DEPARTAMENTO DE FÍSICA – FFCLRP – USP

5910195 – FÍSICA BÁSICA 1

CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO E IBM

1º SEMESTRE DE 2020

Incertezas

PROFA. DRA. PATRÍCIA NICOLUCCI

Caderno de laboratório

- A prática de manter um *caderno de laboratório* foi muito comum no passado e voltou a ter importância para solução de questões de plágio científico

- Cada aluno deve ter um *caderno de laboratório*, onde anotará os dados experimentais e rascunhará o relatório do experimento realizado

- Anotações devem ser feitas a caneta, a mão, em folhas numeradas e sem apagar registros.

Metodologia científica e experimental

- Observação sistematizada, controlada e organizada para obtenção de fatos
- Conhecimento de dadas características gerais
- Formulação de hipótese
- Teste da hipótese através de experimentos sistematizados e observações → devem ser reprodutíveis
- Formulação de uma teoria
- Prova da teoria proposta

Metrologia

- Ligada aos processos e procedimentos de medição e determinação de grandezas físicas → envolve processos de comparação

- Análise quantitativa de resultados de experimentos
- Avaliação quantitativa da qualidade dos resultados

↓

Incertezas

A incerteza expressa a confiabilidade do resultado obtido

Tipos de incertezas

- Tipo A: advém da análise estatística de observações repetidas
- Tipo B: obtidas por quaisquer outros fatores que não os do tipo A

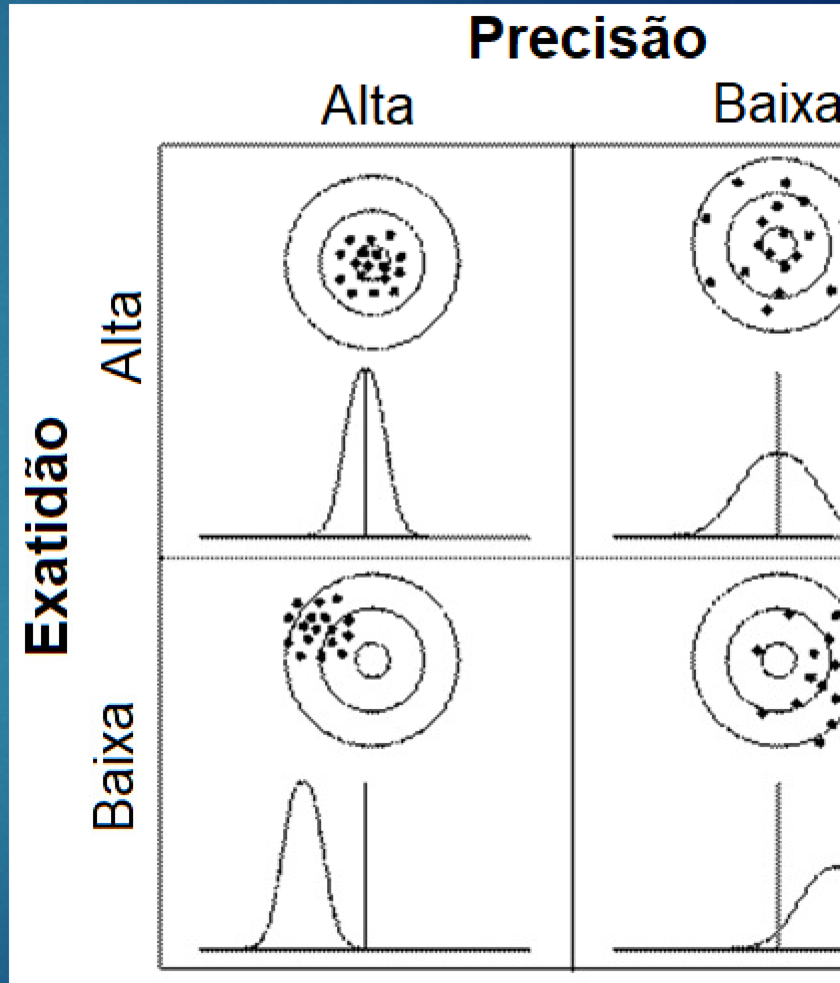
- Combinada: incerteza total considerando-se as do tipo A e B

As incertezas do Tipo A e do Tipo B podem ser interpretadas como desvios padrão dos dados e desvios de instrumentos, respectivamente.

Exatidão e precisão

- **Precisão**: medida da proximidade de cada medida do valor médio do conjunto de medidas.
  - Ligada a erros acidentais. Aumentar o conjunto de medidas melhora a precisão

- **Exatidão**: medida da proximidade do valor medido ao valor verdadeiro da grandeza
  - Ligado aos erros sistemáticos



Como estimar incertezas

- Tipo A: cálculo de desvio padrão da média de uma série de medidas

- Tipo B: exige o conhecimento de características das medições sendo realizadas.

Assumir uma distribuição de probabilidade para a distribuição de resultados de medições em torno do valor verdadeiro.

Ex: distribuição gaussiana (ou normal), binomial, etc.

Definições

- **Valor médio** de uma série de *n* medidas de x com mesma confiança. Representa o valor mais provável de x

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- **Desvio absoluto** para cada medida

$$\Delta x_i = \left| x_i - \bar{x} \right|$$

- **Desvio relativo ou percentual** de cada medida

$$\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}} \qquad \delta x_p = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}} \times 100\,\%$$

Definições

- **Desvio médio absoluto** do conjunto de medições

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i$$

- **Desvio médio relativo** do conjunto de medições

$$\delta\bar{x} = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}$$

Definições

- **Desvio avaliado** está relacionado à precisão do instrumento de medição. dado, normalmente, como a metade da menor divisão da escala de leitura.

- **Desvio padrão**

$$\sigma x = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i)^2}{n-1}}$$

- **Desvio padrão da média**

$$\varepsilon = \frac{\sigma x}{\sqrt{n}}$$

Valor avaliado

Após *n* medições, o valor avaliado do x estará no intervalo

$$\bar{x} - \Delta\bar{x} \leq x \leq \bar{x} + \Delta\bar{x}$$

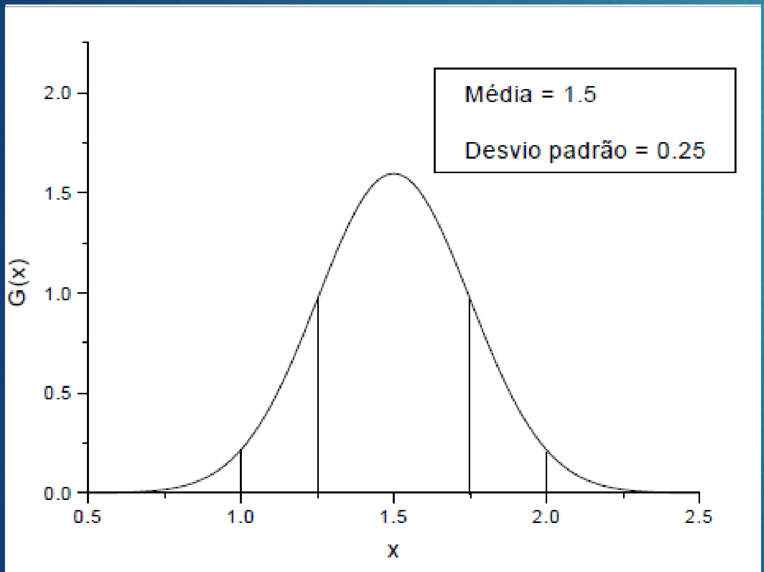
podendo, então, ser dado como

$$x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}$$

- Deve-se sempre usar o maior desvio entre o desvio avaliado e o desvio médio absoluto

Apresentação dos resultados

- Apresentar sempre o resultado como o **valor médio ± incerteza**
- O experimentador escolhe o intervalo de confiança para expressar o valor avaliado da grandeza



Incerteza expandida	Resultado	Intervalo de confiança P (%)	
		Distribuição normal	Distribuição aproximadamente norm
$1\cdot\sigma$	$\bar{X}\pm\sigma$	68,27	68
$2\cdot\sigma$	$\bar{X}\pm 2\cdot\sigma$	95,45	95
$3\cdot\sigma$	$\bar{X}\pm 3\cdot\sigma$	99,73	99

Propagação de incertezas

Importante quando estamos determinando uma grandeza indiretamente, atra
da medição de outras grandezas.

- Suponha medições das grandezas x_j para a determinação da grandeza y.

  A incerteza de y será dada por:

$$u^2(y) \cong \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)^2 u^2(x_j)$$

Exemplo

Considere um experimento onde é preciso medir a densidade de um material que compõe uma esfera.

- Desvios dos instrumento utilizado nas medições:
  - Diâmetro: menor divisão da escala: 1 mm
  - Massa: menor divisão da escala: 5 g

São feitas 10 medidas do diâmetro e da massa obtendo-se os resultados da tabela

Medida	Diâmetro (cm)	Massa (g
1	8,1	140
2	8,4	140
3	8,2	135
4	8,3	140
5	8,2	145
6	8,2	140
7	8,3	140
8	8,2	135
9	8,1	135
10	8,2	140

Exemplo: continuação

	Diâmetro	Massa
Valor médio:	8,22 cm	140 g
Desvio padrão:	0,0919 cm	0,333 g
Desvio padrão da média:	0,0291 cm	1,05 g

Estes últimos representam a incerteza de tipo A em cada uma das medidas.

Para estimar a incerteza do tipo B é preciso saber a incerteza que tem o instrumento de medida. Caso não haja nenhuma indicação no instrumento ou em um certificado de calibração, pode-se estimar considerando o limite de erro, que no caso é metade da menor escala.

- Incerteza de Tipo B: 0,05 cm 2,5 g

Exemplo: continuação

- Desvio padrão da média: 0,0291 cm 1,0541 g
- Tipo B: 0,05 cm 2,5 g

- Incerteza combinada (tipos A e B):
  - $[(0{,}0291)^2+(0{,}05)^2]^{½} = 0{,}0578$ cm
  - $[(1{,}0541)^2+(2{,}5)^2]^{½} = 2{,}7131$ g

- Incerteza expandida: (p=99%)
  - $\sigma_D=3 \cdot \sigma_c=0{,}1734$ cm
  - $\sigma_M=3 \cdot \sigma_c=8{,}1393$ g

- Resultado das medidas:
  - D = 8,2 ± 0,2 cm M = 140 ± 8 g ou D = 8,22 ± 0,17 cm M = 140,0 ± 8,1 g
- Incerteza relativa:
  - 2,4
  - 5,7 %

Exemplo: continuação

- Para o cálculo da densidade:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{M}{D^3} = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{140}{(8{,}22)^3} \approx 0{,}481\,\mathrm{g/cm^3}$$

$$\sigma_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial M} \cdot \sigma_M\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial D} \cdot \sigma_D\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{\pi \cdot D^3} \cdot \sigma_M\right)^2 + \left(-\frac{18 \cdot M}{\pi \cdot D^4} \cdot \sigma_D\right)^2} = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2 + \left(\frac{3 \cdot \sigma_D}{D}\right)}$$

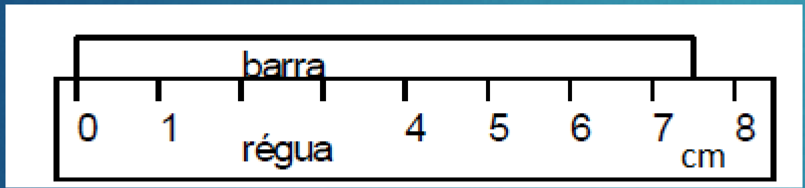
$$\sigma_\rho = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{140}{(8{,}22)^3} \cdot \sqrt{(0{,}058)^2 + (3 \cdot 0{,}021)^2} \approx 0{,}0412\,\mathrm{g/cm^3}$$

- O resultado final será: **ρ = 0,48 ± 0,04 g/cm^3**
- Incerteza relativa na densidade: 8,3 %.

Algarismos significativos

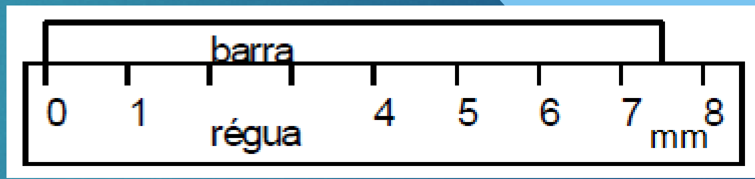
- Estão associados à exatidão de uma dada medição ou determinação de uma grandeza.

- Exemplo de medida do comprimento de uma barra:



7,5 cm

Algarismo duvidoso



7,50 cm

Algarismo duvidoso

Algarismos significativos

- 7,5 cm   0,075 m   0,000075 km → todos têm apenas 2 algarismos significativ
- 0,075 m (2 significativos)   7,5000 cm (5 significativos)
- 310 m tem 2 ou 3 significativos?

Usar sempre notação científica: $3{,}10 \times 10^2$ m (3 signif.) $3{,}1 \times 10^2$ m (2 signif.)

Operações com algarismos significativos

- **Soma ou subtração**: o resultado deve ser expressos com o número de casas decimais da parcela mais pobre
  - Ex: 20,4 + 10,21 = 30,6

Operações com algarismos significativos

- **Multiplicação**: resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativo ou esse número mais 1, com relação ao fator que possui o menor número de algarismos significativos.

  - Ex: 18,56 x 6,82 = 127 ou 126,6

Operações com algarismos significativos

- **Divisão**:

Se o divisor tiver um número menor de algarismos significativos que o dividendo, o resultado deve ter o mesmo número de algarismos significativos do divisor.

  - Ex: 68,32 / 3,2 = 21 (2 significativos)

Caso contrário, o resultado pode ter o mesmo número de algarismos significativos c

dividendo (menor ou igual ao do divisor) ou, esse número menos 1 (um).

  - Ex: 3,2 / 68,32 = 0,047 ou 0,05 (2 ou 1 significativos)