

regras

$$r_x = a_x + b_x \quad r_y = a_y + b_y \quad r_z = a_z + b_z. \quad (3-10 \text{ a } 3-12)$$

Aqui, \vec{a} e \vec{b} são os vetores a serem somados e \vec{r} é o vetor soma. Note que as componentes são somadas separadamente para cada eixo. No final, a soma pode ser expressa na notação dos vetores unitários ou na notação módulo-ângulo.

Produto de um Escalar por um Vetor O produto de um escalar e por um vetor \vec{v} é um vetor de módulo $e|\vec{v}|$ com a mesma orientação de \vec{v} se e for positivo, e com a orientação oposta se e for negativo. (O sinal negativo inverte o sentido do vetor.) Para dividir \vec{v} por e , multiplicamos \vec{v} por $1/e$.

O Produto Escalar O **produto escalar** de dois vetores \vec{a} e \vec{b} é representado por $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e é igual à grandeza *escalar* dada por

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \phi, \quad (3-20)$$

em que ϕ é o menor dos ângulos entre as direções de \vec{a} e \vec{b} . O produto escalar é o produto do módulo de um dos vetores pela componente escalar do outro em relação ao primeiro. Note que $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ o que significa que o produto escalar obedece à lei comutativa.

Na notação dos vetores unitários,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}), \quad (3-22)$$

que pode ser expandido de acordo com a lei distributiva.

O Produto Vetorial O **produto vetorial** de dois vetores \vec{a} e \vec{b} , representado por $\vec{a} \times \vec{b}$, é um vetor \vec{c} cujo módulo c é dado por

$$c = ab \sin \phi, \quad (3-24)$$

em que ϕ é o menor dos ângulos entre as direções de \vec{a} e \vec{b} . A orientação de \vec{c} é perpendicular ao plano definido por \vec{a} e \vec{b} e é dada pela regra da mão direita, como mostra a Fig. 3-19. Note que $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$, o que significa que o produto vetorial não obedece à lei comutativa.

Na notação dos vetores unitários,

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}), \quad (3-26)$$

que pode ser expandido de acordo com a lei distributiva.

Perguntas

1 A soma dos módulos de dois vetores pode ser igual ao módulo da soma dos mesmos vetores? Justifique sua resposta.

2 Os dois vetores da Fig. 3-21 estão em um plano xy . Determine o sinal das componentes x e y , respectivamente, de (a) $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$; (b) $\vec{d}_1 - \vec{d}_2$; (c) $\vec{d}_1 - \vec{d}_2$.

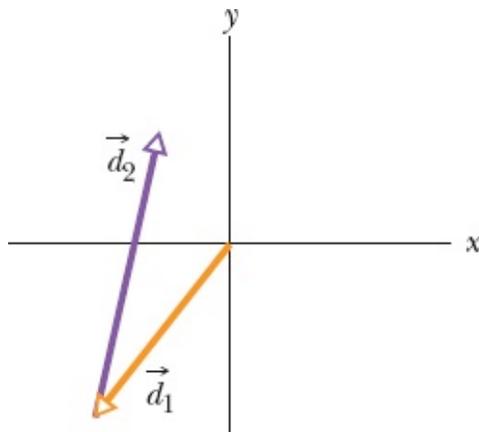


Figura 3-21 Pergunta 2.

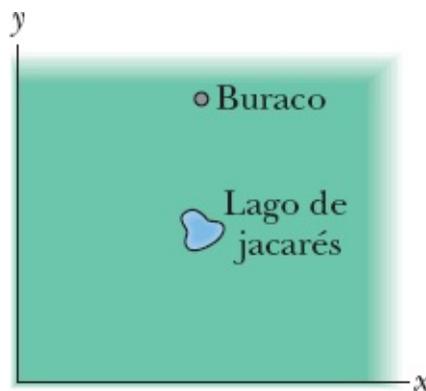


Figura 3-22 Pergunta 3.

3 Como a mascote da Universidade da Flórida é um jacaré, a equipe de golfe da universidade joga em um campo no qual existe um lago com jacarés. A Fig. 3-22 mostra uma vista aérea da região em torno de um dos buracos do campo com um sistema de coordenadas xy superposto. As tacadas da equipe devem levar a bola da origem até o buraco, que está nas coordenadas $(8 \text{ m}, 12 \text{ m})$, mas a bola pode sofrer apenas os seguintes deslocamentos, que podem ser usados mais de uma vez:

$$\vec{d}_1 = (8 \text{ m})\hat{i} + (6 \text{ m})\hat{j}, \quad \vec{d}_2 = (6 \text{ m})\hat{j}, \quad \vec{d}_3 = (8 \text{ m})\hat{i}.$$

O lago está nas coordenadas $(8 \text{ m}, 6 \text{ m})$. Se um membro da equipe lança a bola no lago, é imediatamente transferido para a Universidade Estadual da Flórida, a eterna rival. Que sequência de deslocamentos deve ser usada por um membro da equipe para evitar o lago?

4 A Eq. 3-2 mostra que a soma de dois vetores \vec{a} e \vec{b} é comutativa. Isso significa que a subtração é comutativa, ou seja, que $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$?

5 Quais dos sistemas de eixos da Fig. 3-23 são “sistemas de coordenadas dextrogiros”? Como de costume, a letra que identifica o eixo está no semieixo positivo.

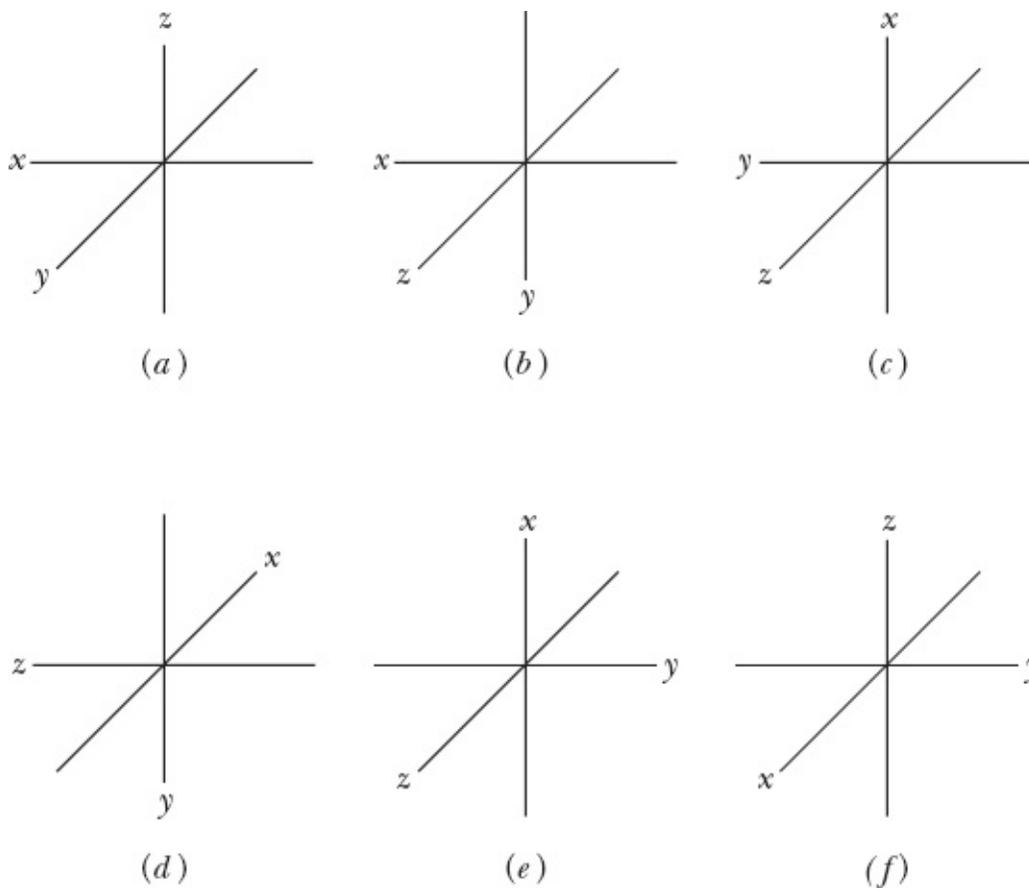


Figura 3-23 Pergunta 5.

6 Descreva dois vetores \vec{a} e \vec{b} tais que

(a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ e $a + b = c$;

(b) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$;

(c) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ e $a^2 + b^2 = c^2$.

7 Se $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + (-\vec{c})$, (a) $\vec{a} + (-\vec{d}) = \vec{c} + (-\vec{b})$, (b) $\vec{a} = (-\vec{b}) + \vec{d} + \vec{c}$ e (c) $\vec{c} + (-\vec{d}) = \vec{a} + \vec{b}$?

8 Se $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, \vec{b} e \vec{v} é necessariamente igual a \vec{c} ?

9 Se $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ e \vec{v} é perpendicular a \vec{B} , qual é a orientação de \vec{B} nas três situações mostradas na Fig. 3-24 se a constante q for (a) positiva e (b) negativa?

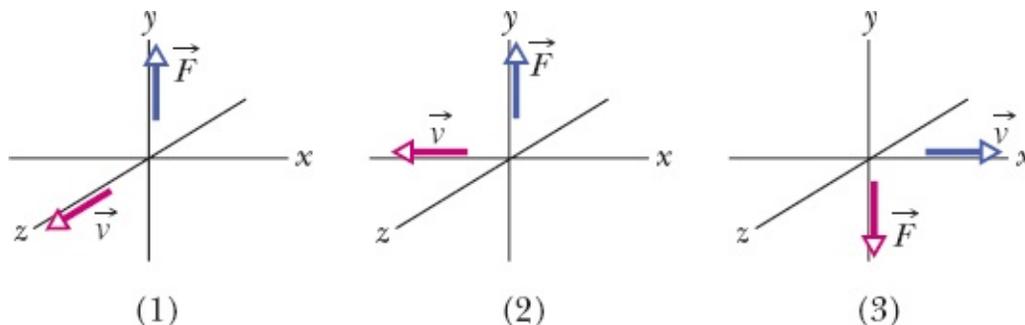


Figura 3-24 Pergunta 9.

10 A Fig. 3-25 mostra um vetor \vec{A} e outros quatro vetores de mesmo módulo e orientações diferentes. (a)

Quais dos outros quatro vetores têm o mesmo produto escalar com \vec{A} ? (b) Quais têm um produto escalar com \vec{A} negativo?

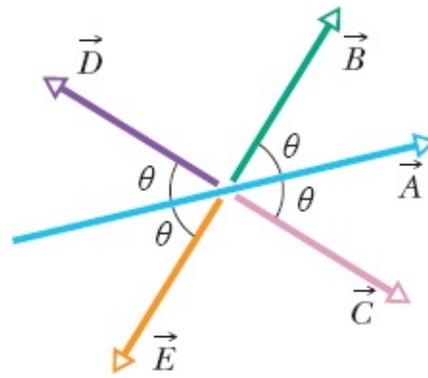


Figura 3-25 Pergunta 10.

11 Em um jogo disputado em um labirinto tridimensional, você precisa mover sua peça da *partida*, nas coordenadas (0, 0, 0), para a *chegada*, nas coordenadas (-2 cm, 4 cm, -4 cm). A peça pode sofrer apenas os deslocamentos (em centímetros) mostrados a seguir. Se, durante o trajeto, a peça parar nas coordenadas (-5 cm, -1 cm, -1 cm) ou (5 cm, 2 cm, -1 cm), você perde o jogo. Qual é a sequência de deslocamentos correta para levar a peça até a chegada?

$$\begin{aligned} \vec{p} &= -7\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} & \vec{r} &= 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \\ \vec{q} &= 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k} & \vec{s} &= 3\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k}. \end{aligned}$$

12 As componentes x e y de quatro vetores \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} e \vec{d} são dadas a seguir. Para quais desses vetores uma calculadora fornece o ângulo correto quando você usa a calculadora para determinar o ângulo θ da Eq. 3-6? Observe primeiro a Fig. 3-12 para chegar a uma resposta e depois use uma calculadora para verificar se sua resposta está correta.

$$\begin{array}{cccc} a_x = 3 & a_y = 3 & c_x = -3 & c_y = -3 \\ b_x = -3 & b_y = 3 & d_x = 3 & d_y = -3. \end{array}$$

13 Quais das expressões vetoriais a seguir estão corretas? O que está errado nas expressões incorretas?

- (a) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$
- (b) $\vec{A} \times (\vec{B} \cdot \vec{C})$
- (c) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$
- (d) $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$
- (e) $\vec{A} + (\vec{B} \cdot \vec{C})$
- (f) $\vec{A} + (\vec{B} \times \vec{C})$
- (g) $5 + \vec{A}$
- (h) $5 + (\vec{B} \cdot \vec{C})$
- (i) $5 + (\vec{B} \times \vec{C})$
- (j) $(\vec{A} \cdot \vec{B}) + (\vec{B} \cdot \vec{C})$

.- ... O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.

 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Módulo 3-1 Vetores e Suas Componentes

- 1 Quais são (a) a componente x e (b) a componente y de um vetor \vec{a} do plano xy que faz um ângulo de 250° no sentido anti-horário como o semieixo x positivo e tem um módulo de $7,3$ m?
- 2 Um vetor deslocamento \vec{r} no plano xy tem 15 m de comprimento e faz um ângulo $\theta = 30^\circ$ com o semieixo x positivo, como mostra a Fig. 3-26. Determine (a) a componente x e (b) a componente y do vetor.
- 3 A componente x do vetor \vec{A} é $-25,0$ m e a componente y é $+40,0$ m. (a) Qual é o módulo de \vec{A} ? (b) Qual é o ângulo entre a orientação de \vec{A} e o semieixo x positivo?

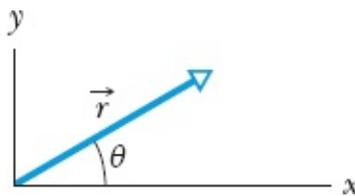


Figura 3-26 Problema 2.

- 4 Expresse os seguintes ângulos em radianos: (a) $20,0^\circ$; (b) $50,0^\circ$; (c) 100° . Converta os seguintes ângulos para graus: (d) $0,330$ rad; (e) $2,10$ rad; (f) $7,70$ rad.
- 5 O objetivo de um navio é chegar a um porto situado 120 km ao norte do ponto de partida, mas uma tempestade inesperada o leva para um local situado 100 km a leste do ponto de partida. (a) Que distância o navio deve percorrer e (b) que rumo deve tomar para chegar ao destino?
- 6 Na Fig. 3-27, uma máquina pesada é erguida com o auxílio de uma rampa que faz um ângulo $q = 20,0^\circ$ com a horizontal, na qual a máquina percorre uma distância $d = 12,5$ m. (a) Qual é a distância vertical percorrida pela máquina? (b) Qual é a distância horizontal percorrida pela máquina?

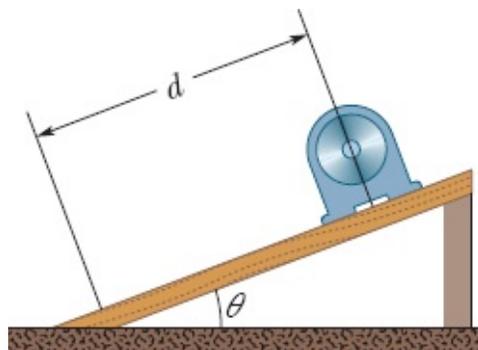


Figura 3-27 Problema 6.

- 7 Considere dois deslocamentos, um de módulo 3 m e outro de módulo 4 m. Mostre de que forma os vetores deslocamento podem ser combinados para que o módulo do deslocamento resultante seja (a) 7 m, (b) 1 m, (c) 5 m.

Módulo 3-2 Vetores Unitários; Soma de Vetores a partir das Componentes

- 8 Uma pessoa caminha da seguinte forma: 3,1 km para o norte, 2,4 km para oeste e 5,2 km para o sul. (a) Desenhe o diagrama vetorial que representa esse movimento. (b) Que distância e (c) em que direção voaria um pássaro em linha reta do mesmo ponto de partida ao mesmo ponto de chegada?

- 9 Dois vetores são dados por

$$\vec{a} = (4,0 \text{ m})\hat{i} - (3,0 \text{ m})\hat{j} + (1,0 \text{ m})\hat{k}$$

e

$$\vec{b} = (-1,0 \text{ m})\hat{i} + (1,0 \text{ m})\hat{j} + (4,0 \text{ m})\hat{k}.$$

Determine, na notação dos vetores unitários, (a) $\vec{a} + \vec{b}$; (b) $\vec{a} - \vec{b}$; (c) um terceiro vetor, \vec{c} , tal que $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = 0$.

- 10 Determine as componentes (a) x , (b) y e (c) z da soma \vec{r} dos deslocamentos \vec{c} e \vec{d} cujas componentes em metros em relação aos três eixos são $c_x = 7,4$, $c_y = -3,8$, $c_z = -6,1$, $d_x = 4,4$, $d_y = -2,0$, $d_z = 3,3$.

- 11 (a) Determine a soma $\vec{a} + \vec{b}$, na notação dos vetores unitários, para $\vec{a} = (4,0 \text{ m})\hat{i} + (3,0 \text{ m})\hat{j}$ e $\vec{b} = (13,0 \text{ m})\hat{i} + (7,0 \text{ m})\hat{j}$. Determine (b) o módulo e (c) a orientação de $\vec{a} + \vec{b}$.

- 12 Um carro viaja 50 km para leste, 30 km para o norte e 25 km em uma direção 30° a leste do norte. Desenhe o diagrama vetorial e determine (a) o módulo e (b) o ângulo do deslocamento do carro em relação ao ponto de partida.

- 13 Uma pessoa deseja chegar a um ponto que está a 3,40 km da localização atual, em uma direção $35,0^\circ$ ao norte do leste. As ruas por onde a pessoa pode passar são todas na direção norte-sul ou na direção leste-oeste. Qual é a menor distância que essa pessoa precisa percorrer para chegar ao destino?

- 14 Você deve executar quatro deslocamentos na superfície plana num deserto, começando na origem de um sistema de coordenadas xy e terminando nas coordenadas $(-140 \text{ m}, 30 \text{ m})$. As componentes dos deslocamentos são, sucessivamente, as seguintes, em metros: $(20, 60)$, $(b_x, -70)$, $(-20, c_y)$ e $(-60, -70)$. Determine (a) b_x e (b) c_y . Determine (c) o módulo e (d) o ângulo (em relação ao semieixo x positivo) do deslocamento total.

- 15 Os vetores \vec{a} e \vec{b} da Fig. 3-28 têm o mesmo módulo, 10,0 m, e os ângulos mostrados na figura são $q_1 = 30^\circ$ e $q_2 = 105^\circ$. Determine as componentes (a) x e (b) y da soma vetorial dos \vec{r} dois vetores, (c) o módulo de \vec{r} e (d) o ângulo que \vec{r} faz com o semieixo x positivo.

- 16 Para os vetores deslocamento $\vec{a} = (3,0 \text{ m})\hat{i} + (4,0 \text{ m})\hat{j}$ e $\vec{b} = (5,0 \text{ m})\hat{i} + (-2,0 \text{ m})\hat{j}$, determine $\vec{a} + \vec{b}$ (a) em termos de vetores unitários e em termos (b) do módulo e (c) do ângulo (em relação a \hat{i}). Determine $\vec{b} - \vec{a}$ (d) em termos de vetores unitários e em termos (e) do módulo e (f) do ângulo.

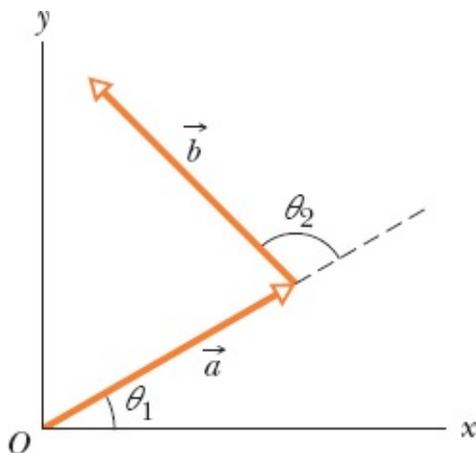


Figura 3-28 Problema 15.

•17 Três vetores, \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} , têm o mesmo módulo, 50 m, e estão em um plano xy . Os ângulos dos vetores em relação ao semieixo x positivo são 30° , 195° , e 315° , respectivamente. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo do vetor $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ e (c) o módulo e (d) o ângulo de $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. Determine (e) o módulo e (f) o ângulo de um quarto vetor, \vec{d} , tal que $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{d}) = 0$.

•18 Na soma $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$, o vetor \vec{A} tem um módulo de 12,0 m e faz um ângulo de $40,0^\circ$ no sentido anti-horário com o semieixo x positivo; o vetor \vec{C} tem um módulo de 15,0 m e faz um ângulo de $20,0^\circ$ no sentido anti-horário com o semieixo x negativo. Determine (a) o módulo de \vec{B} e (b) o ângulo de \vec{B} com o semieixo x positivo.

•19 Em um jogo de xadrez ao ar livre, no qual as peças ocupam o centro de quadrados com 1,00 m de lado, um cavalo é movido da seguinte forma: (1) dois quadrados para a frente e um quadrado para a direita; (2) dois quadrados para a esquerda e um quadrado para a frente; (3) dois quadrados para a frente e um quadrado para a esquerda. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação ao sentido “para a frente”) do deslocamento total do cavalo após a série de três movimentos.

•20  Um explorador polar foi surpreendido por uma nevasca, que reduziu a visibilidade a praticamente zero, quando retornava ao acampamento. Para chegar ao acampamento, ele deveria ter caminhado 5,6 km para o norte, mas, quando o tempo melhorou, percebeu que, na realidade, havia caminhado 7,8 km em uma direção 50° ao norte do leste. (a) Que distância e (b) em que sentido o explorador deve caminhar para voltar à base?

•21 Uma formiga, enlouquecida pelo sol em um dia quente, sai correndo em um plano xy . As componentes (x, y) de quatro corridas consecutivas em linha reta são as seguintes, todas em centímetros: $(30,0; 40,0)$, $(b_x; -70,0)$, $(-20,0; c_y)$, $(-80,0; -70,0)$. O deslocamento resultante das quatro corridas tem componentes $(-140; -20,0)$. Determine (a) b_x e (b) c_y . Determine (c) o módulo e (d) o ângulo (em relação ao semieixo x positivo) do deslocamento total.

•22 (a) Qual é a soma dos quatro vetores a seguir na notação dos vetores unitários? Para essa soma, quais são (b) o módulo, (c) o ângulo em graus, e (d) o ângulo em radianos?

$$\vec{E}: 6,00 \text{ m e } +0,900 \text{ rad} \quad \vec{F}: 5,00 \text{ m e } -75,0^\circ$$

$$\vec{G}: 4,00 \text{ m e } +1,20 \text{ rad} \quad \vec{H}: 6,00 \text{ m e } -210^\circ$$

••23 Se \vec{B} é somado a $\vec{C} = 3,0\hat{i} + 4,0\hat{j}$, o resultado é um vetor com a orientação do semieixo y positivo e um módulo igual ao de \vec{C} . Qual é o módulo de \vec{B} ?

••24 O vetor \vec{A} , paralelo ao eixo x , deve ser somado ao vetor \vec{B} , que tem um módulo de 7,0 m. A soma é um vetor paralelo ao eixo y , com um módulo 3 vezes maior que o de \vec{A} . Qual é o módulo de \vec{A} ?

••25 O oásis B está 25 km a leste do oásis A . Partindo do oásis A , um camelo percorre 24 km em uma direção 15° ao sul do leste e 8,0 km para o norte. A que distância o camelo está do oásis B ?

••26 Determine a soma dos quatro vetores a seguir (a) na notação dos vetores unitários e em termos (b) do módulo e (c) do ângulo.

$$\vec{A} = (2,00 \text{ m})\hat{i} + (3,00 \text{ m})\hat{j} \quad \vec{B}: 4,00 \text{ m, e } +65,0^\circ$$

$$\vec{C} = (-4,00 \text{ m})\hat{i} + (-6,00 \text{ m})\hat{j} \quad \vec{D}: 5,00 \text{ m, e } -235^\circ$$

••27 Se $\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = 5\vec{d}_3$, $\vec{d}_1 - \vec{d}_2 = 3\vec{d}_3$ e $\vec{d}_3 = 2\hat{i} + 4\hat{j}$, determine, na notação dos vetores unitários, (a) \vec{d}_1 (b) \vec{d}_2 .

••28 Dois besouros correm em um deserto plano, partindo do mesmo ponto. O besouro 1 corre 0,50 m para leste e 0,80 m em uma direção 30° ao norte do leste. O besouro 2 corre 1,6 m em uma direção 40° ao leste do norte e depois corre em outra direção. Quais devem ser (a) o módulo e (b) o sentido da segunda corrida do segundo besouro para que ele termine na mesma posição que o primeiro besouro?

••29  Para se orientarem, as formigas de jardim costumam criar uma rede de trilhas marcadas por feromônios. Partindo do formigueiro, cada uma dessas trilhas se bifurca repetidamente em duas trilhas que formam entre si um ângulo de 60° . Quando uma formiga perdida encontra uma trilha, ela pode saber em que direção fica o formigueiro ao chegar ao primeiro ponto de bifurcação. Se estiver se afastando do formigueiro, encontrará duas trilhas que formam ângulos pequenos com a direção em que estava se movendo, 30° para a esquerda e 30° para a direita. Se estiver se aproximando do formigueiro, encontrará apenas uma trilha com essa característica, 30° para a esquerda ou 30° para a direita. A Fig. 3-29 mostra uma rede de trilhas típica, com segmentos de reta de 2,0 cm de comprimento e bifurcações simétricas de 60° . Determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação ao semieixo x positivo) do deslocamento, até o formigueiro (encontre-o na figura), de uma formiga que entra na rede de trilhas no ponto A . Determine (c) o módulo e (d) o ângulo de uma formiga que entra na rede de trilhas no ponto B .

••30 São dados dois vetores:

$$\vec{a} = (4,0 \text{ m})\hat{i} - (3,0 \text{ m})\hat{j} \text{ e } \vec{b} = (6,0 \text{ m})\hat{i} + (8,0 \text{ m})\hat{j}.$$

Determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação a \hat{i}) de \vec{a} . Determine (c) o módulo e (d) o ângulo de \vec{b} . Determine (e) o módulo e (f) o ângulo de $\vec{a} + \vec{b}$; (g) o módulo e (h) o ângulo de $\vec{b} - \vec{a}$; (i) o módulo e (j)

o ângulo de $\vec{a} - \vec{b}$. (k) Determine o ângulo entre as direções de $\vec{b} - \vec{a}$ e $\vec{a} - \vec{b}$.

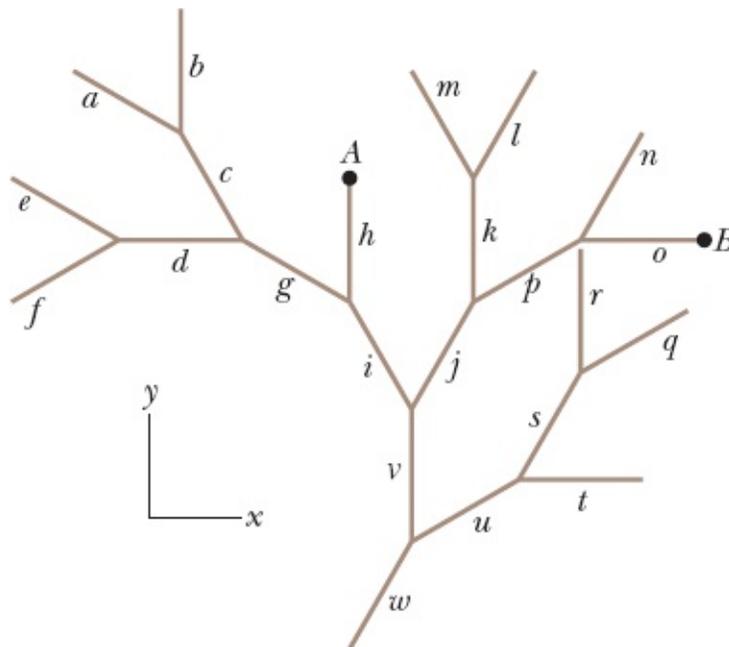


Figura 3-29 Problema 29.

••31 Na Fig. 3-30, um vetor \vec{a} com um módulo de 17,0 m faz um ângulo $\theta = 56,0^\circ$ no sentido anti-horário com o semieixo x positivo. Quais são as componentes (a) a_x e (b) a_y do vetor? Um segundo sistema de coordenadas está inclinado de um ângulo $\theta' = 18^\circ$ em relação ao primeiro. Quais são as componentes (c) a'_x e (d) a'_y neste novo sistema de coordenadas?

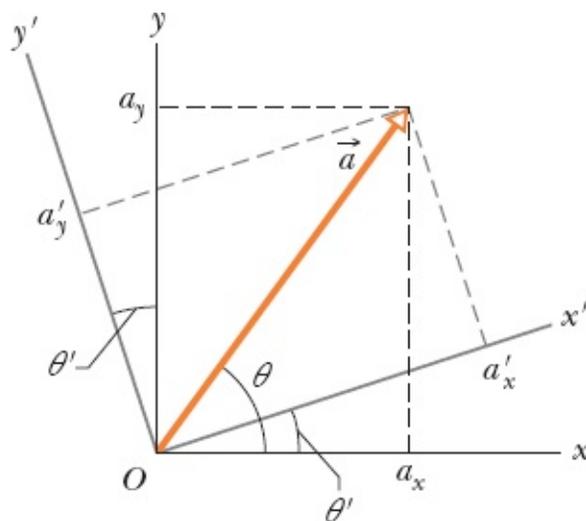


Figura 3-30 Problema 31.

••32 Na Fig. 3-31, um cubo, de aresta a , tem um dos vértices posicionado na origem de um sistema de coordenadas xyz . A diagonal do cubo é uma reta que vai de um vértice a outro do cubo, passando pelo centro. Na notação dos vetores unitários, qual é a diagonal do cubo que passa pelo vértice cujas coordenadas são (a) $(0, 0, 0)$, (b) $(a, 0, 0)$ (c) $(0, a, 0)$ e (d) $(a, a, 0)$? (e) Determine os ângulos que as diagonais do cubo fazem com as arestas vizinhas. (f) Determine o comprimento das diagonais do cubo em termos de a .

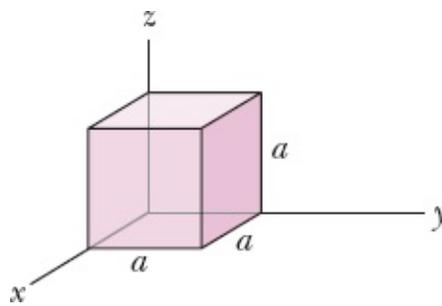


Figura 3-31 Problema 32.

Módulo 3-3 Multiplicação de Vetores

•33 Para os vetores da Fig. 3-32, com $a = 4$, $b = 3$ e $c = 5$, determine (a) o módulo e (b) a orientação de $\vec{a} \times \vec{b}$, (c) o módulo e (d) a orientação de $\vec{a} \times \vec{c}$ e (e) o módulo e (f) orientação de $\vec{b} \times \vec{c}$. (Embora exista, o eixo z não é mostrado na figura.)

•34 Dois vetores são dados por $\vec{a} = 3,0\hat{i} + 5,0\hat{j}$ e $\vec{b} = 2,0\hat{i} + 4,0\hat{j}$. Determine (a) $\vec{a} \times \vec{b}$, (b) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (c) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ e (d) a componente de \vec{a} em relação a \vec{b} . [Sugestão: Para resolver o item (d), considere a Eq. 3-20 e a Fig. 3-18.]

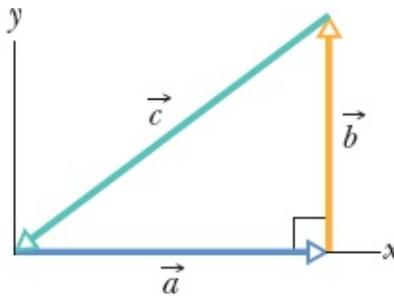


Figura 3-32 Problemas 33 e 54.

•35 Dois vetores, \vec{r} e \vec{s} , estão no plano xy . Os módulos dos vetores são 4,50 unidades e 7,30 unidades, respectivamente, e eles estão orientados a 320° e $85,0^\circ$, respectivamente, no sentido anti-horário em relação ao semieixo x positivo. Quais são os valores de (a) $\vec{r} \cdot \vec{s}$ e (b) $\vec{r} \times \vec{s}$?

•36 Se $\vec{d}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ e $\vec{d}_2 = -5\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, determine $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot (\vec{d}_1 \times 4\vec{d}_2)$.

•37 Três vetores são dados por $\vec{a} = 3,0\hat{i} + 3,0\hat{j} - 2,0\hat{k}$, $\vec{b} = -1,0\hat{i} - 4,0\hat{j} + 2,0\hat{k}$ e $\vec{c} = 2,0\hat{i} + 2,0\hat{j} + 1,0\hat{k}$. Determine (a) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$, (b) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ e (c) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$.

••38 Determine para os três vetores a seguir.

$$\vec{A} = 2,00\hat{i} + 3,00\hat{j} - 4,00\hat{k}$$

$$\vec{B} = -3,00\hat{i} + 4,00\hat{j} + 2,00\hat{k} \quad \vec{C} = 7,00\hat{i} - 8,00\hat{j}$$

••39 O módulo do vetor \vec{A} é 6,00 unidades, o módulo do vetor \vec{B} é 7,00 unidades e $\vec{A} \cdot \vec{B} = 14,0$. Qual é o ângulo entre \vec{A} e \vec{B} ?

••40 O deslocamento \vec{d}_1 está no plano yz , faz um ângulo de $63,0^\circ$ com o semieixo y positivo, tem uma componente z positiva e tem um módulo de 4,50 m. O deslocamento \vec{d}_2 está no plano xz , faz um ângulo de

$30,0^\circ$ com o semieixo x positivo, tem uma componente z positiva e tem um módulo de $1,40$ m. Determine (a) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$; (b) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ e (c) o ângulo entre \vec{d}_1 e \vec{d}_2 .

••41 Use a definição de produto escalar, $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$ e o fato de que $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ para calcular o ângulo entre os vetores $\vec{a} = 3,0\hat{i} + 3,0\hat{j} + 3,0\hat{k}$ e $\vec{b} = 2,0\hat{i} + 1,0\hat{j} + 3,0\hat{k}$.

••42 Em um encontro de mímicos, o mímico 1 se desloca de $\vec{d}_1 = (4,0 \text{ m})\hat{i} + (5,0 \text{ m})\hat{j}$ e o mímico 2 se desloca de $\vec{d}_2 = (-3,0 \text{ m})\hat{i} + (4,0 \text{ m})\hat{j}$. Determine (a) $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$, (b) $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$, (c) $(\vec{d}_1 + \vec{d}_2) \cdot \vec{d}_2$ e (d) a componente de \vec{d}_1 em relação a \vec{d}_2 . [Sugestão: Para resolver o item (d), veja a Eq. 3-20 e a Fig. 3-18].

••43 Os três vetores na Fig. 3-33 têm módulos $a = 3,00$ m, $b = 4,00$ m e $c = 10,0$ m; $\theta = 30,0^\circ$. Determine (a) a componente x e (b) a componente y de \vec{a} ; (c) a componente x e (d) a componente y de \vec{b} ; (e) a componente x e (f) a componente y de \vec{c} . Se $\vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b}$, quais são os valores de (g) p e (h) q ?

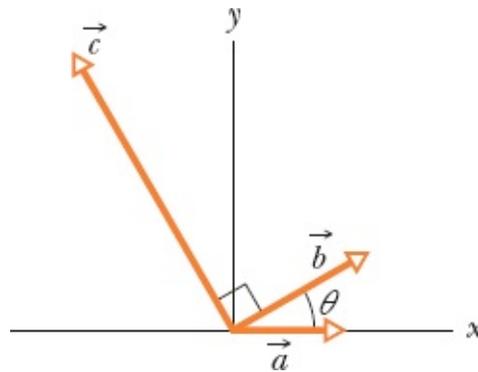


Figura 3-33 Problema 43.

••44 No produto $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, faça $q = 2$,

$$\vec{v} = 2,0\hat{i} + 4,0\hat{j} + 6,0\hat{k} \quad \text{e} \quad \vec{F} = 4,0\hat{i} - 20\hat{j} + 12\hat{k}.$$

Determine \vec{B} , na notação dos vetores unitários, para $B_x = B_y$.

Problemas Adicionais

45 Os vetores \vec{A} e \vec{B} estão no plano xy . \vec{A} tem módulo $8,00$ e ângulo 130° ; \vec{B} tem componentes $B_x = -7,72$ e $B_y = -9,20$. (a) Determine $5\vec{A} \cdot \vec{B}$. Determine $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ (b) na notação dos vetores unitários e (c) na notação módulo-ângulo em coordenadas esféricas (veja a Fig. 3-34). (d) Determine o ângulo entre os vetores \vec{A} e $4\vec{A} \times 3\vec{B}$ (Sugestão: Pense um pouco antes de iniciar os cálculos.) Determine $+3,0\hat{k}$ (e) na notação dos vetores unitários e (f) na notação módulo-ângulo em coordenadas esféricas.

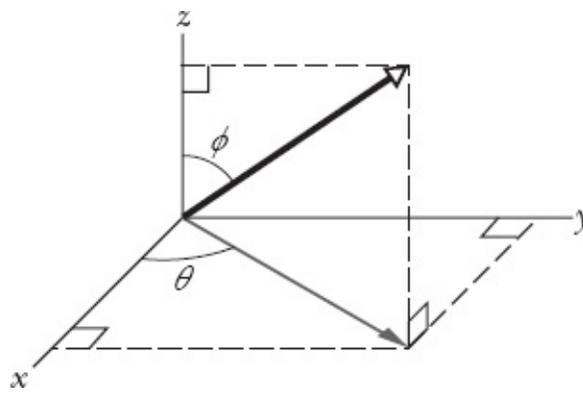


Figura 3-34 Problema 45.

46 O vetor \vec{a} tem módulo 5,0 m e aponta para leste. O vetor \vec{b} tem módulo 4,0 m e aponta na direção 35° a oeste do norte. Determine (a) o módulo e (b) a orientação do vetor $\vec{a} + \vec{b}$. Determine (c) o módulo e (d) a orientação do vetor $\vec{b} - \vec{a}$. (e) Desenhe os diagramas vetoriais correspondentes às duas combinações de vetores.

47 Os vetores \vec{A} e \vec{B} estão no plano xy . \vec{A} tem módulo 8,00 e ângulo 130° ; \vec{B} tem componentes $B_x = -7,72$ e $B_y = -9,20$. Determine o ângulo entre o semieixo y negativo e (a) o vetor \vec{A} , (b) o vetor $\vec{A} \times \vec{B}$ e (c) o vetor $\vec{A} \times (\vec{B} + 3,00\hat{k})$.

48 Dois vetores \vec{a} e \vec{b} têm componentes, em metros, $a_x = 3,2$, $a_y = 1,6$, $b_x = 0,50$ e $b_y = 4,5$. (a) Determine o ângulo entre \vec{a} e \vec{b} . Existem dois vetores no plano xy que são perpendiculares a \vec{a} e têm um módulo de 5,0 m. Um, o vetor \vec{c} , tem uma componente x positiva; o outro, o vetor \vec{d} , tem uma componente x negativa. Determine (b) a componente x e (c) a componente y de \vec{c} ; (d) a componente x e (e) a componente y de \vec{d} .

49 Um barco a vela parte do lado norte-americano do lago Erie para um ponto no lado canadense, 90,0 km ao norte. O navegante, contudo, termina 50,0 km a leste do ponto de partida. (a) Que distância e (b) em que direção deve navegar para chegar ao ponto desejado?

50 O vetor \vec{d}_1 é paralelo ao semieixo y negativo e \vec{d}_2 é paralelo ao semieixo x positivo. Determine a orientação (a) de $\vec{d}_2/4$ e (b) de $-\vec{d}_1/4$. Determine o módulo (c) de $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ e (d) de $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2/4)$. Determine a orientação (e) do vetor $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ e (f) do vetor $\vec{d}_2 \times \vec{d}_1$. Determine o módulo (g) de $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ e (h) de $\vec{d}_2 \times \vec{d}_1$. Determine (i) o módulo e (j) a orientação de $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2/4)$.

51 Uma *falha geológica* é uma ruptura ao longo da qual faces opostas de uma rocha deslizaram uma em relação à outra. Na Fig. 3-35, os pontos A e B coincidiam antes de a rocha em primeiro plano deslizar para a direita. O deslocamento total \vec{AB} está no plano da falha. A componente horizontal de \vec{AB} é o *rejeito horizontal* AC . A componente de \vec{AB} dirigida para baixo no plano da falha é o *rejeito de mergulho* AD . (a) Qual é o módulo do deslocamento total \vec{AB} se o rejeito horizontal é 22,0 m e o rejeito de mergulho é 17,0 m? (b) Se o plano da falha faz um ângulo $\phi = 52,0^\circ$ com a horizontal, qual é a componente vertical de \vec{AB} ?

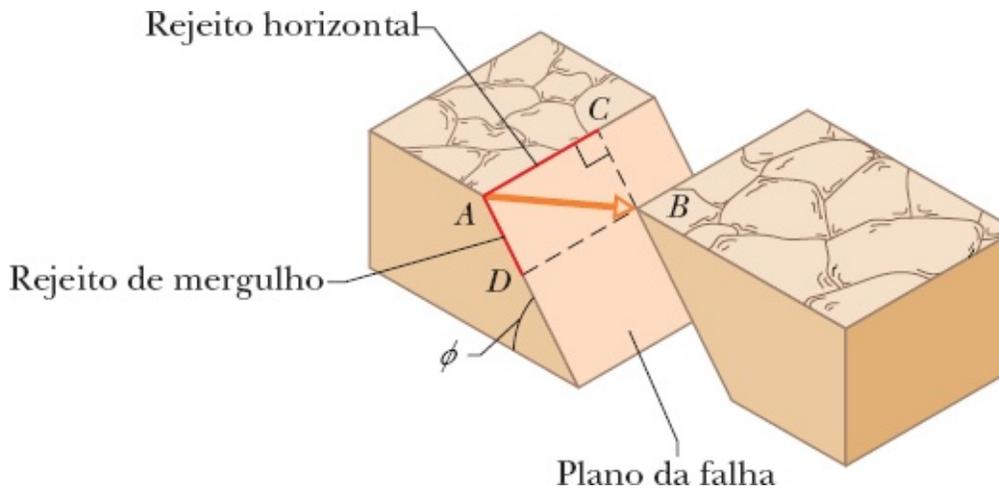


Figura 3-35 Problema 51.

52 São dados três deslocamentos em metros: $\vec{d}_1 = 4,0\hat{i} + 5,0\hat{j} - 6,0\hat{k}$, $\vec{d}_2 = -1,0\hat{i} + 2,0\hat{j} + 3,0\hat{k}$ e $\vec{d}_3 = 4,0\hat{i} + 3,0\hat{j} + 2,0\hat{k}$. (a) Determine $\vec{r} = \vec{d}_1 - \vec{d}_2 + \vec{d}_3$. (b) Determine o ângulo entre \vec{r} e o semieixo z positivo. (c) Determine a componente de \vec{d}_1 em relação a \vec{d}_2 . (d) Qual é a componente de \vec{d}_1 que é perpendicular a \vec{d}_2 e está no plano de \vec{d}_1 e \vec{d}_2 ? [Sugestão: Para resolver o item (c), considere a Eq. 3-20 e a Fig. 3-18; para resolver o item (d), considere a Eq. 3-27.]

53 Um vetor \vec{a} de módulo 10 unidades e um vetor \vec{b} de módulo 6,0 unidades fazem um ângulo de 60° . Determine (a) o produto escalar dos dois vetores e (b) o módulo do produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b}$.

54 Para os vetores da Fig. 3-32, com $a = 4$, $b = 3$ e $c = 5$, calcule (a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (b) $\vec{a} \cdot \vec{c}$ e (c) $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

55 Uma partícula sofre três deslocamentos sucessivos em um plano: \vec{d}_1 , 4,00 m para sudoeste, \vec{d}_2 , 5,00 m para leste, e \vec{d}_3 , 6,00 m em uma direção $60,0^\circ$ ao norte do leste. Use um sistema de coordenadas com o eixo y apontando para o norte e o eixo x apontando para leste. Determine (a) a componente x e (b) a componente y de \vec{d}_1 . Determine (c) a componente x e (d) a componente y de \vec{d}_2 . Determine (e) a componente x e (f) a componente y de \vec{d}_3 . Considere o deslocamento *total* da partícula após os três deslocamentos. Determine (g) a componente x, (h) a componente y, (i) o módulo e (j) a orientação do deslocamento total. Para que a partícula volte ao ponto de partida (k) que distância deve percorrer e (l) em que direção deve se deslocar?

56 Determine a soma dos quatro vetores a seguir (a) em termos dos vetores unitários e em termos (b) do módulo e (c) do ângulo em relação ao semieixo x positivo.

\vec{P} : 10,0 m, $25,0^\circ$ no sentido anti-horário em relação a +x

\vec{Q} : 12,0 m, $10,0^\circ$ no sentido anti-horário em relação a +y

\vec{R} : 8,00 m, $20,0^\circ$ no sentido horário em relação a -y

\vec{S} : 9,00 m, $40,0^\circ$ no sentido anti-horário em relação a -y

57 Se \vec{B} é somado a \vec{A} , o resultado é $6,0\hat{i} + 1,0\hat{j}$. Se \vec{B} é subtraído de \vec{A} , o resultado é $-4,0\hat{i} + 7,0\hat{j}$. Qual é o módulo de \vec{A} ?

58 Um vetor \vec{d} tem módulo 2,5 m e aponta para o norte. Determine (a) o módulo e (b) a orientação de $4,0\vec{d}$. Determine (c) o módulo e (d) a orientação de $-3,0\vec{d}$.

59 O vetor \vec{A} tem um módulo de 12,0 m e faz um ângulo de $60,0^\circ$ no sentido anti-horário com o semieixo x positivo de um sistema de coordenadas xy . O vetor \vec{B} é dado por $(12,0 \text{ m})\hat{i} + (8,00 \text{ m})\hat{j}$ no mesmo sistema de coordenadas. O sistema de coordenadas sofre uma rotação de $20,0^\circ$ no sentido anti-horário em torno da origem para formar um sistema $x'y'$. Determine os vetores (a) \vec{A} e (b) \vec{B} na notação dos vetores unitários do novo sistema.

60 Se $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{c}$, $\vec{a} + \vec{b} = 4\vec{c}$ e $\vec{c} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$, determine (a) \vec{a} e (b) \vec{b} .

61 (a) Determine, na notação dos vetores unitários, $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ para $\vec{a} = 5,0\hat{i} + 4,0\hat{j} - 6,0\hat{k}$, $\vec{b} = -2,0\hat{i} + 2,0\hat{j} + 3,0\hat{k}$ e $\vec{c} = 4,0\hat{i} + 3,0\hat{j} + 2,0\hat{k}$. (b) Calcule o ângulo entre \vec{r} e o semieixo z positivo. (c) Determine a componente de \vec{a} em relação a \vec{b} . (d) Determine a componente de \vec{a} em uma direção perpendicular a \vec{b} , no plano definido por \vec{a} e \vec{b} . [Sugestão: Para resolver o item (c), veja a Eq. 3-20 e a Fig. 3-18; para resolver o item (d), veja a Eq. 3-27.]

62 Um jogador de golfe precisa de três tacadas para colocar a bola no buraco. A primeira tacada lança a bola 3,66 m para o norte, a segunda 1,83 m para sudeste e a terceira 0,91 m para sudoeste. Determine (a) o módulo e (b) a direção do deslocamento necessário para colocar a bola no buraco na primeira tacada.

63 São dados três vetores em metros:

$$\vec{d}_1 = -3,0\hat{i} + 3,0\hat{j} + 2,0\hat{k}$$

$$\vec{d}_2 = -2,0\hat{i} - 4,0\hat{j} + 2,0\hat{k}$$

$$\vec{d}_3 = 2,0\hat{i} + 3,0\hat{j} + 1,0\hat{k}.$$

Determine (a) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$, (b) $\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 \times \vec{d}_3)$ e (c) $\vec{d}_1 \times (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$.

64 As dimensões de uma sala são 3,00 m (altura) \times 3,70 m \times 4,30 m. Uma mosca parte de um canto da sala e pousa em um canto diagonalmente oposto. (a) Qual é o módulo do deslocamento da mosca? (b) A distância percorrida pode ser menor que este valor? (c) Pode ser maior? (d) Pode ser igual? (e) Escolha um sistema de coordenadas apropriado e expresse as componentes do vetor deslocamento na notação dos vetores unitários. (f) Se a mosca caminhar, em vez de voar, qual é o comprimento do caminho mais curto para o outro canto? (Sugestão: O problema pode ser resolvido sem fazer cálculos complicados. A sala é como uma caixa; desdobre as paredes para representá-las em um mesmo plano antes de procurar uma solução.)

65 Um manifestante com placa de protesto parte da origem de um sistema de coordenadas xyz , com o plano xy na horizontal. Ele se desloca 40 m no sentido negativo do eixo x , faz uma curva de noventa graus à esquerda, caminha mais 20 m e sobe até o alto de uma torre com 25 m de altura. (a) Na notação dos vetores unitários, qual é o deslocamento da placa do início ao fim? (b) O manifestante deixa cair a placa, que vai parar na base da torre. Qual é o módulo do deslocamento total, do início até esse novo fim?

66 Considere um vetor \vec{a} no sentido positivo do eixo x , um vetor \vec{b} no sentido positivo do eixo y , e um escalar d . Qual é a orientação do vetor \vec{b}/d (a) se d for positivo e (b) se d for negativo? (c) Qual é o valor absoluto de $\vec{a} \cdot \vec{b}$? (d) Qual é o valor absoluto de $\vec{a} \cdot \vec{b}/d$? (e) Qual é a orientação do vetor $\vec{a} \times \vec{b}$? (f) Qual é a orientação do vetor $\vec{b} \times \vec{a}$? (g) Qual é o módulo do vetor $\vec{a} \times \vec{b}$? (h) Qual é o módulo do vetor $\vec{b} \times \vec{a}$? Supondo que d seja positivo, (i) qual é o módulo do vetor $\vec{a} \times \vec{b}/d$? (j) Qual é a orientação do vetor $\vec{a} \times \vec{b}/d$?

67 Suponha que o vetor unitário \hat{i} aponta para leste, o vetor unitário \hat{j} aponta para o norte e o vetor unitário \hat{k} aponta para cima. Quanto valem os produtos (a) $\hat{i} \cdot \hat{k}$, (b) $(-\hat{k}) \cdot (-\hat{j})$ e (c) $\hat{j} \cdot (-\hat{j})$? Quais são as orientações (como, por exemplo, para leste ou para baixo) dos produtos (d) $\hat{k} \times \hat{j}$, (e) $(-\hat{i}) \times (-\hat{j})$ e (f) $(-\hat{k}) \times (-\hat{j})$?

68 Um banco no centro de Boston é assaltado (veja o mapa da Fig. 3-36). Os bandidos fogem de helicóptero e, tentando despistar a polícia, fazem três voos em sequência, descritos pelos seguintes deslocamentos: 32 km, 45° ao sul do leste; 53 km, 26° ao norte do oeste; 26 km, 18° a leste do sul. No final do terceiro voo, são capturados. Em que cidade os bandidos foram presos?

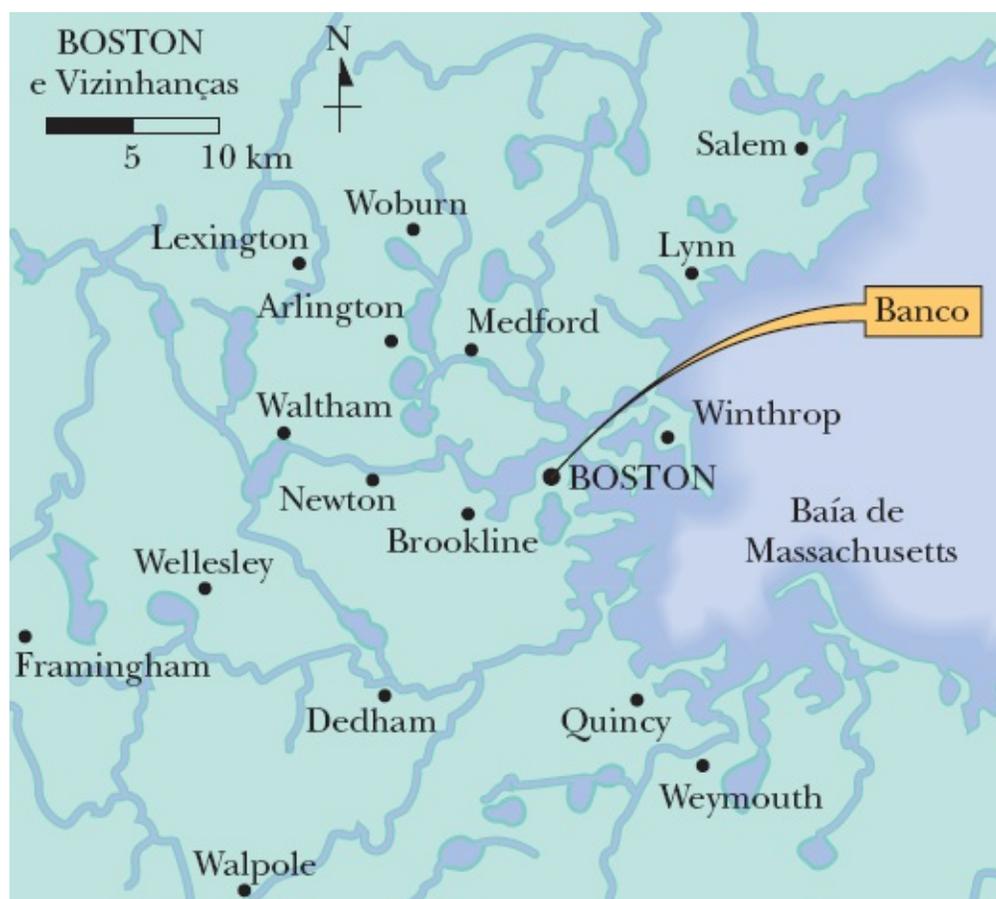


Figura 3-36 Problema 68.

69 Uma roda com um raio de 45,0 cm rola, sem escorregar, em um piso horizontal (Fig. 3-37). No instante t_1 , o ponto P pintado na borda da roda está no ponto de contato entre a roda e o piso. Em um instante posterior t_2 , a roda descreveu meia revolução. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação ao piso) do deslocamento do ponto P .

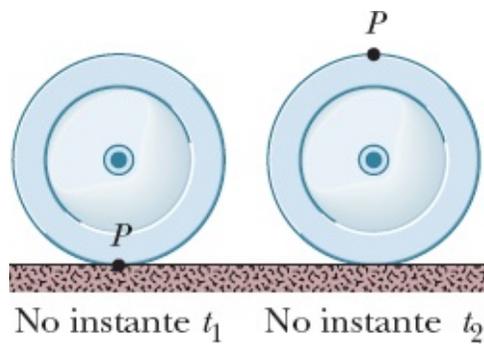


Figura 3-37 Problema 69.

70 Uma mulher caminha 250 m na direção 30° a leste do norte e, em seguida, caminha 175 m na direção leste. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo do deslocamento total da mulher em relação ao ponto de partida. (c) Determine a distância total percorrida. (d) Qual é maior, a distância percorrida ou o módulo do deslocamento?

71 Um vetor \vec{d} tem um módulo de 3,0 m e aponta para o sul. Determine (a) o módulo e (b) a orientação do vetor $5,0\vec{d}$. Determine (c) o módulo e (d) a orientação do vetor $-2,0\vec{d}$.

72 Uma formiga-de-fogo, em busca de molho picante em uma área de piquenique, executa três deslocamentos sucessivos no nível do solo: \vec{d}_1 , de 0,40 m para sudoeste (ou seja, 45° entre sul e oeste), \vec{d}_2 , de 0,50 m para leste, e \vec{d}_3 , de 0,60 m em uma direção 60° ao norte do leste. Suponha que o sentido positivo do eixo x aponte para leste e o sentido positivo do eixo y aponte para o norte. Quais são (a) a componente x e (b) a componente y de \vec{d}_1 ? Quais são (c) a componente x e (d) a componente y de \vec{d}_2 ? Quais são (e) a componente x e (f) a componente y de \vec{d}_3 ?

Quais são (g) a componente x e (h) a componente y , (i) o módulo e (j) o sentido do deslocamento total da formiga? Para a formiga voltar diretamente ao ponto de partida, (k) que distância ela deve percorrer e (l) em que direção deve se mover?

73 Dois vetores são dados por $\vec{a} = 3,0\hat{i} + 5,0\hat{j}$ e $\vec{b} = 2,0\hat{i} + 4,0\hat{j}$. Determine (a) $\vec{a} \times \vec{b}$, (b) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (c) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ e (d) a componente de \vec{a} em relação a \vec{b} .

74 O vetor \vec{a} está no plano yz , faz um ângulo de $63,0^\circ$ com o semieixo y positivo, tem uma componente z positiva e tem um módulo de 3,20 unidades. O vetor \vec{b} está no plano xz , faz um ângulo de $48,0^\circ$ com o semieixo x positivo, tem uma componente z positiva e tem um módulo de 1,40 unidade. Determine (a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$, (b) $\vec{a} \times \vec{b}$ e (c) o ângulo entre \vec{a} e \vec{b} .

75 Determine (a) o produto vetorial de “norte” e “oeste”, (b) o produto escalar de “para baixo” e “sul”, (c) o produto vetorial de “leste” e “para cima”, (d) o produto escalar de “oeste” e “oeste” e (e) o produto vetorial de “sul” e “sul”. Suponha que todos os vetores têm módulo unitário.

76 Um vetor \vec{B} , cujo módulo é 8,0 m, é somado a um vetor \vec{A} , que coincide com o eixo x . A soma dos dois vetores é um vetor que coincide com o eixo y e cujo módulo é duas vezes maior que o módulo de \vec{A} . Qual é o módulo de \vec{A} ?

77 Um homem sai para passear, partindo da origem de um sistema de coordenadas xyz , com o plano xy horizontal e o eixo x apontando para leste. Carregando uma moeda falsa no bolso, ele caminha 1300 m para leste, caminha mais 2200 m para o norte e deixa cair a moeda do alto de um penhasco com 410 m de altura. (a) Qual é o deslocamento da moeda, na notação dos vetores unitários, do ponto de partida até o ponto em que ela chega ao solo? (b) Qual é o módulo do deslocamento do homem no percurso de volta ao ponto de partida?

78 Qual é o módulo de $\vec{a} \times \vec{b}$ ($\vec{b} \times \vec{a}$) se $a = 3,90$, $b = 2,70$ e o ângulo entre os dois vetores é $63,0^\circ$?

79 Na Fig. 3-38, o módulo de \vec{a} é 4,3, o módulo de \vec{b} é 5,4 e $\phi = 46^\circ$. Calcule a área do triângulo formado pelos vetores e a diagonal do paralelogramo.

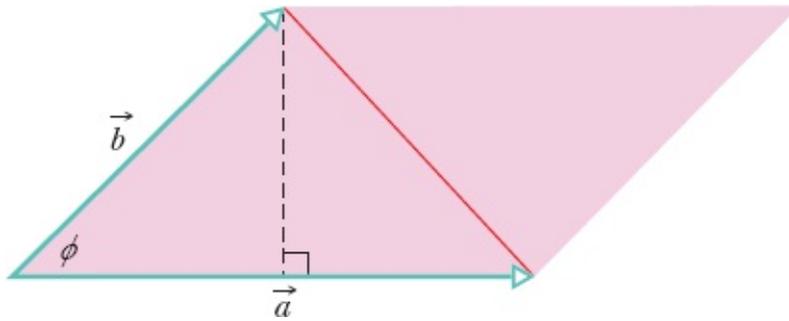


Figura 3-38 Problema 79.