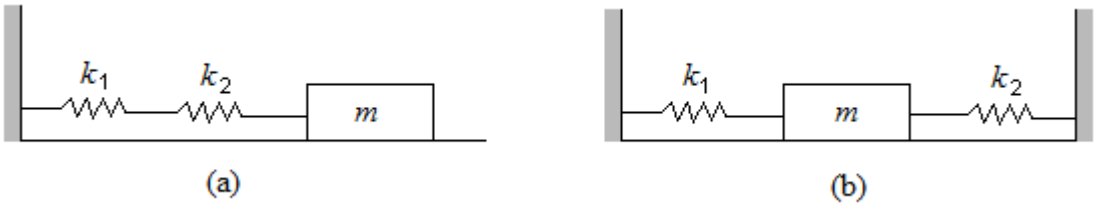
Primeira Lista de Exercícios de Física II

1. Considere as situações indicadas por (a) e (b) na figura abaixo.



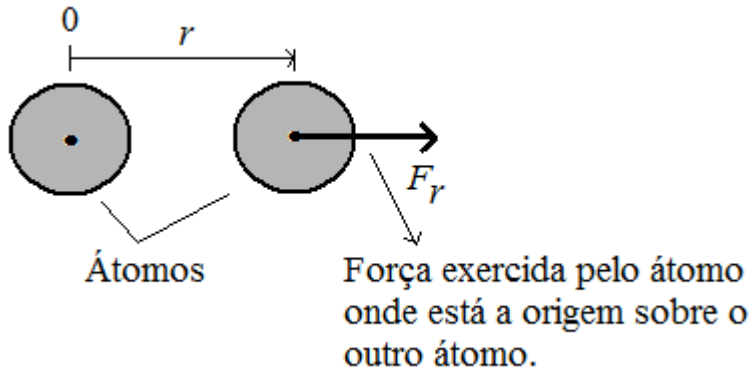
Em cada uma delas um corpo de massa m está conectado a duas molas de massas desprezíveis e constantes elásticas k_1 e k_2. Em cada caso o corpo se move na horizontal (direção x) sobre uma superfície sem atrito. Mostre que nos dois casos, depois que o corpo é deslocado do equilíbrio e solto ele executa um movimento harmônico simples com períodos dados por:

$$\text{(a)}\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$$

$$\text{(b)}\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}\,.$$

2. Suponha que dois atletas, Aquiles e Heitor, estão correndo com velocidades angulares constantes, mas diferentes uma da outra, em uma pista circular. Suponha que Aquiles leva T_1 segundos para completar uma volta na pista, enquanto que Heitor leva T_2 para completar a mesma volta. Considere que $T_2 > T_1$. Obviamente, Aquiles irá ultrapassar Heitor periodicamente enquanto eles continuarem correndo. Quanto tempo levará para que Aquiles complete a primeira volta sobre Heitor, assumindo que os dois começam a correr juntos?

3. Considere a interação entre dois átomos que formam uma molécula diatômica. Quando os dois átomos estão separados por uma distância da ordem de alguns diâmetros atômicos, eles exercem entre si uma força de atração. Por outro lado, quando eles estão suficientemente próximos a força entre eles passa a ser repulsiva. Entre essas duas situações existe uma distância de equilíbrio para a qual a atração e a repulsão se anulam e os dois átomos constituem uma molécula. Suponha agora que os dois átomos sejam ligeiramente deslocados dessa posição de equilíbrio. Quando isso acontece, eles começam a oscilar em torno da posição de equilíbrio. O objetivo deste problema é verificar se essas oscilações podem ser modeladas como um MHS. Suponha que o centro de massa de um dos átomos seja a origem e que o centro de massa do outro átomo esteja a uma distância r da origem, como na figura abaixo. Na figura, a força $F(r)$ feita pelo átomo onde está a origem sobre o outro átomo está mostrada como positiva (força repulsiva). O desenho foi feito assim apenas porque não se pode mostrar as duas direções da força ao mesmo tempo. Note, porém, que $F(r)$ pode ser negativa (força atrativa) e, neste caso, ela estaria apontando em direção ao átomo da esquerda.



Considere que a distância de equilíbrio entre os dois átomos é dada por $r = R_0$. Supondo que a força de interação entre os átomos depende apenas da distância r, esta força é conservativa e pode ser representada em termos de uma energia potencial $U(r)$. Um modelo simples para essa energia potencial foi proposto pelo físico inglês John Lennard-Jones (1894-1954) em 1924. O chamado potencial de Lennard-Jones é dado por

$$U(r) = U_0\left[\left(\frac{R_0}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{R_0}{r}\right)^{6}\right], \tag{1.1}$$

onde U_0 é uma constante com unidades de energia.

a. Faça o gráfico do potencial de Lennard-Jones.

b. Obtenha a expressão para a força $F(r)$ usando a fórmula $F(r) = -dU(r)/dr$. Faça o gráfico de $F(r)$.

c. Você acha que a força $F(r)$ é uma força restauradora? Explique sua resposta.

d. Defina a variável $x = r - R_0$ para descrever o deslocamento dos átomos em relação à posição de equilíbrio. Reescreva a expressão para F em termos da variável x/R_0 e obtenha a sua forma aproximada para o limite em que $x/R_0 << 1$.

e. As oscilações de uma molécula diatômica em que a interação entre os átomos é modelada pelo potencial de Lennard-Jones podem constituir um movimento harmônico simples como o de uma massa presa a uma mola? Em que condições?

f. Caso a sua resposta ao item anterior seja positiva, obtenha a expressão para a constante k da lei de Hooke correspondente ao caso das oscilações da molécula diatômica.

g. Para a molécula de argônio Ar_2, as constantes U_0 e R_0 do potencial de Lennard-Jones são, respectivamente: $U_0 = 1{,}68 \times 10^{-21}$ J e $R_0 = 3{,}82 \times 10^{-10}$ m (a propósito, U_0 é a chamada *energia de dissociação* da molécula e R_0 é o chamado *raio molecular*). Calcule o valor da constante k para a molécula de argônio. Como esse valor se compara com valores de k para molas mecânicas macroscópicas?

h. Procure em uma tabela periódica dos elementos a massa atômica média do argônio (dada em unidades de massa atômica, u) e multiplique por $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg para obter a massa média de um átomo de argônio em kg. Considere que quando uma molécula diatômica com dois átomos iguais como a molécula de Ar_2 oscila, os dois átomos oscilam com amplitudes iguais, mas sentidos opostos em relação ao seu centro de massa. Isso implica que o potencial de Lennard-Jones pode ser interpretado neste caso como relativo a um único "átomo" com

metade da massa de um dos dois átomos oscilando em torno da posição de equilíbrio. Calcule o valor da frequência das oscilações da molécula de argônio.

i. No caso de uma molécula diatômica composta por dois átomos diferentes, com massas m_1 e m_2, respectivamente, o modelo de Lennard-Jones pode ser interpretado como relativo a um único "átomo" com massa reduzida $m_1m_2/(m_1 + m_2)$ oscilando em torno da posição de equilíbrio. Calcule então o valor da frequência de oscilações para a molécula de CO. Dados: $U_0 = 1{,}6 \times 10^{-18}$ J e $R_0 = 1{,}1 \times 10^{-10}$ m.

4. Considere um oscilador harmônico bidimensional movendo-se no plano (x, y). O oscilador está sujeito a uma força restauradora $F(\boldsymbol{r})$ proporcional ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio estável (tomada como a origem): $F(\boldsymbol{r}) = -k\boldsymbol{r}$.

a. Supondo que o oscilador tenha massa m, escreva a equação de movimento (vetorial) para o oscilador.

b. Decomponha o movimento do oscilador ao longo dos eixos x e y e escreva as equações de movimento para as duas componentes (x e y).

c. Considere que a fase inicial da oscilação ao longo da direção x é $\varphi_{0x} = 0$ e que a fase inicial ao longo da direção y é $\varphi_{0y} = \delta$, ou seja, δ é a defasagem entre as componentes x e y. Elimine t do sistema de equações para $x(t)$ e $y(t)$ e obtenha a equação que representa a trajetória do sistema no plano x-y.

d. Determine a forma da trajetória e o sentido de percurso ao longo dela para os seguintes casos:

i. $\delta = 0$;
ii. $\delta = \pi/2$;
iii. $\delta = \pi$;
iv. $\delta = 3\pi/2$;
v. $\delta = \pi/4$.

Para cada um dos casos acima, entregue junto com sua resposta um gráfico (por exemplo, gerado no Excel) mostrando a trajetória correspondente.

Data de entrega da lista resolvida: 13/04/2020 (até a meia-noite por e-mail)