PCS-3115 Sistemas Digitais I — Março de 2020 - v1

Álgebra de Chaveamento

Anotações de Aula — Prof. Edson S. Gomi

1 Objetivos deste tópico

Ao final do estudo deste tópico você saberá:

- Os conceitos da Álgebra Booleana e da Álgebra de Chaveamento;
- A Tabela Verdade;
- Os axiomas e Teoremas da Álgebra de Chaveamento;
- Os Teoremas de DeMorgan;
- Demonstração de Teoremas por Indução Perfeita e Indução Finita;
- As portas lógicas Inversora, AND e OR;
- O Diagrama Lógico;
- O Princípio da Dualidade;

Leitura recomendada : seções do livro do Wakerly

- Section 4.1 - Switching Algebra
  - Section 4.1.1 - Axioms
  - Section 4.1.2 - Single-Variable Theorems
  - Section 4.1.3 - Two and Three-Variable Theorems
  - Section 4.1.4 - n-Variable Theorems
  - Section 4.1.5 - Duality

2 Exercícios

1. Use teoremas de álgebra de chaveamento para mostrar que:

   a) $(x + y).(x + z) = x + y.z$

   b) $x.y + \overline{x}.z + y.z = x.y + \overline{x}.z$

c) $(x+y).(\overline{x}+z).(y+z) = (x+y).(\overline{x}+z)$

d) $x.y + x.\overline{y} = x$

e) $(x+y).(x+\overline{y}) = x$

f) $x.(x+y) = x$

g) $x + x.y = x$

h) $\overline{(x+y+z)} = \overline{x}.\overline{y}.\overline{z}$

i) $\overline{(x.y.z)} = \overline{x} + \overline{y} + \overline{z}$

j) $\overline{((\overline{x.y}) + z)} = x.\overline{(\overline{y}+z)}$

2. Desenhe o diagrama lógico dos circuitos correspondentes a cada lado da igualdade do exercício anterior.

3. Escreva a tabela verdade para cada uma das seguintes funções lógicas:

   a) $f = x + y.z$

   b) $f = \overline{((\overline{x.y}) + z)}$

4. Desenhe o diagrama lógico e a tabela verdade do circuito representado pela expressão $f = z.(x+y) + x$. Apresente o diagrama lógico e a tabela verdade do circuito dual. Explique a relação entre os 2 circuitos usando os conceitos de Lógica Positiva e Lógica Negativa.

5. O primeiro exemplar de Sudoku em rolo de papel higiênico foi roubado do Museu de Aleatoriedades do País Fictício. Três suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos dois estão mentindo:

   - Aurélio: “Eu sou inocente.”
   - Bruna: “O Carlos é o culpado.”
   - Carlos: “Eu sou inocente.”

   Utilizando álgebra Booleana, podemos determinar quem é o culpado. Para isso, empregamos variáveis Booleanas a, b e c para denotar “Aurélio é culpado”, “Bruna é culpada” e “Carlos é culpado”, respectivamente (i.e., $a = 1$ se Aurélio é culpado, e $a = 0$ caso contrário, etc.). Analogamente, empregamos expressões Booleanas A, B e C para representar os depoimentos dos três suspeitos ($A = 1$ se Aurélio disse a verdade, $A = 0$ caso contrário, etc.). Pede-se:

   a) Determine as expressões A, B e C em função de a, b e c.

   b) Para codificar o fato de que pelo menos dois suspeitos mentem, escreva uma expressão Boolena E com variáveis A, B e C de tal forma que $E = 1$ apenas quando duas ou mais de suas variáveis (A, B, C) forem iguais a zero.

   c) Partindo da expressão E, substitua A, B e C pelas expressões correspondentes do item (a) para obter a expressão F em função de a, b e c.

   d) Sabendo que F deve ser igual a 1 (pelo menos dois mentem), aponte o culpado pelo roubo, mostrando que a expressão F é equivalente a a, a b ou a c.