Geometria Analítica

1º Semestre de 2020

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Cronograma do curso

03/03 – (terça-feira) – Aula 1
05/03 – (quinta-feira) – Aula 2
10/03 – (terça-feira) – Aula 3
12/03 – (quinta-feira) – Aula 4
17/03 – (terça-feira) – Aula 5
19/03 – (quinta-feira) – Aula 6
24/03 – (terça-feira) – Aula 7
26/03 – (quinta-feira) – P1
31/03 – (terça-feira) – Aula 8
02/04 – (quinta-feira) – Vista de prova
07/04 – (terça-feira) – Não haverá aula (S. Santa)
09/04 – (quinta-feira) – Não haverá aula (S. Santa)
14/04 – (terça-feira) – Aula 9
16/04 – (quinta-feira) – Aula 10
21/04 – (terça-feira) – Não haverá aula (Tiradentes)
23/04 – (quinta-feira) – Aula 11
28/04 – (terça-feira) – Aula 12
30/04 – (quinta-feira) – Aula 13
05/05 – (terça-feira) – Aula 14
07/05 – (quinta-feira) – P2
12/05 – (terça-feira) – Aula 15
14/05 – (quinta-feira) – Vista de Prova
19/05 – (terça-feira) – Aula 16
21/05 – (quinta-feira) – Aula 17
26/05 – (terça-feira) – Aula 18
28/05 – (quinta-feira) – Aula 19
02/06 – (terça-feira) – Aula 20
04/06 – (quinta-feira) – Aula 21
09/06 – (terça-feira) – Aula 22
11/06 – (quinta-feira) – Não haverá aula (C. Christi)
16/06 – (terça-feira) – P3
18/06 – (quinta-feira) – Não haverá aula
23/06 – (terça-feira) – Vista de Prova
25/06 – (quinta-feira) –
30/06 – (terça-feira) –
02/07 – (quinta-feira) –
07/07 – (terça-feira) –
09/07 – (quinta-feira) – Recuperação

Método de avaliação

$$Nota\ Final = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{3}$$

sendo, $N_1 = 0{,}6\ P_1$

$N_2 = 1{,}2\ P_2$

$N_3 = 1{,}2\ P_3$

Disponibilização de todo o material didático

Todo o material didático será disponibilizado na internet.

- Slides utilizados nas aulas
- Listas de exercícios
- Avaliação e frequência dos alunos
- Cronograma de aulas
- Horário de atendimento
- Monitoria

http://edisciplinas.usp.br

lucasarno@usp.br

Geometria Analítica

Grandezas Vetoriais

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Introdução às grandezas escalares e vetoriais

Grandezas físicas são classificadas em três categoriais:

- **Escalares** (1 informação)
- **Vetoriais** (3 informações)
- **Tensoriais** (maior que 3 informações)

Qual a classificação dessas grandezas?

Temperatura
Massa
Distância
Energia

Escalar

Espaço
Velocidade
Aceleração
Força

Vetorial

Momento de inércia

Tensorial

Representação

Grandezas Escalares:

E (energia), T (temperatura), d (distância), M (massa)

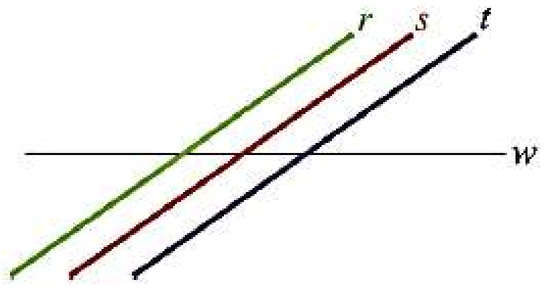
Grandezas Vetoriais:

$\vec{r}$ (o vetor posição), $\vec{v}$ (o vetor velocidade), $\vec{a}$ (o vetor aceleração), $\vec{F}$ (o vetor força)

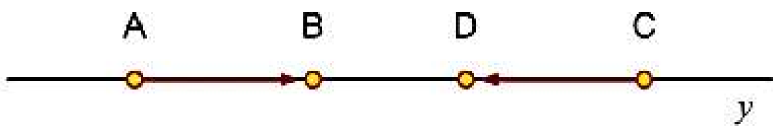
Representação de Vetores

Norma: é o atributo que caracteriza a intensidade da grandeza física.

Direção: é o atributo que existe em comum num feixe de retas paralelas.

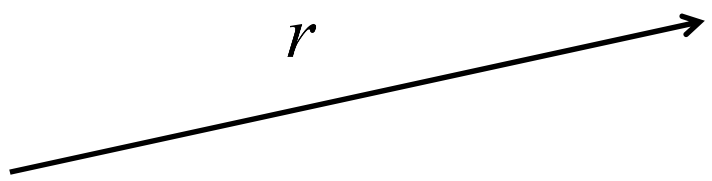


Sentido: podemos percorrer uma direção em dois sentidos.



Reta orientada

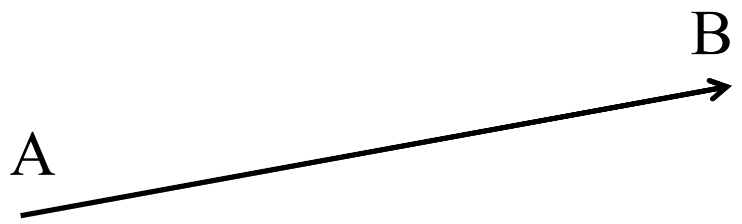
Uma reta *r* é orientada quando se fixa nela um sentido de percurso, considerado positivo e indicado por uma seta.



- O sentido oposto é negativo.
- Uma reta orientada é denominada eixo.

Segmento orientado

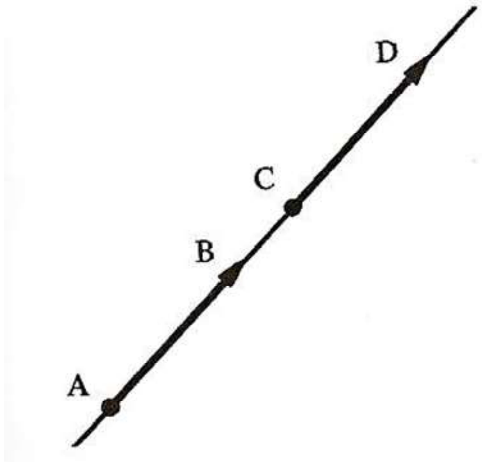
Um segmento orientado é um par ordenado de pontos, o primeiro chamado *origem* do segmento (A), o segundo chamado *extremidade* (B).

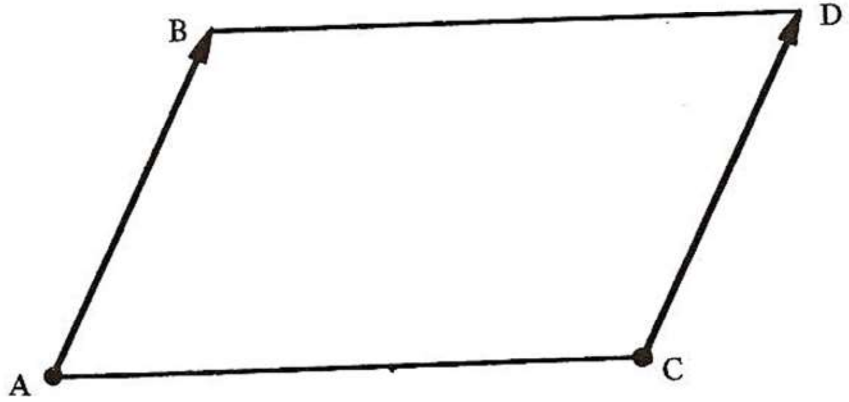


- Segmento nulo
- Segmentos opostos
- Medida de um segmento
- Direção e sentido

Segmentos equipolentes

Dois segmentos orientados AB e CD são equipolentes quando têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.





- A equipolência dos segmentos AB e CD é representada por:
  AB ~ CD

Propriedades da Equipolência

A relação de equipolência é uma relação de equivalência, isto é, quaisquer que sejam os segmentos orientados AB, CD e EF:

I) $AB \sim AB$ (reflexiva)

II) Se $AB \sim CD \Rightarrow CD \sim AB$ (simétrica)

III) Se $AB \sim CD$ e $CD \sim EF \Rightarrow AB \sim EF$ (transitiva)

IV) Dado um segmento orientado AB e um ponto C, existe um único ponto D tal que $AB \sim CD$

Pensando um pouco...

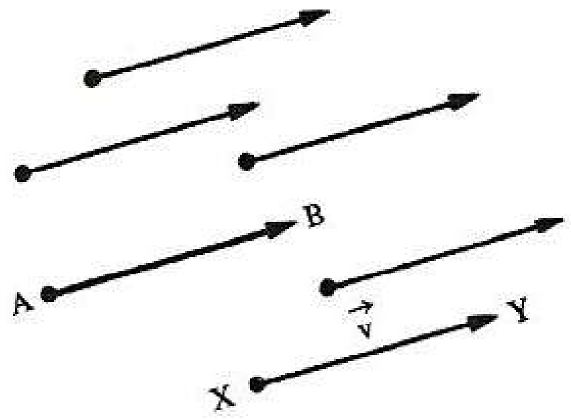
- Qual seria o equipolente a um segmento orientado nulo?

- Mostre que $AB \sim CD \Rightarrow AC \sim BD$.

<u>Definição:</u>

Dado o segmento orientado AB, a **classe de equipolência** de AB é o conjunto de todos os segmentos orientados equipolentes a AB. O segmento orientado AB é chamado **representante da classe**.

Vetores



Uma classe de equipolência de segmento orientados é representada por um **vetor**.

$$\vec{v} = \{XY \ / \ XY \sim AB\}$$

Representação:

$\vec{v}$

$\overrightarrow{AB}$

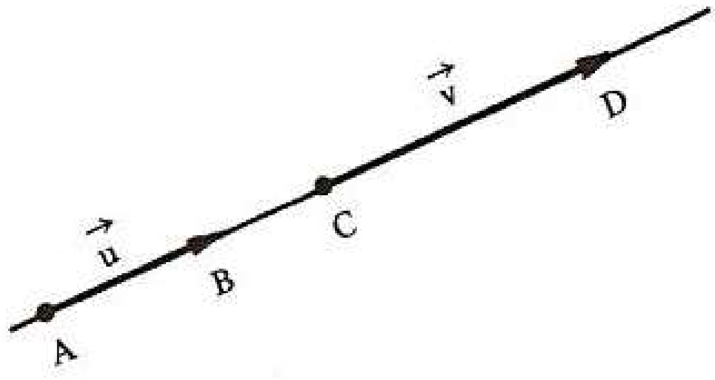
B - A

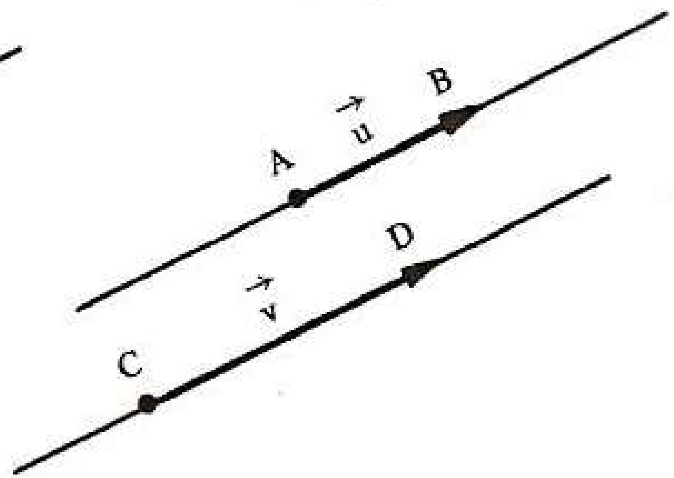
Casos particulares:

- *Vetores iguais*
- *Vetor nulo*
- *Vetores opostos*
- *Vetor unitário*
- *Versor*

Vetores colineares

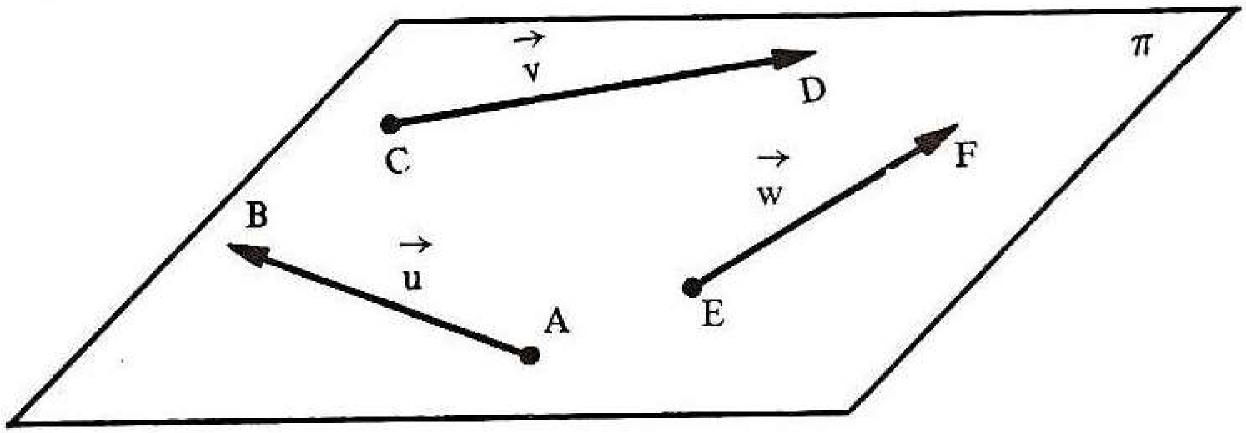
Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares se tiverem a mesma direção.

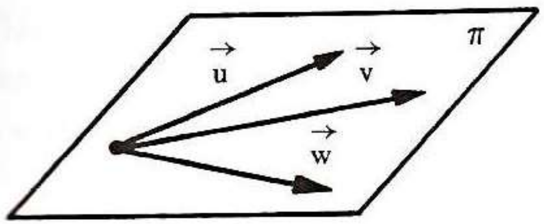




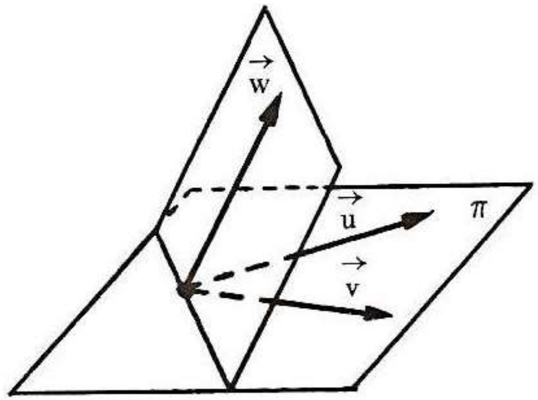
Vetores coplanares

Se os vetores não nulos $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ pertencem a um mesmo plano π.





$\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ são coplanares



$\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ não são coplanares

Operações com vetores

- Multiplicação por um escalar
- Adição
- Diferença

Operações com Vetores

Multiplicação por um escalar:

Podemos multiplicar um vetor $\vec{v}$ por um número x. Dessa operação resulta um novo vetor (o vetor resultante $\vec{R}$):

$$\vec{R} = x\vec{v}$$

Norma: $\|\vec{R}\| = |x| \|\vec{v}\|$

Direção: é a mesma de $\vec{v}$.

Sentido: o mesmo $x > 0$

sentido oposto $x < 0$

$\vec{R} = 2\vec{v}$

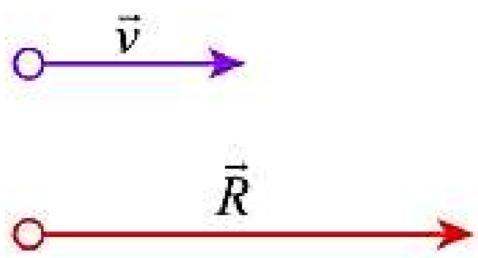


Figura 1.4: Multiplicando um vetor por dois.

Definição

Sejam α um número real e $\vec{v}$ um vetor.

(a) Se $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$, então $\alpha\vec{v} = \vec{0}$.

(b) Se $\alpha \neq 0$ e $\vec{v} \neq \vec{0}$, o vetor $\alpha\vec{v}$ caracteriza-se por:

- $\alpha\vec{v} // \vec{v}$;
- $\alpha\vec{v}$ e $\vec{v}$ são de mesmo sentido se $\alpha > 0$, e de sentido contrário se $\alpha < 0$;
- $||\alpha\vec{v}|| = |\alpha| \, ||\vec{v}||$.

Propriedades da multiplicação por um número real

Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores quaisquer e a e b números reais, temos:

I) $a(b\vec{v}) = (ab)\vec{v}$ (associativa)

II) $(a + b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$ (distributiva em relação à adição de escalares)

III) $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$ (distributiva em relação à adição de vetores)

IV) $1\vec{v} = \vec{v}$ (identidade)

Exemplo:

(Multiplicação de vetor por escalar)

Represente os vetores da coluna da esquerda:

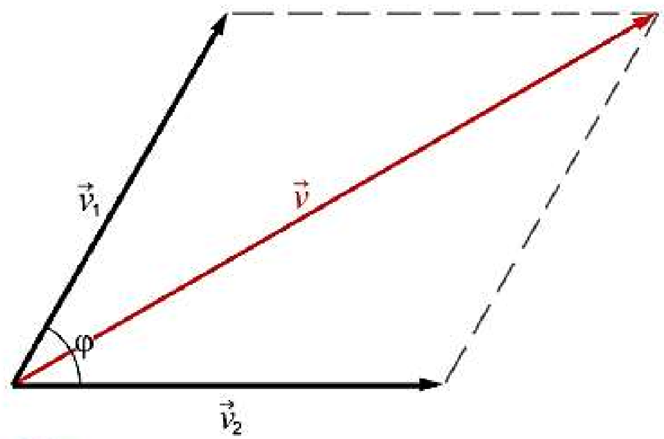
a) $\vec{a}$		$2\vec{a}$	
b) $\vec{b}$		$\dfrac{\vec{b}}{2}$	
c) $\vec{c}$		$-3\vec{c}$	
d) $\vec{d}$		$-\vec{d}$	

Soma de vetores

Sejam $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ dois vetores. A soma desses vetores é um terceiro vetor, o vetor resultante $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Para determinarmos o módulo, a direção e o sentido desse vetor resultante, utilizamos a regra do paralelogramo. Primeiramente, desenhamos o paralelogramo definido a partir dos vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$.



Propriedades da adição

I) Comutativa: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

II) Associativa: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

III) Existe um só vetor nulo $\vec{0}$ tal que para todo o vetor $\vec{v}$ se tem:

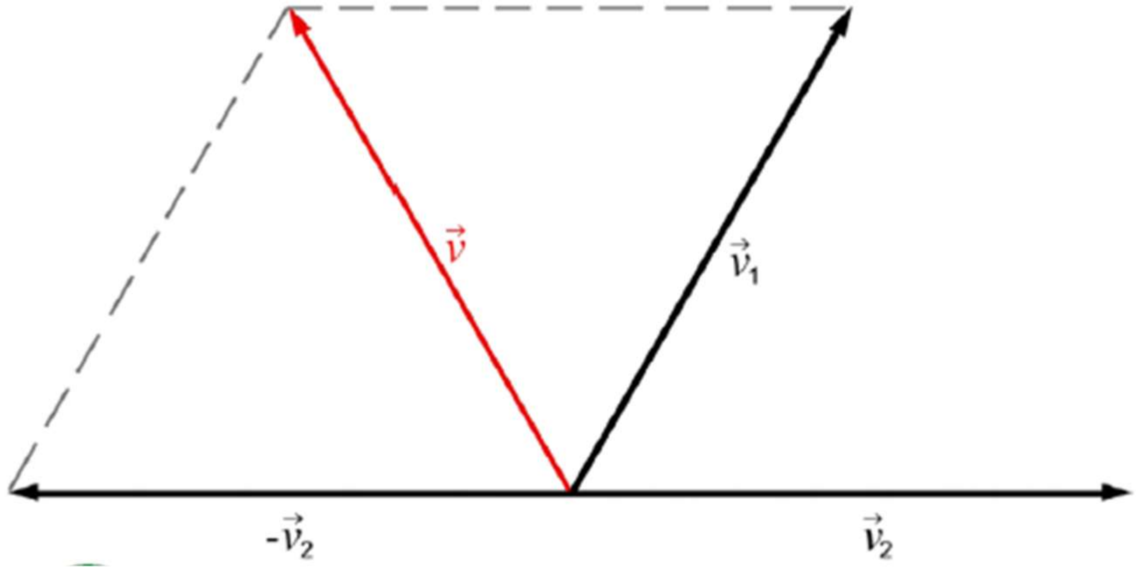
$$\vec{v} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{v} = \vec{v}$$

IV) Qualquer que seja o vetor $\vec{v}$, existe um só vetor $-\vec{v}$ (vetor oposto de $\vec{v}$) tal que

$$\vec{v} + (-\vec{v}) = -\vec{v} + \vec{v} = \vec{0}$$

Diferença de vetores

Consideremos os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. A subtração de vetores resulta em um terceiro vetor $\vec{v}$ chamado diferença, cujas propriedades são inferidas a partir da soma dos vetores $\vec{v}_1$ e $(-\vec{v}_2)$.



Extensão para muitos vetores

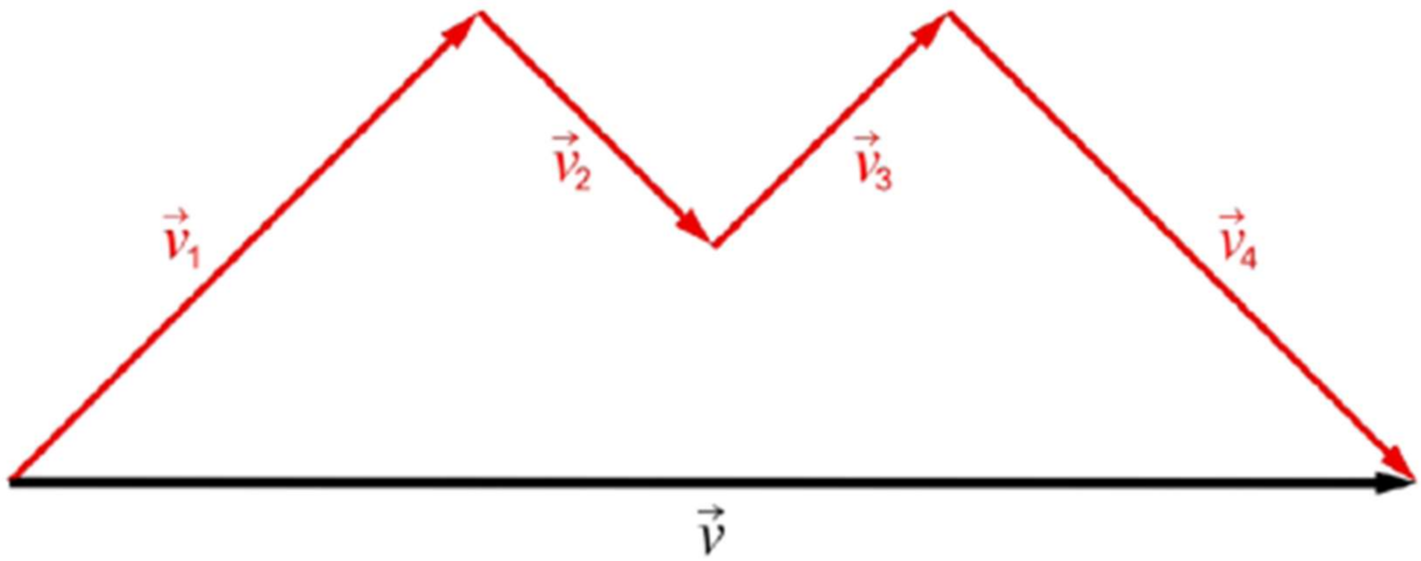
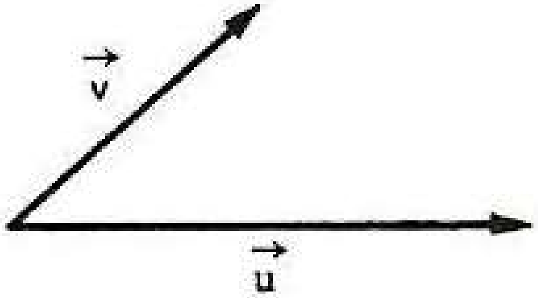


Figura 1.8: Posicionando-se os vetores, um em seguida ao outro, o vetor soma é aquele que fecha o polígono

Exercícios

1) Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ da figura, mostrar, num gráfico, um representante do vetor:

a) $\vec{u} - \vec{v}$
b) $\vec{v} - \vec{u}$
c) $-\vec{v} - 2\vec{u}$
d) $2\vec{u} - 3\vec{v}$



2) Dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, como na figura, apresentar um representante de cada um dos vetores:

a) $4\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}$
b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
c) $2\vec{b} - (\vec{a} + \vec{c})$