



MAT0105 – Geometria Analítica 1/2020

Aula 3

Coordenadas no Espaço

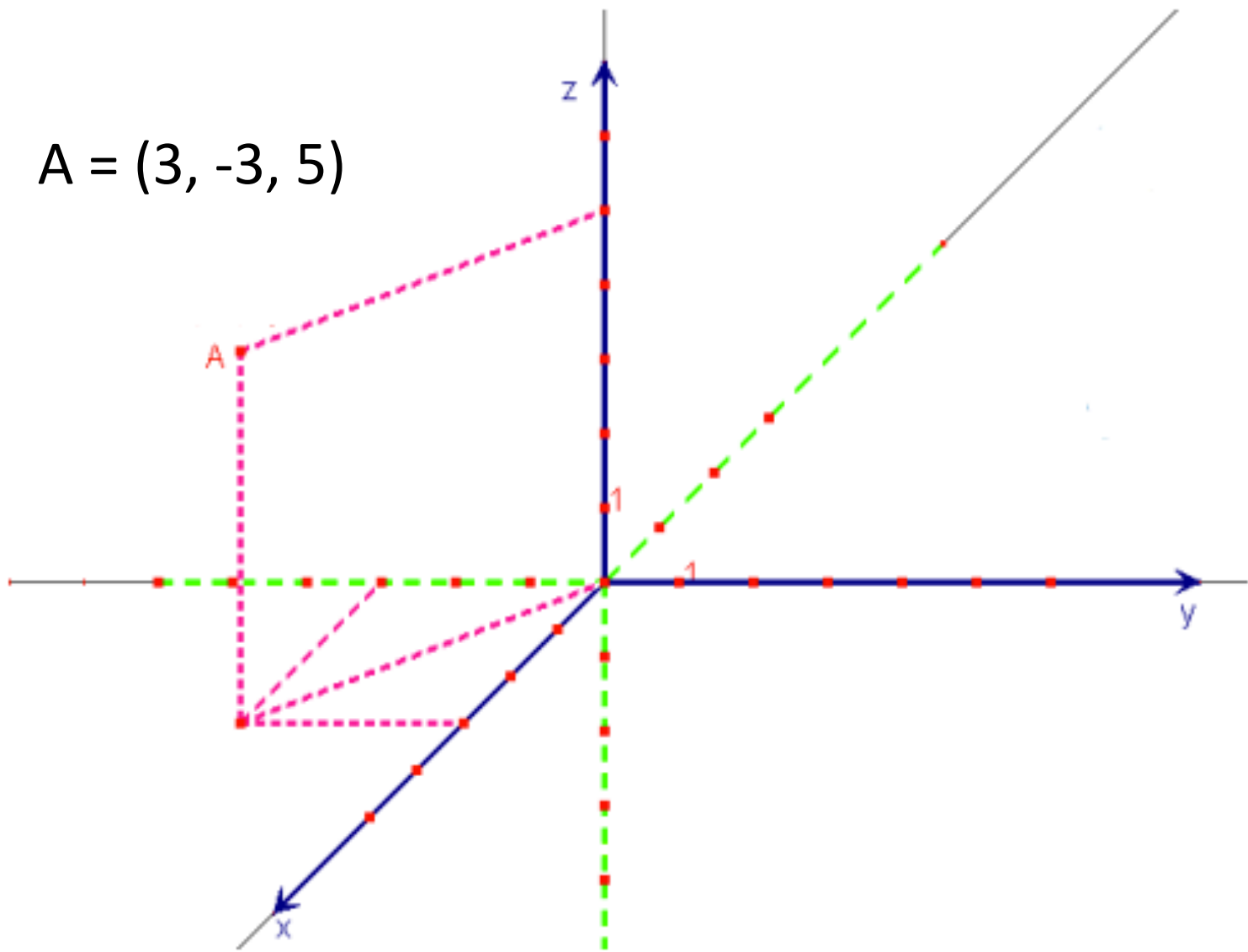
*Profa. Ana Paula Jahn
anapjahn@gmail.com*

Sistema de coordenadas cartesianas no espaço

- ✓ Ao plano OXY , acrescenta-se um novo eixo OZ , perpendicular a esse plano e passando pelo ponto O .
- ✓ Cada ponto do espaço é associado a uma única **terna ordenada de números reais** e vice-versa

Correspondência biunívoca entre o espaço e o \mathbb{R}^3

$$A = (3, -3, 5)$$

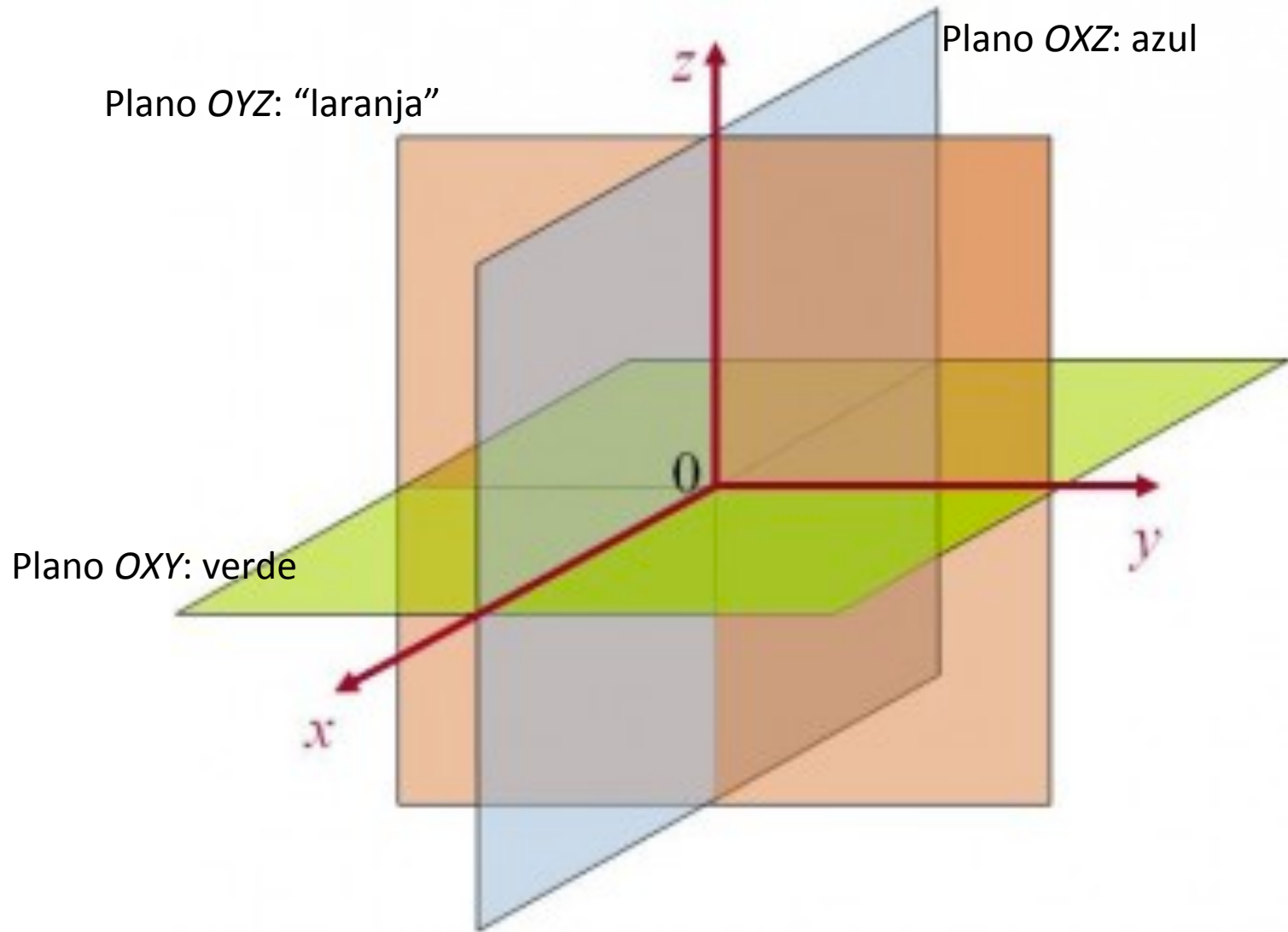


Sistema de coordenadas cartesianas OXYZ

Eixos Cartesianos

- ✓ Eixo OX: eixo das abscissas
 - ✓ Pontos do eixo OX: $P(x, 0, 0)$
 - ✓ Equação do eixo OX: $y = z = 0$
- ✓ Eixo OY: eixo das ordenadas
 - ✓ Pontos do eixo OY: $Q(0, y, 0)$
 - ✓ Equação do eixo OY: $x = z = 0$
- ✓ Eixo OZ: eixo das cotas
 - ✓ Pontos do eixo OZ: $R(0, 0, z)$
 - ✓ Equação do eixo OZ: $x = y = 0$

Planos coordenados



Sistema de coordenadas cartesianas OXYZ

Planos Cartesianos

✓ Plano OXY:

✓ Pontos do plano OXY: $P(x, y, 0)$

✓ Equação do plano OXY: $z = 0$

✓ Plano OYZ:

✓ Pontos do plano OYZ: $P(0, y, z)$

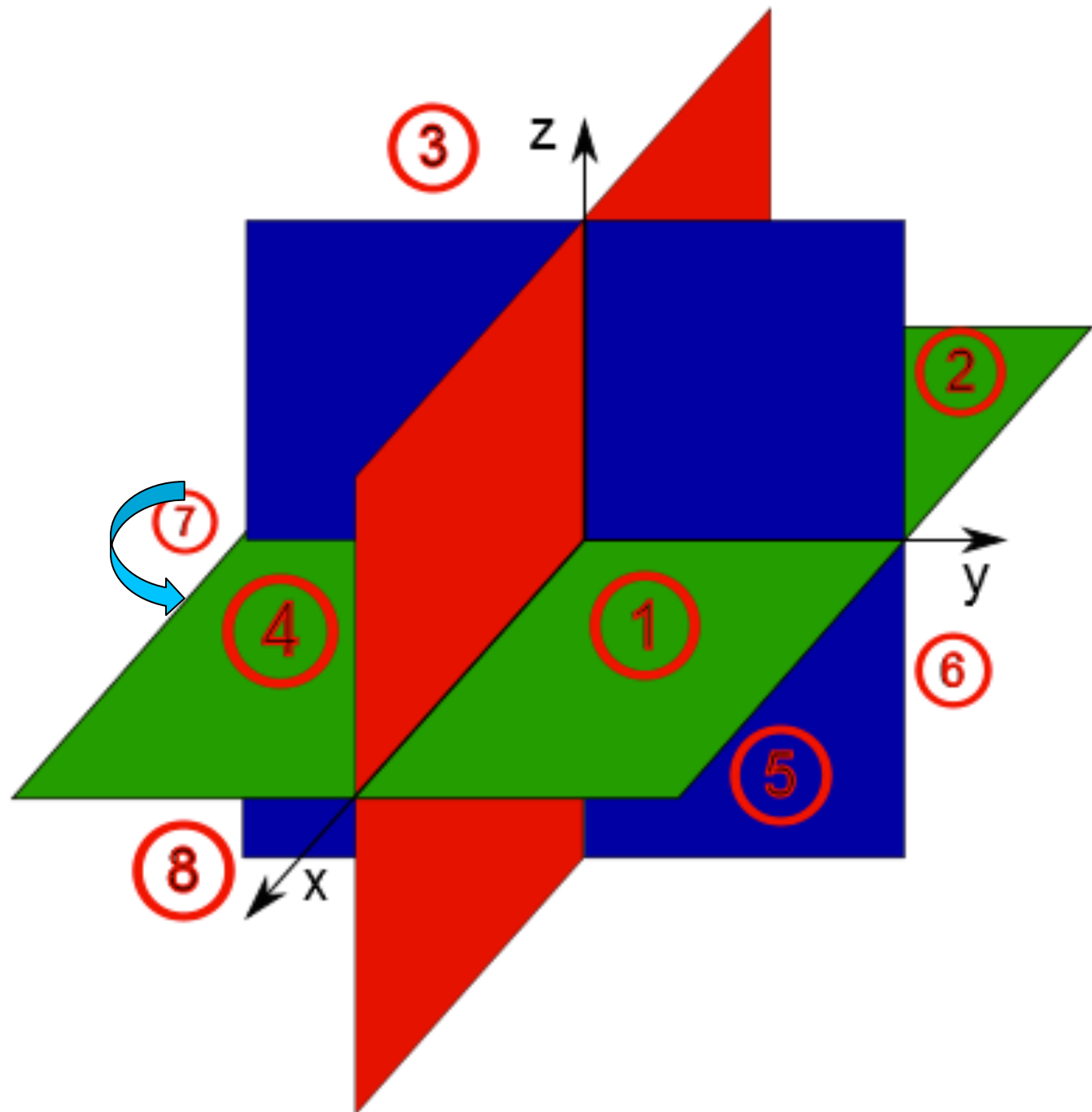
✓ Equação do plano OXY: $x = 0$

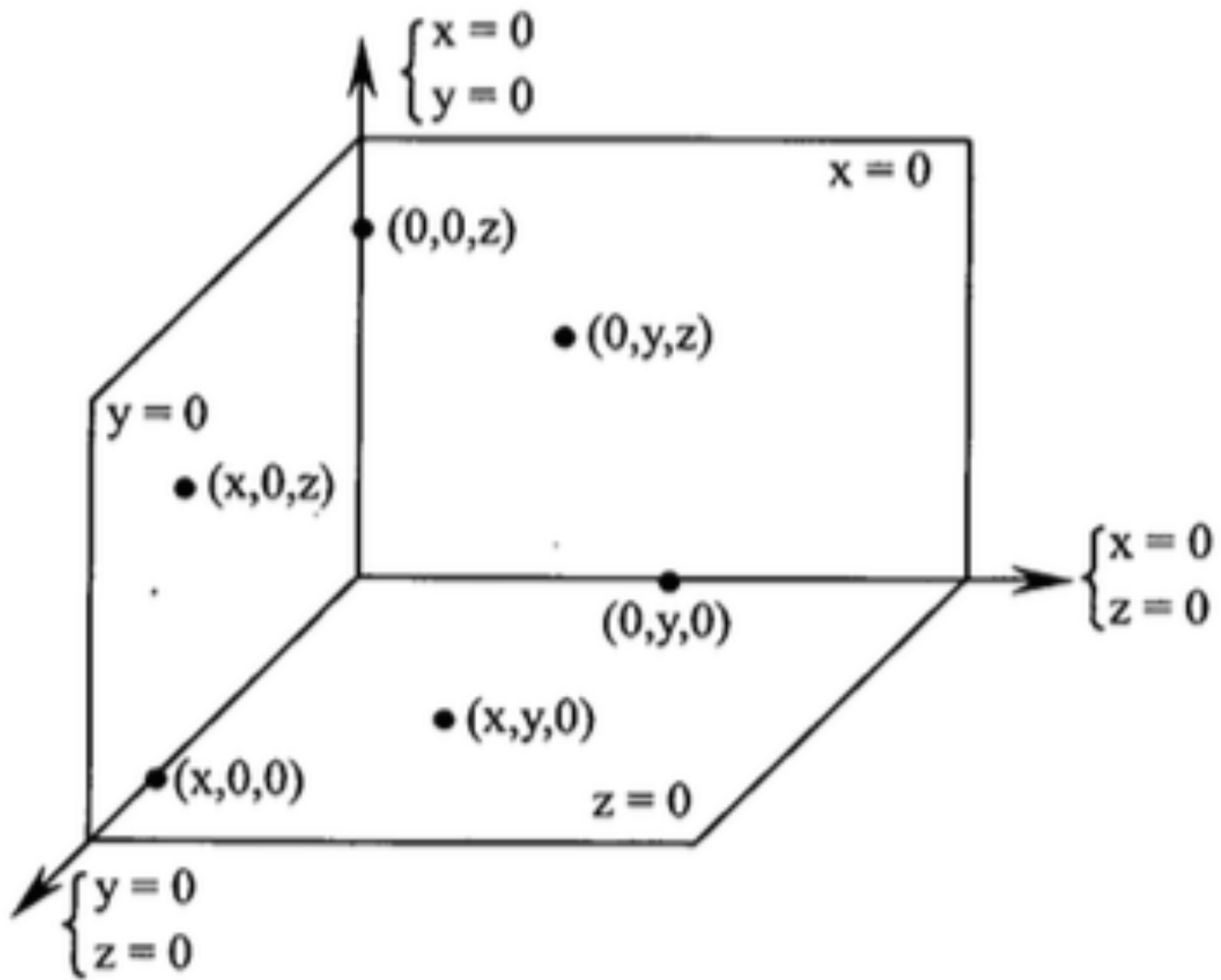
✓ Plano OXZ:

✓ Pontos do plano OXZ: $P(x, 0, z)$

✓ Equação do plano OXZ: $y = 0$

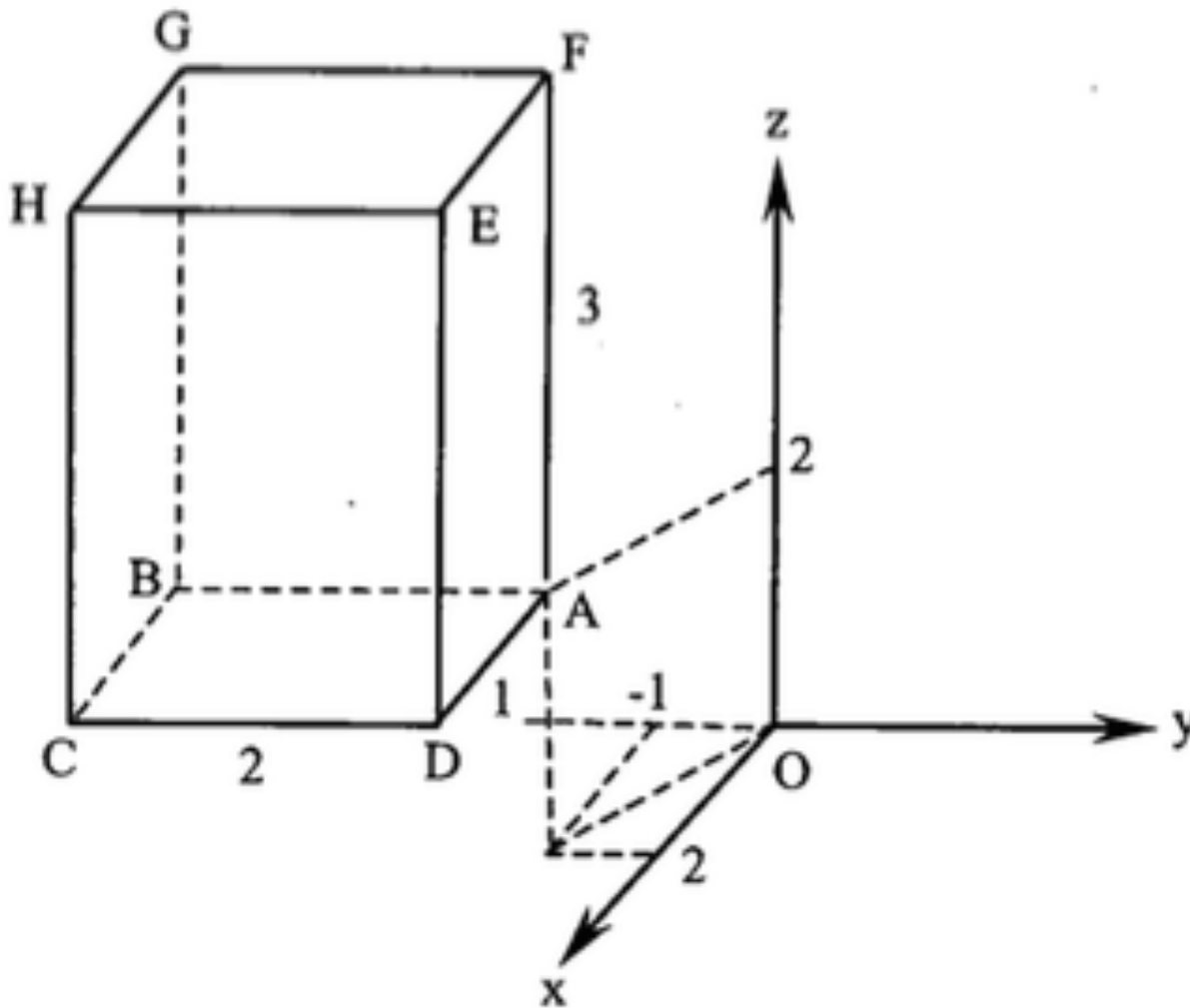
Octantes do sistema $OXYZ$





Exercício

Suponha fixado um sistema de coordenadas cartesianas $OXYZ$ no espaço, conforme figura ao lado.



Quais as coordenadas dos vértices do paralelepípedo retângulo de arestas paralelas aos eixos coordenados e de medidas 2, 1 e 3 *u.c.*?

Exercício

- 30) O paralelepípedo retângulo de dimensões 3, 4 e 5 está referido ao sistema $Oxyz$ conforme a Figura 1.66. Considerando um segundo sistema chamado de $O'x'y'z'$, onde $Ox \parallel O'x'$, $Oy \parallel O'y'$ e $Oz \parallel O'z'$, e sendo O' um dos vértices do paralelepípedo de acordo com a figura, determinar as coordenadas dos pontos O , A , B , C , D e O' em relação aos sistemas dados.

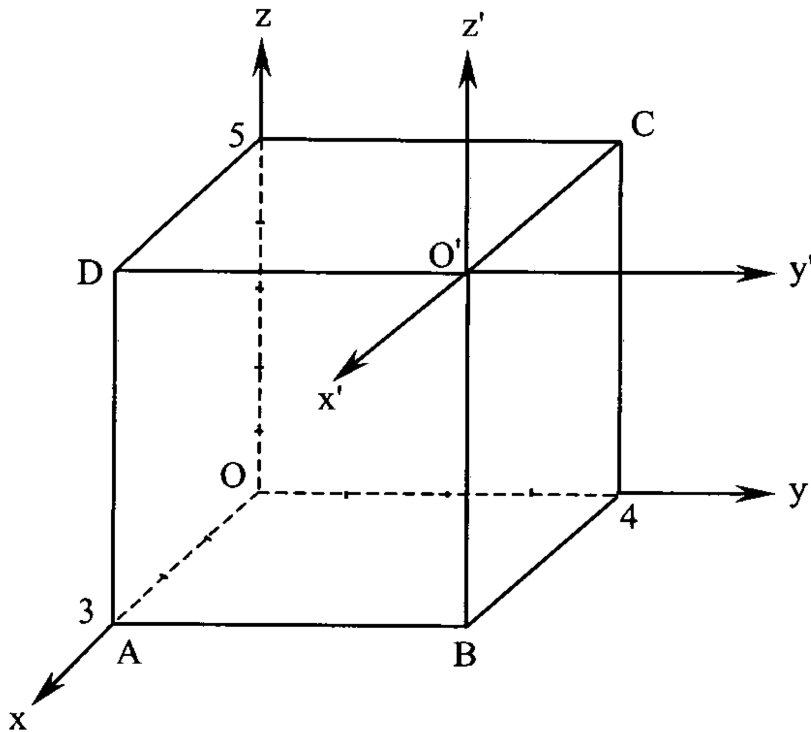


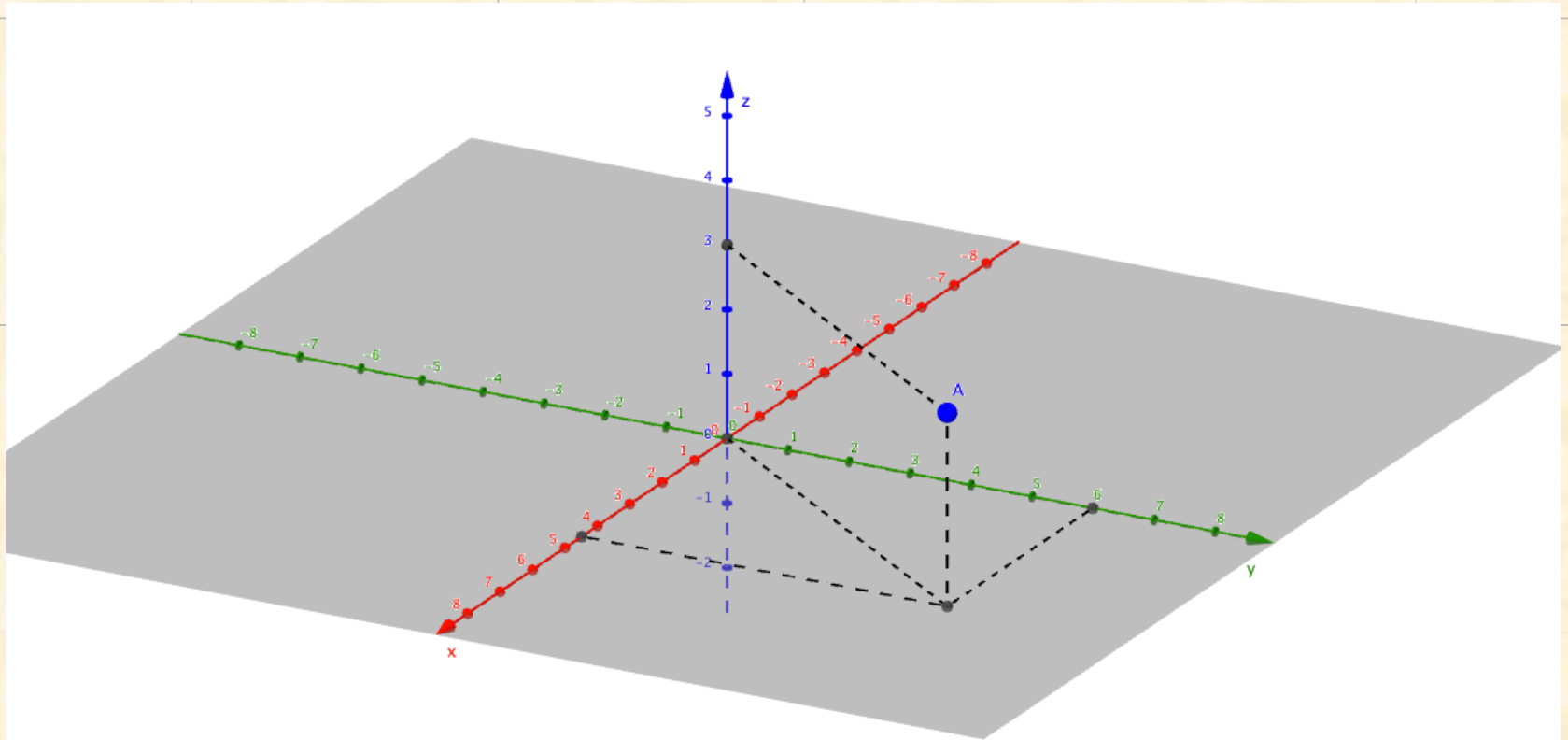
Figura 1.66

Fonte: Winterle, P. *Geometria Analítica e Vetores*. São Paulo: Makron Books, 2000, p. 42.

Tarefa

Na *Janela 3D* do software **Geogebra** (versão 5.0):

1. Represente, pelo menos, **5 pontos no espaço** e **duas retas**;
2. Observe as coordenadas dos pontos e as equações das retas na janela de Álgebra;
3. Determine o segmento de reta que une dois pontos e, depois, obtenha o seu ponto médio. Por fim, obtenha a distância entre os pontos (ou o comprimento do segmento de reta traçado).



Distância entre dois pontos no espaço

✓ Dados dois pontos:

$A(x_A, y_A, z_A)$ e $B(x_B, y_B, z_B)$,

como pode ser obtida a **distância** entre eles?

✓ De forma análoga ao que foi feito no plano:
recorrendo-se ao *Teorema de Pitágoras*.
Mas, em qual triângulo retângulo?

Distância entre dois pontos no espaço

- ✓ Faça uma pesquisa sobre como obter a distância entre dois pontos no espaço, sendo dadas as coordenadas dos dois pontos.
- ✓ **(Exercício)** Tente justificar a fórmula obtida/encontrada.

Exercícios

- 25) Traçar o retângulo formado pelos pontos (x, y, z) tal que
- a) $x = 0, 1 \leq y \leq 4$ e $0 \leq z \leq 4$
 - b) $-1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3$ e $z = 3$
- 26) Construir o cubo constituído dos pontos (x, y, z) , de modo que
- a) $-4 \leq x \leq -2, 1 \leq y \leq 3$ e $0 \leq z \leq 2$
 - b) $-2 \leq x \leq 0, 2 \leq y \leq 4$ e $-4 \leq z \leq -2$
- 27) Construir o paralelepípedo retângulo formado pelos pontos (x,y,z) , de modo que $1 \leq x \leq 3, 3 \leq y \leq 5$ e $0 \leq z \leq 4$. Quais as coordenadas dos oito vértices do paralelepípedo?
- 28) Calcular a distância do ponto $A(3, 4, -2)$
- a) ao plano xy ;
 - b) ao plano xz ;
 - c) ao plano yz ;
 - d) ao eixo dos x ;
 - e) ao eixo dos y ;
 - f) ao eixo dos z .

No **exercício 25**, considere o retângulo com seu interior (a superfície retangular delimitada pelo retângulo).

Fonte: Winterle, P. *Geometria Analítica e Vetores*. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000, p. 42.