

Modelagem Bayesiana e Aplicações

Márcia D'Elia Branco

Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística
<http://www.ime.usp.br/~mbranco>

Introdução à inferência bayesiana

“ The fundamental problem towards which the study of Statistics is addressed is that of inference. Some data are observed and we wish to make statements, inference, about one or more unknown features of the physical system which gave rise to these data. ”

(O'Hagan, 2010)

Notações:

Dados $y = (y_1, \dots, y_n)$

Parâmetros $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$

Função densidade de probabilidade (caso contínuo) e função distribuição (caso discreto) são escritas da mesma maneira, por exemplo, $f(y | \theta)$, $h(\theta)$, $h(\theta | y)$.

Sob o paradigma Clássico:

- θ é fixo e desconhecido.
- $y = (y_1, \dots, y_n)$ é uma realização de um vetor aleatório Y cuja medida de probabilidade é indexada por θ .
- Muitas vezes assume-se independência entre as observações e igual distribuição, neste caso

$$f(y_1, \dots, y_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i | \theta)$$

- A metodologia inferencial é desenvolvida antes da realização do experimento. Supõe-se que y é uma das possíveis realizações de infinitas possíveis realizações.
- Propriedades dos estimadores envolve integração (ou soma) sob o espaço amostral (conjunto de todas as possíveis amostras).

Sob o paradigma Bayesiano:

- θ é tratado como uma quantidade aleatória não observável.
- Uma medida de probabilidade sobre θ representa o grau de crença de um indivíduo sobre ela.
- Toda incerteza sobre o desconhecido deve ser descrita em termos de probabilidade. Probabilidade *a priori* $h(\theta)$ e *a posteriori* $h(\theta | y)$
- Teorema de Bayes

$$h(\theta | y) = \frac{h(\theta)f(y | \theta)}{f(y)}$$

- Toda inferência será feita usando a distribuição *a posteriori*.

Inferência paramétrica × inferência preditiva

- Considere que a quantidade de interesse seja uma nova ocorrência de Y .
- Em ambas as escolas essa quantidade é considerada aleatória e observável.
- A estimação será feita com base na distribuição preditiva de Y_{n+1} ,

$$f(y_{n+1} | y) = \int f(y_{n+1} | \theta, y)h(\theta | y)d\theta$$

a integral é substituída pela soma no caso discreto.

“Probability theory is a completely self-consistent system. Any question of probabilities has one and only one answer, although there may be many ways to derive it.”

(O’Hagan, 2010)