

3.5. SISTEMAS DE INFERÊNCIA FUZZY¹

Na tentativa de alcançar um melhor desempenho na resolução de problemas complexos, os sistemas de inferência *fuzzy* procuram se aproximar da forma de raciocínio dos seres humanos, imitando seu funcionamento por meio de um mecanismo de inferência baseado nas relações de causa e efeito entre variáveis categorias e pela consideração da incerteza associada aos valores destas variáveis. Por meio do armazenamento do conhecimento sobre o problema em uma base de regras de decisão, este tipo de sistema permite estimar saídas para problemas de diversos tipos, tais como aqueles envolvendo controle de processos, classificação de padrões, aproximação funcional de funções lineares e não lineares, entre outros (ZIMMERMANN, 1991). Na área de gestão de operações, podem ser encontradas diversas aplicações voltadas para o apoio a práticas de gestão da qualidade (YAQIONG; MAN; ZHANG, 2011), gestão de desempenho de cadeias de suprimentos (GANGA; CARPINETTI, 2011), qualificação de fornecedores (LIMA JUNIOR; OSIRO; CARPINETTI, 2013), avaliação contínua de fornecedores (OSIRO; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2014) e classificação de inventário (LIMA JUNIOR; CERVI; CARPINETTI, 2014). Antes de descrever as arquiteturas de sistemas de inferência, são apresentados alguns conceitos fundamentais sobre a teoria dos conjuntos *fuzzy*.

3.5.1 Fundamentos da Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

A teoria dos conjuntos *fuzzy* (*Fuzzy Set Theory*) foi proposta por Zadeh (1965) e vem sendo usada na modelagem de sistemas compostos por elementos cujas fronteiras são consideradas incertas, sendo definidas por meio de propriedades subjetivas ou atributos imprecisos. A adequação da teoria dos conjuntos *fuzzy* à modelagem de sistemas que envolvem incerteza e imprecisão se deve principalmente à lógica que define o grau de inclusão (ou de pertinência) dos elementos em conjuntos *fuzzy*. A lógica *fuzzy* modela um conjunto *fuzzy* \tilde{A} por meio de uma função de pertinência $\mu_A(x): X \rightarrow [0.0, 1.0]$, para permitir níveis parciais de inclusão. Ou seja, ao contrário da teoria clássica dos conjuntos, em que um conjunto é definido por uma função característica $\mu_A(x): X \rightarrow \{0.0, 1.0\}$, a teoria dos conjuntos *fuzzy* considera valores no intervalo contínuo $[0.0, 1.0]$ para $\mu_A(x)$, admitindo-se assim a existência de níveis intermediários entre os valores de pertencimento “falso” (0.0) e “verdadeiro” (1.0) (PEDRYCZ;

¹ Extraído do texto de Qualificação de Doutorado de Francisco R. Lima-Junior.

GOMIDE, 2007; ZADEH, 1965). Desta forma, conforme representa a equação 39, cada um dos valores dos elementos do eixo x dentro do domínio do conjunto *fuzzy* \tilde{A} é representado por um valor *crisp* (x) e um grau de pertencimento $\mu_A(x)$ (KAHRAMAN, 2008).

$$\tilde{A} = \{x, \mu_A(x) / x \in X\} \quad (39)$$

Os números *fuzzy* são constituídos por conjuntos *fuzzy* que atendem às propriedades de convexidade geométrica e de normalidade (ao menos um ponto do conjunto deve apresentar $\mu_A(x)$ igual a 1). Os números *fuzzy* permitem a quantificação da imprecisão associada a uma dada informação. A representação de grandezas associadas a julgamentos do tipo “em torno de 50”, “perto de 70”, “aproximadamente 100” pode ser feita por meio de números *fuzzy* (ZIMMERMANN, 1991; KAHRAMAN, 2008).

A morfologia de um número *fuzzy* é definida por meio do comportamento de $\mu(x)$. Conforme ilustra a Figura 45, um número *fuzzy* triangular é descrito por sua função de pertinência que constitui segmentos lineares na forma de um triângulo, podendo ser escrito na forma (l, m, u) , em que m denota um valor *crisp* formal para o conjunto *fuzzy*, l é o limite inferior e u é o limite superior (PEDRYCZ; GOMIDE, 2007). Outra morfologia bastante comum consiste no número *fuzzy* trapezoidal, mostrado na Figura 46, cuja função linear é caracterizada por 4 parâmetros (a, m, n, b) .

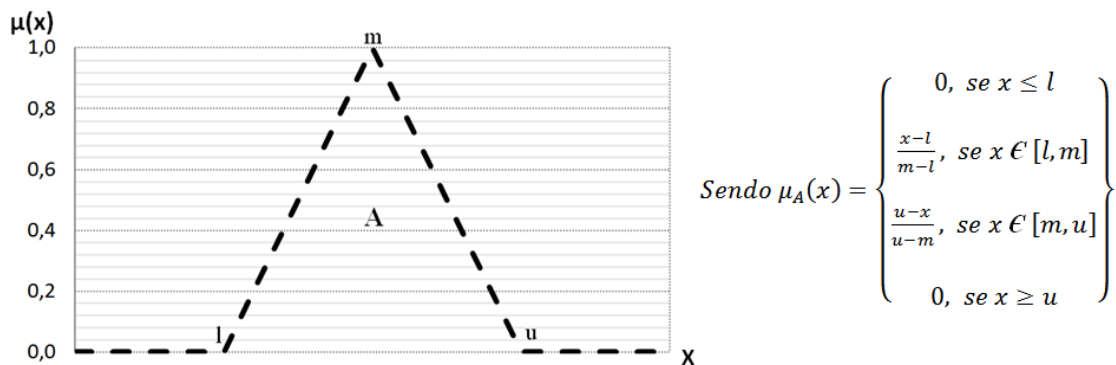


Figura 1 - Número *fuzzy* triangular. Fonte: Zimmermann (1991)

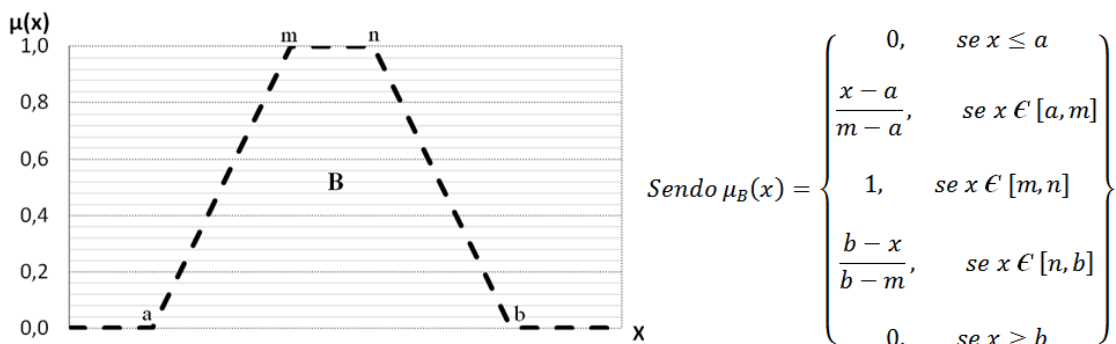


Figura 2 - Número *fuzzy* trapezoidal. Fonte: Zimmermann (1991)

Funções de pertinência não lineares também são usadas em aplicações envolvendo a teoria dos conjuntos *fuzzy*. Um exemplo deste tipo de função que é comumente usada em aplicações envolvendo inferência *fuzzy* é a função gaussiana, ilustrada na Figura 47 (PEDRYCZ; GOMIDE, 2007; KAHARAMAN, 2008). Nessa função, a corresponde à altura do pico da curva, b é a posição central e c controla a largura.

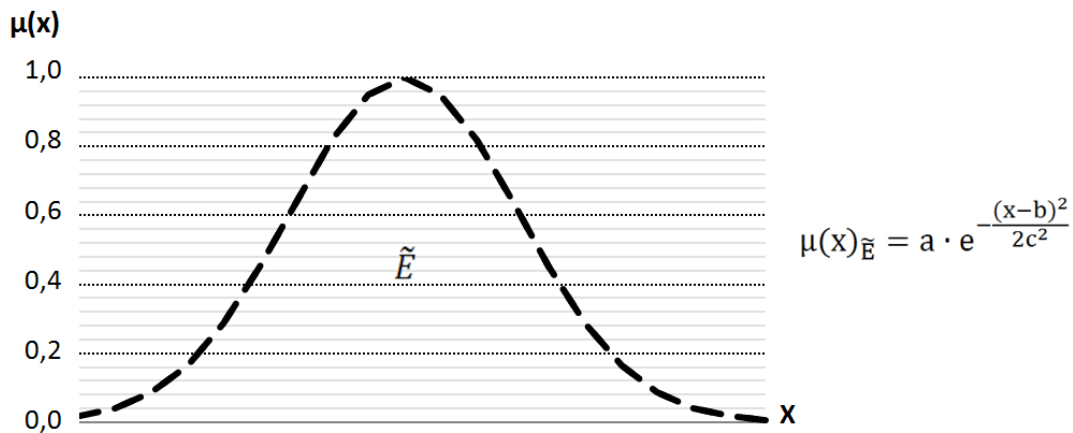


Figura 3 - Número *fuzzy* com morfologia gaussiana. Zimmermann (1991)

Em sistemas de inferência *fuzzy* e em outros métodos de tomada de decisão baseados em lógica *fuzzy*, números *fuzzy* são usados para modelar um tipo de variável chamado de variável linguística, cujas características intrínsecas requerem um tratamento diferenciado. Uma variável linguística é aquela cujos valores são sentenças definidas em linguagem natural ou artificial, permitindo distinguir qualificações por meio de faixas de gradações (ZADEH, 1973). O uso de variáveis linguísticas requer a definição de um conjunto de termos linguísticos para mensurar seus valores de forma adequada. Conforme ilustra o exemplo da Figura 48, por meio utilizando uma modelagem *fuzzy*, o desempenho de uma cadeia de suprimento em um indicador qualitativo como “nível de confiança entre os elos” pode ser medido por meio dos termos linguísticos “muito baixo”, “baixo”, “médio”, “alto” e “muito alto”.

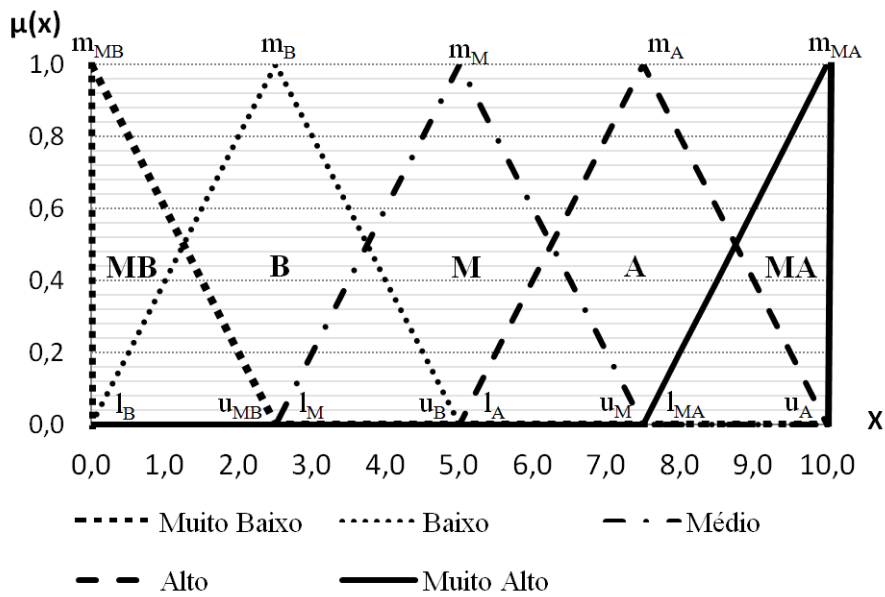


Figura 4 - Exemplo de escala linguística composta por números fuzzy triangulares. Fonte: Dados da pesquisa

3.5.2 Arquiteturas de Sistemas de Inferência Fuzzy

A combinação de alguns recursos da teoria dos conjuntos *fuzzy* em uma estrutura lógica constitui um sistema de inferência *fuzzy*. O primeiro sistema de inferência *fuzzy* foi proposto por Mamdani e Assilian (1975) e sofreu algumas modificações desde a versão original. A adaptação mais importante foi proposta por Takagi e Sugeno (1985). Como pode ser visto na Figura 49, a estrutura do sistema de inferência proposto por Mamdani e Assilian (1975) é constituída por cinco elementos principais: interface de fuzificação, base de regras, mecanismo de inferência, base de dados e interface de defuzificação.

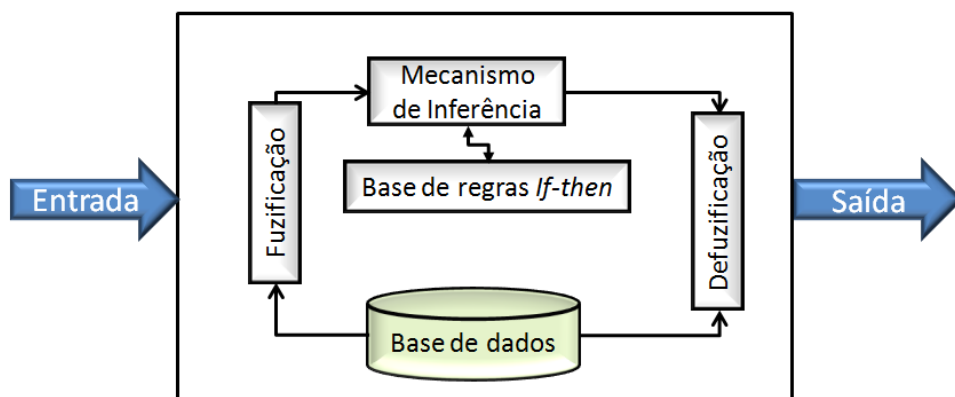


Figura 5 – Estrutura do sistema de inferência proposto Mamdani e Assilian (1975). Fonte: Zimmermann (1991)

Quando um conjunto de valores numéricos de entrada é apresentado a um sistema de inferência *fuzzy*, o processo de fuzificação converte cada valor em um ou mais partições *fuzzy*. Em problemas de tomada de decisão e de medição de desempenho, geralmente tais partições correspondem a termos linguísticos. Considerando o exemplo da Figura 48, suponha que o desempenho de uma cadeia de suprimento em relação à confiança entre os elos seja representado pela pontuação 6,0. Ao ser apresentado ao sistema e convertido para um formato linguístico, tal valor será considerado “alto” com nível de pertinência $\mu_A(x)$ igual a 0,4, e simultaneamente será considerado “médio” com $\mu_M(x)$ equivalente a 0,6. Ressalta-se que tal representação não se refere a uma situação probabilística, uma vez que é assumido que o valor 6 pertence de fato ao conjunto dos valores altos e simultaneamente pertence ao conjunto dos valores médios.

Após a fuzificação, os valores fuzificados são aplicados a um conjunto de regras de inferência que estabelecem relações de causa e efeito entre as variáveis de entrada e de saída. As regras de inferência que melhor representam os valores de entrada fuzificados serão então ativadas, determinando assim um conjunto de hipóteses sobre o comportamento do problema modelado. Os conjuntos *fuzzy* resultantes do processamento nas regras ativadas são agregados em um único conjunto para gerar o valor de saída do sistema. Finalmente, o conjunto *fuzzy* resultante da agregação é convertido em um valor *crisp* por meio do uso de um operador de defuzificação e posteriormente é apresentado ao usuário do sistema (MAMDANI; ASSILIAN, 1975).

Tanto no sistema de inferência proposto por Mamdani e Assilian (1975) quanto no sistema proposto por Takagi e Sugeno (1985), as variáveis de entrada e saída estão relacionadas por meio de uma base de regras de inferência que armazena informações sobre o problema modelado. A Figura 50 ilustra a estrutura de duas regras de inferência com duas variáveis de entrada e uma de saída. Essas regras possuem uma estrutura do tipo *if-then* (se-então), ou seja, na primeira parte da regra são definidas um conjunto de condições antecedentes que descrevem um cenário específico do problema modelado, e na segunda parte é especificada qual deve ser a resposta do sistema para a variável de saída frente às condições antecedentes apresentadas (MAMDANI; ASSILIAN, 1975; PEDRYCZ; GOMIDE, 2007). Na arquitetura de Mamdani e Assilian (1975) os consequentes das regras são representados por termos linguísticos, os quais são definidos durante a modelagem do sistema com base em um conjunto de julgamentos feitos por um ou mais especialistas que possuam conhecimento sobre o domínio do problema. Já na arquitetura de Takagi e Sugeno (1985) esses consequentes são definidos

como funções polinomiais, cujos valores dos coeficientes (a , b e c) são ajustados pelo algoritmo dos mínimos quadrados com base em um conjunto de dados (amostras ou medições) extraídos do problema. Tais particularidades fazem com que os sistemas de Mamdani e Assilian (1975) sejam mais apropriados para problemas de tomada de decisão, enquanto os sistemas de Takagi e Sugeno (1985) são mais adequados para lidar com problemas de aproximação funcional.

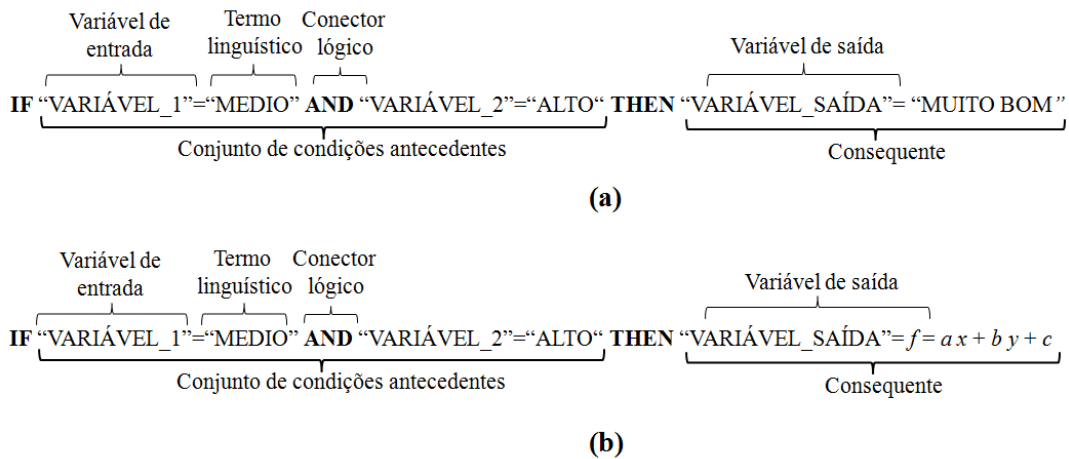


Figura 6 - Exemplo de regra de inferência das arquiteturas de Mamdani e Assilian (a) e de Takagi e Sugeno (b). Fonte: Proposto pelo autor

Quando um conjunto de valores de entrada é apresentado ao sistema, como cada valor de entrada costuma ser convertido em mais de um termo linguístico, a combinação dos termos ativados acionará mais de uma regra de inferência simultaneamente, de modo a considerar que mais de um cenário é verdadeiro frente às amostras apresentadas. A Figura 51 apresenta um exemplo de um sistema de inferência do tipo proposto por Mamdani e Assilian (1975), composto por 3 variáveis de entrada, representadas respectivamente nas 3 primeiras colunas, e uma de saída, representada na última coluna. A quantidade de regras do sistema é dada pela quantidade de termos linguísticos das variáveis de entrada elevada pelo número de variáveis de entrada. Cada variável possui 3 termos linguísticos, definidos no intervalos $[0,1]$, formando assim uma base com 27 regras de inferência, sendo cada regra representada em uma linha. A defuzificação da região final de saída é feita utilizando o operador centro de área. Como pode ser visto nessa figura, a partir da apresentação dos valores de entrada 0,08, 0,70 e 0,85, representados pelas linhas vermelhas verticais, são ativados os termos linguísticos destacados em amarelo. Como no processo de inferência são ativadas somente as regras em que todos os termos linguísticos antecedentes foram ativados na fuzificação, somente as regras 5, 7 e 8 serão acionadas para fornecer uma contribuição individual,

que é representada pelo conjunto *fuzzy* destacado em azul na quarta coluna. As contribuições dessas regras são agregadas para formar a saída final do sistema, que é ilustrada na última linha da quarta coluna.

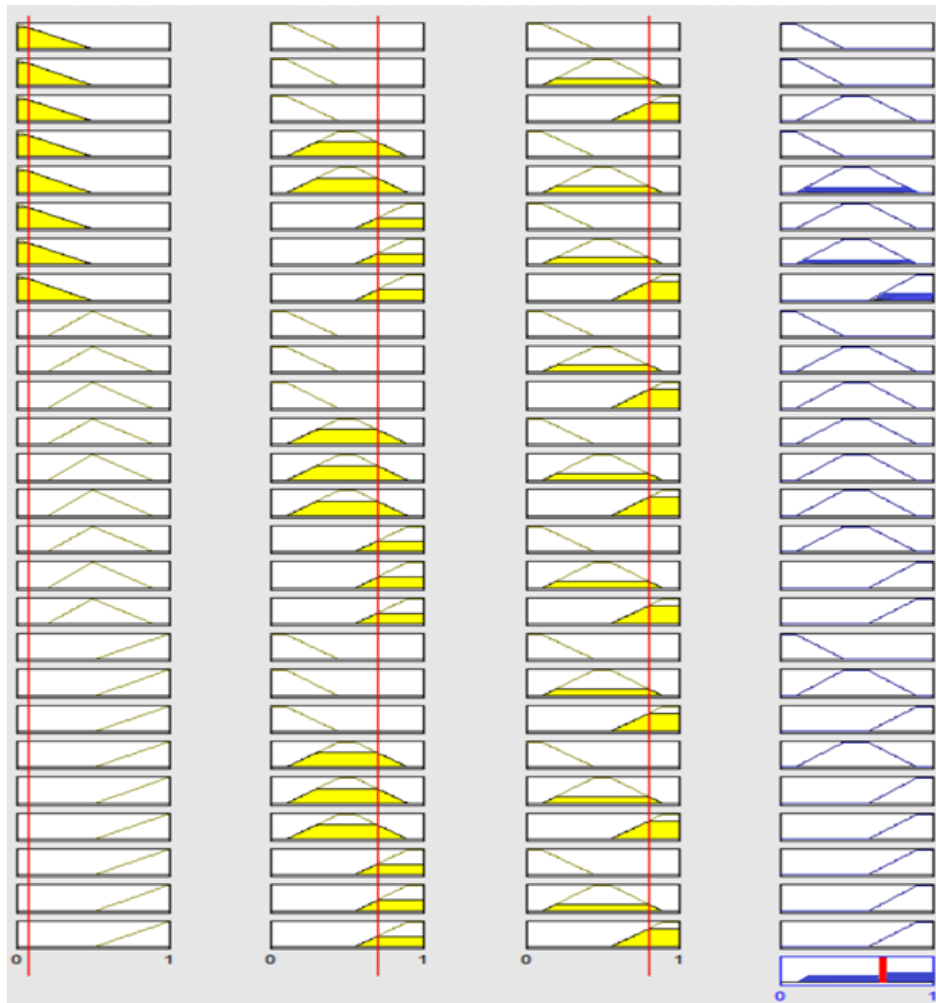


Figura 7 - Exemplo de sistema de inferência. Fonte: Proposto pelo autor

A manipulação dos termos linguístico em cada regra ativada requer a utilização de operadores matemáticos de conjuntos *fuzzy*. A maioria dos métodos de tomada de decisão baseados em lógica *fuzzy* (por exemplo, *fuzzy* TOPSIS, *fuzzy* AHP e *fuzzy* QFD) manipula os valores *fuzzy* das variáveis utilizando operações algébricas *fuzzy* em função de x . Por outro lado, os sistemas de inferência propostos por Mamdani e Assilian (1975) e Takagi e Sugeno (1985) realizam as operações de processamento em função de $\mu(x)$ e utilizam para isso diferentes tipos de operadores *fuzzy*. Detalhes sobre as operações realizadas e os operadores adotados são discutidos a seguir.

3.5.3 Operações em Sistemas de Inferência *Fuzzy*

Em sistemas de inferência *fuzzy*, os operadores utilizados na manipulação dos dados incluem operadores do tipo t-norma, t-conorma (ou s-norma), operadores de composição, de agregação e de defuzificação. Operadores t-norma são utilizados para generalizar as operações de agregação de conjuntos *fuzzy* baseadas no conectivo lógico “AND” durante o processamento das regras de inferência $\{\mu_A(x) \text{ AND } \mu_B(y)\}$. Os conectivos “AND” representam o relacionamento lógico entre os termos linguísticos das variáveis de entrada que foram ativados durante a fuzificação (parte antecedente da regra). Para determinar um valor resultante deste tipo de operação, usa-se um operador t-norma como o mínimo (ou “min”, equação 40), Lukasiewicz t-norma (ou diferença limitada, equação 41), produto drástico (equação 42), produto algébrico (equação 43), produto Hamacher (equação 44) ou Einstein t-norma (equação 45) (KLEMENT; MESIAR; PAP, 2000; SMOLÍKOVÁ; WAHOWIAK, 2002).

$$\min\{\mu_A(x), \dots, \mu_B(y)\} \quad (40)$$

$$\min\{\mu_A(x) + \mu_B(y), 1.0\} \quad (41)$$

$$\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\} \text{ if } \max\{\mu_A(x), \mu_B(y)\} = 1, \text{ else } = 0 \quad (42)$$

$$\mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \quad (43)$$

$$\frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(y)}{\{\mu_A(x) + \mu_B(y) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)\}} \quad (44)$$

$$\frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(y)}{1 + \{1 - \mu_A(x)\}\{1 - \mu_B(y)\}} \quad (45)$$

Já os operadores t-conorma são usados para generalizar as operações envolvendo o conectivo “OR” $\{\mu_A(x) \text{ OR } \mu_B(y)\}$. Alguns exemplos desse tipo de operador são *maximum* (ou *max*), soma limitada (Lukasiewicz t-conorma, ou *bounded sum*), soma drástica (*drastic sum*), soma probabilística (*probabilistic sum*) e Einstein t-conorma (CORDÓN; HERRERA; PEREGRIN, 1997; PEDRYCZ; GOMIDE, 2007), representadas respectivamente nas equações 46 a 50.

$$\max\{\mu_A(x), \dots, \mu_B(y)\} \quad (46)$$

$$\max(\mu_A(x) + \mu_B(y) - 1.0, 0.0) \quad (47)$$

$$\max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \text{ if } \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) = 0, \text{ else } = 1 \quad (48)$$

$$\mu_A(x) + \mu_B(y) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \quad (49)$$

$$\frac{\mu_A(x) + \mu_B(y)}{1 + \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)} \quad (50)$$

Para ilustrar o comportamento desses operadores t -norma e t -conorma, a Figura 52 mostra um exemplo em que os números *fuzzy* triangulares \tilde{A} (0,20, 0,40, 0,60) e \tilde{B} (0,50, 0,70, 0,90) são agregados para formar o conjunto resultante \tilde{C} usando diferentes operadores. Os valores de \tilde{A} e \tilde{B} são mostrados nas Figuras 52 (a) e (b) respectivamente. Abaixo delas, são mostrados os valores de \tilde{C} , representando a operação $\mu_A(x)$ AND $\mu_B(y)$, de acordo com os operadores t -norma produto algébrico (c), produto drástico (d), Einstein t -norma (e), produto Hamacher (f), mínimo (g) e Lukasiewicz t -norma (h). Em seguida, são mostrados os valores de \tilde{C} referentes à operação $\mu_A(x)$ OR $\mu_B(y)$ de acordo os operadores t -conorma soma drástica (i), Einstein t -conorma (j), Lukasiewicz t -conorma (k), soma probabilística (l) e máximo (m). A partir da análise dos resultados mostrados nos gráficos, é possível notar que os operadores t -norma possuem um comportamento não compensatório, enquanto os operadores t -conorma são completamente compensatórios. Desta forma, no caso dos operadores t -norma, para cada valor em x , a existência de um valor de grau de pertinência alto em um dos conjuntos *fuzzy* não é capaz de compensar nem parcialmente o valor baixo do outro elemento, gerando assim regiões *fuzzy* com graus de pertinência baixos, muitas vezes tendendo a zero. Por outro lado, analisando o comportamento dos operadores t -conorma, para cada valor em x , a existência de um valor de grau de pertinência alto em um dos conjuntos *fuzzy* já é o suficiente para produzir um grau de pertinência da mesma magnitude ou superior. Devido a tais comportamentos, em problemas de tomada de decisão, o uso de operadores t -norma representa um comportamento pessimista por parte dos tomadores de decisão enquanto o uso de t -conormas representa um comportamento otimista (LI et al., 2004).

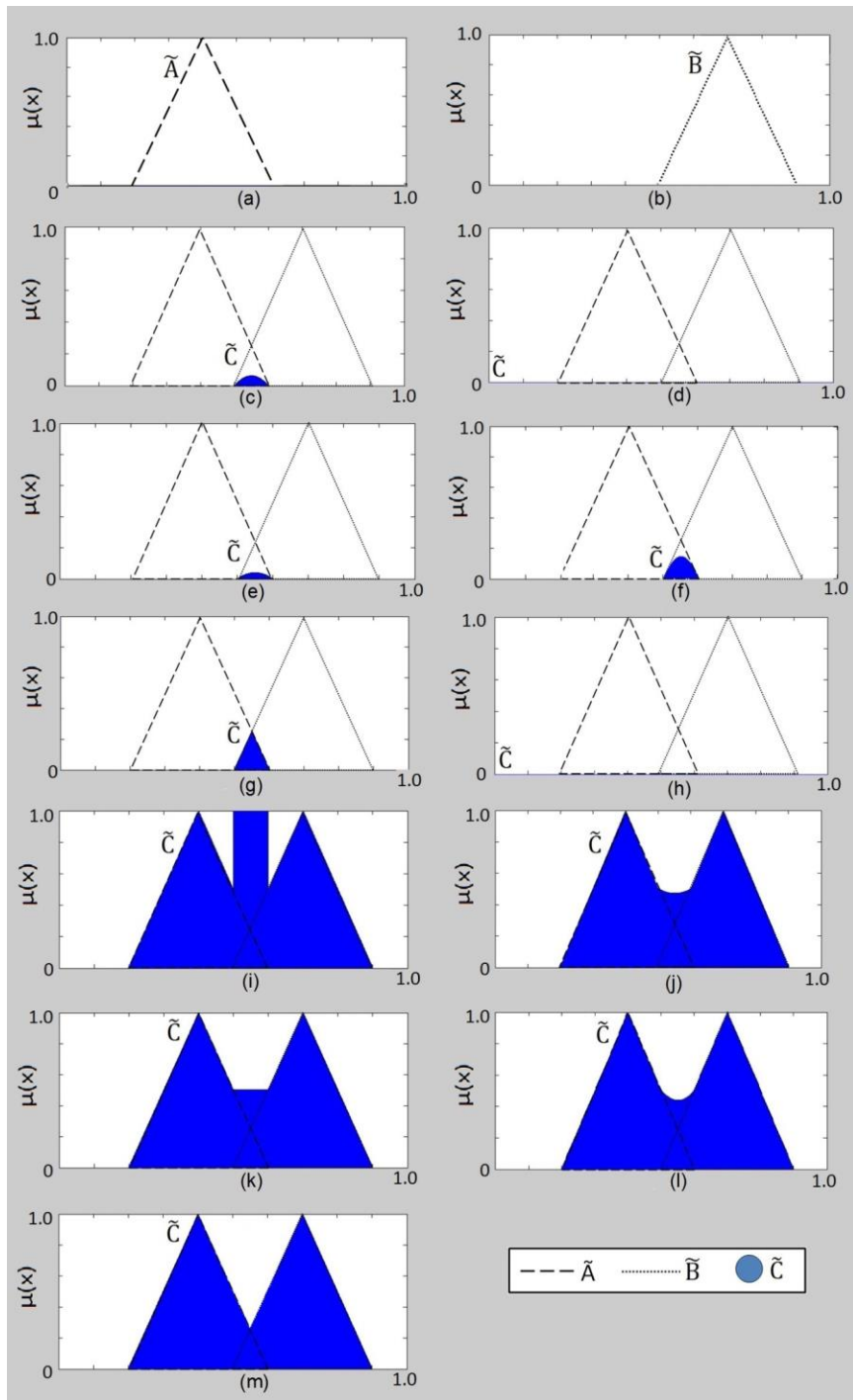


Figura 8 - Agregação do conjunto *fuzzy* \tilde{A} e do conjunto \tilde{B} para gerar o conjunto resultante \tilde{C} de acordo com diferentes operadores. Fonte: Proposto pelo autor

No sistema de inferência proposto por Mamdani e Assilian (1975), em cada regra de inferência ativada, após a computação das operações lógicas da parte antecedente, o mecanismo de inferência cria uma relação de implicação R entre o conjunto *fuzzy* resultante das operações lógicas e o consequente da regra. Os graus de pertinência dos elementos do conjunto de entrada $A(x)$ e dos elementos do conjunto de saída $B(y)$ são relacionados utilizando um operador de implicação. Exemplos de

operadores de implicação incluem os operadores produto algébrico, “max-min” e mínimo, conforme representam respectivamente as equações 51 a 53 (PEDRYCZ; GOMIDE, 2007). A saída de cada regra é determinada a partir da composição de relacionamentos entre um conjunto *singleton* (criado na fuzificação) e a relação de implicação R . Para isso, usa-se operadores como o “max-min”, “max-prod” e “max-media”, conforme representam respectivamente as equações 54 a 56 (PEDRYCZ; GOMIDE, 2007).

$$\mu_{R_{A \rightarrow B}}(x, y) = \{\mu_A(x) * \mu_B(y)\} \quad (51)$$

$$\mu_{R_{A \rightarrow B}}(x, y) = \max \{1 - \mu_A(x), \min \{\mu_A(x), \mu_B(y)\}\} \quad (52)$$

$$\mu_{R_{A \rightarrow B}}(x, y) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(y)\} \quad (53)$$

$$S \circ R(x, y) = \max \left\{ \min \left(\mu_S(x, y), \mu_R(y, z) \right) \right\} \quad (54)$$

$$S \bullet R(x, z) = \max \{ \mu_S(x, y) * \mu_R(y, z) \} \quad (55)$$

$$S \oplus R = \max \left\{ \frac{1}{2} (\mu_S(x, y) + \mu_R(y, z)) \right\} \quad (56)$$

Diferentemente dos sistemas de inferência da arquitetura de Mamdani e Assilian (1975), nos sistemas da arquitetura Takagi e Sugeno (1985) o cálculo da contribuição individual de cada regra de inferência ativada utiliza os valores *crisp* apresentados à entrada do sistema (x e y) para ponderar os parâmetros fixos da função polinomial do conseqüente, conforme representa a equação 57. Como a função polinomial y_{R_i} relaciona os valores de entrada à saída da regra, este tipo de sistema não requer a utilização de operadores de implicação nem de composição de relações.

$$y_{R_i} = f(x, y)_{R_i} = a \cdot x + b \cdot y + c \quad (57)$$

Tanto nos sistemas da arquitetura de Mamdani e Assilian (1975) quanto da arquitetura de Takagi e Sugeno (1985), as contribuições advindas **das regras** ($\mu_{R_i}(x)$) devem ser agregadas em um único conjunto *fuzzy* **utilizando um operador de agregação**. Nos sistemas da arquitetura de Mamdani e Assilian (1975) frequentemente é usado operador de agregação máximo, **representado na** equação 58.

Já na arquitetura de Takagi e Sugeno (1985), o operador de agregação média ponderada, representado na equação 59, é tido como padrão (REZENDE, 2003). Nestas equações, m é a quantidade de regras de inferência contidas na base e w_j se refere ao grau de pertinência gerado por meio das operações lógicas entre os termos linguísticos ativados em uma dada regra, que é usado como parâmetro para ponderação do valor de contribuição desta regra (y_{R_i}).

$$AG(.) = \max\{\mu_{R_1}(x), \mu_{R_2}(x), \dots, \mu_{R_m}(x)\} \quad (58)$$

$$AG(.) = \frac{\sum_{j=1}^m w_j y_{R_j}}{\sum_{j=1}^m w_j} \quad (59)$$

Por último, para gerar a saída final do sistema na arquitetura de Mamdani e Assilian (1975), a interface de defuzificação converte os valores de saída *fuzzy* resultante da agregação das regras ativadas para o formato *crisp*. O operador centro de área é amplamente usado na defuzificação devido ao seu maior comprometimento com a solução, uma vez que considera regiões *fuzzy* com valores de pertinência baixos durante o cálculo do valor *crisp* de saída. O operador de defuzificação centro de área é mostrado na equação 60, em que n é o número de pontos de discretização do conjunto *fuzzy* A . Outros exemplos de operadores de defuzificação são métodos dos máximos (MoM) e primeiro dos máximos (FoM), representados nas equações 61 e 62 respectivamente, em que m é o número de pontos com valor máximo na função de pertinência μ_A (ZIMMERMANN, 1991).

$$CDA = \frac{\sum_{k=1}^n \mu_A(x_k) x_k}{\sum_{k=1}^n \mu_A(x_k)} \quad (60)$$

$$MoM = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k, \quad (61)$$

$$FoM = \frac{\text{Min}\{\text{Max}\{\mu_A\}\}}{x} \quad (62)$$

Como a operação de agregação nos sistemas da arquitetura de Takagi e Sugeno (1985) consiste em somar as contribuições das funções representativas de cada regra a fim de se obter um valor final de saída, o resultado direto da agregação de funções produzirá um valor *crisp* que é a própria saída. Desta forma, esta arquitetura não requer

a utilização de um operador de defuzificação. Visando sintetizar as operações apresentadas nesta subseção, os Quadros 11 e 12 apresentam os passos algoritmos dos sistemas de inferência propostos por Mamdani e Assilian (1975) e por Takagi e Sugeno (1985).

Início

- <1> Apresentar um conjunto de valores de entrada *crisp* às variáveis de entrada;
- <2> Fuzificar os valores de entrada;
- <3> Verificar quais regras de inferência são ativadas pelos valores de entrada fuzificados;
- <4> Determinar a saída de cada regra de inferência ativada usando os termos linguísticos consequentes;
- <5> Combinar as contribuições individuais de todas as regras ativadas a fim de se produzir uma resposta final;
- <6> Defuzificar o conjunto *fuzzy* resultante do passo <5>;
- <7> Apresentar os valores de saída em formato *crisp*.

Fim

Quadro 11 - Algoritmo do sistema de inferência proposto por Mamdani e Assilian (1975). Fonte: Proposto pelo autor

Início

- <1> Apresentar um conjunto de valores de entrada *crisp* às variáveis de entrada;
- <2> Fuzificar os valores de entrada;
- <3> Verificar quais regras de inferência são ativadas pelos valores de entrada fuzificados;
- <4> Determinar a saída de cada regra de inferência ativada usando as funções y_i do consequente;
- <5> Combinar as saídas de todas as regras ativadas a fim de se produzir uma resposta final;
- <6> Apresentar os valores de saída em formato *crisp*.

Fim

Quadro 12 - Algoritmo do sistema de inferência proposto por Takagi e Sugeno (1985). Fonte: Proposto pelo autor

3.5.4 Limitações de Sistemas de Inferência *Fuzzy*

Apesar de os sistemas de inferência *fuzzy* serem capazes de representar informações linguísticas e de auxiliar a tomada de decisão em cenários de incerteza, estes sistemas possuem algumas limitações, sendo a maioria delas decorrentes das dificuldades causadas pela complexidade do processo de modelagem.

Uma limitação que é inerente aos sistemas de inferência do tipo proposto por Mamdani e Assilian (1975) consiste no fato de estes não possuírem um mecanismo para adquirir conhecimento de forma automática, não sendo capazes de autoajustar os consequentes da base de regras de inferência. Como a base de regras deve ser é parametrizada manualmente a partir de julgamentos de especialistas, dependendo da

quantidade de regras contidas na base, a quantidade de julgamentos requerida para o ajuste pode tornar a coleta de dados exaustiva, tanto na fase de projeto quanto em possíveis atualizações do sistema. Para evitar que isso aconteça, deve-se adotar uma quantidade balanceada de variáveis de entrada e de termos linguísticos usados em cada variável (TSOUKALAS; UHRIG, 2007).

Enquanto os sistemas de inferência da arquitetura de Mamdani e Assilian (1975) têm seu ajuste dificultado pelo tempo requerido para a coleta de dados dos especialistas e ajuste manual de todas as regras de decisão, a dificuldade nos sistemas da arquitetura de Takagi e Sugeno (1985) está em se obter um conjunto de dados representativos de todas as variáveis do modelo, a partir de medições ou de amostras do comportamento do processo ou sistema modelado, que seja suficientemente completo. Quando não há um histórico de amostras prévio de medidas, dependendo do tipo de aplicação, o tempo decorrido entre a coleta dos dados da primeira amostra e da última amostra pode ser demasiadamente longo.

Outra dificuldade que afeta principalmente os sistemas do tipo proposto por Mamdani e Assilian (1975) é que a escolha dos operadores usados pode consumir muito tempo devido à diversidade de combinações possíveis entre os todos os operadores candidatos. Essa escolha é importante por impactar diretamente sobre as respostas produzidas e sobre o desempenho do sistema como um todo. É muito difícil garantir que a configuração de operadores usada será a melhor possível, dada a complexidade de se avaliar todas as possíveis combinações de operadores.

Outra dificuldade inerente aos sistemas de inferência *fuzzy* consiste em fazer algumas escolhas empíricas acerca das variáveis linguísticas de entrada e saída, tais como a quantidade de termos usados em cada variável, a morfologia e os intervalos dos números *fuzzy* que representarão os termos linguísticos. Quanto mais variáveis forem utilizadas, mais tempo poderá ser consumido na realização de tais parametrizações durante a modelagem. Para tornar a modelagem mais eficiente e equilibrar a quantidade de regras do sistema de inferência, uma estratégia recomendada na literatura consiste em utilizar três termos para as variáveis de entrada e cinco termos para a variável de saída (ALTROCK, 1995).

Diante das dificuldades dos sistemas de inferência *fuzzy* relacionadas aos processos de ajuste das regras de inferência e à definição dos valores *fuzzy* dos números *fuzzy* que representarão os termos linguísticos das variáveis de entrada, na literatura vem sendo propostos outros modelos computacionais híbridos, que combinam capacidades

das redes neurais artificiais com sistemas de inferência *fuzzy*, na tentativa de contornar tais dificuldades.