

# Oceanografia por Satélites

## Introdução ao uso de Satélites Oceanográficos

**Paulo S. Polito, Ph.D.**

**polito@usp.br**

Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo  
<http://los.io.usp.br>  
Laboratório de Oceanografia por Satélites

## 1 Equação de Navier–Stokes

- O Balanço de Forças
- Eliminando a Hidrostática
- Eliminando a Viscosidade e a Compressibilidade
- Horizontal  $\times$  Vertical

## 2 Geostrofia

- Geostrofia e Altimetria

## 3 Ageostrofia

- Colocando o Atrito de Volta
- Dinâmica de Ekman

# Roteiro

## 1 Equação de Navier–Stokes

- O Balanço de Forças
- Eliminando a Hidrostática
- Eliminando a Viscosidade e a Compressibilidade
- Horizontal  $\times$  Vertical

## 2 Geostrofia

- Geostrofia e Altimetria

## 3 Ageostrofia

- Colocando o Atrito de Volta
- Dinâmica de Ekman

# Balanço de Forças (por Unidade de Massa)

$$\underbrace{\frac{D\vec{u}}{Dt}}_{\text{aceleração}} + \underbrace{2\vec{\Omega} \times \vec{u}}_{\text{Coriolis}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \nabla p}_{\text{gradiente de pressão}} \underbrace{-\vec{g}}_{\text{gravidade}} + \underbrace{\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{u}}_{\text{atrito}}$$

- $\Omega = \frac{2\pi}{86400 \text{ s}}$  é a velocidade angular da Terra,
- $\rho$  é a densidade e
- $\mu$  é a viscosidade.

Esta equação inclui a parte **hidrostática** e a dinâmica. Os termos **hidrostáticos** são dominantes por um fator de  $10^5$ .

# Hidrostática é Dominante (e sem Graça)

Definindo a pressão hidrostática  $p_0$  e seu efeito na densidade  $\rho_0$ :

$$p = p_0(z) + p'(x, y, z, t) \quad \rho = \rho_0(z) + \rho'(x, y, z, t)$$

a hidrostática domina o movimento vertical:

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_0 g$$

a equação de Navier-Stokes fica apenas com a parte **dinâmica**:

$$\underbrace{\frac{D\vec{u}}{Dt}}_{\text{aceleração}} + \underbrace{2\vec{\Omega} \times \vec{u}}_{\text{Coriolis}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p'}_{\text{gradiente de pressão}} \underbrace{\frac{-\rho'}{\rho} \vec{g}}_{\text{empuxo}} + \underbrace{\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{u}}_{\text{atrito}}$$

# Fluxo Incompressível e Invíscido

Se o fluxo apresenta

- atrito desprezível (longe das bordas)
- velocidade das partículas muito menor que a velocidade do som
- velocidade de fase muito menor que a velocidade do som
- escala vertical do movimento muito menor que  $\left| \frac{\rho}{\partial \rho}{\partial z} \right|$

ele pode ser considerado incompressível ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ ) e a equação de Navier-Stokes pode ser simplificada:

$$\underbrace{\frac{D\vec{u}}{Dt}}_{\text{aceleração}} + \underbrace{2\vec{\Omega} \times \vec{u}}_{\text{Coriolis}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p'}_{\text{gradiente de pressão}} + \underbrace{-\frac{\rho'}{\rho_0} \vec{g}}_{\text{empuxo}}$$

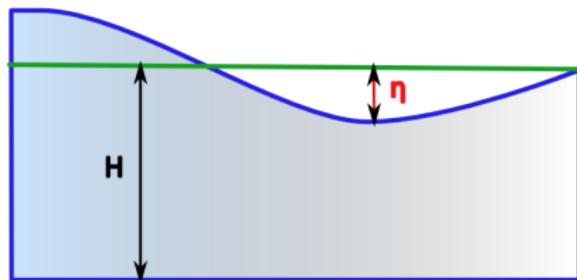
# Águas Rasas - Continuidade

Considerando escala horizontal  $\gg$  vertical, oceano homogêneo, fundo plano, integrando a continuidade de  $z = 0$  a  $z = H + \eta$ :

$$\int_0^{H+\eta} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} dz = (H + \eta) \frac{\partial u}{\partial x} + (H + \eta) \frac{\partial v}{\partial y} + w(\eta) - w(0) = 0$$

Usando  $w(0) = 0$  e  $w(\eta) = \frac{D\eta}{Dt}$  e eliminando os termos não lineares:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + H \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$



# Águas Rasas - Momentum

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} + 2\vec{\Omega} \times \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p' - \frac{\rho'}{\rho_0} \vec{g}$$

- O movimento é independente de  $z$ ,  $w$  é desprezível.
- Termos advectivos, não lineares, são pequenos.
- A componente vertical de Coriolis (centrífuga) é pequena.
- O parâmetro de Coriolis é  $f = 2\Omega \sin \theta$ .

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}$$

# Roteiro

## 1 Equação de Navier–Stokes

- O Balanço de Forças
- Eliminando a Hidrostática
- Eliminando a Viscosidade e a Compressibilidade
- Horizontal  $\times$  Vertical

## 2 Geostrofia

- Geostrofia e Altimetria

## 3 Ageostrofia

- Colocando o Atrito de Volta
- Dinâmica de Ekman

# Geostrofia e Altura da Superfície

Para movimentos quase estacionários:

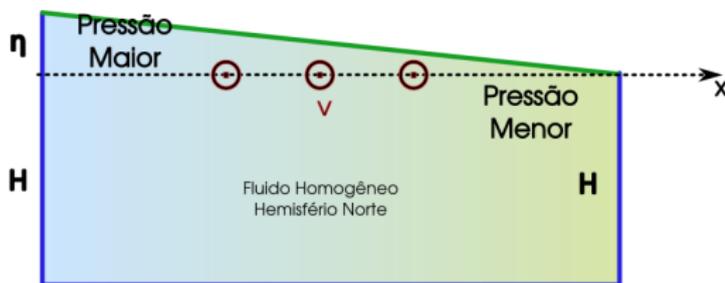
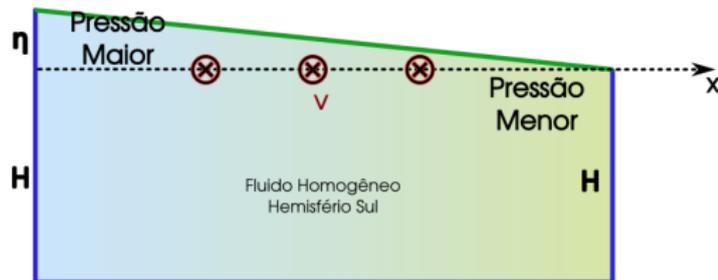
$$-fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}$$

Substituindo  $p = \rho_0 g \eta$ , a velocidade fica em função de  $\eta$ :

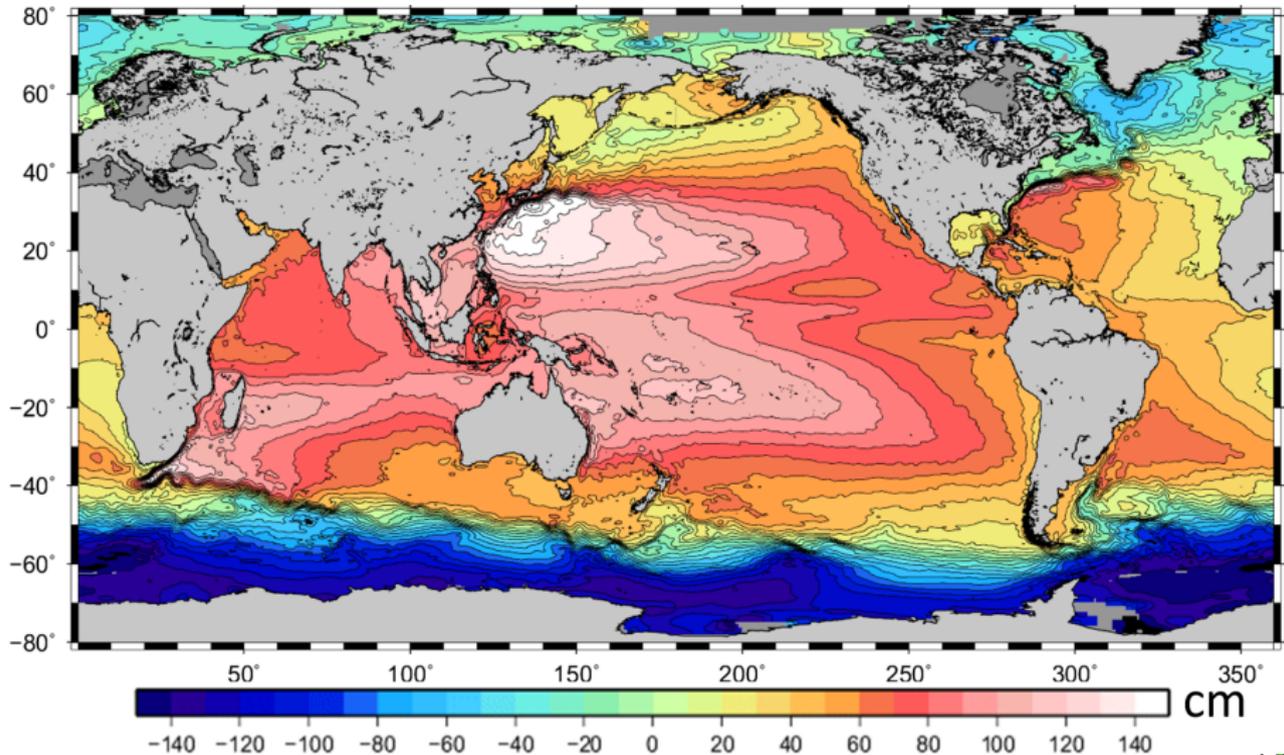
$$v = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$u = \frac{-g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$



Podemos medir  $\eta$  com o altímetro e inferir correntes geostróficas superficiais absolutas!

# Medidas AVISO/GRACE



Rio et al. JGR 2011. Altura  $\rightsquigarrow$  Linhas de Corrente.

# Roteiro

## 1 Equação de Navier–Stokes

- O Balanço de Forças
- Eliminando a Hidrostática
- Eliminando a Viscosidade e a Compressibilidade
- Horizontal  $\times$  Vertical

## 2 Geostrofia

- Geostrofia e Altimetria

## 3 Ageostrofia

- Colocando o Atrito de Volta
- Dinâmica de Ekman

# Transporte Ageostrófico de Ekman

Com o termo viscoso no lugar do gradiente de pressão

$$-fV_E = \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \qquad fU_E = \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Considerando o *stress* do vento  $\mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = \vec{\tau}$  como forçante em  $z = 0$  e integrando na camada de Ekman (de  $z = 0$  até  $z = z_E$ ) onde a viscosidade **turbulenta** atua:

$$\int_0^{z_E} -\rho_0 f V_E dz = \int_0^{z_E} \frac{\partial \tau_x}{\partial z} dz \qquad \int_0^{z_E} \rho_0 f U_E dz = \int_0^{z_E} \frac{\partial \tau_y}{\partial z} dz$$

$$-\rho_0 f V_E = \tau_x \qquad \rho_0 f U_E = \tau_y$$

Onde  $U_E$  e  $V_E$  são os transportes de volume na camada de Ekman.

# Bombeamento de Ekman

Integrando a equação da continuidade na camada de Ekman com  $w = 0$  na superfície:

$$\int_0^{z_E} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} dz = \frac{\partial U_E}{\partial x} + \frac{\partial V_E}{\partial y} + w_E = 0$$

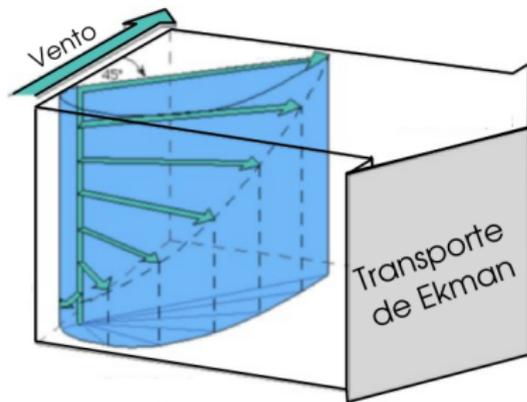
Onde  $w_E$  é a velocidade vertical na base da camada de Ekman.

Usando

$$V_E = -\frac{\tau_x}{\rho_0 f} \quad U_E = \frac{\tau_y}{\rho_0 f}$$

$$w_E = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau_y}{\rho_0 f} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau_x}{\rho_0 f} \right)$$

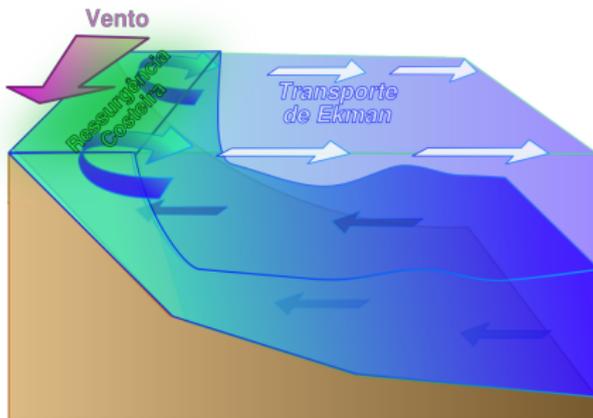
$$w_E = \frac{\vec{\nabla}_H \times \vec{\tau}}{\rho_0 f}$$



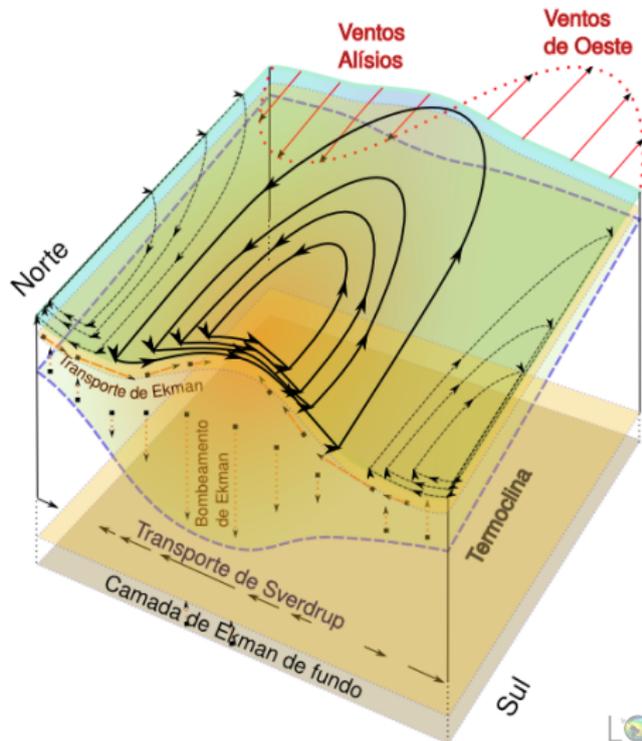
No Hemisfério Norte

# Importância da Dinâmica de Ekman

No Hemisfério Sul o transporte é à esquerda do vento.

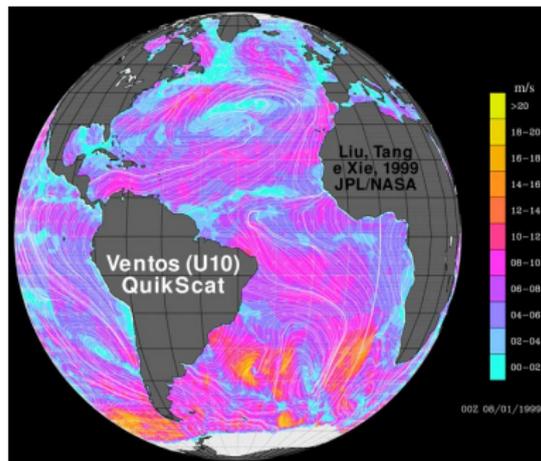


Tanto para a circulação de larga escala como costeira, o transporte de Ekman tem papel fundamental.



# O que Conseguimos Medir?

- Dois tipos de sensores medem o vento (rugosidade):
  - Escaterômetro
  - Radiômetro de Microondas
- A rugosidade  $O(1-5\text{cm})$  é causada por ondas capilar-gravidade.



- Do vento se calcula o *stress* via *bulk formula*:
 
$$\vec{\tau} = \rho_{ar} C_D \vec{u} |u|.$$
- $C_D$  é obtido empiricamente (e.g. Large & Pond 1981).

# Muito Obrigado!