Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos
Universidade de São Paulo

Cálculo I - Lista 3: Derivadas

Prof. Responsável: Andrés Vercik

1. (i) Use a definição para obter o coeficiente angular da tangente ao gráfico de f em $P(a,f(a))$. (ii) Determine a equação da reta tangente em $P(2,f(2))$.

   a) $f(x)=5x^2-4x$
   b) $f(x)=x^3$
   c) $f(x)=3x+2$
   d) $f(x)=3-2x^2$
   e) $f(x)=x^4$
   f) $f(x)=4-2x$

2. (i) Use a definição para obter o coeficiente angular da tangente ao gráfico da equação no ponto com coordenada $x = a$. (ii) Estabeleça a equação da reta tangente em P. (iii) Esboce o gráfico da curva e da tangente em P.

   a) $y=\sqrt{x}$; $P(4,2)$
   b) $y=\sqrt[3]{x}$; $P(-8,-2)$
   c) $y=1/x$; $P(2,\frac{1}{2})$
   d) $y=1/x^2$; $P(2,\frac{1}{2})$

3. (i) Esboce o gráfico da equação e das tangentes nos pontos de coordenada x = -2, -1, 1 e 2. (ii) Determine o ponto em que o coeficiente angular da tangente é m.

   a) $y=x^2$; $m=6$
   b) $y=x^3$; $m=9$

4. (i) Use a definição para achar $f'(x)$. (ii) Determine o domínio de $f'(x)$. Escreva a equação da tangente ao gráfico de f no ponto P. Determine os pontos em que a tangente é horizontal.

   a) $f(x)=-5x^2+8x+2$; $P(-1,-11)$
   b) $f(x)=3x^2-2x-4$; $P(2,4)$
   c) $f(x)=x^3+x$; $P(1,2)$
   d) $f(x)=x^3-4x$; $P(2,0)$

5. (i) Use as propriedades das derivadas para achar $f'(x)$. (ii) Determine o domínio de $f'(x)$. (iii) Escreva a equação da tangente ao gráfico de f no ponto P. (iv) Determine os pontos em que a tangente é horizontal.

a) $f(x) = 9x - 2$; $P(3,25)$

b) $f(x) = -4x + 3$; $P(-2,11)$

c) $f(x) = 37$; $P(0,37)$

d) $f(x) = \pi^2$; $P(5,\pi^2)$

e) $f(x) = 1/x^3$; $P(2,\frac{1}{8})$

f) $f(x) = 1/x^4$; $P(1,1)$

g) $f(x) = 4x^{1/4}$; $P(81,12)$

h) $f(x) = 12x^{1/3}$; $P(-27,-36)$

6. Determine as três primeiras derivadas.

a) $f(x) = 3x^6$

b) $f(x) = 6x^4$

c) $f(x) = 9\sqrt[3]{x^2}$

d) $f(x) = 3x^{7/3}$

e) Se $z = 25t^{9/5}$, determine $D_t^2 z$.

f) Se $y = 3x + 5$, determine $D_x^3 y$.

g) Se $y = -4x + 7$, determine $\frac{d^3 y}{dx^3}$.

h) Se $z = 64\sqrt[4]{t^3}$, determine $\frac{d^2 z}{dt^2}$.

7. f é diferenciável no intervalo dado? Explique.

a) $f(x) = 1/x$; (i) [0,2] (ii) [1,3]

b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$; (i) [-1,1] (ii) [-2,-1]

8. Utilize o gráfico de f para determinar se f é diferenciável no intervalo dado.

a) $f(x) = \sqrt{4 - x}$; (i) [0,4] (ii) [-5,0]

b) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$; (i) [-2,2] (ii) [-1,1]

9. Determine se f tem: (i) tangente vertical em (0,0) e (ii) ponto de reversão em (0,0).

a) $f(x) = x^{1/3}$

b) $f(x) = x^{5/3}$

c) $f(x) = x^{2/5}$

d) $f(x) = x^{1/4}$

e) $f(x) = 5x^{3/2}$

f) $f(x) = 7x^{4/3}$

10. Use derivadas à direita e à esquerda para provar que *f* não é diferenciável em *a*.

a) $f(x) = |x-5|$; $a = 5$

b) $f(x) = |x+2|$; $a = -2$

11. Use o gráfico de f para determinar o domínio de *f*'.

a) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se} \quad x \le 0 \\ x^2 & \text{se} \quad x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{se} \quad x \le 1 \\ x^2 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se} \quad x < -1 \\ 2x+3 & \text{se} \quad x \ge -1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{se} \quad x < 0 \\ x^2 & \text{se} \quad x \ge 0 \end{cases}$

12. Calcule a derivada.

a) $g(t) = 6t^{5/3}$

b) $h(z) = 8z^{3/2}$

c) $f(s) = 15 - s + 4s^2 - 5s^4$

d) $f(x) = 3x^2 + \sqrt[3]{x^4}$

e) $g(x) = (x^3 - 7)(2x^2 + 3)$

f) $k(x) = (2x^2 - 4x + 1)(6x - 5)$

g) $f(x) = x^{1/2}(x2 + x - 4)$

h) $h(x) = x^{2/3}(3x^2 - 2x + 5)$

i) $h(r) = r^2(3r^4 - 7r + 2)$

j) $k(v) = v^3(-2v^3 + v - 3)$

k) $g(x) = (8x^2 - 5x)(13x^2 + 4)$

l) $H(z) = (z^5 - 2z^3)(7z^2 + z - 8)$

m) $f(x) = \dfrac{4x-5}{3x+2}$

n) $h(z) = \dfrac{8 - z + 3z^2}{2 - 9z}$

o) $g(t) = \dfrac{\sqrt[3]{t^2}}{3t-5}$

p) $f(x) = \dfrac{1}{1 + x + x^2 + x^3}$

q) $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$

r) $f(t) = t^2 + \dfrac{1}{t^2}$

s) $g(r) = (5r - 4)^{-2}$

t) $f(t) = \dfrac{3/(5t) - 1}{(2/t^2) + 7}$

u) $N(z) = \dfrac{4/z^2}{(3/z) + 2}$

13. Resolva a equação $D_x y = 0$.

a) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 4$

b) $y = \dfrac{2x^2 + 3x - 6}{x - 2}$

14. Resolva a equação $D_x^2 y = 0$.

a) $y = 6x^4 + 24x^3 - 540x^2 + 7$

b) $y = x^5 - 5x^4 - 30x^3 + 11x$

15. Calcule dy/dx (i) utilizando a regra do quociente e (ii) a regra do produto.

a) $y = \dfrac{3x - 1}{x^2}$

b) $y = \dfrac{2x + 3}{\sqrt{x^3}}$

16. Calcule d^2y/dx^2.

a) $y = \dfrac{3x + 4}{x + 1}$

b) $y = \dfrac{x + 3}{2x + 3}$

17. Ache os pontos do gráfico de $y = x^{5/3} + x^{1/3}$ em que a tangente é perpendicular à reta $2y + x = 7$.

18. Se f e g são funções tais que $f(2) = 3$, $f'(2) = -1$, $g(2) = -5$ e $g'(2) = 2$, calcule a expressão:

a) $(f + g)'(2)$

b) $(f - g)'(2)$

c) $4f'(2)$

d) $(fg)'(2)$

e) $(f/g)'(2)$

f) $(1/f)'(2)$

g) $(ff)'(2)$

h) $\left(\dfrac{1}{f + g}\right)'(2)$

i) $\left(\dfrac{f}{f + g}\right)'(2)$

19. Calcule a derivada.

a) $f(x) = 4\cos x$

b) $H(z) = 7\,\mathrm{tg}\, z$

c) $G(v) = 5v\csc v$

d) $f(x) = 3x\,\mathrm{sen}\, x$

e) $k(t) = t - t^2 \cos t$

f) $p(w) = w^2 + w\,\mathrm{sen}\, w$

g) $f(\theta) = \dfrac{\mathrm{sen}\,\theta}{\theta}$

h) $g(\alpha) = \dfrac{1-\cos\alpha}{\alpha}$

i) $g(t) = t^3\,\mathrm{sen}\, t$

j) $T(r) = r^2 \sec r$

k) $f(x) = 2x\cot x + x^2\,\mathrm{tg}\, x$

l) $h(z) = \dfrac{1-\cos z}{1+\cos z}$

m) $g(x) = \dfrac{1}{\mathrm{sen}\, x\,\mathrm{tg}\, x}$

n) $g(x) = (x + \csc x)\cot x$

o) $K(\theta) = (\mathrm{sen}\,\theta + \cos\theta)^2$

p) $H(\phi) = (\cot\phi + \csc\phi)(\mathrm{tg}\,\phi - \mathrm{sen}\,\phi)$

q) $f(x) = \dfrac{1+\sec x}{\mathrm{tg}\, x + \mathrm{sen}\, x}$

20. Determine as equações da reta tangente e da reta normal ao gráfico de f em $(\pi/4, f(\pi/4))$.

a) $f(x) = \sec x$

b) $f(x) = \csc x + \cot x$

21. (i) Ache as coordenadas-x de todos os pontos do gráfico de f em que a tangente é horizontal. (ii) Escreva a equação da tangente ao gráfico de f em P.

a) $f(x) = x + 2\cos x;\quad P(0, f(0))$

b) $f(x) = x + \mathrm{sen}\, x;\quad P(\pi/2, f(\pi/2))$

22. Se $y = 1 + 2\cos x$, determine: (i) as coordenadas de todos os pontos em que a tangente é perpendicular à reta $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 4$; (ii) a equação da reta tangente ao gráfico noponto em que este corta o eixo y.

23. (a) Ache as primeiras quatro derivadas de $f(x) = \cos x$. (b) Ache $f^{(99)}(x)$.

24. (a) Calcule $f'''(x)$ se $f(x) = \cot x$
(b) Calcule $D_x^3 y$ se $y = \operatorname{tg} x$
(c) Calcule $\dfrac{d^3 y}{dx^3}$ se $y = \sec x$

25. Demonstre cada fórmula.

a) $D_x \cot x = -\csc^2 x$

b) $D_x \csc x = -\csc x \cot x$

c) $D_x \operatorname{sen} 2x = 2\cos 2x$

d) $D_x \cos 2x = -2\operatorname{sen} 2x$

26. Determine a derivada da função dada.

a) $f(x) = x^2 + 4x + \ln x$

b) $f(t) = 2t^3 - 3\ln t$

c) $f(x) = 10 - \ln x$

d) $f(x) = 2\ln x - \dfrac{1}{x}$

e) $f(x) = \dfrac{x\ln x + 1}{x}$

f) $f(x) = \dfrac{\ln x - 1}{2}$

g) $f(t) = 3e^t - t^2 + 1$

h) $f(x) = 2e^x - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

i) $f(x) = e^x - \ln x + 1$

j) $f(t) = \dfrac{e^t + 1}{2}$

k) $f(t) = \dfrac{t^2 e^t + t + 1}{t^2}$

l) $f(x) = e^{\ln x} + e^x + \ln(e^x)$

27. Use a regra do produto para calcular a derivada.

a) $f(x) = xe^x$

b) $f(x) = e^x\left(x^3 - x^2 + 4\right)$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x}\ln x$

d) $f(x) = x^4 e^x$

e) $f(x) = e^x \ln x$

f) $f(x) = \sqrt{x}\left(x - \dfrac{1}{x}\right)$

28. Use a regra do quociente para calcular a derivada.

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2 + 4}$

b) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x + 1}$

c) $f(x) = \dfrac{x}{e^x + 1}$

d) $f(x) = \dfrac{3x + 1}{2x - 3}$

e) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

f) $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$