Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos
Universidade de São Paulo

Cálculo I - Lista 2: Limites

Prof. Responsável: Andrés Vercik

1. Ache o limite.

a) $\lim_{x\to -2}(3x-1)$

b) $\lim_{x\to 3}(x^2+2)$

c) $\lim_{x\to 4} x$

d) $\lim_{x\to -3} -x$

e) $\lim_{x\to 100} 7$

f) $\lim_{x\to -1} \pi$

g) $\lim_{x\to -1}\dfrac{x+4}{2x+1}$

h) $\lim_{x\to 5}\dfrac{x+2}{x-4}$

2. Use uma simplificação algébrica para achar o limite, se existe.

a) $\lim_{x\to -3}\dfrac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x+1)}$

b) $\lim_{x\to -1}\dfrac{(x+1)(x^2+3)}{(x+1)}$

c) $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$

d) $\lim_{x\to 3}\dfrac{2x^3-6x^2+x-3}{x-3}$

e) $\lim_{r\to 1}\dfrac{r^2-r}{2r^2+5r-7}$

f) $\lim_{k\to 4}\dfrac{k^2-16}{\sqrt{k}-2}$

g) $\lim_{x\to 25}\dfrac{\sqrt{x}-5}{x-25}$

h) $\lim_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}$

i) $\lim_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}$

j) $\lim_{h\to -2}\dfrac{h^3+8}{h+2}$

k) $\lim_{z\to -2}\dfrac{z^2-4}{z^2-2z-8}$

l) $\lim_{z\to 5}\dfrac{z-5}{z^2-10z+25}$

3. Para as seguintes funções, ache os limites $\lim_{x\to a^-} f(x)$, $\lim_{x\to a^+} f(x)$ e $\lim_{x\to a} f(x)$, se existem.

a) $f(x)=\dfrac{|x-4|}{x-4}$; $a=4$

b) $f(x)=\dfrac{x+5}{|x+5|}$; $a=-5$

c) $f(x)=\sqrt{x+6}+x$; $a=-6$

d) $f(x)=\sqrt{5-2x}-x^2$; $a=\frac{5}{2}$

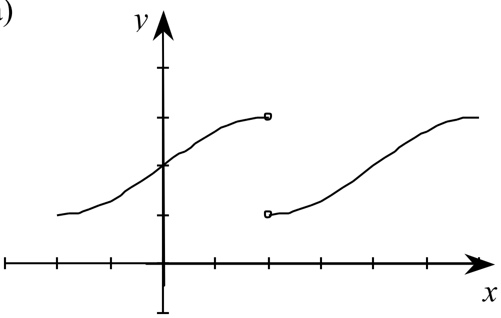
e) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$; $a=0$

f) $f(x)=\dfrac{1}{x-8}$; $a=8$

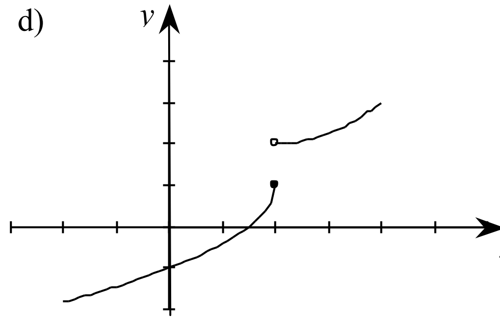
4. Use o gráfico para determinar cada limite, quando existe:

i) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$; ii) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

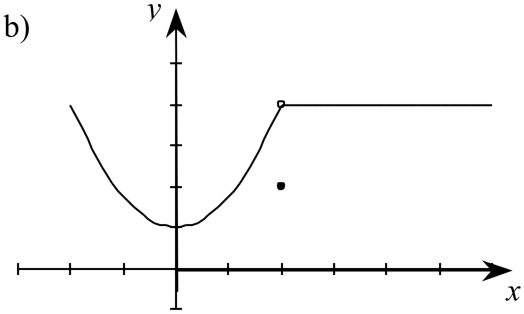
a)



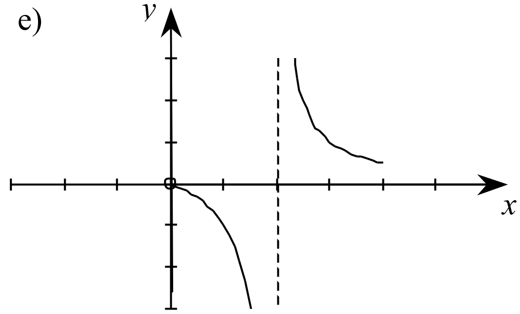
d)



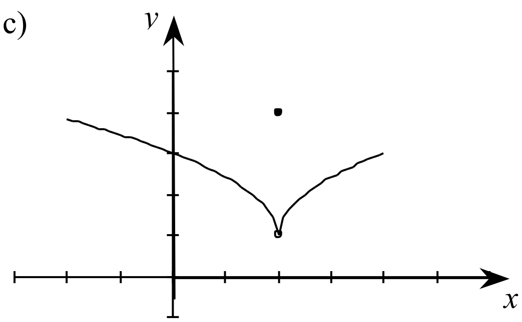
b)



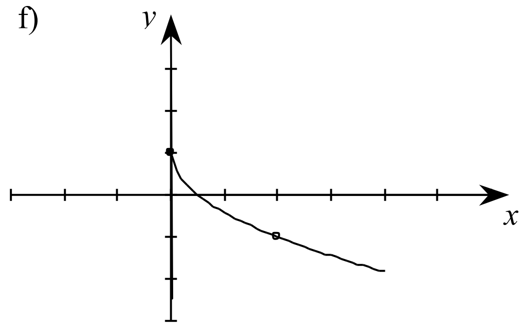
e)



c)



f)



5. Esboce o gráfico das seguintes funções e ache cada limite: $\lim_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ e $\lim_{x\to 1} f(x)$

a) $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{se} \quad x<1 \\ 4-x & \text{se} \quad x\geq 1 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} x^3 & \text{se} \quad x\leq 1 \\ 3-x & \text{se} \quad x>1 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} 3x-1 & \text{se} \quad x\leq 1 \\ 3-x & \text{se} \quad x>1 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} |x-1| & \text{se} \quad x\neq 1 \\ 1 & \text{se} \quad x=1 \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{se} \quad x<1 \\ 1 & \text{se} \quad x=1 \\ x+1 & \text{se} \quad x>1 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} -x^2 & \text{se} \quad x<1 \\ 2 & \text{se} \quad x=1 \\ x-2 & \text{se} \quad x>1 \end{cases}$

6. Para $\lim_{x\to a} f(x)=L$ e ε dados, use o gráfico de f para achar o maior δ, tal que se $0<|x-a|<\delta$, então $0<|f(x)-L|<\varepsilon$.

a) $\lim_{x\to 3/2} \dfrac{4x^2-9}{2x-3}=6;$ $\qquad \varepsilon=0{,}01$

b) $\lim_{x\to 4} x^2=16;$ $\qquad \varepsilon=0{,}1$

c) $\lim_{x\to 16} \sqrt{x}=4;$ $\qquad \varepsilon=0{,}1$

7. Use o método gráfico para mostrar que o limite não existe

a) $\lim_{x\to 3} \dfrac{|x-3|}{x-3}$

b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1}{x^2}$

c) $\lim_{x\to 4} \dfrac{7}{x-4}$

d) $\lim_{x\to 1} \dfrac{1}{(x-1)^2}$

8. Use as propriedades dos limites para determinar o limite quando existir.

a) $\lim\limits_{x\to -2}(-3x+1)$

b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x-1}{3x+1}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}(-2x+5)^4$

d) $\lim\limits_{x\to -2}(3x^3-2x+7)$

e) $\lim\limits_{s\to 4}\dfrac{6s-1}{2s-9}$

f) $\lim\limits_{x\to 1/2}\dfrac{2x^2+5x-3}{6x^2-7x+2}$

g) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{x^3-8}$

h) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$

i) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x^4-16}$

j) $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{x-16}{\sqrt{x}-4}$

k) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(1/x)-(1/2)}{x-2}$

l) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x+3}{(1/x)+(1/3)}$

m) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2}{x-1}-\dfrac{1}{x-1}\right)$

n) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{16x^{3/2}}{4-x^{4/3}}$

o) $\lim\limits_{x\to 4}\sqrt[3]{x^2-5x-4}$

p) $\lim\limits_{x\to -2}\sqrt{x^4-4x+1}$

q) $\lim\limits_{x\to 3}\sqrt[3]{\dfrac{2+5x-3x^2}{x^2-1}}$

r) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{4-\sqrt{16+h}}{h}$

s) $\lim\limits_{h\to 0}\left(\dfrac{1}{h}\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+h}}-1\right)$

t) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^5-1}$

u) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-7x+10}{x^6-64}$

v) $\lim\limits_{v\to 1}v^2(3v-4)(9-v^3)$

w) $\lim\limits_{x\to 5^+}\left(\sqrt{x^2-25}\right)+3$

x) $\lim\limits_{x\to 3^-}x\sqrt{9-x^2}$

y) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3}$

z) $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{\sqrt[4]{x^2-16}}{x+4}$

9. Para a $f(x)$ dada, expresse cada um dos limites $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)$, $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)$ e $\lim\limits_{x\to a}f(x)$, como ∞, $-\infty$ ou NE (não existe):

a) $f(x)=\dfrac{5}{x-4}$; $a=4$

b) $f(x)=\dfrac{8}{(2x+5)^3}$; $a=-\frac{5}{2}$

c) $f(x)=\dfrac{3x}{(x+8)^2}$; $a=-8$

d) $f(x)=\dfrac{3x^2}{(2x-9)^2}$; $a=-\frac{9}{2}$

e) $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2-x-2}$; $a=-1$

f) $f(x)=\dfrac{4x}{x^2-4x+3}$; $a=1$

g) $f(x)=\dfrac{1}{x(x-3)^2}$; $a=3$

h) $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}$; $a=-1$

10. Determine o limite, se existir.

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^2-3x+1}{2x^2+4x-7}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3-x+1}{6x^3+2x^2-7}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4-7x}{2+3x}$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2-3}{4x^3+5x}$

e) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-x+3}{x^3+1}$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-x^3+2x}{2x^2-3}$

g) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2+2}{x-1}$

h) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2-x^2}{x+3}$

i) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^4+x+1}{x^2-5}$

j) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[3]{\dfrac{8+x^2}{x(x+1)}}$

k) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4x-3}{\sqrt{x^2+1}}$

l) $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{sen} x$

m) $\lim\limits_{x\to\infty} \cos x$

11. Ache as assíntotas verticais e horizontais do gráfico de *f*.

a) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$

b) $f(x)=\dfrac{5x}{4-x^2}$

c) $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$

d) $f(x)=\dfrac{3x}{x^2+1}$

e) $f(x)=\dfrac{1}{x^3+x^2-6x}$

f) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{16-x^2}$

g) $f(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+2x-3}$

h) $f(x)=\dfrac{x^2-5x}{x^2-25}$

i) $f(x)=\dfrac{x+4}{x^2-16}$

j) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{16-x^2}}{4-x}$

12. Uma função *f* satisfaz as condições indicadas. Esboce um gráfico de *f*, supondo que ele não corte uma assíntota horizontal.

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1,\quad \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1,\quad \lim\limits_{x\to3^-} f(x)=-\infty,\quad \lim\limits_{x\to3^+} f(x)=\infty$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1,\quad \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=-1,\quad \lim\limits_{x\to2^-} f(x)=\infty,\quad \lim\limits_{x\to2^+} f(x)=-\infty$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2,\quad \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=-2,\quad \lim\limits_{x\to3^-} f(x)=\infty,\quad \lim\limits_{x\to3^+} f(x)=\infty$

d) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$, $\lim_{x\to\infty} f(x)=1$, $\lim_{x\to3^-} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to3^+} f(x)=\infty$,

$\lim_{x\to-1^-} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to-1^+} f(x)=\infty$

e) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$, $\lim_{x\to\infty} f(x)=3$, $\lim_{x\to1^-} f(x)=\infty$, $\lim_{x\to1^+} f(x)=-\infty$,

$\lim_{x\to-2^-} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to-2^+} f(x)=\infty$

13. Para as funções dadas nos Exercícios 4 e 5, classifique as descontinuidades de *f* como removíveis, tipo salto ou infinitas.

14. Mostre que *f* é contínua em *a*.

a) $f(x)=\sqrt{2x-5}+3x$; $a=4$

b) $f(x)=\sqrt[3]{x^2+2}$; $a=-5$

c) $f(x)=3x^2+7-\dfrac{1}{\sqrt{-x}}$; $a=-2$

d) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{2x+1}$; $a=8$

15. Explique por que *f* não é contínua em *a*.

a) $f(x)=\dfrac{3}{x+2}$; $a=-2$

b) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$; $a=1$

c) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & \text{se } x\neq 3\\ 4 & \text{se } x=3\end{cases}$ $a=3$

d) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x+3} & \text{se } x\neq -3\\ 2 & \text{se } x=-3\end{cases}$ $a=-3$

e) $f(x)=\begin{cases}1 & \text{se } x\neq 3\\ 0 & \text{se } x=3\end{cases}$ $a=3$

f) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x-3|}{x-3} & \text{se } x\neq 3\\ 1 & \text{se } x=3\end{cases}$ $a=3$

16. Determine todos os pontos para os quais *f* é descontínua.

a) $f(x) = \dfrac{3}{x^2 + x - 6}$

b) $f(x) = \dfrac{5}{x^2 - 4x - 12}$

c) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2 + x - 2}$

d) $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2 - x - 12}$

17. Mostre que *f* é contínua no intervalo dado.

a) $f(x) = \sqrt{x-4}$; [4,8]

b) $f(x) = \sqrt{16-x}$; (-∞,16)

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$; $(0,\infty)$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$; (1,3)

18. Ache todos os valores para os quais *f* é contínua.

a) $f(x) = \dfrac{3x-5}{2x^2 - x - 3}$

b) $f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$

c) $f(x) = \sqrt{2x-3} + x^2$

d) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt[3]{x-4}}$

e) $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$

f) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

g) $f(x) = \dfrac{|x+9|}{x+9}$

h) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

i) $f(x) = \dfrac{5}{x^3 - x^2}$

j) $f(x) = \dfrac{4x-7}{(x+3)(x^2+2x-8)}$

k) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-9}\sqrt{25-x^2}}{x-4}$

l) $f(x) = \dfrac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-6}}$

m) $f(x) = \tan 2x$

n) $f(x) = \cot \dfrac{1}{3}x$

o) $f(x) = \csc \dfrac{1}{2}x$

p) $f(x) = \sec 3x$