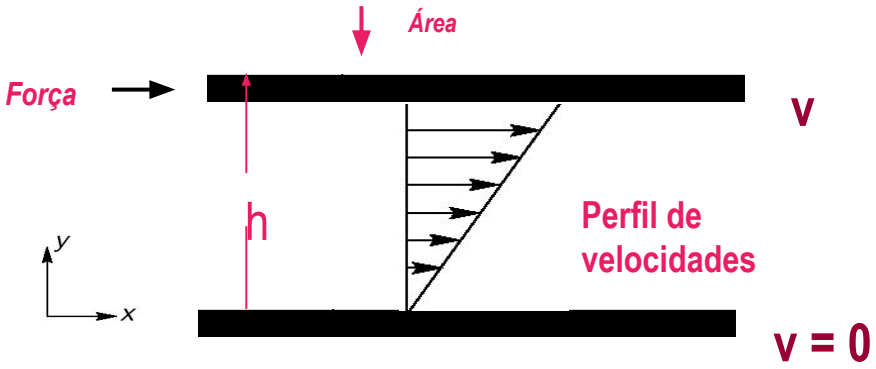


Tensão de cisalhamento $\tau = \frac{F}{A}$

A **tensão de cisalhamento** está associada a força aplicada e **taxa de deformação** (gradiente de velocidade) e é utilizada para descrever a deformação e o escoamento do fluido.

Considere a figura abaixo que ilustra uma situação que ocorre quando uma tensão de cisalhamento (τ) é aplicada a um líquido:





A **tensão de cisalhamento**

$T_{yx} = F_t / A$ produz um gradiente de velocidade (dv_x/dy)

Existe uma proporcionalidade entre o gradiente de velocidade e a tensão de cisalhamento (T_{yx}).

$$\tau_{yx} = \mu \frac{dv_x}{dy} = \mu\dot{\gamma}$$ Lei de Newton

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n$$ Modelo geral

$\mu = viscosidade\ dinâmica$

K = índice de consistência ($Pa.s^n$)

n = índice de comportamento do fluido

Taxas de deformação típicas de processos

Situação	Gradiente da velocidade (s^{-1})	Aplicação
Sedimentação de partículas em líquido	10^{-6}-10^{-3}	Medicamentos, tintas, molhos de saladas
Drenagem sob gravidade	10^{-1}-10^{1}	Pequenos recipientes de alimentos, tintura e cobertura
Cortar alimentos	10^{1}-10^{2}	Mastigar

Cinemática dos Fluidos

- Existe complexidade quando levamos em consideração a **viscosidade do fluido**.

- Desta forma consideramos um **fluido "perfeito" ou "ideal".**

Características e definições dos escoamentos

Os escoamentos podem ser classificados:

- Permanente ou variado;
- Turbulento ou laminar;
- Real ou ideal/perfeito;
- Uniforme ou não uniforme;
- Rotacional ou não rotacional.

Regime permanente ou variado

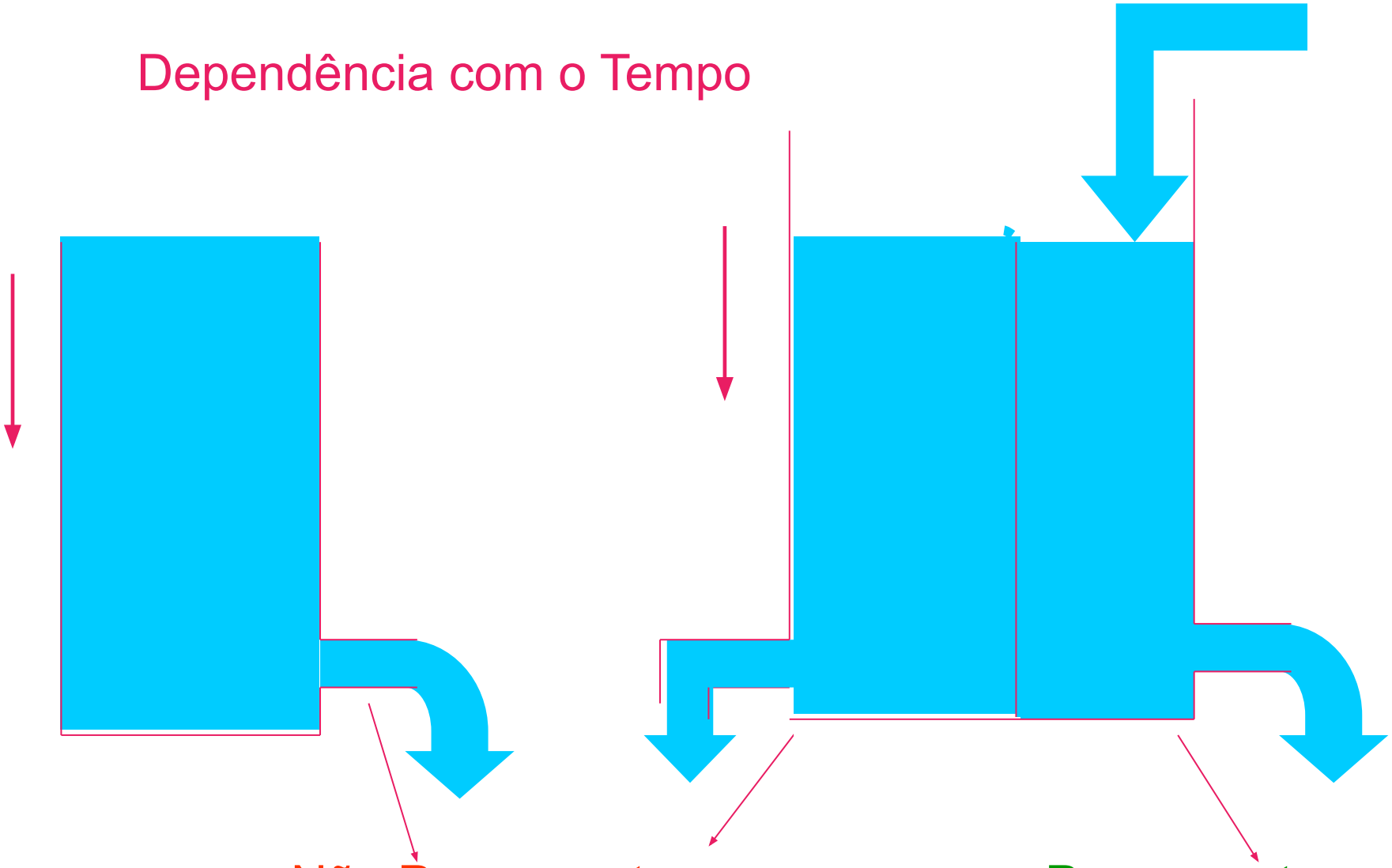
- **Regime Permanente:**
  - Consiste naquele em que as propriedades dos fluidos são invariantes em cada ponto com o passar do tempo.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0; \frac{\partial p}{\partial t} = 0; \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \; e \; \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

- **Regime Variado:**
  - Há variação de (v, p, T, V, ρ) com o passar do tempo.

$$\frac{\partial v}{\partial t} \neq 0; \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0; \frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0 \; e \; \frac{\partial T}{\partial t} \neq 0$$

Dependência com o Tempo



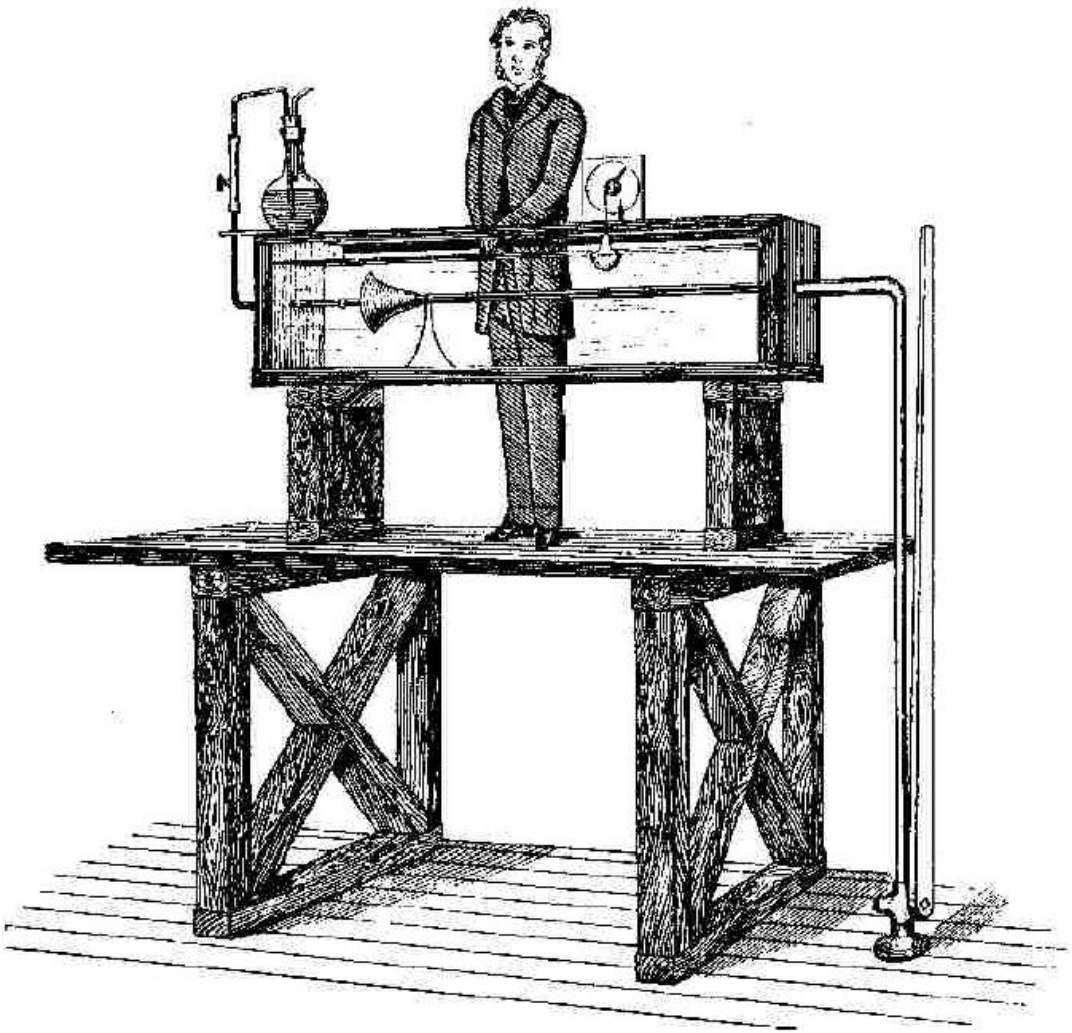
Não Permanente

$$\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$$

Permanente

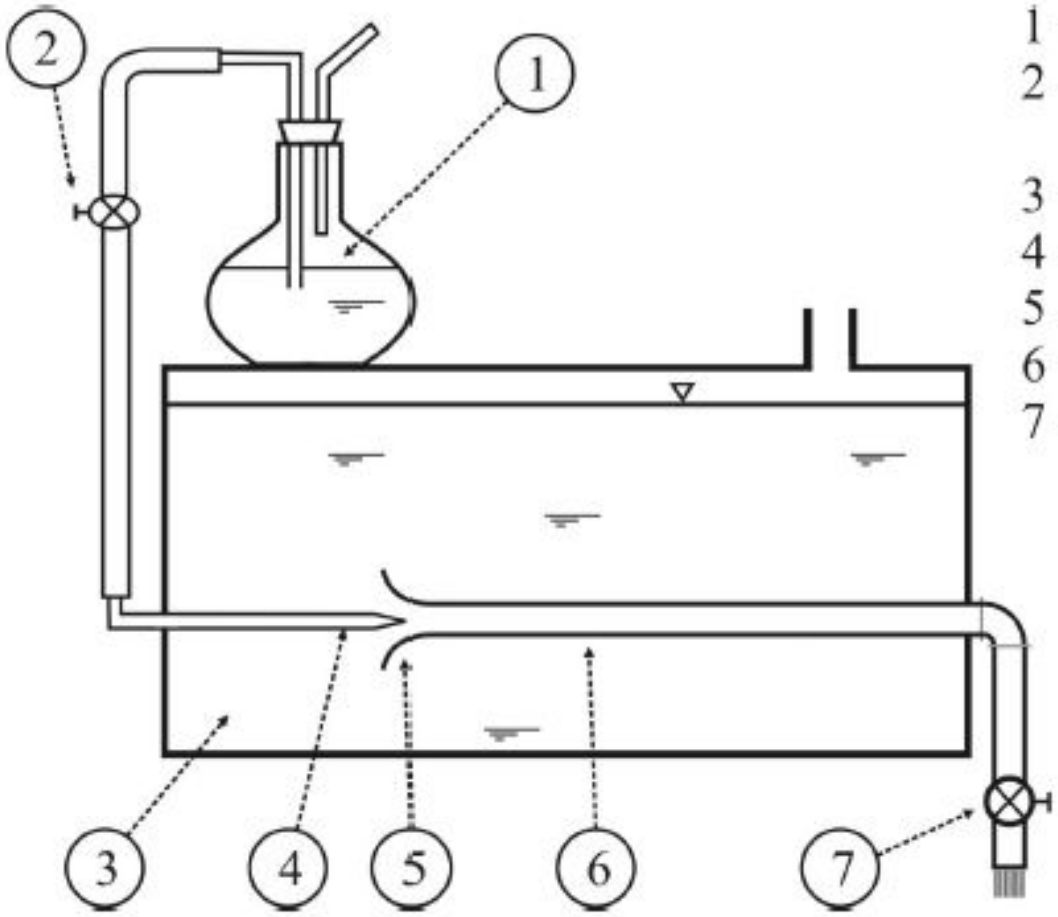
$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

Regime laminar ou turbulento



Experimento de Reynolds

- Considere o esquema abaixo:



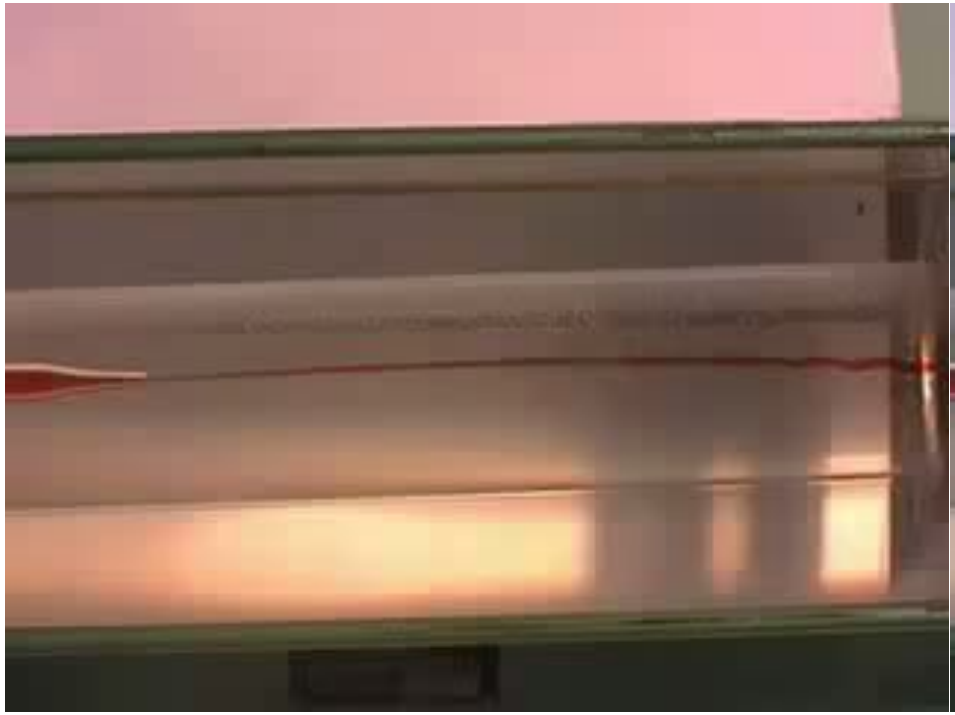
1 - Reservatório do corante
2 - Válvula de controle de vazão do corante
3 - Reservatório de água
4 - Injetor
5 - Convergente
6 - Tubo de vidro
7 - Válvula de controle de vazão de água

- Para pequenas vazões:
  - o líquido corante forma um filete contínuo paralelo ao eixo do tubo (6) (escoamento laminar).

- Vazões crescentes:
  - oscilações que são amplificadas à medida que o aumento vai ocorrendo (escoamento turbulento).

Laminar

Turbulento



Laminar
Turbulento

Escoamento laminar

- As partículas movem-se ao longo de trajetórias suaves em lâminas ou camadas. Este é governado pela ***Lei de Newton da viscosidade***, pois a viscosidade amortece a tendência de aparecimento de turbulência.

Escoamento turbulento

- São mais frequentes no dia a dia. As partículas do fluido movem-se em trajetórias irregulares, gerando maiores tensões de cisalhamento o que tende a causar mais perdas de cargas.

Escoamento Laminar e escoamento turbulento

Escoamento Turbulento

Escoamento Laminar

- Assim, o tipo de escoamento está associado ao **Número de Reynolds (Re).**

$$R_e = \frac{\rho v D}{\mu}$$

D = diâmetro do tubo.
v = velocidade

- Expressando o número de Reynolds em termos da **viscosidade cinemática ϑ.**

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\vartheta} = \frac{\rho}{\mu}$$

- Desta forma temos:

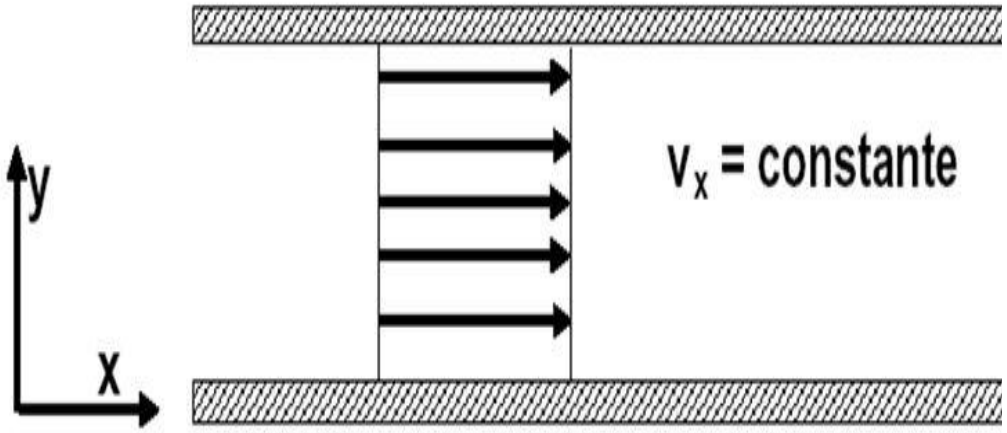
$$R_e = \frac{\mathrm{v}D}{\vartheta}$$

  - ***Re*** < 2000 tem-se o escoamento laminar;
  - 2000 < ***Re*** < 2400 tem-se o escoamento de transição;
  - ***Re*** > 2400 tem-se o escoamento turbulento.

Fluido ideal e real

O **fluido ideal**: é um fluido que não aparece o atrito e é incompressível. Esta hipótese é útil na análise de escoamentos em grandes extensões de fluido, como submarino.

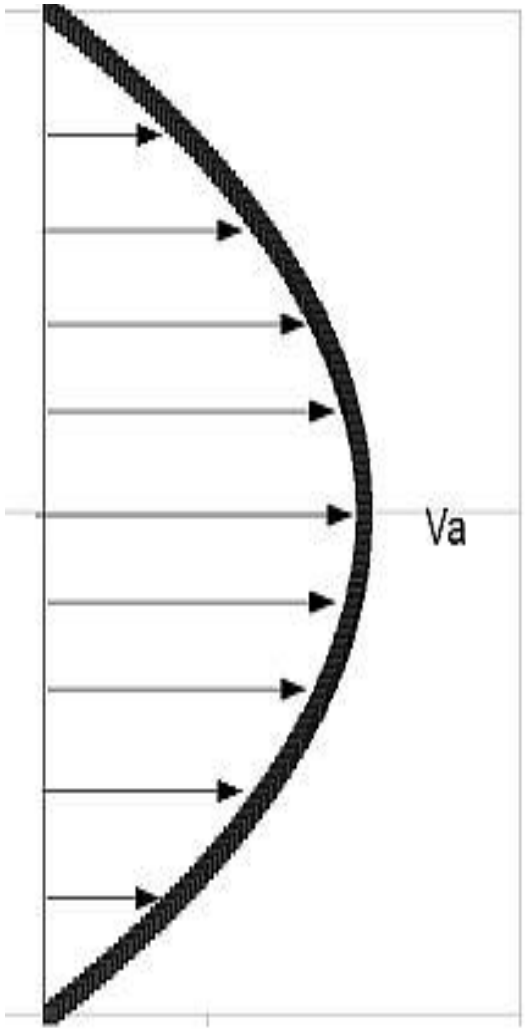
Num fluido **ideal** (NÃO VISCOSO) o perfil da velocidade é uniforme e as tensões de cisalhamento são nulas já que não existe variação da velocidade (gradiente de velocidade nulo).



A camada de fluido em um **escoamento real**, próxima a uma superfície sólida e que tem sua velocidade relativa a fronteira afetada por tensões de cisalhamento é chamada de camada limite. Estas camadas limites podem ser laminares ou turbulentas, que depende da viscosidade e da estrutura da parede sólida.

Escoamento Viscoso

Num **fluido real** (FLUIDO VISCOSO) são geradas forças viscosas numa determinada seção transversal, denominada *gradiente de velocidade.*

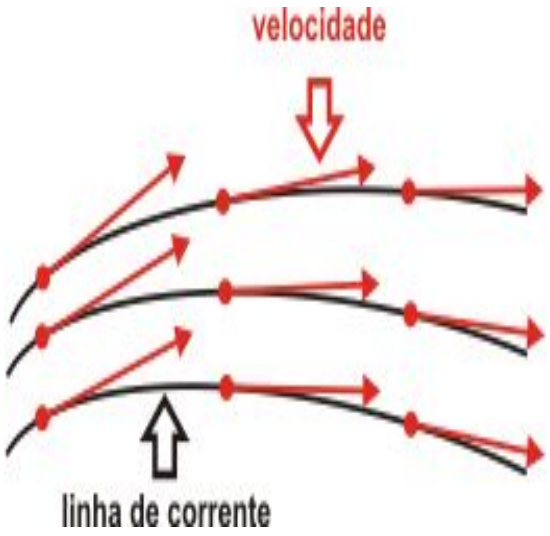


perfil parabólico

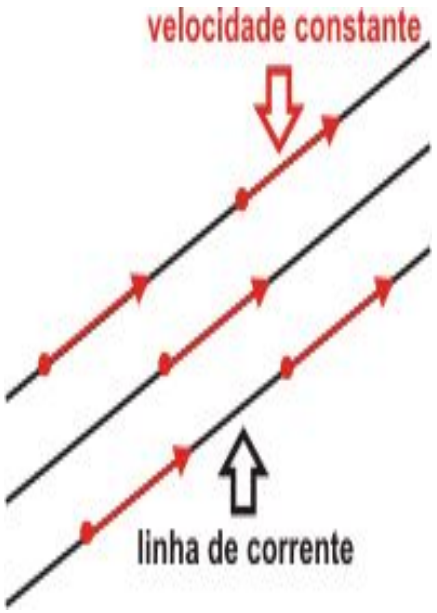
Escoamento uniforme e não uniforme

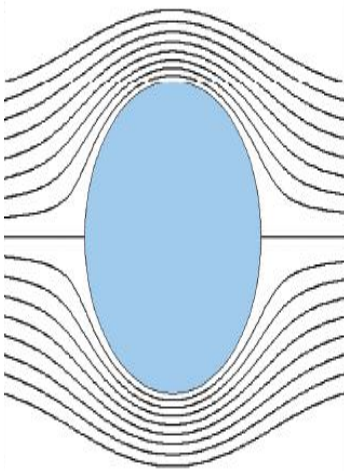
Um **escoamento uniforme:** quando todas as seções transversais paralelas do conduto forem idênticas e a velocidade média em todas as seções for a mesma.

Quando a velocidade varia de um local para o outro temos um escoamento **não uniforme**.



Uniforme



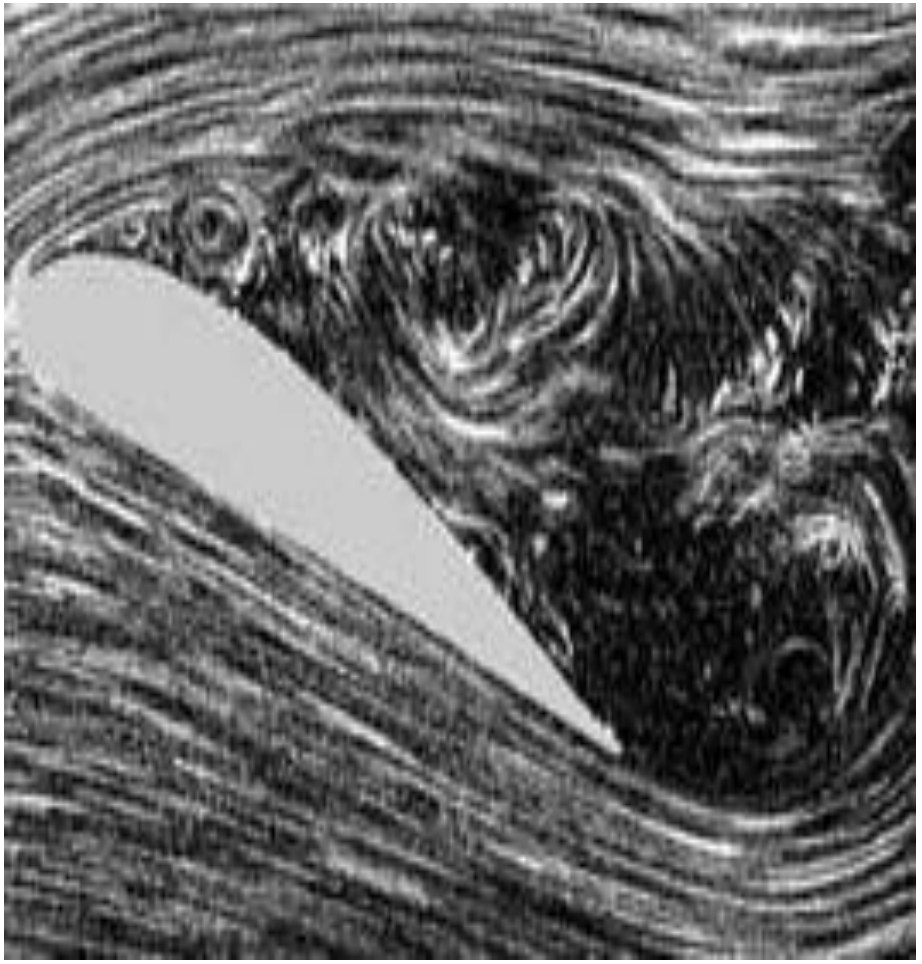


Variado

Rotacional e irrotacional

Se as partículas de um fluido numa certa região possuírem rotação em relação ao qualquer eixo, o escoamento é dito **rotacional** ou com **vórtices**. Se o fluido numa região, não tiver rotação, o escoamento é chamado irrotacional.

Escoamento planar e irrotacional.



Escoamento planar rotacional.

Vazão

- **Vazão volumétrica** taxa de variação de um pequeno elemento diferencial de volume em função do tempo.

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt}$$

- Considerando um volume constante temos: $V = S.d$ (d = distância e S = área)
- Logo: $I = \frac{S.d}{t} = \boldsymbol{I = v.S}$

- Quando a **velocidade não é uniforme** é necessário uma análise da vazão em toda

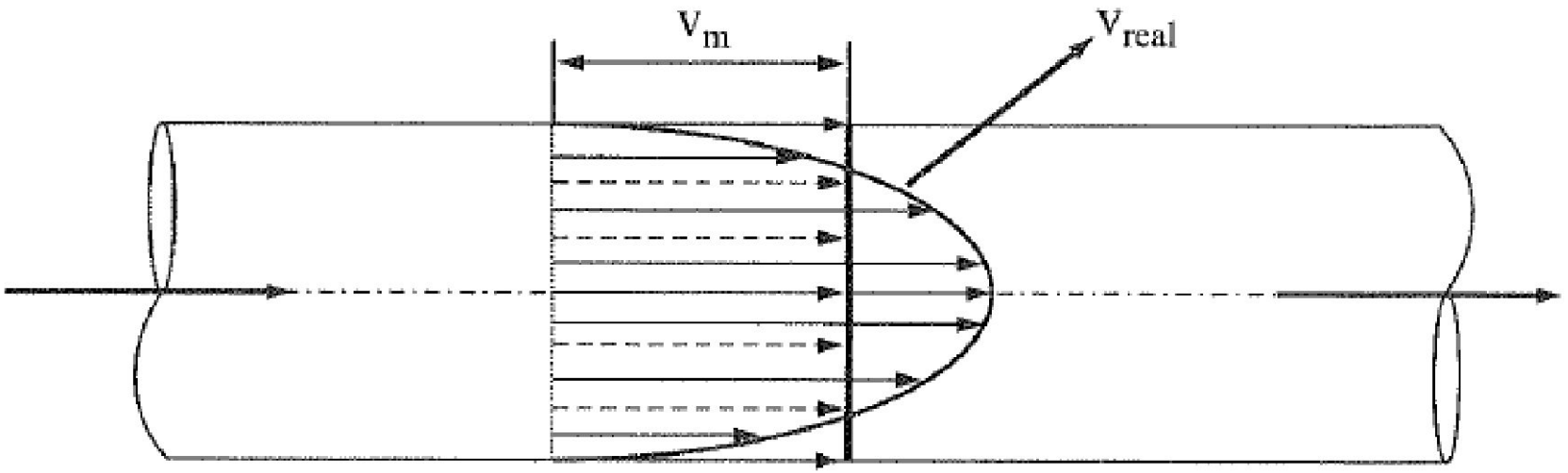
$$dI = v.dS$$

- Logo a vazão na seção de área *S* será:

$$I = \int_S v dS$$

- Define-se ***velocidade média*** na seção, como *a velocidade uniforme que, substituída no lugar da velocidade real, reproduziria a mesma vazão na seção.*

$$I = \int_S v dS = v_m S$$



- Logo a vazão na seção de área *S* será:

$$v_m = \frac{1}{S}\int_S v\,dS$$

- **<u>Vazão de massa</u>** considere em um pequeno elemento de *massa* que atravessa uma determinada área por unidade de *tempo*.

$$I_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{dm}{dt}$$

- Em um determinado instante de tempo temos:

$$I_m = \frac{m}{t}$$

- Sabemos que:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V$$

- Logo:

$$I_m = \frac{\rho V}{t}$$

- Lembrando que:

$$V = S.d$$

- Temos:

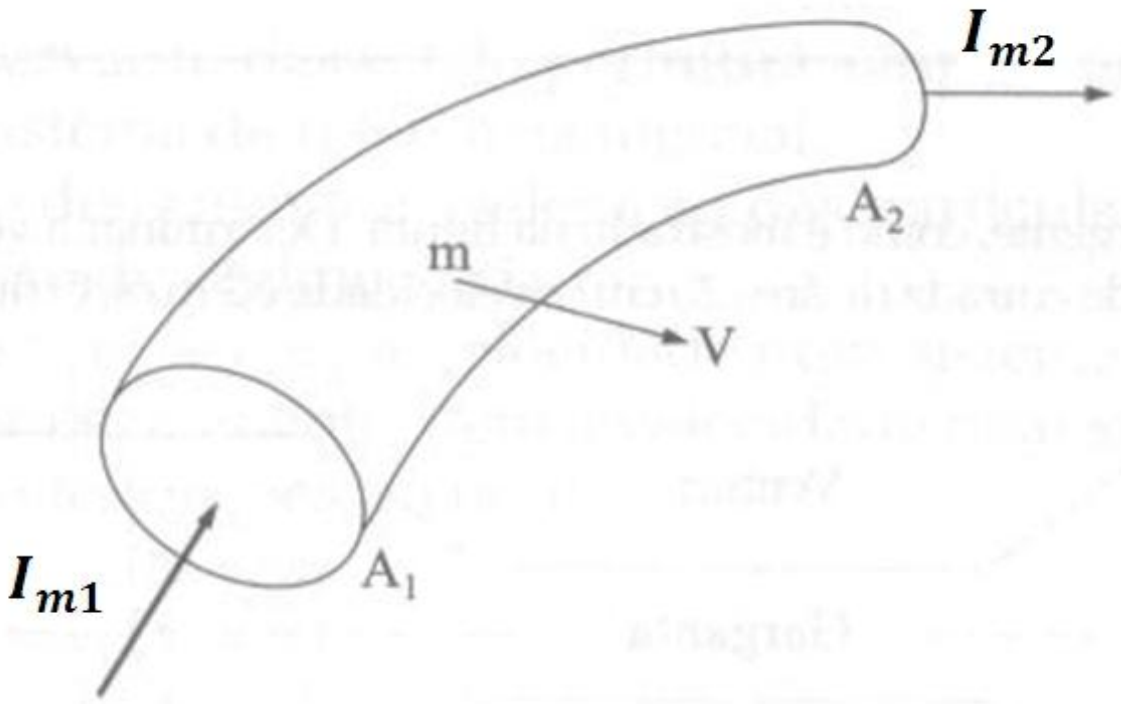
$$I_m = \frac{\rho S.d}{t}$$

v

$$I_m = \rho I \qquad (28)$$

Equação da continuidade no regime permanente

- Seja o escoamento de um fluido por um tubo de corrente e considere um regime



- Desta forma o fluxo que entra é igual ao fluxo que sai.

$$I_{m1} = I_{m2}$$

- Ou

$$\rho_1 I_1 = \rho_2 I_2$$

- Ou ainda

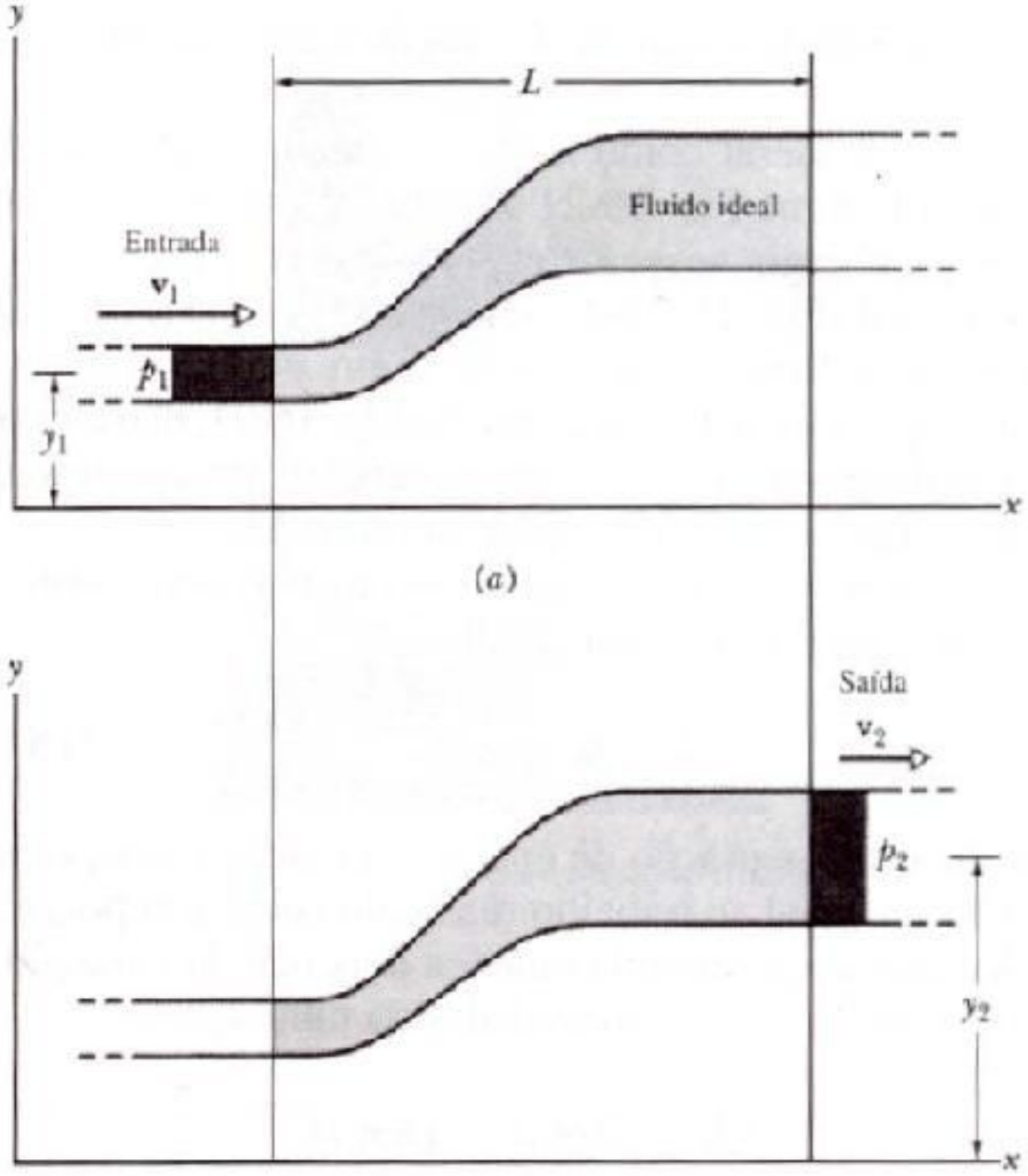
$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

Atividade 2

Equação de Bernoulli

- Descreve a lei da conservação da energia mecânica fazendo algumas considerações:

  - Fluido incompressível;
  - Uma seção transversal variável;
  - velocidade variável
  - Existência de diferença de altura.


y
L
Fluido ideal
Entrada
$\mathbf{v}_1$
p_1
y_1
x
(a)
y
Saída
$\mathbf{v}_2$
p_2
y_2
x
(b)

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g y_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Ou

$$\boxed{p + \rho g y + \frac{\rho v^2}{2} = Constante}$$

- A equação de Bernoulli também pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\rho g y_1}{\rho g} + \frac{\rho v_1^2}{\rho g 2} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\rho g y_2}{\rho g} + \frac{\rho v_2^2}{\rho g 2}$$

- Ou ainda:

$$\frac{p_1}{\rho g} + y_1 + \frac{v_1^2}{g 2} = \frac{p_2}{\rho g} + y_2 + \frac{v_2^2}{g 2}$$

Peso específico

- Considerando:

$$\frac{p_1}{\rho g} = h_1 \text{ e } \frac{p_2}{\rho g} = h_2$$

- E analisando a dimensão de h, observamos que sua dimensão é de comprimento (altura), cuja unidade é (m). Desta forma:

$$h_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Equação de Bernoulli aplicada a Hidrostática

- Neste caso temos $v_1 = v_2 = 0$. Assim:

$$p_1 + \rho g y_1 = p_2 + \rho g y_2$$

$$p_1 - p_2 = \rho g y_2 - \rho g y_1$$

$$p_1 - p_2 = \rho g (y_2 - y_1)$$

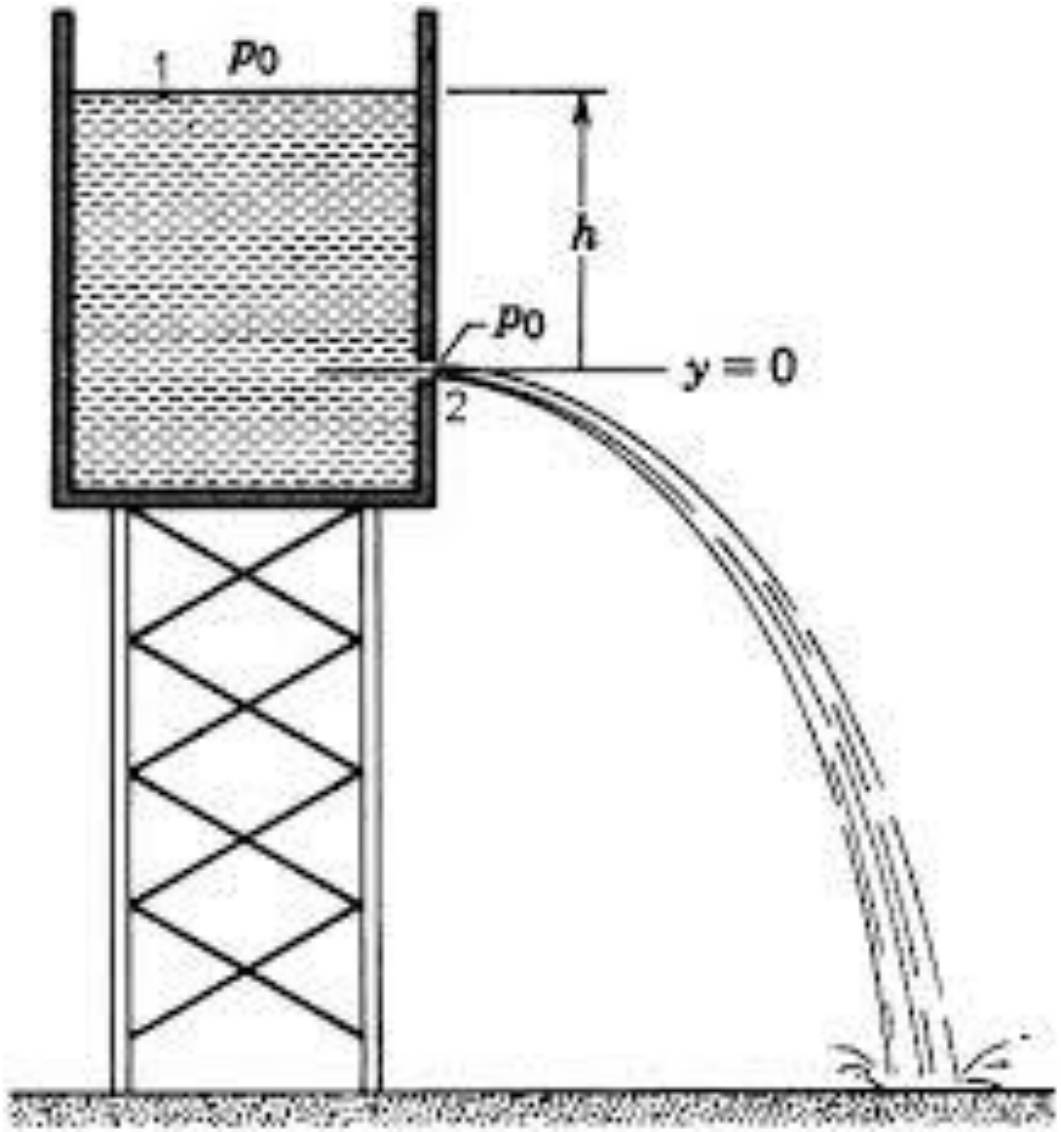
$$h = y_2 - y_1$$

- Considerando temos:

$$p_1 - p_2 = \rho g h$$

Teorema de Torricelli

- Considerando uma altura h como sendo a distância vertical da superfície livre, temos como consequência da equação de Bernoulli a seguinte expressão:


1
p_0
h
p_0
$y = 0$
2

- Temos: $$p_0 + \rho g y_0 + \frac{\rho v_0^2}{2} = p \quad + \rho g y \quad + \frac{\rho v^2}{2}$$

- Considerando: $$v_0 = 0 \; e \; p_0 = p$$

- Podemos obter a velocidade do fluido

$$g y_0 = g y \quad + \frac{v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)}$$

$$h = (y_0 - y)$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Teorema de Torricelli

- Assim:

“ O líquido que escoa de uma altura h tem velocidade igual aquela que teria se caísse em queda livre desta mesma altura”

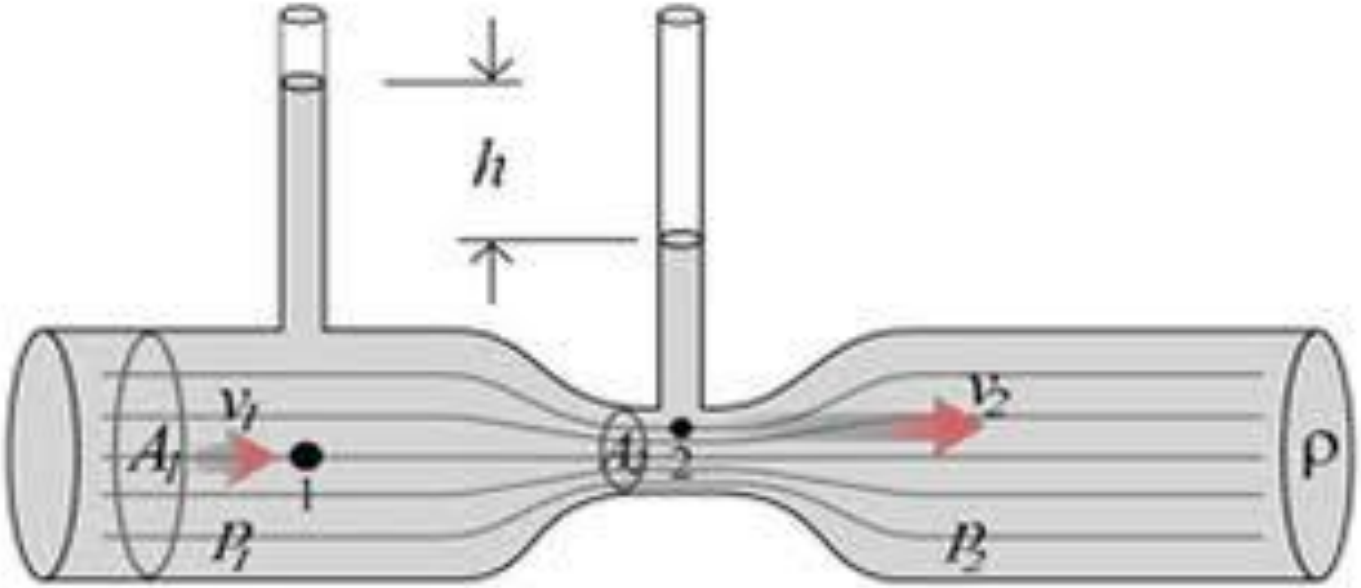
O tubo de Venturi

- Consiste em um estrangulamento inserido em uma tubulação.
- Retornando a equação de Bernoulli

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g y_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

- Considerando y1 = y2 temos:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$



Fenômeno de Venturi.

Pela equação da Continuidade $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$ Como o regime é permanente $\rho_1 = \rho_2$, logo: $v_1 A_1 = v_2 A_2$, a velocidade na área 2 aumenta enquanto a área 2 diminui. Para que $\boldsymbol{p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}}$ permaneça constante, com o aumento da velocidade a pressão (p2) deve diminuir.