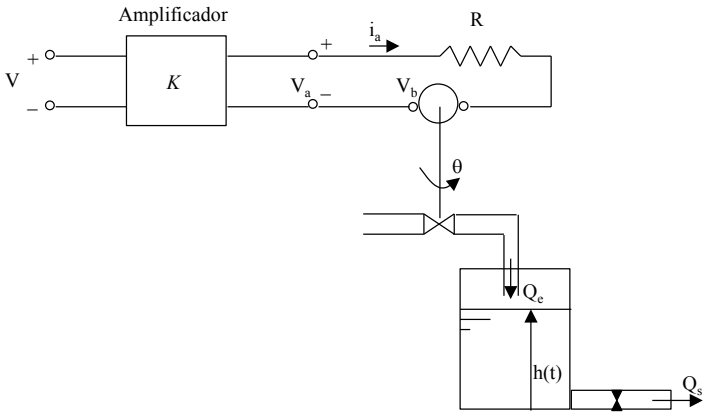
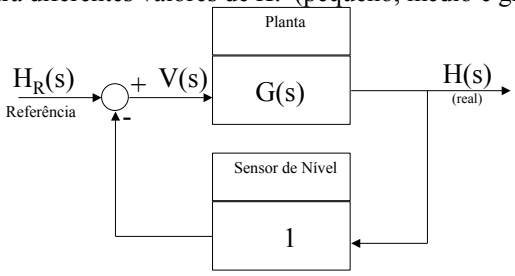
1 Questão

(3,0 pontos) O sistema abaixo possui um motor CC controlado pela corrente de armadura i_a que gira um eixo e abre uma válvula. A indutância do motor CC é desprezível, isto é, L_a=0. Igualmente, o atrito de rotação do eixo do motor e da válvula é desprezível, isto é, b=0. A força contra-eletromotriz é proporcional à rotação $\dot{\theta}$ (isto é, $V_b = K_b\dot{\theta}$) e o torque elétrico é proporcional à corrente de armadura ($T_e = K_a i_a$). A inércia da válvula e da árvore do motor é J. Existe ainda um amplificador de entrada, com amplificação K. A vazão de saída de água pelo reservatório é $Q_s = K_R h$ e a de entrada é proporcional à abertura da válvula ($Q_e = K_v\theta$). A área seccional do reservatório é A.



a) (Valor 1,0) obtenha a função de transferência G(s)=H(s)/V(s)
b) (Valor 1,0) Usando um diagrama do lugar das raízes esquemático, ilustre a estabilidade do sistema em malha fechado abaixo para diferentes valores de K. (pequeno, médio e grande)



c) (Valor 1,0) Esboce a resposta temporal para entrada H_R degrau em cada um dos três casos analisados no item b.

a) $V_a = K \cdot V$

elétrica $V_a = i_a \cdot R + V_b$

$V_a = i_a \cdot R + K_b \dot{\theta}$

$K V = i_a \cdot R + K_b \dot{\theta} \Rightarrow i_a = \dfrac{K V - K_b \dot{\theta}}{R}$

mecânica / rotacional $J \cdot \ddot{\theta} = K_a \cdot i_a$

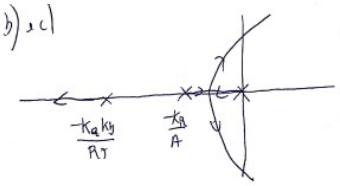
$J \cdot \ddot{\theta} = \dfrac{K_a}{R} \cdot (K V - K_b \dot{\theta}) \Rightarrow \left(J s^2 + \dfrac{K_b \cdot K_a}{R} s \right) \theta(s) = \dfrac{K_a K}{R} V_b$

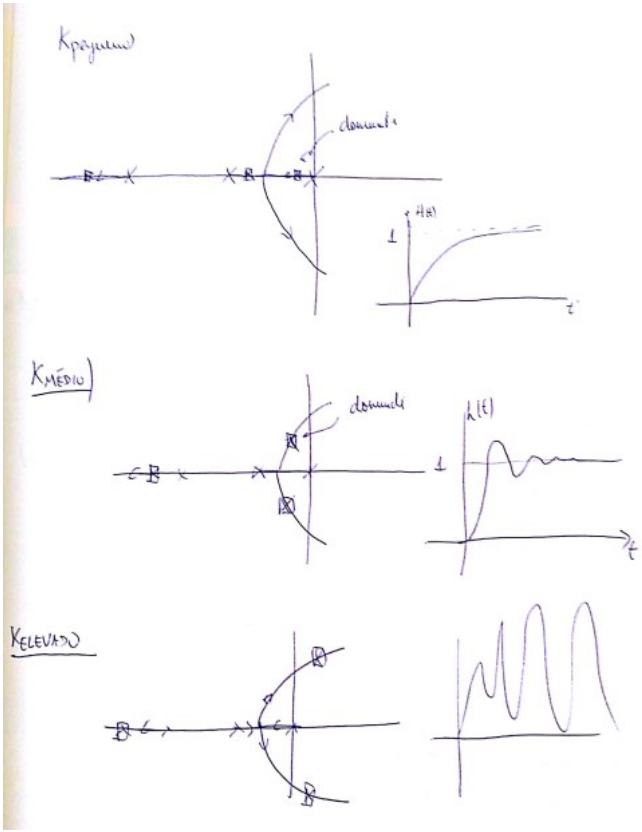
Tanque $A \cdot \dot{h} = K_v \cdot \theta - K_R \cdot h$

$(A \cdot s + K_R) H(s) = K_v \cdot \theta(s) = \dfrac{K_v K_a K}{R} \cdot \dfrac{1}{J s^2 + \frac{K_b K_a}{R} s} \cdot V(s)$

$\dfrac{H(s)}{V(s)} = \dfrac{\frac{K_a K_v K}{R}}{(A s + K_R)\left(J s^2 + \frac{K_b K_a}{R} s \right)}$

b) e c)





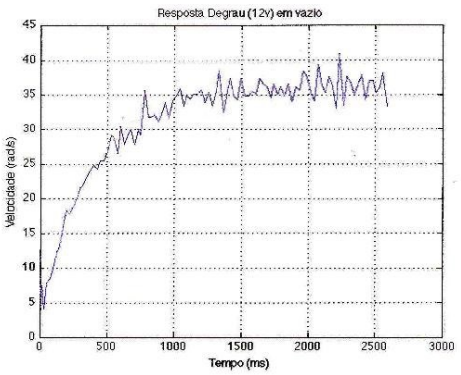
2 Questão

2) (3,5 pontos) Esta questão versa sobre o projeto de um sistema de controle para um moto-redutor DC de 12V, dotado de um encoder. A figura (a) abaixo ilustra o motor com uma roda montada em seu eixo. A figura (b) contém o resultado do ensaio de entrada em degrau (12V) aplicado em t=0s. A velocidade foi obtida a partir de um sistema de aquisição de dados.

a) (Valor 1,0) Assumindo a simplificação de que a função de transferência do sistema seja da forma $\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{K}{s(Ts+1)}$, sendo $\Theta(s)$ o ângulo (em rad) do eixo de saída do moto-redutor e $V(s)$ a tensão aplicada, obtenha os parâmetros K e T. Justifique todos os passos e hipóteses.

A partir deste item, independentemente de ter ou não resolvido o item (a), assuma $\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{2,9}{s(0,3s+1)}$

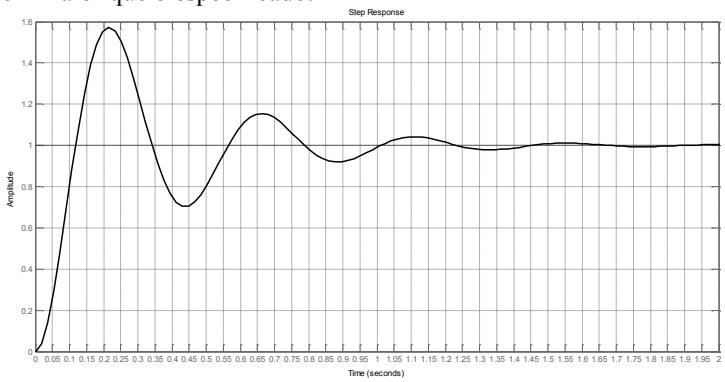
(a)



(b)

b) (Valor 1,0) Projete um controlador PD da forma $K_P(1 + T_D s)$ considerando que o sistema deverá possuir, em malha fechada, tempo de estabilização 2% menor que 0,5s e sobressinal menor que 10%. Dica: Utilize o diagrama de polos e zeros e a técnica de lugar das raízes, notando que o controlador apenas introduz um zero ao sistema em malha aberta.

c) (Valor 1,5) O controlador foi implementado com um tempo de amostragem muito rápido (da ordem de 1ms) de forma a garantir que a amostragem e digitalização não influíssem a resposta em malha fechada. Ao testar o servomotor a uma entrada na referência em degrau, obteve-se a resposta abaixo, com sobressinal bem maior que o especificado.



A causa disso é creditada à existência de uma dinâmica elétrica (devido à indutância do motor) desprezada na fase de modelagem e projeto do controlador, do tipo $\frac{1}{T_E s+1}$. A partir do gráfico acima, estime o valor da constante de tempo elétrica T_E.

GABARITO

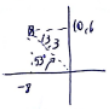
1) a) $\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K}{\tau s+1}$ com $K = \frac{35\ rad/s}{12V} = 2,9\ rad/V$

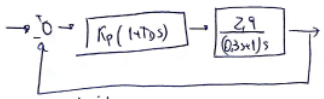
$\Omega(\tau) = 0,632 \times 35 = 22,2\ rad/s \Rightarrow$ pelo gráfico $\tau = 0,3s$ (300ms)

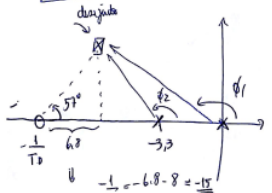
$\Rightarrow \frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{2,9}{s(0,3s+1)}$ integrador

b) $t_s = 0,5s$, $M_p \leq 10\%$ $\Rightarrow \frac{4}{\zeta\omega_n} = 0,5 \Rightarrow \zeta\omega_n = 8$

$\exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = 0,1 \Rightarrow \zeta = 0,6$ polos desejados $= -8 \pm 10,6j$







$\phi_1 = 123°$ cond. fase
$\phi_2 = 114°$
$\Rightarrow -\phi_1 - \phi_2 + \theta = -180°$
$\theta = 57°$

$-\frac{1}{T_D} = -6,8 - 8 = -15$

$T_D = 0,067s \Rightarrow PD = K_p(1+0,067s)$

cond. modulo

$\left|K_p(1+0,067s)\cdot\frac{2,9}{(0,3s+1)s}\right|_{s=-8\pm10,6j} = 1 \Rightarrow K_p = 18,75$

Scanned by CamScanner

c) LR do projeto

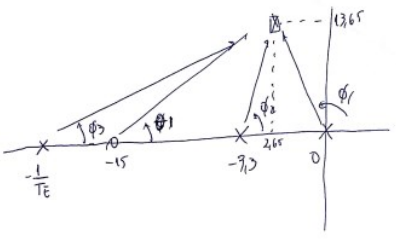
LR considerando pólo elétrico

O pólo elétrico causa um deslocamento do pólo em malha fechada.

Pelo gráfico da resposta temporal ao degrau:

$M_p \simeq 55\%$ $\Rightarrow \zeta = 0,2 \Rightarrow$ polo dominante $= -2,65 \pm 13,69j$

$T_m \simeq 0,65 - 0,2 = 0,45s$ $\omega_n = 13,92$



$\phi_1 = 101°$
$\phi_2 = 87° \Rightarrow \phi_3 = 39°$
$\theta_1 = 47°$

Obtém-se a posição do pólo elétrico

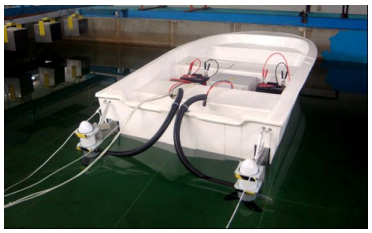
$\frac{1}{T_E} = 19,5$

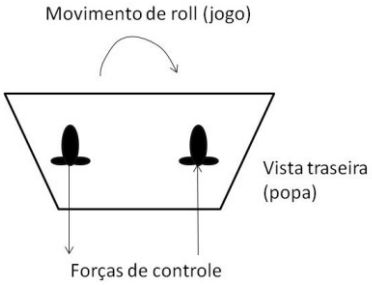
$T_E = 0,05s$

Scanned by CamScanner

3 Questão

(3,0 pontos) O jogo de um navio de recreação deve ser minimizado, a fim de garantir o conforto dos passageiros. Uma das técnicas que se está estudando para este fim, no laboratório TPN-USP em parceria com uma empresa incubada, é a utilização de propulsores gerando forças reativas para baixo e para cima, compensando tal movimento, como mostrado na figura abaixo.





O modelo matemático obtido para um barco modelo (escala reduzida), sendo θ o ângulo de jogo (roll) medido por um inclinômetro e M o momento (binário) gerado pelos propulsores de controle é:

$$30\,\ddot{\theta} + 100\,\dot{\theta} + 2500\,\theta = M$$

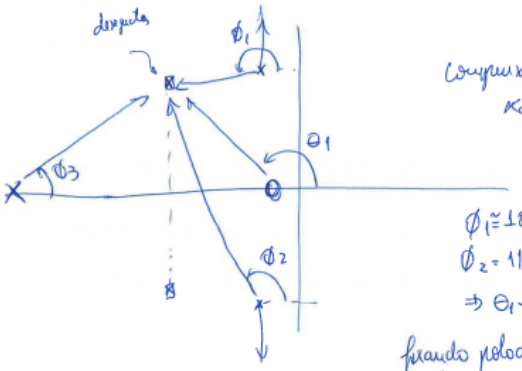
Projete um sistema de controle de avanço $M(\Theta(s))$ que garanta que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e frequência natural de 12rad/s. A escolha destes parâmetros não é foco do presente problema, mas advém da necessidade de fazer o sistema responder pouco às ondas incidentes.

3) $\frac{\theta(s)}{M(s)} = \frac{1}{30s^2+100s+2000}$

polo MA: $-1,67 \pm 8,9j$

polos desejados: $12\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j\right) =$

$= -8,5 \pm 8,5j$



Compensador de avanço

$K_c\left(\frac{1+3T}{1+6T}\right)$

$\phi_1 \cong 180°$

$\phi_2 = 111°$

$\Rightarrow \theta_1 - \phi_3 = 111°$

fixando polo do controlador em -60

$\Rightarrow \phi_3 = 10°$

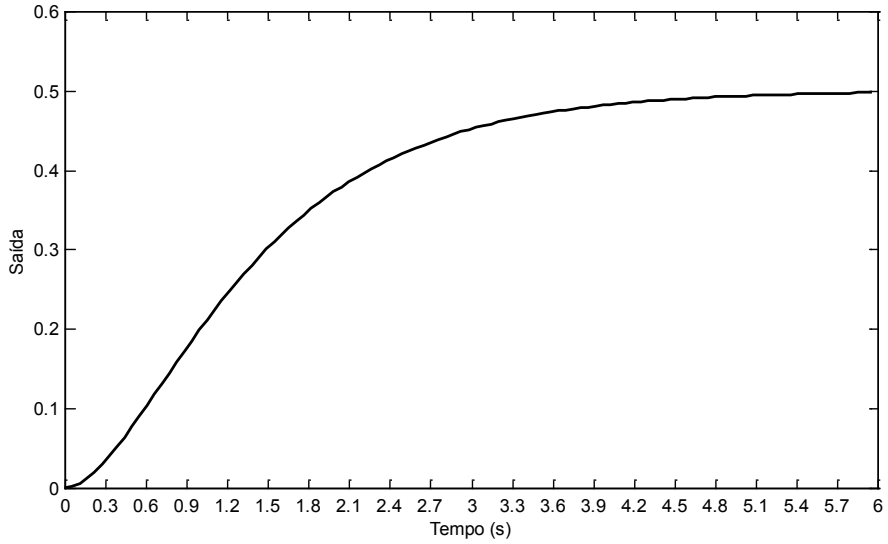
$\Rightarrow$ zero do controlador vai em -3,3

$\Rightarrow G_c = K_c\left(\frac{s+3,3}{s+60}\right)$

K_c é obtido por: $K_c \cdot \frac{s+3,3}{s+60} \cdot \frac{1}{30s^2+100s+2000}\Big|_{s=-8,5+8,5j}$ $\Rightarrow$ $K_c = 2.10^4$

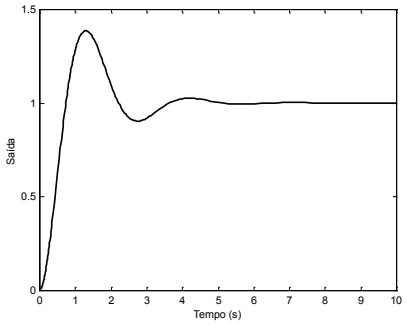
4 Questão

A resposta a um degrau unitário de um processo químico é mostrada na figura abaixo. Projeto um controlador PID para este processo, utilizando o método de Ziegler-Nichols.

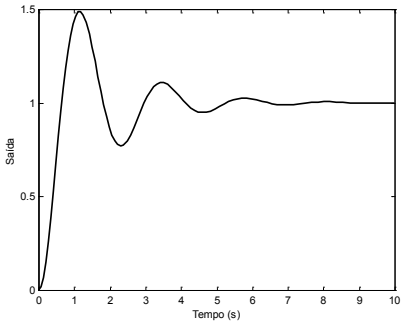


b) Observe a resposta (a) do sistema controlado com PID. Qual termo do controlador foi eliminado quando se obteve a resposta (b). Justifique.

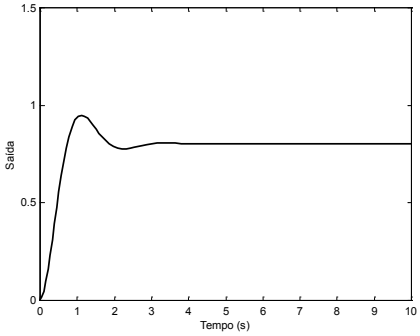
c) Qual termo do controlador do item (b) foi eliminado quando se obteve a resposta indicada no na curva c. Justifique.



(a)



(b)



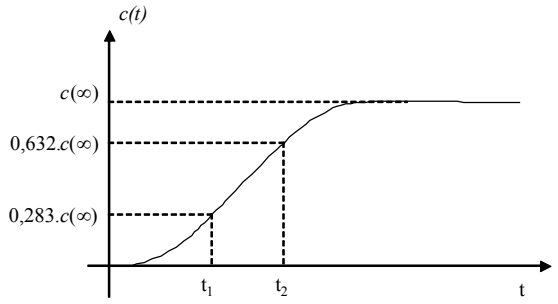
(c)

Dados:

Tabela : Método de Ziegler e Nichols para Curva de Reação

Controlador	K_P	T_I	T_D
PID	$1{,}2\frac{1}{K}\frac{\tau}{\theta}$	2θ	0.5θ

$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$



$$\theta = t_2 - \tau$$

a) $t_1 \cong 0{,}8s$ $\quad t_2 \cong 1{,}6s$ $\Rightarrow \tau = 1{,}2s$ $\quad \theta = 0{,}4s$ $\quad K = \frac{c(\infty)}{1} = 0{,}5$

PID → $K_p = 1{,}2 \cdot \frac{1}{0{,}5} \cdot \frac{1{,}2}{0{,}4} = 9$ $\quad T_i = 2\theta = 0{,}8s$ $\quad T_d = 0{,}5\theta = 0{,}2s$

b) Retirou-se o termo derivativo pois aumenta o erro em regime mas com menos amortecimento

c) Retirou-se o termo integral, pois surge erro em regime e houve ligeira redução de sobressinal

5 Questão

(Adaptado de Provão 2000) (3.0) Um sistema composto de um gerador elétrico, acionado por uma turbina hidráulica controlada por um regulador de velocidade, possui a Função de Transferência G(s) em malha fechada representada na figura abaixo, onde s é a Variável de Laplace.

O gráfico apresenta:

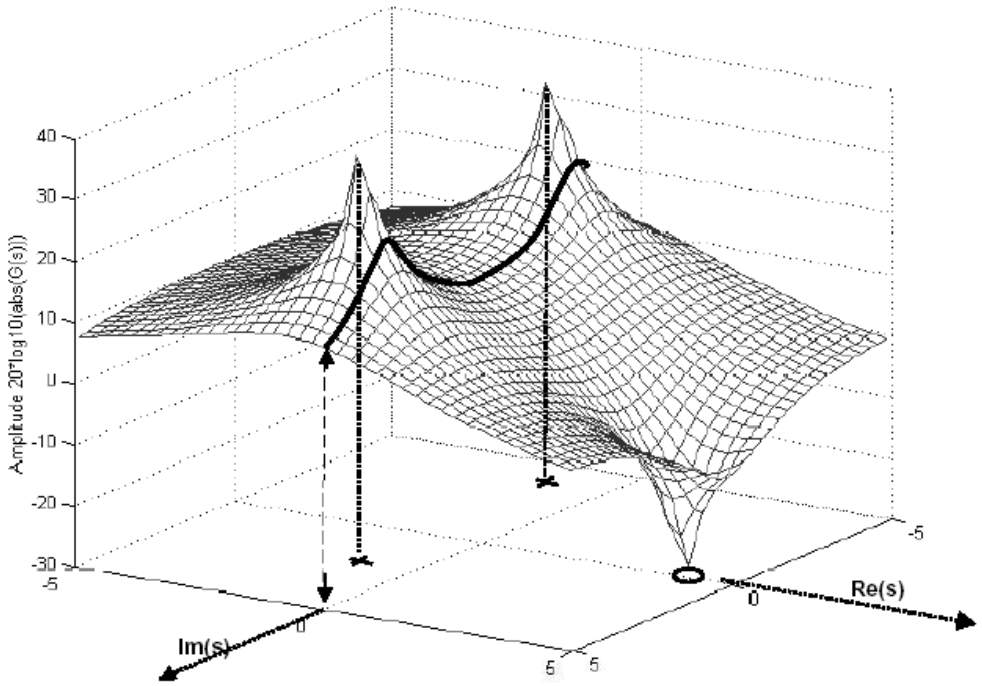
- no eixo vertical, o valor do módulo de G(s), em dB, ou seja, . . 20log |G(s)| ;
- no plano horizontal, a Variável de Laplace.

Para a representação de |G(s)| foi utilizada como domínio de s uma grade quadrada variando de –5 a +5 nos dois eixos, com pontos espaçados de 0,26 unidades. Todos os pólos e zeros finitos do sistema estão enquadrados dentro desse domínio. Observe atentamente o gráfico e:

a) faça uma análise deste sistema quanto à sua ordem (dimensão), quanto à sua estabilidade e quanto a outras características que possam enriquecer a sua análise;

b) descreva o que representa a curva em negrito desenhada sobre a superfície;

c) avalie e escreva, com valores numéricos aproximados, a função de transferência G(s).



Questão nº 7

Padrão de Resposta Esperado:

a) O sistema é de 2ª ordem, pois possui dois pólos. **(valor: 1,5 pontos)**

O sistema é estável porque os pólos estão no semiplano da esquerda do plano **s**, ou seja, os pólos possuem parte real negativa. **(valor: 2,0 pontos)**

O sistema é de **fase não mínima**, pois possui um zero no semiplano da direita do plano **s**, mais precisamente, um zero no eixo real positivo. **(valor: 0,5 ponto)**

b) Três alternativas (Valor integral para quem responder a pelo menos uma)

1) A curva em negrito corresponde ao lugar geométrico dos pontos de **|G(s)|** , para o caso particular de **s=jω**.

2) A curva em negrito representa a resposta em freqüência **|G(j ω)|**.

3) A curva em negrito representa, no lado positivo do plano **s**, o **Diagrama de Bode**. **(valor: 4,0 pontos)**

c) Duas alternativas (Valor integral para quem responder a pelo menos uma)

1) Considera-se o valor de 0,26 entre os pontos consecutivos da grade e que os pólos são complexos conjugados. Contando os pontos sobre a grade da superfície traçada, partindo das extremidades até os pólos e o zero, obtém-se com maior precisão:

$$G(s) = \frac{K(s-3.96)}{(s+0,52+j3.18)(s+0,52-j3.18)}$$

2) Faz-se uma avaliação grosseira da posição dos pólos no plano **s**, e obtém-se aproximadamente:

$$G(s) = \frac{K(s-4)}{(s+1+j3)(s+1-j3)}$$

Considerando as imperfeições de simetria do posicionamento dos pólos em relação ao eixo real apresentadas no gráfico, serão aceitos valores próximos, desde que estejam coerentes, ou seja, zero positivo e os pólos com parte real negativa e complexos conjugados. **(valor: 2,0 pontos)**

Nas duas soluções anteriores, (1) e (2), o cálculo do ganho K pode ser obtido estimando-se o valor de G(0) na figura, o que não é muito visível no gráfico. não será exigido, na correção, o cálculo do valor numérico de K.

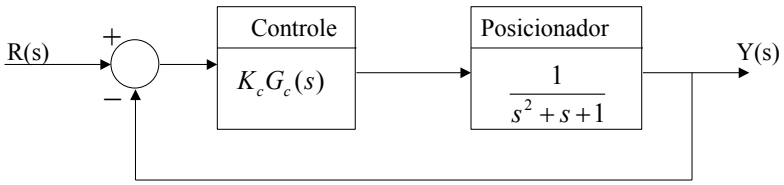
Supondo G(0) = 10db

em (1) $\frac{K.3,96}{10,38} = \sqrt{10} \rightarrow K = 8,3$

em (2) $\frac{K.4}{10} = \sqrt{10} \rightarrow K = 7,9$

6 Questão

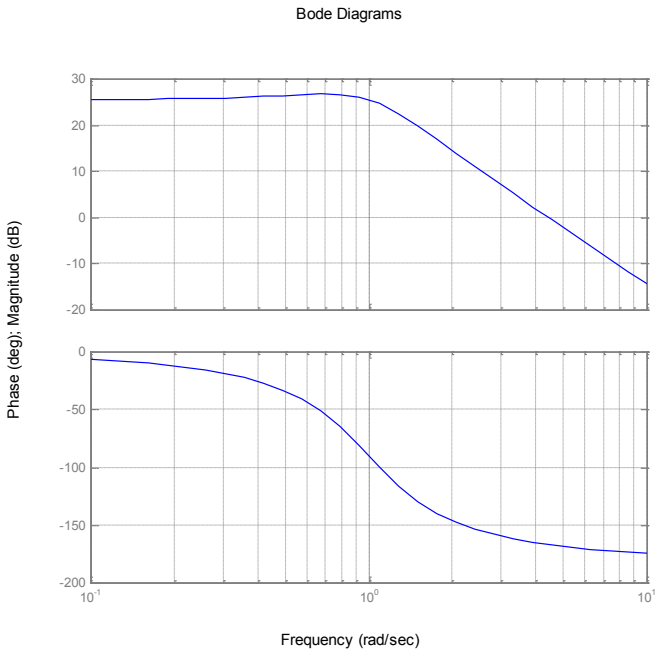
Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



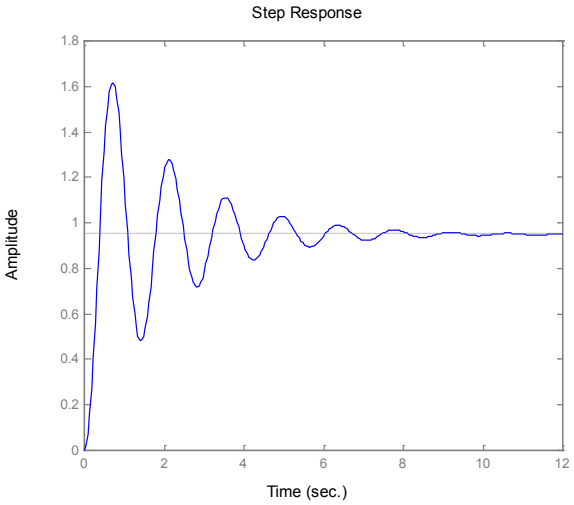
a) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) Considerando Gc(s)=1 e o Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo. Qual a margem de ganho e de fase do sistema em malha fechada? Estes valores são coerentes com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada, também ilustrado abaixo?

Diagrama de Bode de malha aberta



Resposta degrau em malha fechada

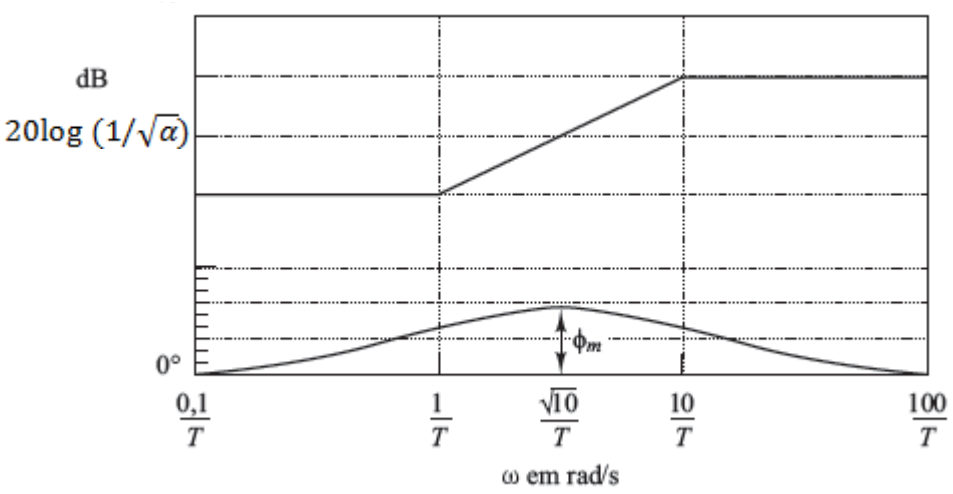


d) Esboce o diagrama de Nyquist deste sistema e analise a sua estabilidade.

e) Sabendo-se que o objetivo do controlador é aumentar a margem de ganho e que a velocidade de resposta é um fator importante no posicionamento, explique a razão de um compensador de avanço ser mais adequado do que um compensador de atraso. Esboce como o diagrama de bode ficaria alterado com a inclusão de um compensador de avanço corretamente projetado.

f) Calcule os parâmetros T e α de $G_c(s) = \dfrac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter uma margem de fase de 50º.

Formulário: Bode de Gc:



$$\operatorname{sen}\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

$$\operatorname{sen}\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

a) $\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+K_c \cdot G(s)} = \frac{s^2+s+1}{s^2+s+1+K_c}$

$\Rightarrow 0{,}05 = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{s^2+s+1}{s^2+s+1+K_c} \Rightarrow K_c = 19$

$\Rightarrow \boxed{K_c > 19}$

b)

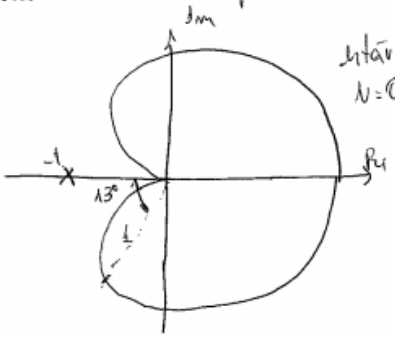
$\left| \frac{19}{(j\omega)^2 + j\omega + 1} \right| = 1 \Rightarrow \omega_c = 4{,}4 \text{ rad/s}$

$MF = \left| \frac{19}{(j\omega_c)^2 + (j\omega_c) + 1} \right| + 180° = \boxed{13° \text{ MF}}$

$\boxed{MG = \infty}$ pois a função em malha aberta não alcança $-180°$ defase

coerente, pois MF é pequena, "pouca" estabilidade, baixo amortecimento, oscilação em malha fechada.

d)



estável pois $N = 0$ e $Z = 0$

e) O compensador de atraso é mais adequado para melhorar as características de regime permanente, e não o transitório (velocidade de resposta)
O esboço está na figura do enunciado.

f) . MF: 50° ⇒ acréscimo de 37° na fase na freq. de cruzamento

- pelo fato do compensador de avanço aumentar w_c, vamos considerar um aumento de 47° na fase

⇒ $\sin 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ ⇒ $\boxed{\alpha = 0,25}$

- aumento do ganho na freq. de máximo avanço de fase:

$20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 6$

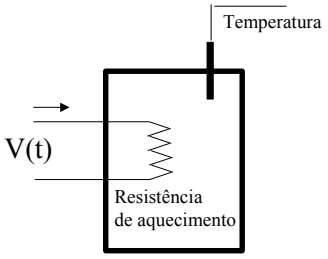
- nova freq de cruzamento:

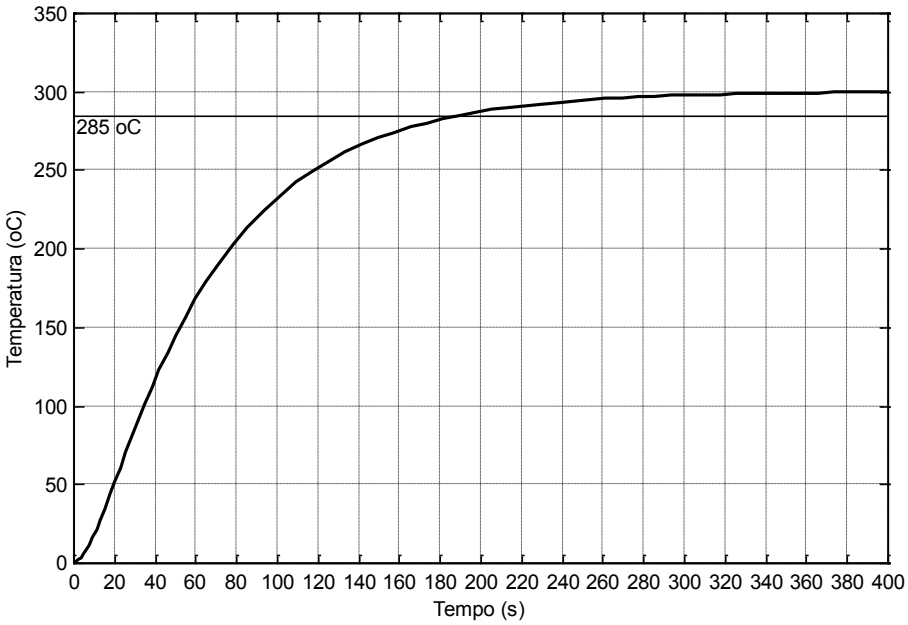
$20 \log \left| \frac{19}{(j\omega)^2 + (j\omega) + 1} \right| = -6$ ⇒ $w_c = 6,2$ rad/s (nova freq de cruzamento)

⇒ $\frac{\sqrt{10}}{T} = 6,2$ ⇒ $\boxed{T = 0,51\,s}$

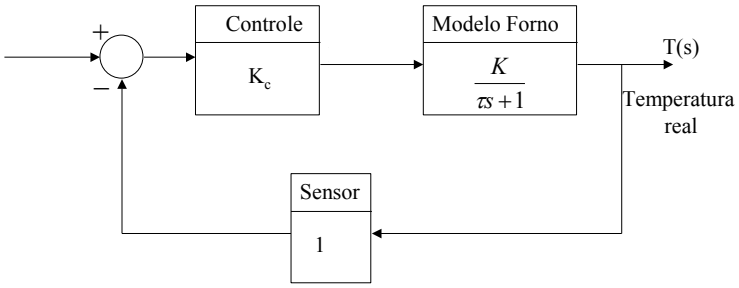
7 Questão

Você é responsável pelo projeto de um controlador a ser empregado em um forno industrial elétrico. Devido ao seu conhecimento muito superficial sobre processos térmicos, você resolveu fazer um ensaio para determinar as características dinâmicas do forno. Para isso, aplicou uma tensão constante de 100V (AC) sobre a resistência e obteve a seguinte curva de temperatura.





a) Qual o melhor modelo de 1ª ordem que representaria a relação entre a entrada V(t) e a saída T(t)?

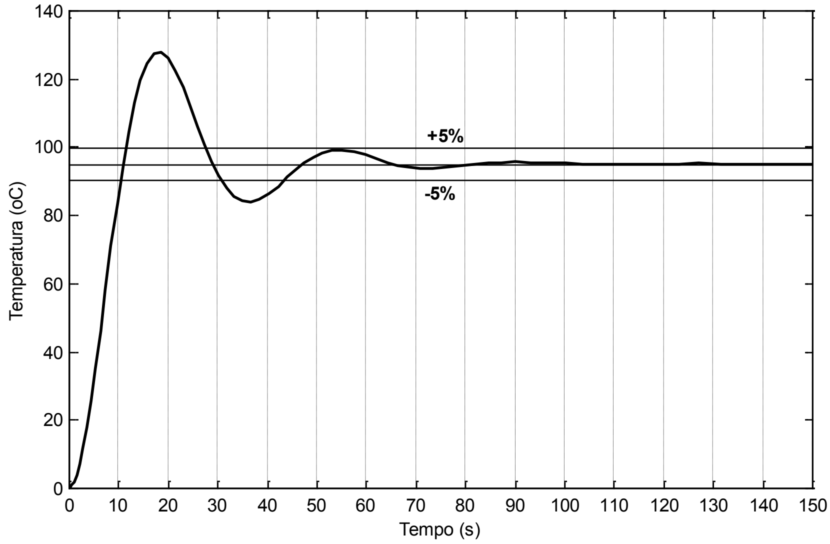


b) Utilizando o modelo acima, projete um controlador proporcional Gc(s)=Kc que resulte um erro para uma referência degrau menor que 5%.

c) Qual a função de transferência em malha fechada esperada? Esboce a curva de resposta para uma entrada R(s) degrau de amplitude 100°C.

Um engenheiro mais experiente disse que o seu projeto possui um erro, pois você desconsiderou a constante de tempo devido à resistência elétrica, por ser menor que a constante de tempo devido ao forno propriamente dito. Segundo ele, o modelo correto possui dois pólos reais, e não apenas um como foi feito no item a. Você, entretanto, argumentou que a constante de tempo devido à resistência deve ser muito menor que a devido ao forno (pois a "inércia" térmica do forno é bem maior que a da resistência).

d) Ao realizar o teste do sistema de controle, a curva de resposta obtida é apresentada abaixo, com comportamento oscilatório não previsto no item c. Apresente uma justificativa razoável para este resultado oscilatório. Para tanto, esboce o Lugar das Raízes para o sistema real (considerando também a constante de tempo mais rápida devida à resistência) e para o sistema aproximado.



e) Estime a constante de tempo da resistência elétrica.

Formulário Adicional

Sistema de 1ª ordem $G(s) = \frac{K}{1+\tau s}$; tempo de acomodação 5% = 3□

Sistema de 2ª ordem $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$; tempo de acomodação 5% = $\frac{3}{\zeta\omega_n}$

a) $K=3$

$\tau=$ $\frac{190s}{3} = 63s$ (supor pelo tempo de estabilização)

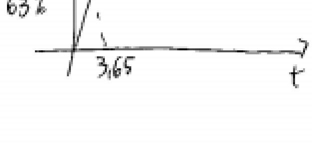
73s (supor por 63,2% da resposta)

aceito as duas!

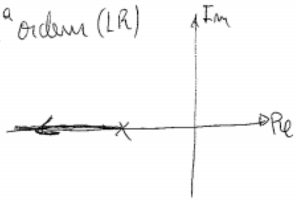
b) p/ $R(s) = \frac{1}{s}$ ⇒ $e_{ss} = 1 \cdot \frac{1}{1+K_c K}$ ⇒ $K_c = 6{,}33$

c) $\frac{T(s)}{R(s)} = \frac{K \cdot K_c}{\tau s + 1 + KK_c}$ ⇒ novo ganho = $\frac{KK_c}{1+KK_c}$ → 0,95

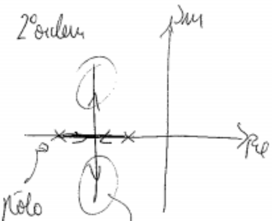
nova cte tempo = $\frac{\tau}{1+KK_c}$ → 3,65 s



d) 1ª ordem (LR)



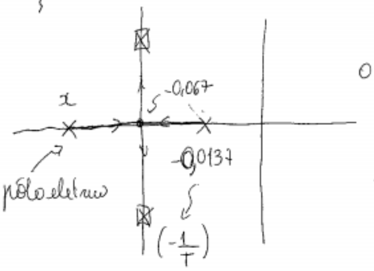
2º ordem



pólo relativo à dinâmica desprezada

Surgem, para ganhos elevados, pólos subamortecidos.

e) $\frac{3}{\xi\omega_N} = 45s \Rightarrow \xi\omega_N = 0{,}067$



o LR parte da mediatriz entre os pólos, pela cond. de fase.

logo

$$\frac{x-0{,}0137}{2} = -0{,}067$$

$x = -0{,}1203$

$\Rightarrow$ pólo eléctrico $= -0{,}1203$

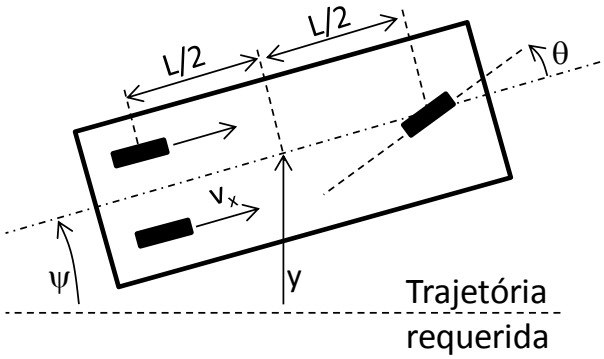
cte tempo $\approx$ 8,3s

↑ bem mais rápida que a térmica

8 Questão

Durante a competição no último sábado de Elementos de Máquinas, percebeu-se que a ausência de malha fechada nos protótipos impossibilitou que quase a totalidade dos mesmos conseguisse manter a trajetória requerida. Qualquer pequeno obstáculo no caminho ou desalinhamento inicial provocavam erros de trajetória que, ao longo do percurso, geravam colisões nas árvores no entorno.

Para resolver este problema, vamos projetar um controlador de trajetória. Suponha que o veículo seja dotado de um sistema de sensoriamento que meça a distância y(t) à trajetória requerida (que poderia ser delineada com uma faixa branca, por exemplo). Possui também um sistema de direção na única roda frontal, e o ângulo controlado desta roda é dado por θ(t). A tração traseira impõe uma velocidade longitudinal v_x constante.



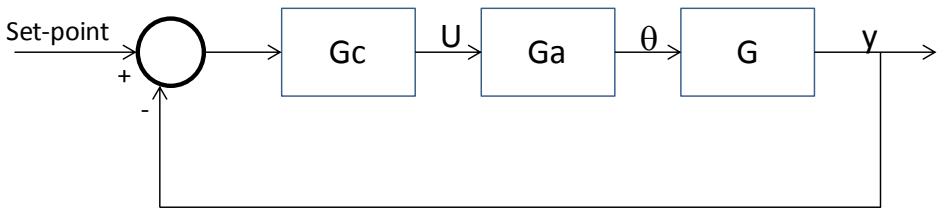
A aplicação de cinemática simples, desconsiderando possíveis escorregamentos, resulta:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\theta(s)} = \frac{(v_x L)s + 2v_x^2}{(2L)s^2}$$

Além disso, o sistema de direção é acionado por um sinal de comando proveniente do controlador (U(t)), e há um pequeno atraso de atuação. Por simplificação, será adotado:

$$G_a(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

O objetivo aqui será o projeto do controlador Gc da malha abaixo:



Dados os valores típicos para os protótipos v_x =0.33m/s e L= 0.3m, e considerando τ = 0.2s, responda:

a) Faça um esboço do lugar das raízes do sistema considerando um controlador proporcional (sem compensação dinâmica). Deve ser indicada a posição dos polos e zeros bem como as assíntotas. (1,0)

b) O objetivo do sistema de controle é garantir que haja erro nulo para entrada degrau e que o sistema em malha fechada apresente amortecimento maior que 0,7 e tempo de estabilização 2% menor que 0,6s. É possível obter esta especificação apenas com um controle proporcional? Justifique usando o lugar das raízes acima ou com cálculo algébrico das funções de transferência. (1,0)

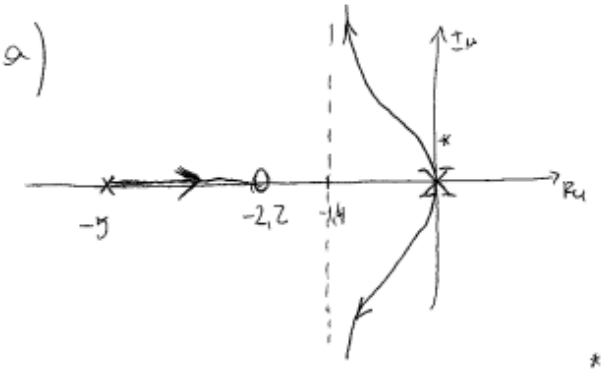
c) Usando técnica baseada em lugar das raízes, projete um controlador PD $G_c(s) = K_p(1 + T_d s)$ para atender os requisitos acima. (1,5)

GABARITO

1) $G.G_a = \dfrac{0,1s + 0,22}{0,12s^3 + 0,6s^2} \Rightarrow$ zero: $-2,2$ ①

polos: $0; 0; -5$

a)



$n - m = 2 \Rightarrow$ 2 assíntotas

$\alpha = 90°; 270°$

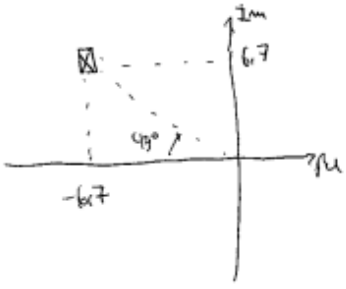
ponto de cruzamento

$s_0 = \dfrac{\Sigma p_i - \Sigma e_i}{2} = -1,4$

* este ângulo de partida é 90° pela condição de ângulo aplicado a um ponto próximo aos polos ∅.

b) $MF(s) = \dfrac{K.G.G_a}{1 + K.G.G_a} = \dfrac{(0,1s + 0,22)K}{(0,1s + 0,22)K + (0,12s^3 + 0,6s^2)}$

$\Rightarrow$ Valor final ao degrau $= \lim_{s \to 0} \frac{1}{s}.s.MF(s) = 1 \Rightarrow$ sempre, para qualquer ganho K, o sistema em malha fechada terá erro nulo para entrada degrau.



pólos desejados

$\zeta = 0,7 \Rightarrow \theta = 45°$

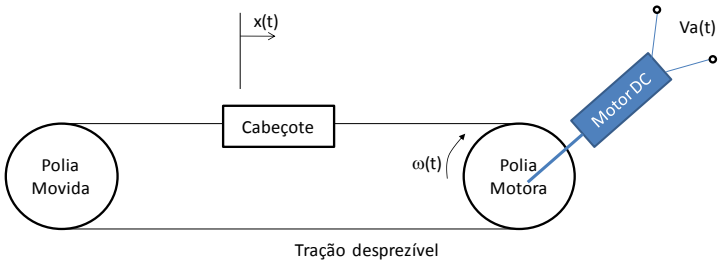
$\frac{4}{\zeta \omega_n} = 0,6 \Rightarrow \omega_n = 9,52$

$\Rightarrow$ polos $= -6,7 \pm 6,7j$

Logo, pelo LR esboçado no item ②, pode-se ver que estes pólos desejados não fazem parte do mesmo. Isto indica a necessidade de compensação dinâmica

9 Questão

O sistema de movimentação do cabeçote de impressão de uma impressora jato de tinta é representado abaixo. Uma polia movida (apenas rolamentada) e uma polia motora (acionada por um motor DC) compõem o sistema. Ambas possuem momento de inércia J_p = 2,5.10^{-6} kg.m2 e raio R=0,01m. O cabeçote possui massa M=0,05kg, e sua posição é dada por x(t). A parte de baixo da correia possui tração nula para o sentido de movimento indicado na figura. O motor é controlado pela tensão de armadura (Va).



a) Baseado no seu conhecimento de modelagem de motores DC, você fez a hipótese de desprezar a constante de tempo elétrica do sistema acima e adotou um modelo do tipo $\frac{X(s)}{Va(s)} = \frac{K_{modelo}}{s(\tau s+1)}$. Além disso, você dispunha de um aparato experimental e excitou o sistema com tensões de armadura senoidais com amplitude 10V no intervalo de 1rad/s a 10 rad/s e registrou a leitura x(t) em cada caso (x é dado em mm, e você pode trabalhar em mm no problema todo). Sabendo-se que para:

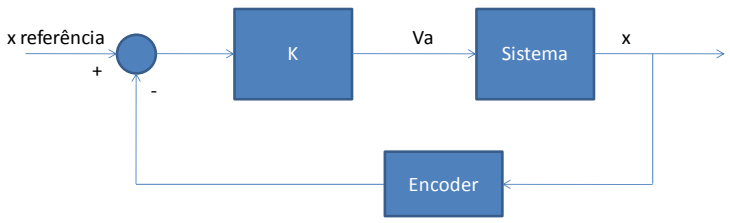
$$V(t) = 10.sen(1t) \Rightarrow x(t) \cong 20sen(1t - 92^o)$$

$$V(t) = 10.sen(10t) \Rightarrow x(t) \cong 2sen(10t - 113^o)$$

Obtenha os parâmetros K_{modelo} e τ do modelo do sistema (1,0).

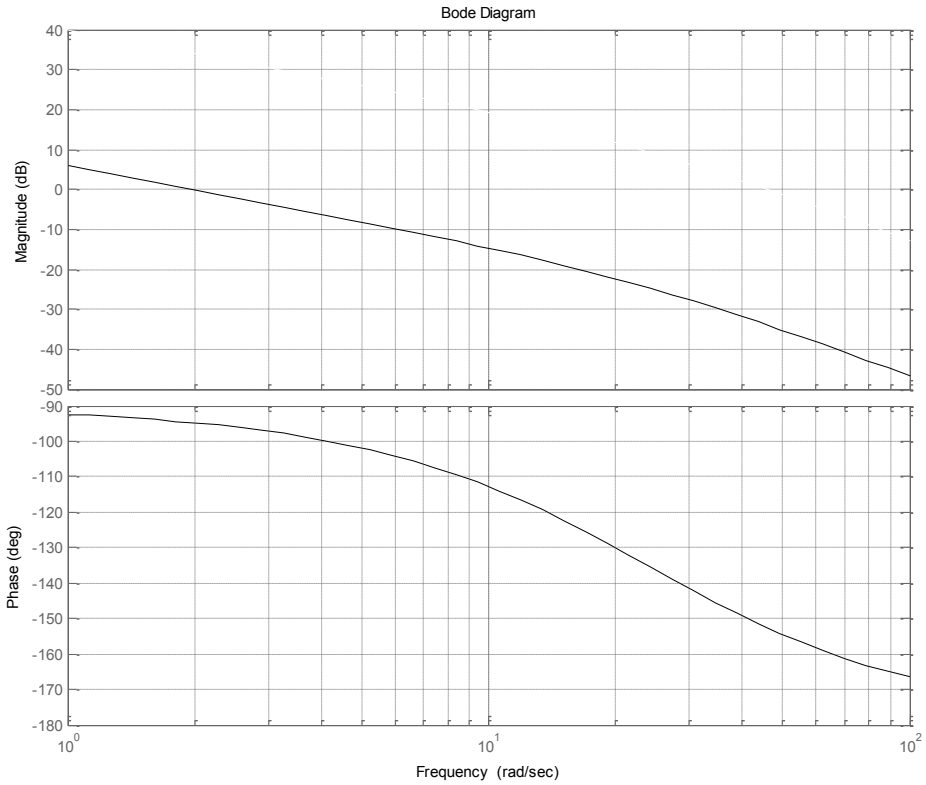
Observação: Se você não conseguiu resolver o item a, suponha $\frac{X(s)}{Va(s)} = \frac{2}{s(0{,}042s+1)}$ para os itens seguintes

b) O objetivo deste sistema é fazer o cabeçote acompanhar a referência, que é bastante variável, com erro muito pequeno. Isso garante a precisão e resolução da impressora.

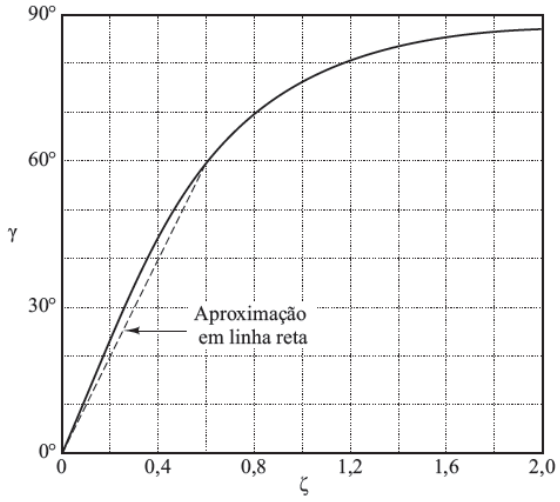


Assume-se que para uma entrada de referência do tipo $x_{ref}(t) = t \Rightarrow x(t) \cong 0.99t$. Qual o valor do ganho de controle K necessário? (0,5)

c) Abaixo se apresenta o diagrama de Bode do sistema sem o ganho calculado em (b), ou seja, da função $\frac{X(s)}{Va(s)}$. Utilizando o gráfico, indique a alteração neste diagrama em função do ganho calculado em (b) e obtenha (de forma gráfica) as margens de ganho e fase do sistema com o ganho do controle. Justifique suas hipóteses. Respostas sem justificativas não serão consideradas. (0,5)

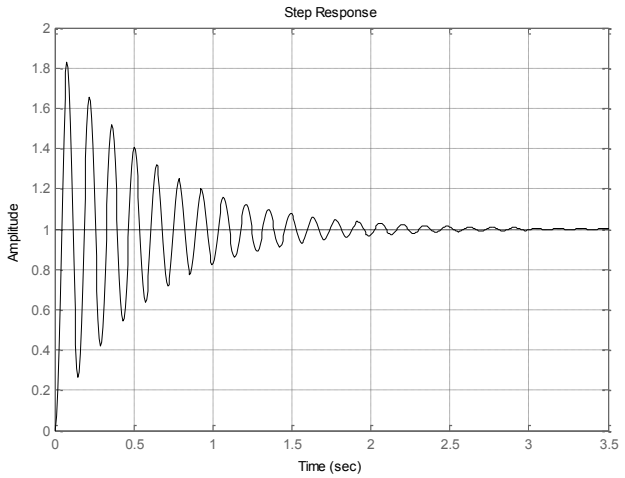


d) O sobressinal Mp é dado por $M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$ e a margem de fase γ é relacionada ao amortecimento em malha fechada para um sistema deste tipo pela curva abaixo.



Qual o sobressinal esperado para um degrau unitário na referência e o sistema com o controle proporcional projetado em (b)? (0,5)

e) A resposta a um degrau unitário na referência para o sistema com o controle proporcional projetado em (b) foi verificada como abaixo. Para este sistema, a margem de fase está coerente com a esperada? Sabe-se que a constante de tempo elétrica (devido a indutância da armadura) é de 0,01s. Mostre que esta dinâmica que foi desprezada $1/(0.01s+1)$ não seria de fato notada na identificação experimental do sistema realizada no item a, mas que é a causa principal desta redução de qualidade de resposta observada em malha fechada. Explique com este exemplo o conceito de robustez que está embutido na margem de fase. (1,0)

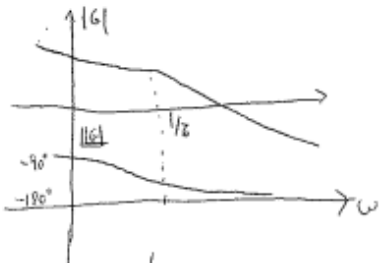


f) Projete um compensador de avanço para que a margem de fase do sistema (considerando a dinâmica simplificada do item (a)) seja de 60º. (1,5)

$$G_c(s) = \frac{1+sT}{1+\alpha sT}$$

2)

a) $\frac{X}{Va} = \frac{K_{MOD}}{s(\tau s+1)}$



(4)

- Em baixa frequência (fase $\cong -90°$) identificamos o ganho

$\Rightarrow K_{MOD} = \frac{20}{10} = 2$ ✓

- Na maior frequência na qual já se nota uma maior variação na fase ($-113°$), identificamos a constante de tempo:

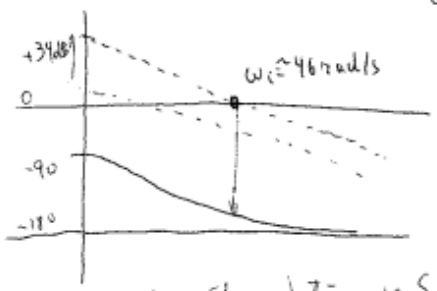
$$\left|\frac{K_{MOD}}{10j(10j\tau+1)}\right| = -113° \Rightarrow \left|-100\tau+10j\right| = 113° \Rightarrow \frac{10}{-100\tau} = \tan(113) \Rightarrow \tau = 0{,}042s$$ ✓

b) Erro para entrada rampa $= 0{,}01 \Rightarrow K_v = 100$

$$\lim_{s\to 0} s.K.\frac{2}{s(0{,}042s+1)} = \frac{1}{0{,}01} \Rightarrow \boxed{K = 50}$$

c) $KG = \frac{100}{s(0{,}042s+1)}$ $\Rightarrow$ o diagrama de Bode de fase KG é igual ao de G, e o de ganho é transladado de $\frac{20\log 100}{20\log 2} = 34dB$

Portanto c/ auxílio de uma régua



$MF \cong 27° = \gamma$
$MG = \text{infinita}$

d) Para $\gamma = 27° = MF$, pelo gráfico obtém-se $\zeta \cong 0{,}3$, que equivale a um sobressinal $M_p = \exp\left(\frac{-0{,}3\pi}{\sqrt{1-0{,}3^2}}\right) = 37\%$

e) Não está correto, pois o sobressinal observado está da ordem de 80%, bem maior do que os 37% esperado.

A dinâmica não modelada $\frac{1}{0,01s+1}$ não seria de fato percebida nos testes em malha aberta que foram realizados apenas no intervalo de 1 a 10 rad/s.

Para estas frequências esta dinâmica introduziria uma atenuação máxima de $\left|\frac{1}{0,01.10j+1}\right| = 0,995$ e atraso de fase adicional de $-5,7°$. Estes valores podem ser "confundidos" com erros experimentais. Os testes deveriam considerar maiores frequências para evidenciar os efeitos desta dinâmica elétrica.

Entretanto, em malha fechada, o sistema com ganho elevado (50) passou a ter frequência de cruzamento de aprox. 46 rad/s, e a dinâmica elétrica passa a ser notada. Em outras palavras, em malha fechada, o controlador deixa o sistema mais rápido, e a dinâmica elétrica (que foi desprezada) passa a ser importante.

De fato, na freq. de cruzamento 46 rad/s, a dinâmica elétrica introduz um atraso de fase de $\left|\frac{1}{0,01.46j+1}\right| = -24°$, reduzindo a margem de fase para da ordem de 3° (na realidade, há também uma pequena redução da freq. de cruzamento).

Logo, a margem de fase deve ser maior, e ela é uma medida do quão robusto é o controlador. Robustez é a capacidade de manter desempenho e estabilidade mesmo com imprecisões no modelo ou dinâmicas não modeladas.

6

f) • avanço necessário

$60° - 27° = 33°$

• vamos incluir 6° a mais ⇒ 39°

$\sin 39° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}23$

• nova freq de cruzamento é $-20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right) = -6{,}43\,dB$

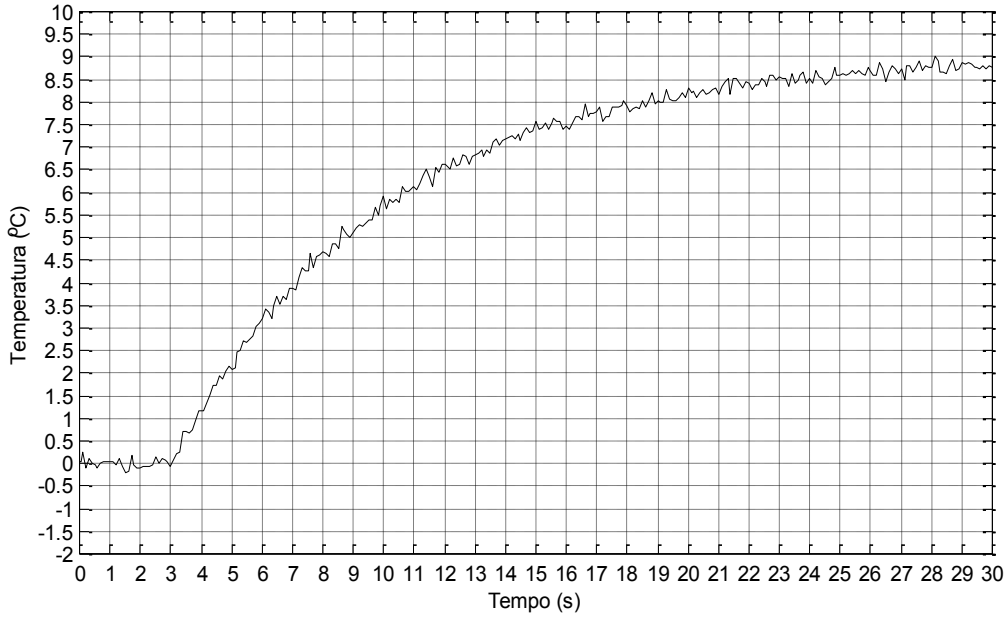
$\Rightarrow \frac{100}{|j\omega(0{,}042 \cdot j\omega + 1)|} = \sqrt{0{,}23} \Rightarrow \omega = 68{,}5\,rad/s$ ← novo cruzamento

$\Rightarrow T \rightsquigarrow 68{,}5 = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \cdot T} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{0{,}23} \cdot 68{,}5} = 0{,}03$

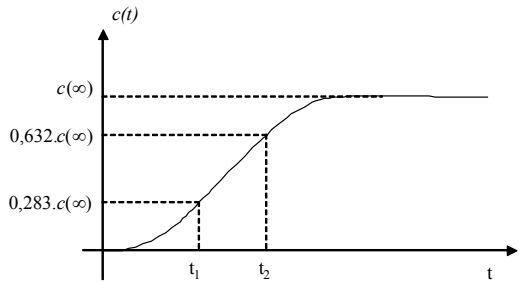
logo $\boxed{G_c(s) = \frac{1 + 0{,}03s}{1 + 0{,}0069s}}$ → verificação MF = 58° a 68 rad/s ↓ ok

10 Questão

A curva abaixo representa a resposta a um degrau de amplitude 30%, aplicado diretamente na entrada de um processo térmico. O range do transmissor de temperatura é de 0~100ºC. Lembre-se que para o controlador, as entradas e saídas são dadas em %. (1,5)



a) Calcule os parâmetros θ, τ de um modelo de primeira ordem com atraso equivalente. (0,25)



$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$

$$\theta = t_2 - \tau$$

b) Projeto o controlador PID para o processo, usando o método de Ziegler e Nichols (0,25)

Tabela : Método de Ziegler e Nichols para Curva de Reação

Controlador	K_P	T_I	T_D
PID	$1{,}2\frac{1}{K}\frac{\tau}{\theta}$	2θ	0.5θ

c) O que poderá acontecer com o sistema se houver a substituição do transmissor (sensor) de temperatura para um que possua range de 0~1000oC , sem haver qualquer correção dos ganhos de controle projetados no item b ? (0,5)

d) O que poderá acontecer com o sistema se houver a substituição do transmissor (sensor) de temperatura para um que possua range de 0~30oC , sem haver qualquer correção dos ganhos de controle projetados no item b ? (0,5)

(7)

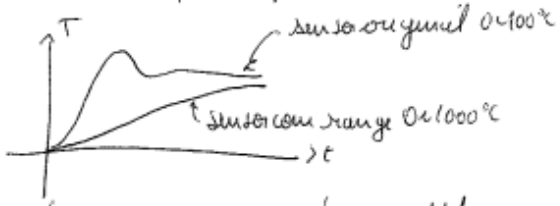
3) a) $K = \frac{8,5\%}{30\%} \approx 0,28$

$t_1 = 5,2s$ } gráficamente → $\tau = 6,6s$
$t_2 = 9,6s$ } → $\theta = 3,0s$

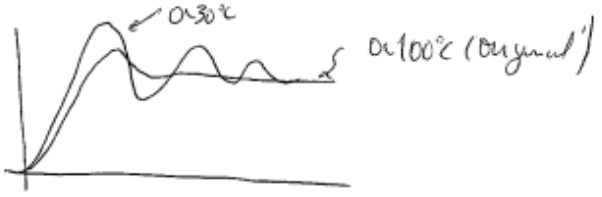
b) $K_p = 9,4$
$T_i = 2\theta = 6s$
$T_d = 0,1\theta = 0,3s$
} ganhos do PID $K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$

c) O ganho em malha aberta (K) é igual ao ganho da planta, multiplicado pelo ganho do sensor.

Logo, ao usar um sensor com range maior, logo menor ganho, o ganho em malha aberta se reduz (neste caso, de um fator 10). Assim a resposta ficará mais lenta se não for feito ajuste do ganho K_p.

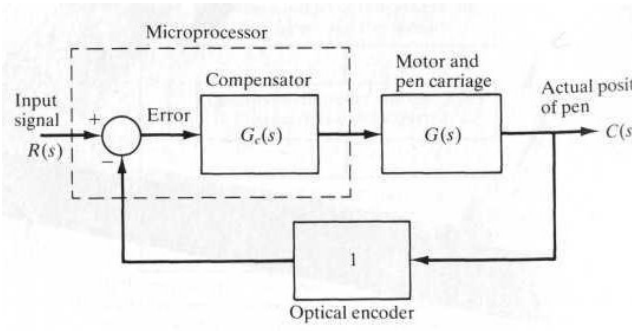


d) Analogamente, mediante o ganho em MA aumenta de 3,3, o que fará o sistema ser muito oscilatório, ou até instável, em malha fechada, caso não se corrija o K_p



11 Questão

(Adaptado de Dorf e Bishop, 2008) Registradores XY são compostos por sistemas de movimentação linear acionados por servo-motores. Utilizam-se sensores do tipo *encoder* para a medição da posição efetivado efetuador final (que carrega consigo a caneta). O sistema deve seguir de forma acurada uma referência, que é dada em geral por um sinal analógico.



O objetivo do presente projeto é obter um controlador que garanta o bom funcionamento do registrador, ou seja, que o efetuador final apresente resposta a degrau com sobressinal inferior a 5% e tempo de estabilização 2% inferior a 500ms. Além disso, deve-se ter um erro nulo em regime para entrada em degrau na referência.

O modelo do sistema mecânico e motor é dado por:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+10)(s+1000)}$$

a) Mostre que um controlador do tipo $Gc(s) = \frac{K(s+15)}{(s+p)}$ atende ao critério de erro nulo em regime e calcule K e p para satisfazer os demais requisitos de controle.

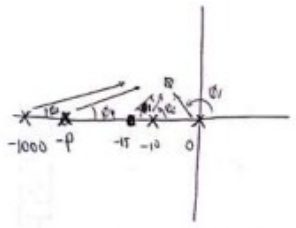
b) Caso se disponha do sinal de velocidade de alta qualidade (o que pode ser obtido por meio de um *encoder* de alta resolução e de um sistema microprocessador para contar a taxa de pulsos), o controlador PD do tipo $Gc(s) = K_1(s + K_2)$ poderá prover uma resposta com um tempo de estabilização da ordem de 10ms. Calcule K_1 e K_2.

EX1) Gabarito

(1)

a) polo dominante

$M_p = 5\%$ e $t_s^{2\%} = 0{,}5\,s$ $\Rightarrow$ $\frac{4}{\zeta\omega_n} = 0{,}5$ e $\exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = 0{,}05$ $\Rightarrow$ $\zeta = 0{,}7$, $\omega_n = 11{,}4\,rad/s$, $S_{1,2} = -8 \pm 8j$



$-\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \theta_1 = -211 + 48 = -163°$

$\Rightarrow \phi_4 = 17°$

$\Downarrow$

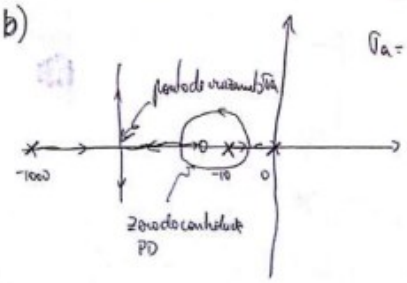
$p = +34$

Assim $G_c = \frac{K(s+15)}{s+34}$ e K é obtido pela condição de módulo

$|G.G_c|_{s=-8+8j} = 1 \Rightarrow K = 236840$

O critério de erro nulo em regime é satisfeito pois G é do tipo 1.

b)



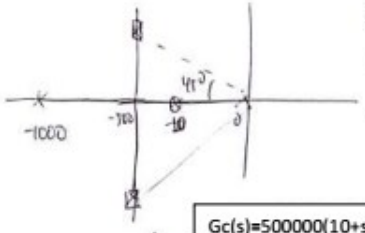
$\sigma_a = \frac{-(p_1+p_2)+(z_1)}{n-m} = \frac{-(1000+10)+K_2}{3-1}$

$\sigma_a = \frac{K_2}{2} - 505$

Logo o PD levará os pólos em malha fechada para pontos bem distantes do eixo ωj, logo, com respostas mais rápidas

Por exemplo, se $K_2 = 10$, $\sigma_a = -500$

(2)



Os pólos em MF devem ser, para provar amortecimento 0,7, iguais a $-500 \pm 500j$

$\Rightarrow$ aplicando a cond de módulo

$K_1 = +500\,000$

lugar

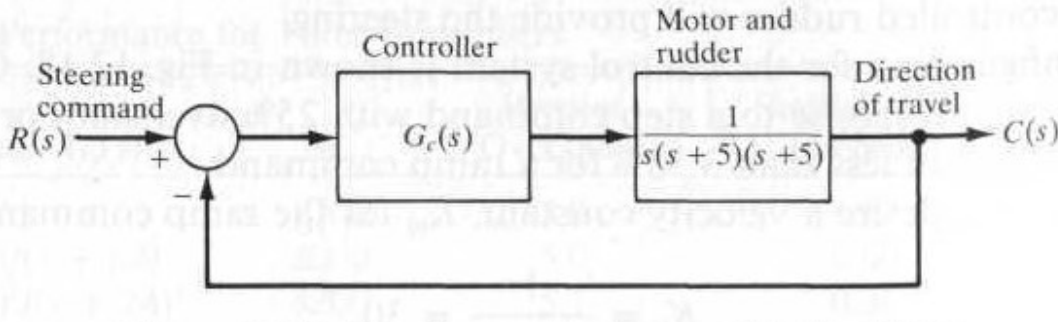
$G_c(s) = 500000(10+s)$

O tempo de estabelização será $\frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0{,}7.(500\sqrt{2})} = 8\,ms$

12 Questão

(Adaptado de Dorf e Bishop, 2008) Os ROVs (*Remote Operated Vehicles*) requerem controle de aproamento (direção). Projete um controlador de atraso do tipo abaixo que garanta erro em regime para entrada rampa de 3,33% e margem de fase de 60º. O modelo matemático do sistema é dado no diagrama de blocos, já compreendendo a dinâmica dos atuadores (motor+propulsor+leme). Todas as etapas do projeto devem ser detalhadamente explicadas para que a resposta seja considerada.

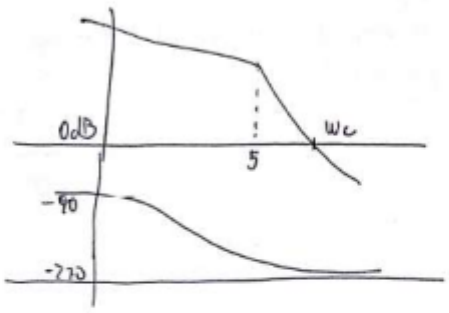
$$Gc(s) = \frac{K(Ts+1)}{(\beta Ts+1)}$$



(2) $G = \frac{1}{s(s+5)^2}$ $G_c = K\frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$

$K_p = \lim_{s\to 0} s.G.G_c = \frac{1}{0,033} = 30 \Rightarrow K = 750$

Bode de $\frac{750}{s(s+5)^2}$



Calculate wc

$\left|\frac{750}{j\omega(j\omega+5)^2}\right| = 1 \Rightarrow 750 = \sqrt{(-\omega^3+25\omega)^2+(10\omega^2)^2}$

$\omega = 27,17 rad/s$

$fase = \left|\frac{750}{j.27,17(j.27,17+5)^2}\right| = -207° \Rightarrow$ MF=-27° -instável

O compensador de atraso reduz o ganho e reduz wc para um valor tal que a fase é $-180+60°+10° = -110°$ (segurança)

$\Rightarrow \left|\frac{750}{j\omega(j\omega+5)}\right| = -110° \Rightarrow -90° - 2\arctg\left(\frac{\omega}{5}\right) = -110$

$\arctg\left(\frac{\omega}{5}\right) = 10$

$\frac{\omega}{5} = 0,176 \Rightarrow \omega = 0,88 rad/s$

Nesta nova wc, o módulo é de $\left|\frac{750}{j0,88(j0,88+5)}\right| \Rightarrow 20\log|| = 30,4dB$

Logo, o compensador deve atenuar -30dB $\Rightarrow 20\log\left(\frac{1}{\beta}\right) = -30$

$\beta \approx 32$

A freq de canto do compensador deve ser $\frac{1}{10}.0,88 \Rightarrow$

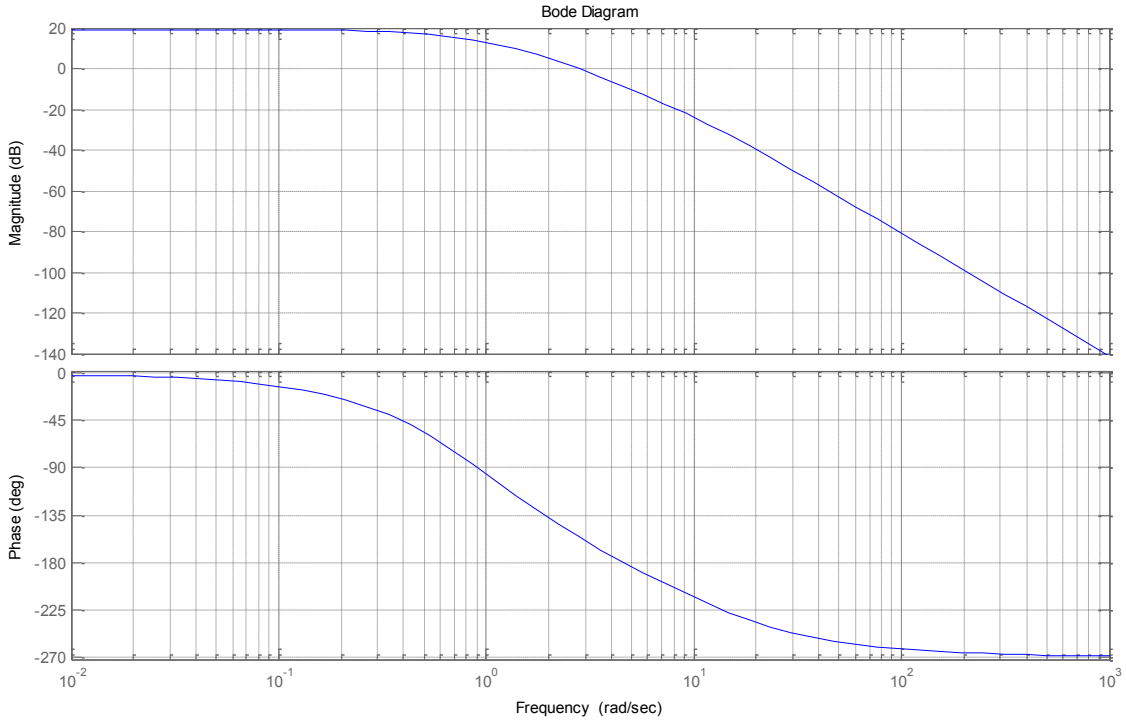
$\frac{1}{T} = \frac{0,88}{10}.0 \quad T = 11$

$\Rightarrow G_c = 750.\frac{11s+1}{352s+1}$

13 Questão

Dado um sistema G cujo gráfico de Bode em malha aberta é dado na figura abaixo.

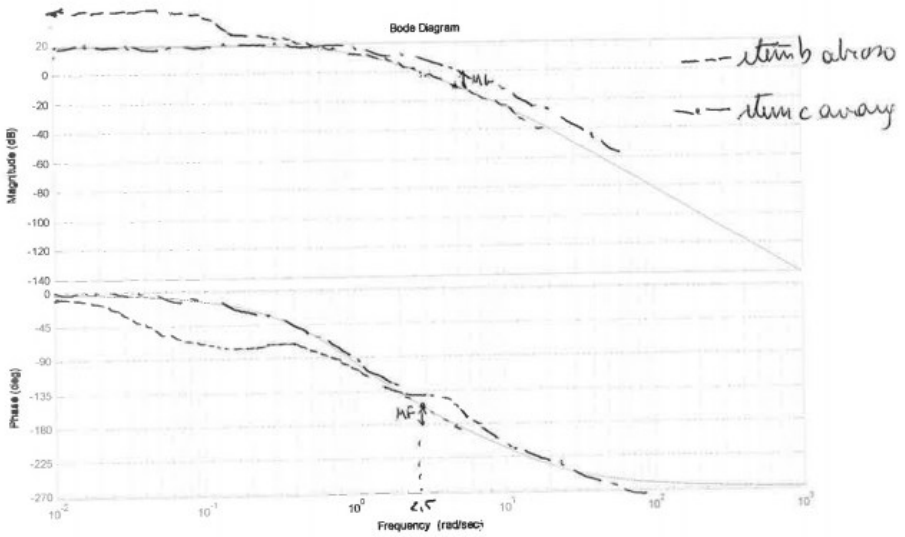
a) obtenha (a partir do próprio gráfico) a margem de ganho e de fase para este sistema. Esboce a resposta a uma entrada degrau unitário considerando-o em malha fechada, com realimentação unitária. Calcule o valor em regime para este caso.



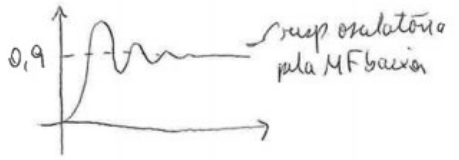
b) Projete um controlador para reduzir o erro em regime à entrada degrau para 1%, mantendo as propriedades da resposta transitória. Explique passo a passo o projeto, e esboce o diagrama de bode do controlador e da nova função em malha aberta.

c) Projete um controlador para garantir o mesmo erro em regime em malha fechada da função original, mas com margem de fase de 50º. Explique passo a passo o projeto, e esboce o diagrama de bode do controlador e da nova função em malha aberta.

1

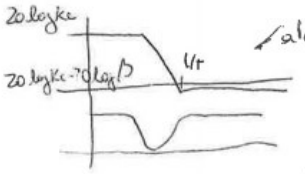


a) $MF \cong 23°$ $\quad MG \cong 10dB$ $\quad \lim_{s\to 0} G(s) \cong 19dB \Rightarrow 9 \Rightarrow \lim_{s\to 0} \frac{G(s)}{1+G(s)} = 0,9 \Rightarrow$ erro em regime = 0,1



b) $\lim_{s\to 0} \frac{G(s)G_c(s)}{1+G(s)G_c(s)} = 0,99 \Rightarrow \quad \frac{9K}{1+9K} = 0,99 \Rightarrow K = 11$

$\boxed{G_c(s) = 11 \cdot \frac{1+sT}{1+\beta sT}}$ idéia usar o ganho em l.f. do compensador por atraso, mantendo as propriedades em h.f.



$\Rightarrow \beta = K = 11$ $\quad \frac{1}{T} = \frac{1}{10} \cdot 2,5 = 0,2T \Rightarrow T = 4$

$\Rightarrow G_c(s) = 11 \cdot \frac{1+4s}{1+44s}$

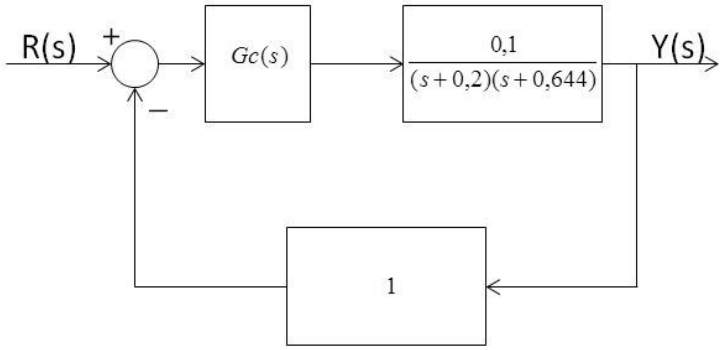
c) $MF_{nova} = 50° \Rightarrow$ acrescido $27° + 6° = 33° \Rightarrow \sin\varphi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0,3$

Nova $\omega_c \Rightarrow$ o mesmo ganho: $20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 9,2dB \cong 4 rad/s$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\alpha}\cdot T} = 4 \Rightarrow T = 0,45 \Rightarrow$ $\boxed{G_c = \frac{1+0,45s}{1+0,13s}}$ avanço

14 Questão

(Adaptado de Castrucci et al., 2011) Projete um controlador Gc(s) do tipo PI para que o sistema de controle abaixo apresente sobressinal de 20% à resposta degrau, fator de amortecimento de 0,45 e erro em regime nulo.

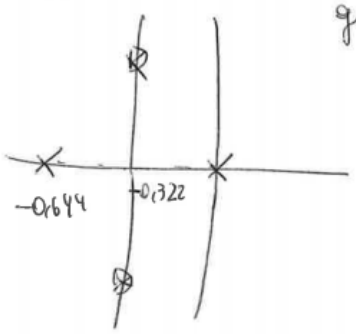


2) Polos desejados: $s = -0{,}322 \pm 0{,}63j$

como a planta não integrada devemos introduzir o PI do tipo

$G_c(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \rightarrow$ $G_{ma}(s) = K_p\left(\frac{s + 1/T_i}{s}\right) \cdot \frac{0{,}1}{(s+0{,}2)(s+0{,}644)}$

Supondo $\frac{1}{T_i} = 0{,}2 \Rightarrow T_i = 5$, cancela-se o zero com polo em MA, e o LR resulta



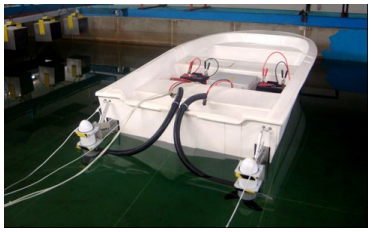
que passa sobre os polos desejados p/ K_p tal que respeita a condição de módulo

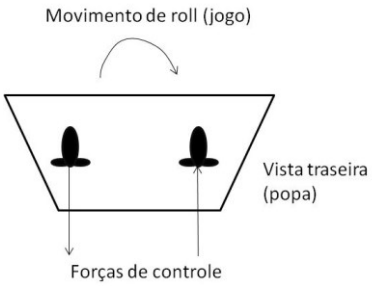
$$\left| \frac{K_p}{s} \cdot \frac{0{,}1}{s + 0{,}644} \right|_{s = -0{,}322 + 0{,}63j} = 1$$

$\Rightarrow K_p = 5 \Rightarrow$ $\boxed{G_c(s) = 5\left(1 + \frac{1}{5s}\right)}$

15 Questão

O jogo de um navio de recreação deve ser minimizado, a fim de garantir o conforto dos passageiros. Uma das técnicas que se está estudando para este fim, no laboratório TPN-USP em parceria com uma empresa incubada, é a utilização de propulsores gerando forças reativas para baixo e para cima, compensando tal movimento, como mostrado na figura abaixo.





O modelo matemático obtido para um barco modelo (escala reduzida), sendo θ o ângulo de jogo (roll) medido por um inclinômetro e M o momento (binário) gerado pelos propulsores de controle é:

$$30\,\ddot{\theta} + 100\,\dot{\theta} + 2500\,\theta = M$$

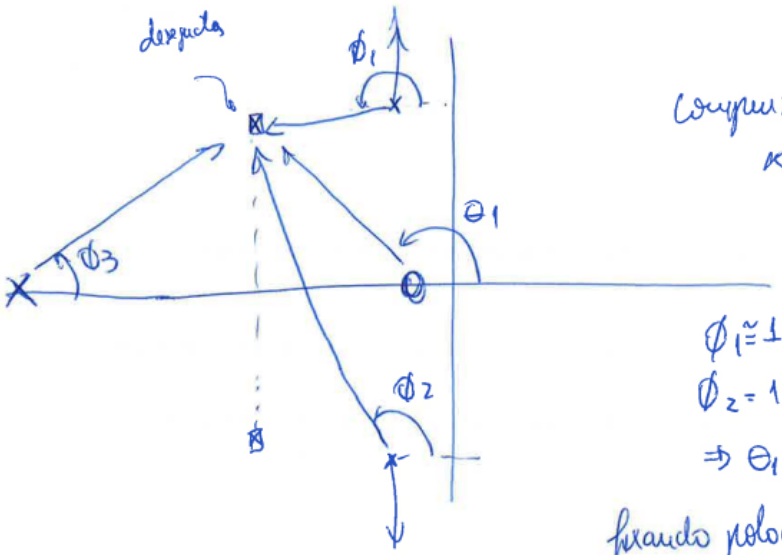
Projete um sistema de controle por realimentação $M(\Theta(s))$ que garanta que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e frequência natural de 12rad/s. A escolha destes parâmetros não é foco do presente problema, mas advém da necessidade de fazer o sistema responder pouco às ondas incidentes.

3) $\frac{\theta(s)}{M(s)} = \frac{1}{30s^2+100s+2500}$

polos MA: $-1{,}67 \pm 8{,}9j$

polos desejados: $12\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j\right) =$

$= -8{,}5 \pm 8{,}5j$



Compensador de avanço

$K_c\left(\frac{1+sT}{1+\alpha sT}\right)$

$\phi_1 \cong 180°$

$\phi_2 = 111°$

$\Rightarrow \theta_1 - \phi_3 = 111°$

fixando polo do controlador em -60

$\Rightarrow \phi_3 = 10°$

$\Rightarrow$ zero do controlador será em -3,3

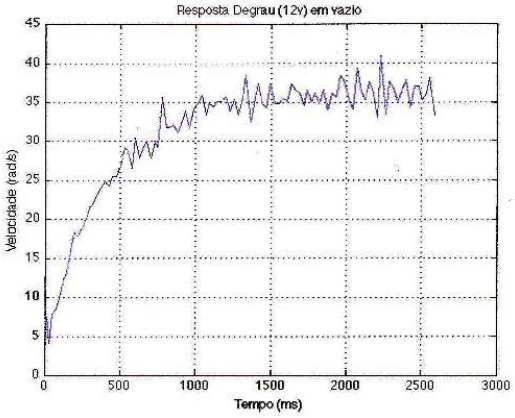
$\Rightarrow G_c = K_c\left(\frac{s+3{,}3}{s+60}\right)$

K_c é obtido por $\left| K_c \cdot \frac{s+3{,}3}{s+60} \cdot \frac{1}{30s^2+100s+2500} \right|_{s=-8{,}5 \pm 8{,}5j} \Rightarrow \boxed{K_c = 2 \cdot 10^4}$

16 Questão

Esta prova versa sobre o projeto de um sistema de controle para um moto-redutor DC de 12V, dotado de um encoder. A figura (a) abaixo ilustra o motor com uma roda montada em seu eixo. A figura (b) contém o resultado do ensaio de entrada em degrau (12V) aplicado em t=0s. A velocidade foi obtida a partir de um sistema de aquisição de dados.

(a)



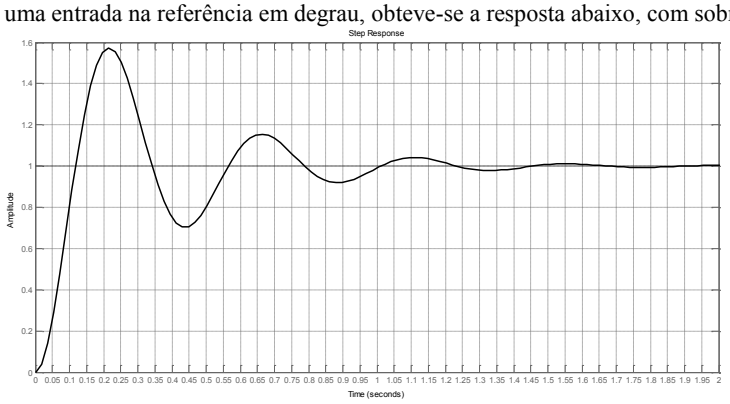
(b)

a) (Valor 0,5) Assumindo a simplificação de que a função de transferência do sistema seja da forma $\frac{\Theta(s)}{\mathrm{V(s)}} = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{s(Ts+1)}}$, sendo $\Theta(s)$ o ângulo (em rad) do eixo de saída do moto-redutor e $\mathrm{V(s)}$ a tensão aplicada, obtenha os parâmetros K e T. Justifique todos os passos e hipóteses.

A partir deste item, independentemente de ter ou não resolvido o item (a), assuma $\frac{\Theta(s)}{\mathrm{V(s)}} = \frac{2{,}9}{\mathrm{s(0{,}3s+1)}}$

b) (Valor 1,5) Projete um controlador PD da forma $K_P(1 + T_D s)$ considerando que o sistema deverá possuir, em malha fechada, tempo de estabilização 2% menor que 0,5s e sobressinal menor que 10%. Dica: Utilize o diagrama de polos e zeros e a técnica de lugar das raízes, notando que o controlador apenas introduz um zero ao sistema em malha aberta.

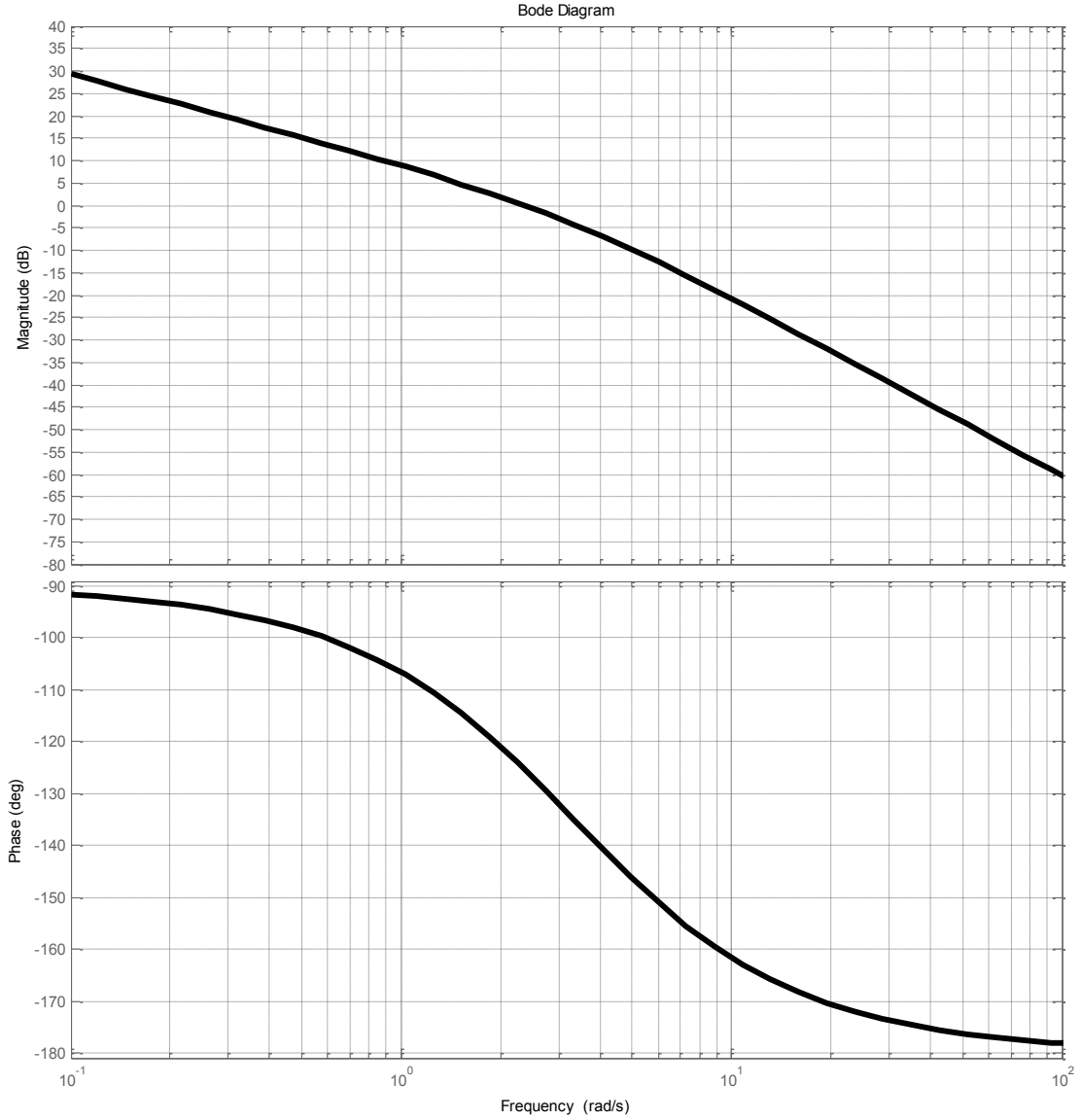
c) (Valor 3,0) O controlador foi implementado com um tempo de amostragem muito rápido (da ordem de 1ms) de forma a garantir que a amostragem e digitalização não influíssem a resposta em malha fechada. Ao testar o servomotor a uma entrada na referência em degrau, obteve-se a resposta abaixo, com sobressinal bem maior que o especificado.



A causa disso é creditada à existência de uma dinâmica elétrica (devido à indutância do motor) desprezada na fase de modelagem e projeto do controlador, do tipo $\frac{1}{\mathrm{T_E s+1}}$. A partir do gráfico acima, estime o valor da constante de tempo elétrica $\mathrm{T_E}$.

d) (Valor 3,0) Projete um compensador de **<u>avanço</u>** do tipo $\frac{\mathrm{Kc(1+Ts)}}{(1+\propto \mathrm{Ts})}$ para pelo método da resposta em frequência, tendo como requisito erro estático de velocidade de Kv=20 e margem de fase de 45º. O gráfico de Bode da função $\frac{\Theta(s)}{\mathrm{V(s)}} = \frac{2{,}9}{\mathrm{s(0{,}3s+1)}}$ é dado na figura em anexo, sendo que todas as informações necessárias para o projeto do compensador podem ser obtidas diretamente a partir deste gráfico. Você pode destacar, colocar o nome e anexar o gráfico na sua folha de respostas.

Gráfico do exercício 1d; Nome: _____



GABARITO

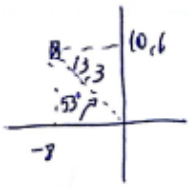
1) a) $\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K}{\tau s+1}$ com $K = \frac{35\ rad/s}{12V} = 2,9\ rad/V$

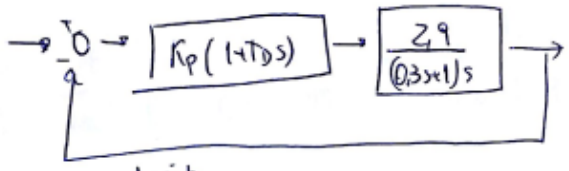
$\Omega(\tau) = 0,632 \times 35 = 22,2\ rad/s \Rightarrow$ pelo gráfico $\tau = 0,3s$ (300 ms)

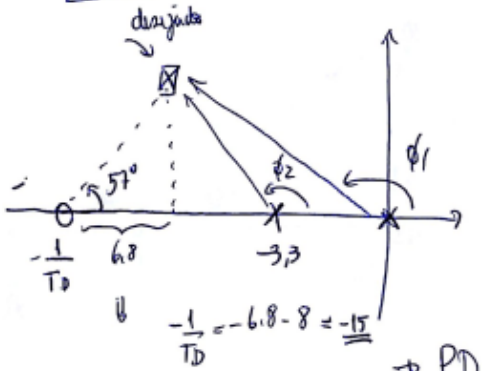
$\Rightarrow \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{2,9}{s(0,3s+1)}$ ↓ integrador

b) $t_s = 0,5s$, $M_p \leq 10\%$ $\Rightarrow \frac{4}{\zeta\omega_n} = 0,5 \Rightarrow \zeta\omega_n = 8$

$\exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = 0,1 \Rightarrow \zeta = 0,6$ polos desejados $= -8 \pm 10,6j$







$\phi_1 = 123°$ Cond. fase

$\phi_2 = 114°$

$\Rightarrow -\phi_1 - \phi_2 + \theta = -180°$

$\theta = 57°$

$\frac{-1}{T_D} = -6,8 - 8 = -15$

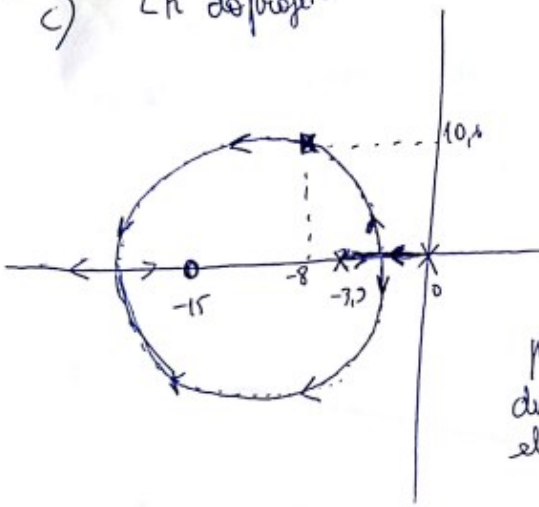
$T_D = 0,067s \Rightarrow PD = K_p(1+0,067s)$

Cond. modulo

$\left| K_p(1+0,067s) \cdot \frac{2,9}{(0,3s+1)s} \right|_{s=-8\pm10,6j} = 1 \rightarrow K_p = 18,75$

Scanned by CamScanner

c) LR do projeto



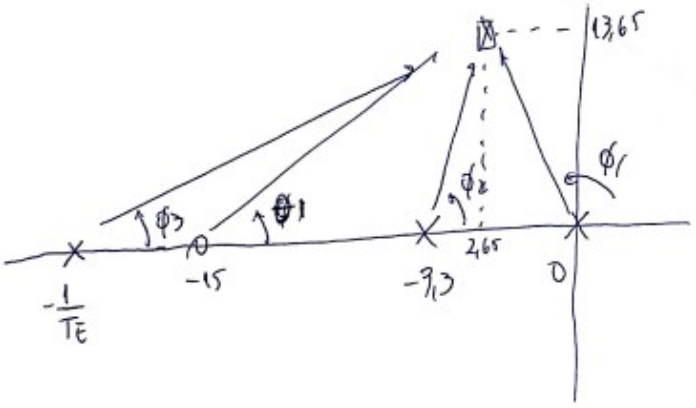
LR considerando pólo elétrico

O pólo elétrico causa um deslocamento do pólo em malha fechada.

Pelo gráfico da resposta temporal ao degrau:

$M_p \cong 55\%$ $\Rightarrow$ $\zeta = 0,2$ $\Rightarrow$ pólo dominante $= -2,65 \pm 13,65j$

$T_m \cong 0,65 - 0,2 = 0,45s$ $\quad \omega_n = 13,92$



$\phi_1 = 101°$

$\phi_2 = 87° \Rightarrow \phi_3 = 39°$

$\theta_1 = 47°$

$\Downarrow$

Obtém-se a posição do pólo elétrico

$\frac{1}{T_E} = 19,5$

$\Downarrow$

$\boxed{T_E = 0,05s}$

a) $\lim_{s \to 0} s \cdot K_c \cdot G(s) = 20 \Rightarrow K_c = 6,9$

$G_c = K_c \cdot \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$

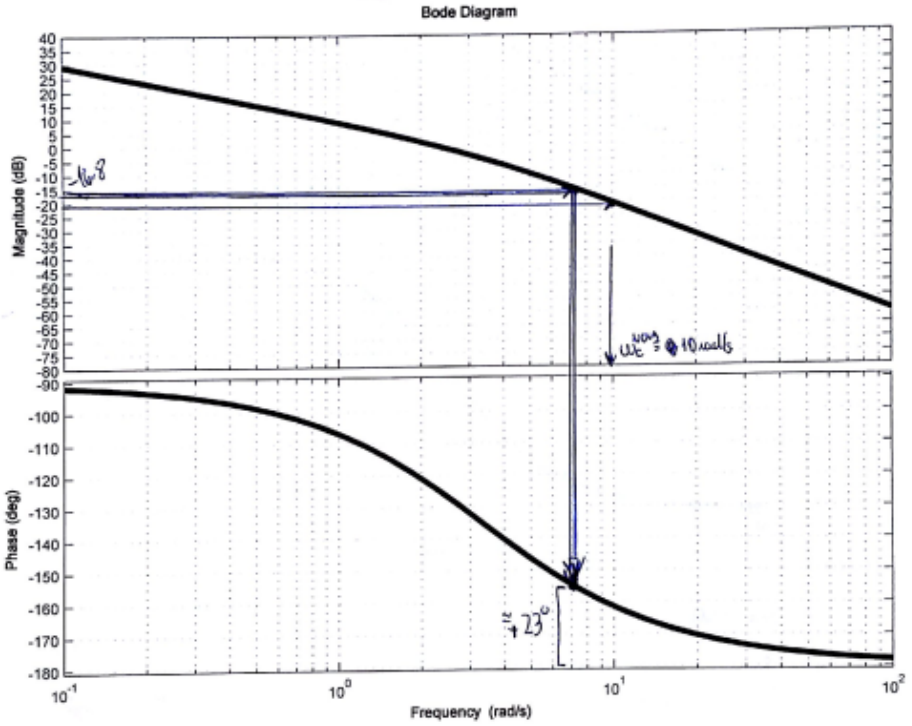
$20 \log 6,9 = 16,8 dB$

MF atual de $K_c G(s) \approx +23°$ (do gráfico)

↳ gráfico de Bode de $K_c G(s)$ e do figura abaixo deslocado 16,8dB para cima.

MF nova = 45° + ângulo de $45 - 23 + 6 = 28°$

$\Rightarrow \sin \phi_m = \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \Rightarrow \lambda = 0,36$



nova $\omega_c \Rightarrow \omega$ em que o ganho é $-20 \log \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -4,43 dB$

$\omega_c^{nova} = 10$ rad/s

Para ver no gráfico considera $+16,8dB = -21,23dB$

b)

$\frac{1}{\sqrt{\lambda} \cdot T} = 10 \Rightarrow T = 0,166$

$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = 6,9 \cdot \frac{1+0,166s}{1+0,06s}}$

Scanned by CamScanner

17 Questão

Projete um compensador que mantenha a margem de ganho do sistema $\frac{0,5}{s(s^2+2s+1)}$ e garanta erro para entrada na referência em rampa em regime 5 vezes menor do que a simples realimentação unitária.

Gráfico do exercício 2; Nome: _____

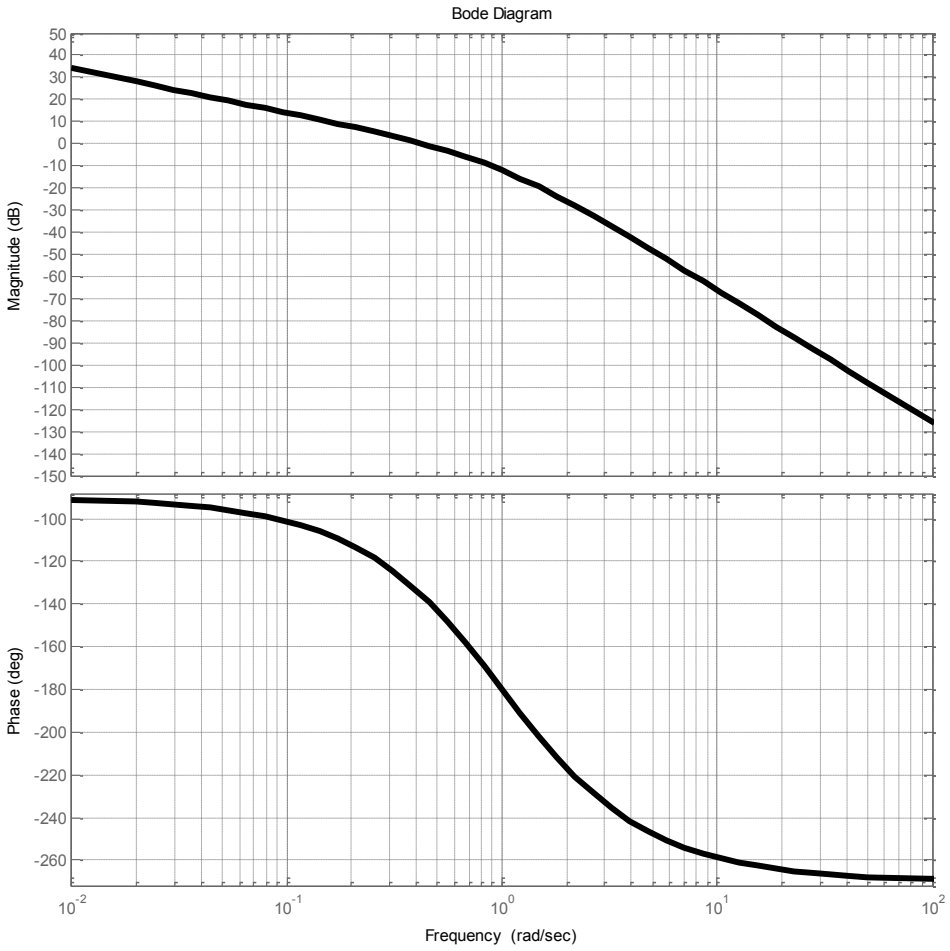
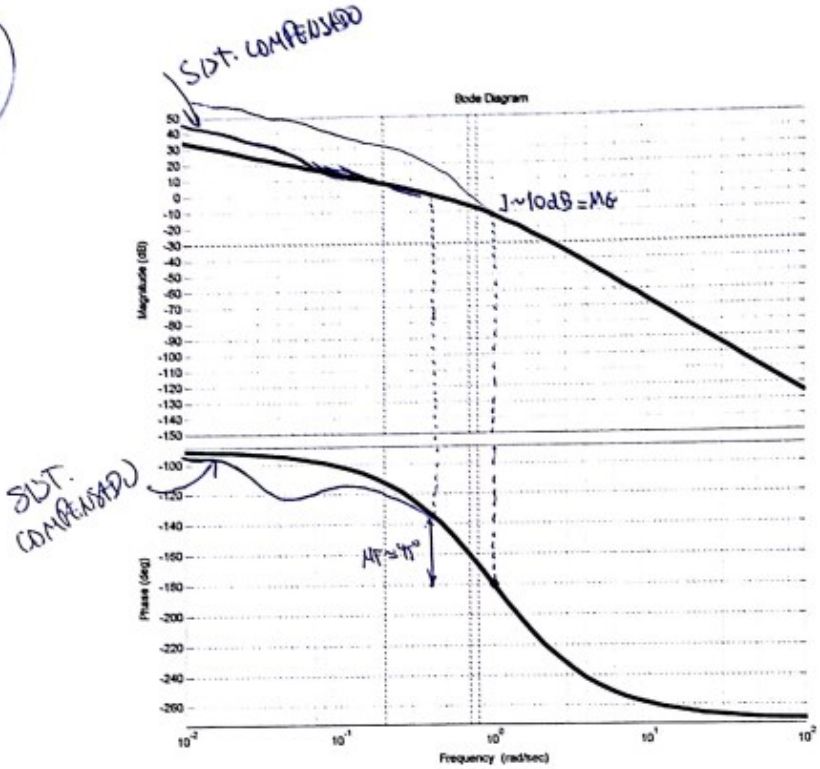
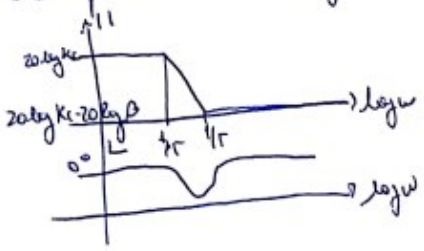


Gráfico do exercício 2; Nome: GABARITO

(2)



compensador de atraso. aumenta o ganho em baixas frequências e mantem o comportamento em freq. médias e altas $G_c = K_c \cdot \frac{1+Ts}{1+\beta Ts}$ $\beta > 1$



O ganho $K_c = 5$ para provar aumento de 5 vezes no ganho em baixas freq. e reduzir o erro estático em 5. Além disso $K_c = \beta$ para garantir ganho = 0 dB em freq. médias e altas

O parâmetro T deve ser grande para não influenciar a fase na região de $\omega_c \approx 0{,}4$ rad/s $\Rightarrow \frac{1}{T} \doteq \frac{1}{10} 0{,}4 \Rightarrow T = 25 \Rightarrow$

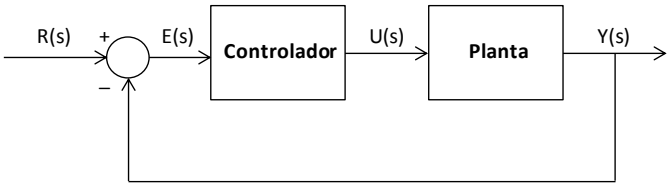
$$K_c = 5 \cdot \frac{1+25s}{1+125s}$$

Scanned by CamScanner

18 Questão

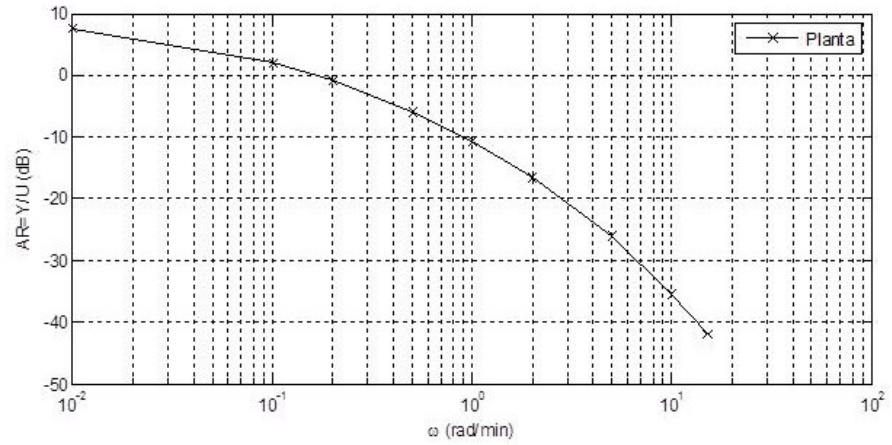
A resposta em frequência de um sistema foi obtida experimentalmente, através da excitação senoidal diretamente na entrada da planta *U(s)*, e a medição da resposta da mesma *Y(s)*, sob várias frequências. O resultado é dado na tabela abaixo.

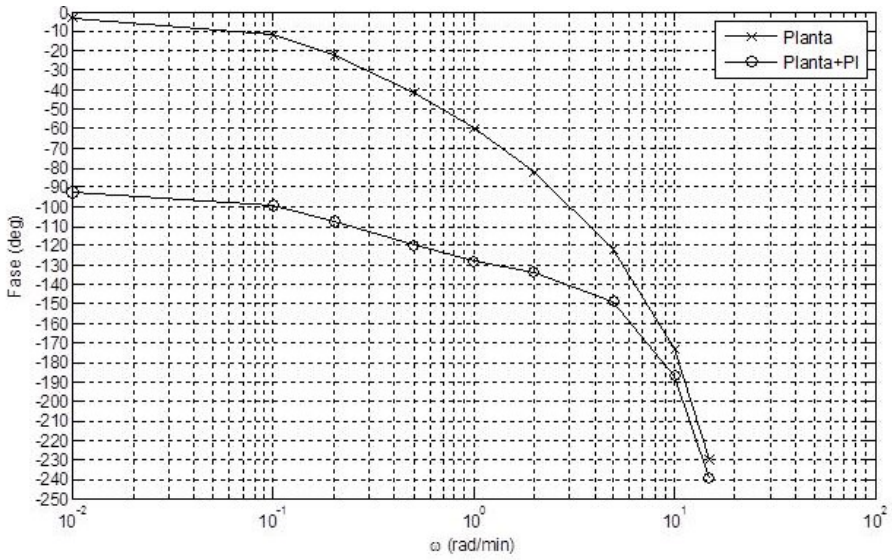
w (rad/min)	*AR (Ganho)*	*FI (Fase - deg)*
0.01	2.4	-3
0.1	1.25	-12
0.2	0.9	-22
0.5	0.5	-41
1	0.29	-60
2	0.15	-82
5	0.05	-122
10	0.017	-173
15	0.008	-230



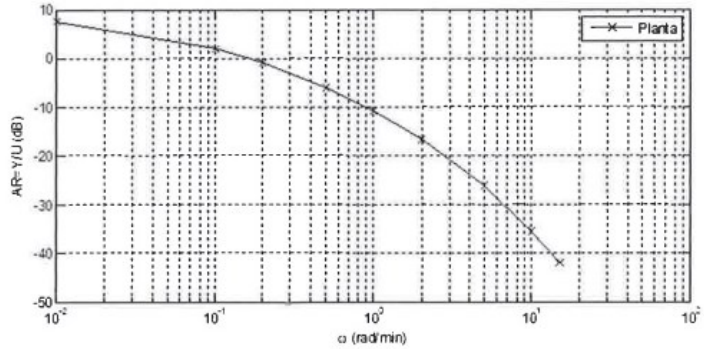
a) Utilizando-se um controlador PI na forma $G_c(s) = K_c(1 + \frac{1}{T_i s})$ com $T_i = 0.4min$, obtenha o valor do ganho K_c para que a margem de fase seja de 45º. Para facilitar sua solução, apresentam-se na figura abaixo os gráficos de Ganho (da Planta) e de Fase (da Planta e da Planta+PI). Justifique detalhadamente sua resposta.

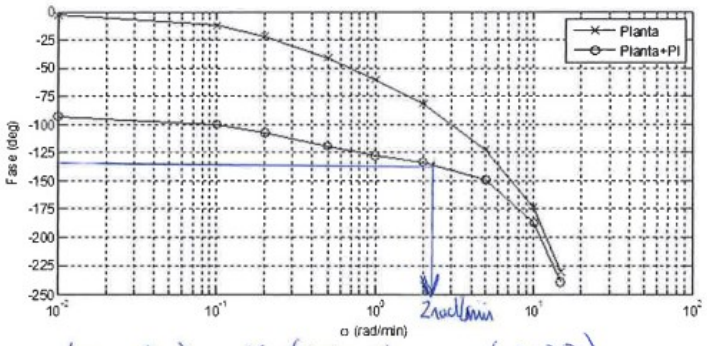
b) Qual a margem de ganho com este PI?





Gabarito Q1)





a) $PI = G_c = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{0,4s}\right) = K_c \left(\frac{0,4s+1}{0,4s}\right) = K_c \left(\frac{s+2,5}{s}\right)$

p/ $\phi = -135°$ ($MF = 45°$) $\Rightarrow \omega_c \cong 2$ rad/min (do gráfico)

nesta freq $\omega_c = 2$ rad/min o ganho do $G_c G$ deve ser igual a 1 (0dB)

$\Rightarrow \left| K_c \cdot \frac{j\cdot 2 + 2,5}{j\cdot 2} \cdot G(2j) \right| = 1 \Rightarrow \boxed{K \cong 4,4}$

$\hookrightarrow \cong -17$ dB do gráfico

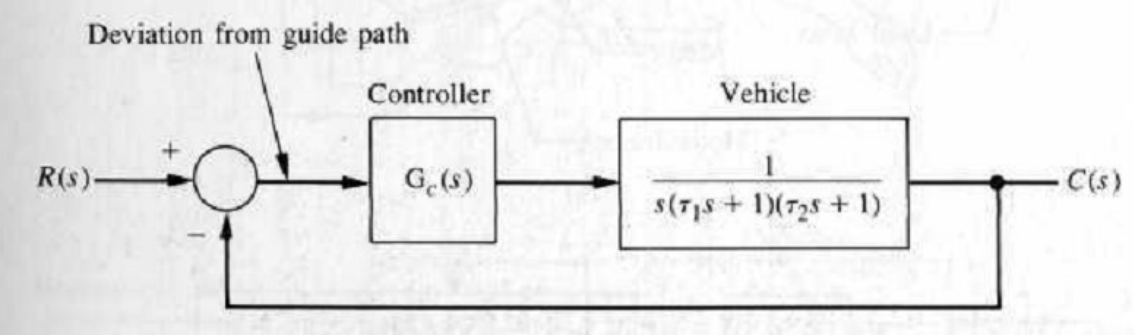
b) $\phi = -180°$ p/ $\omega_1 \cong 9$ rad/min (do gráfico)

$|G(9j)| \cong -35\,dB = 1,77 \cdot 10^{-2}$

$\Rightarrow \left| 4,4 \times \frac{j\cdot 9 + 2,5}{j\cdot 9} \cdot 1,77\,10^{-2} \right| = 8,12 \cdot 10^{-2} \Rightarrow GM = \frac{1}{8,12 \cdot 10^{-2}} = 12,3 = 22dB$

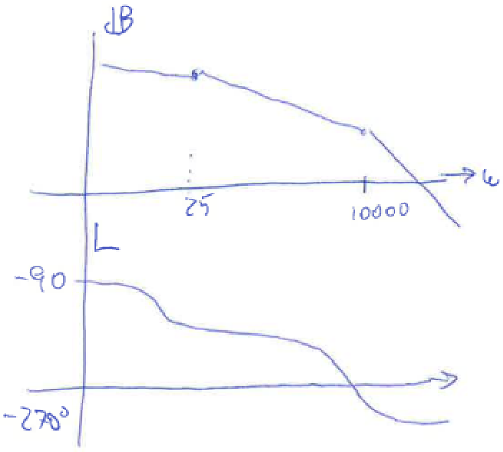
19 Questão

O modelo dinâmico de um veículo guiado automático (AGV) que segue uma trilha demarcada no solo, e a malha de controle associada, são apresentadas na figura abaixo, onde $\tau_1 = 40ms$ e $\tau_2 = 0{,}1ms$. Projete um controlador de avanço de fase $G_c(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$ que garanta $K_v = 100$ e margem de fase de 45º. (Dica: verifique a possibilidade de simplificar o modelo do veículo para o projeto, com uma justificativa).



Q3) $K_c = 100$ (erro estático)

$$G_c * K_c = \frac{100}{s(0{,}04s+1)(0{,}0001s+1)}$$



PM atual

$W_c \rightarrow |G * K_c| = 1$

$|j\omega\,(0{,}04 j\omega+1)(0{,}0001 j\omega+1)| = 100$

supondo $W_c << 10000$ rad/s

⇓

simplifica-se a equação $|j\omega\,(0{,}04 j\omega+1)| = 100$

↳ ... $W_c = 47$ rad/s

$$\left|\frac{100}{j\cdot 47\,(j\cdot 47\cdot 0{,}04+1)}\right| = -90 - \text{atan}(47 \cdot 0{,}04) = 152° \Rightarrow PM\text{atual} = 28°$$

↳ acréscimo de fase: $17° + 5° = 22°$ (folga)

$$\Rightarrow \text{sen}\,22° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}46$$

Novo W_c (devido ao aumento do ganho)

$$\left|\frac{100}{j w_c \cdot (j w_c \cdot 0{,}04+1)}\right| = \sqrt{\alpha} \Rightarrow w_c \cong 55 \text{ rad/s}$$

⇓

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha} \times T} = 55 \Rightarrow T = 0{,}027 \Rightarrow G_c = \frac{0{,}027s+1}{0{,}027 \times 0{,}46\,s+1}$$

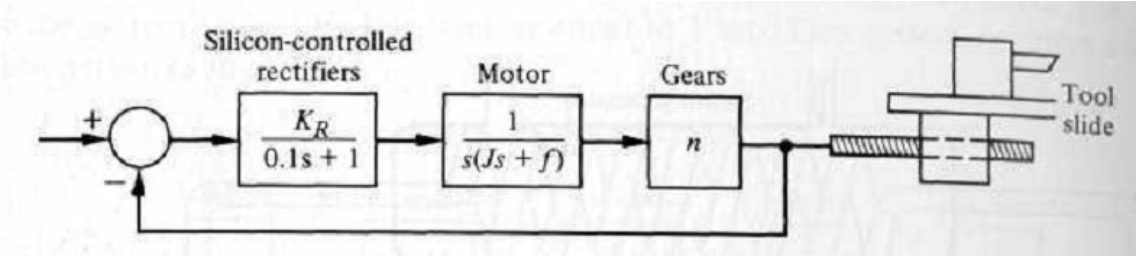
20 Questão

Considere um sistema cuja dinâmica em malha aberta é dada por $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{40}{60s^2 + 20s}$.

Pelo método do lugar das raízes, projete um compensador de avanço para que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e tempo de estabilização 2% de 2seg. Ao final, verifique o erro em regime para entrada rampa unitária.

21 Questão

Uma máquina de comando numérico demanda uma precisão para acompanhamento de referência em rampa de 3% e uma margem de fase de 35º. A taxa de redução da caixa de engrenagens é n=0,1, o momento de inércia das partes girantes é $J=10^{-3}$ e o atrito é $f=10^{-2}$. O ganho dos retificadores é $K_R=5$. Projete um controlador por atraso de fase a ser colocado em série ao retificador para atender aos requisitos. O formato do controlador é $G_c(s) = K_c \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$.



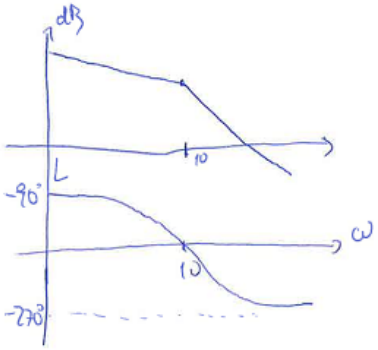
Ganhando Q2)

$$G(s) = \frac{5}{0,1s+1} \cdot \frac{1}{s(10^{-3}s+10^{-2})} \cdot 0,1 = \frac{5000}{s(s+10)^2}$$

erro rotação: $K_v > \frac{1}{0,03} = 33$

$\Rightarrow \lim_{s\to 0} s \cdot G(s) \cdot K_c = 50 \cdot K_c = 33 \Rightarrow K_c = 0,66$

Bode Sist. Não Compensado $G \cdot K_c$



Na fase = -140° o ganho de G.Kc deverá ser 1

$-180° + 35° + 5°$

folga

ganho atual de $G \times 0,66$ p/ $\omega = \omega_c$

$$\left| \frac{5000}{4,66j(4,66j+10)^2} \times 0,66 \right| = 5,8$$

$\Rightarrow -90° - 2 \times \arctan\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = -140°$

$-\arctan\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = 25° \Rightarrow \omega_c = 4,66 \text{ rad/s}$

$\beta = 5,8$

$T \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{10} \times 4,66 \Rightarrow T = 2,1$

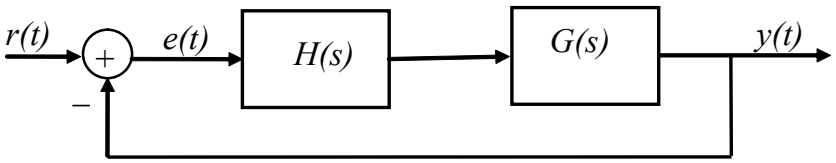
$$G_c = \frac{2,1s+1}{2,1 \times 5,8s+1}$$

$K_c = 0,66$

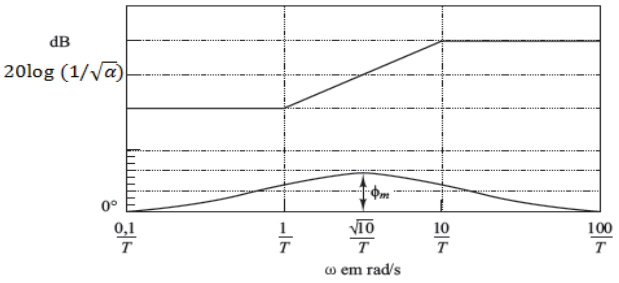
22 Questão

Um sistema de controle de malha fechada como indicado abaixo é dado por:

$$H(s) = K\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \quad \text{e} \quad G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$



Projete H(s) tal que o erro estático do sistema seja $50s^{-1}$, a margem de fase seja 50° e a margem de ganho seja no mínimo 8dB. Formulário: Bode de Gc:



$$\text{sen}\,\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

1) K

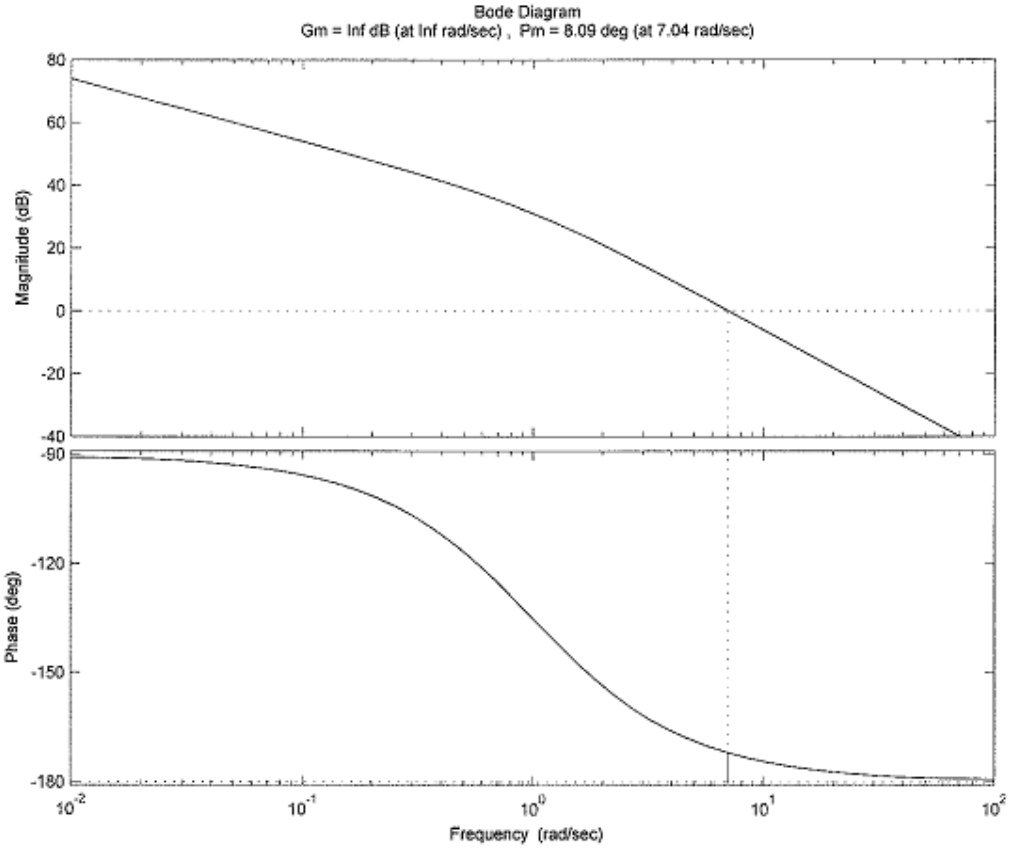
$$K_V = \lim_{s\to 0} K \cdot \frac{Ts+1}{1+\alpha Ts} \cdot \frac{1}{s(s+1)} = 50 \Rightarrow \boxed{K = 50}$$

2) Sistema não compensado $\quad \frac{50}{s(s+1)}$

MF: 8°

$\omega_c = 7 rad/s$

Bode de $\frac{50}{s(s+1)}$ (SIST. NÃO COMPENSADO)



- $\phi_m = 42 + 5 = 47° \Rightarrow \operatorname{sen} 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}155$

- no ponto de avanço máximo o módulo de ganho será

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}155}} = 2{,}53 = 8{,}09\,dB$$

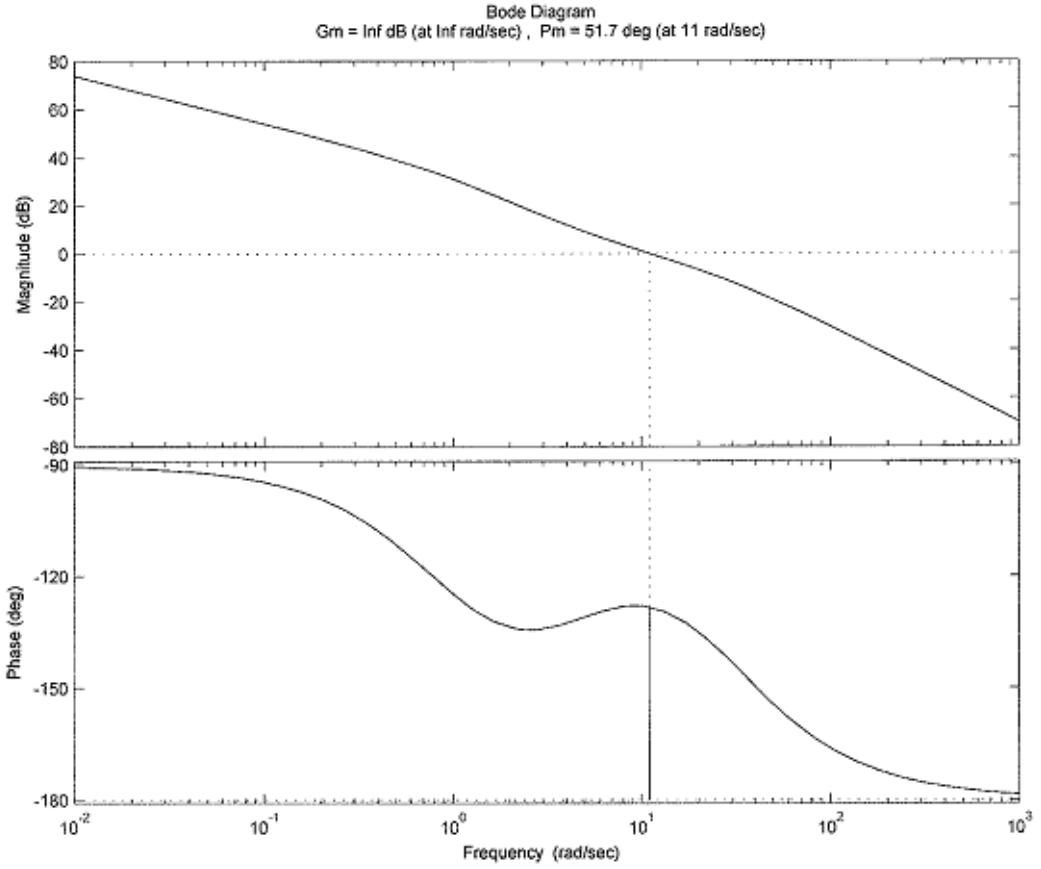
logo, a nova ω_c será o ponto que possui ganho $-8{,}09dB$

$$\text{Lo} \left| \frac{50}{j\omega(j\omega+1)} \right| = \frac{1}{2{,}53} \Rightarrow \omega = 11{,}22\,rad/s$$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}\cdot T} = 11{,}22 \Rightarrow \frac{1}{T} = 4{,}92\ ,\ T = 0{,}22s$

$$G_C = 50 \cdot \frac{0{,}22s+1}{0{,}035s+1}$$

↓ Bode SIST. COMPENSADO



Nota que $MG = \infty$

$MF = 52°$

23 Questão

O sistema de pesagem automática abaixo (figura a) é composto pelos seguintes itens:

I) alavanca de momento de inércia J, articulada em seu ponto central.
II) amortecedor de coeficiente c, preso a uma distância L_2 da articulação
III) mecanismo de contrapeso, que posiciona uma massa de peso P (conhecido) a uma distância x(t) da articulação. Este mecanismo é alimentado com uma tensão de entrada v(t), sendo a posição x(t) proporcional à v(t) ($x(t) = K_1.v(t)$)
IV) peso a ser medido w(t), sendo sempre posicionado a uma distância L1 da articulação

Na Figura b ilustra-se o ângulo $\psi(t)$ de inclinação da alavanca, bem como a força de amortecimento.

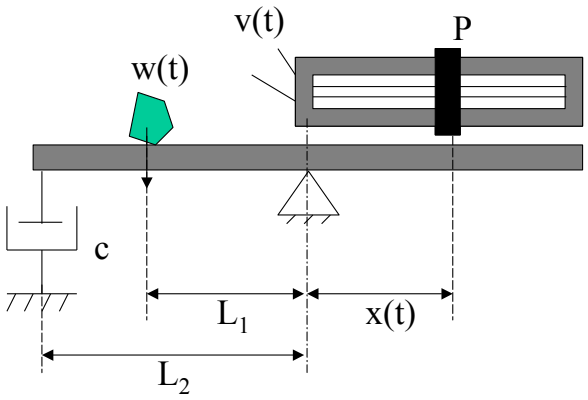


Figura a

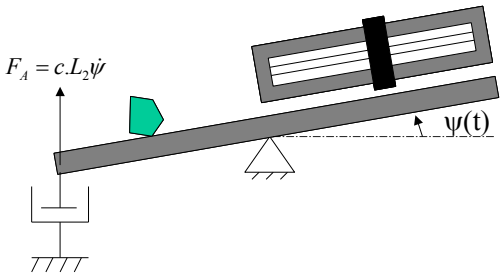


Figura b

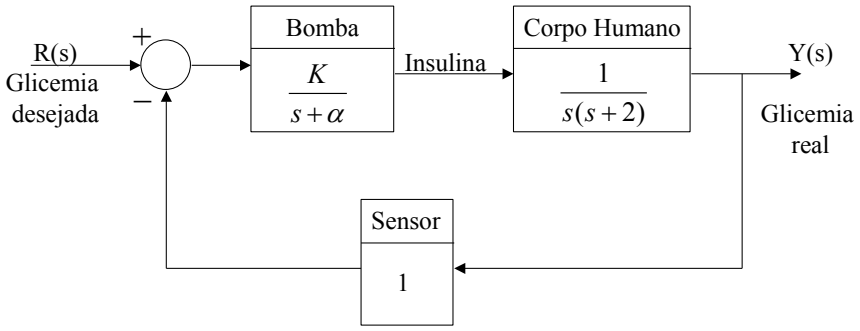
a) Obtenha as funções de transferência entre a saída $\Psi(s)$ e as entradas V(s) e W(s). Esquematize um diagrama de blocos do sistema. (1.5)

A pesagem automática é feita de forma que, ao se colocar o peso w(t), o sistema automaticamente posiciona o contrapeso P de forma a manter o ângulo $\psi(t)$ nulo. O peso w(t) será, logicamente, proporcional à tensão v(t) aplicada em regime.

b) considere um sistema de controle no qual v(t) seja proporcional ao ângulo $\psi(t)$ ($v(t) = K_c.\ \psi(t)$). Esboce o diagrama de blocos em Malha fechada (a única entrada agora é W(s), e a saída $\Psi(s)$) e calcule a função de transferência em malha fechada. (1.0)
c) o sistema proposto acima consegue controlar o sistema em torno de $\psi(t) = 0^o$? Considere um peso aplicado w(t) sob a forma de um degrau. (0.5)
d) Se utilizarmos um controlador integral (tensão v(t) proporcional à integral do ângulo $\psi(t)$), o sistema consegue controlar o sistema em torno de $\psi(t) = 0^o$? Justifique. (0.5)

24 Questão

O controle de injeção de insulina pode ajudar a vida de pacientes diabéticos, que o fazem diariamente através de injeção. A insulina é um hormônio que regula o nível de glicose do sangue (glicemia). O sistema de controle automático é composto por uma bomba e um sensor de glicemia, como indicado na figura. Considera-se um sensor ideal (função de transferência unitária) e um controlador com dois parâmetros a ajustar (K e α). A unidade temporal das funções de transferência é dada em horas.

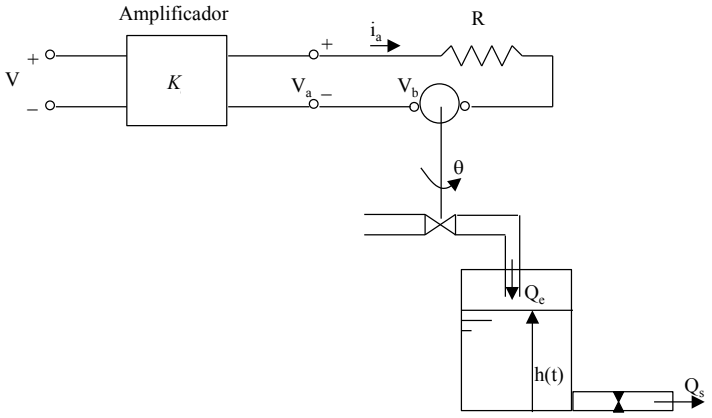


Deseja-se que o sistema em MF apresente máximo sobressinal menor que 7% e tempo de acomodação (2%) menor que 4h.

a) Localize no plano complexo a região possível para os pólos de um sistema subamortecido de 2ª ordem que satisfaça os critérios acima. (1,0)
b) Calcule a função de transferência em malha fechada do sistema em análise. (1,0)
c) Considerando-se a dominância de pólos, calcule K e α para satisfazer os critérios de desempenho. Justifique, posicionando os novos pólos no plano complexo. (1,5)

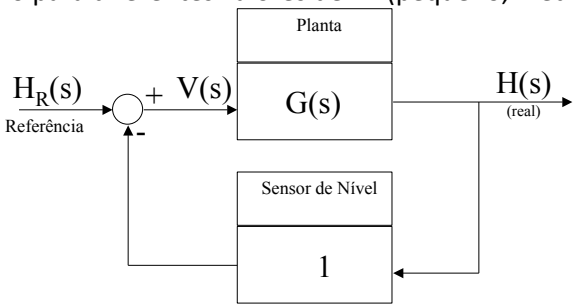
25 Questão

O sistema abaixo possui um motor CC controlado pela corrente de armadura i_a que gira um eixo e abre uma válvula. A indutância do motor CC é desprezível, isto é, L_a=0. Igualmente, o atrito de rotação do eixo do motor e da válvula é desprezível, isto é, b=0. A força contra-eletromotriz é proporcional à rotação $\dot{\theta}$ (isto é, $V_b = K_b\dot{\theta}$) e o torque elétrico é proporcional à corrente de armadura ($T_e = K_a i_a$). A inércia da válvula e da árvore do motor é J. Existe ainda um amplificador de entrada, com amplificação K. A vazão de saída de água pelo reservatório é $Q_s = K_R h$ e a de entrada é proporcional à abertura da válvula ($Q_e = K_v\theta$). A área seccional do reservatório é A.



c) obtenha a função de transferência G(s)=H(s)/V(s)

d) Usando um diagrama do lugar das raízes esquemático, ilustre a estabilidade do sistema em malha fechado abaixo para diferentes valores de *K*. (pequeno, médio e grande)



OBS: se você não resolveu o item anterior, considere:

$\frac{H(s)}{V(s)} = \frac{A.K}{s(s+B)(s+C)}$, sendo A, B, C constantes positivas.

c) Esboce a resposta temporal para entrada H_R degrau em cada um dos três casos analisados no item b.

GABARITO

1) (a)

Tanque:
$$\begin{cases} \theta_e - \theta_s = A\dot{H} \\ \theta_s = K_R H \\ \theta_e = K_b \theta \end{cases} \Rightarrow \ddot{H} = \frac{1}{A}(K_b\theta - K_R H)$$

Acionador:
$$\begin{cases} J\ddot{\theta} = T_e \\ V_a = K.V \\ V_a = R.I_a + K_b.\dot{\theta} \\ T_e = K_a.i_a \end{cases} \Rightarrow I_a = \frac{K.V - K_b.\dot{\theta}}{R} \Rightarrow T_e = \frac{K_a}{R}.(K.V - K_b.\dot{\theta})$$

$$\Downarrow$$

$$\left(J.s^2 + \frac{K_a K_b}{R}s\right)\theta(s) = \frac{K_a K}{R}.V(s)$$

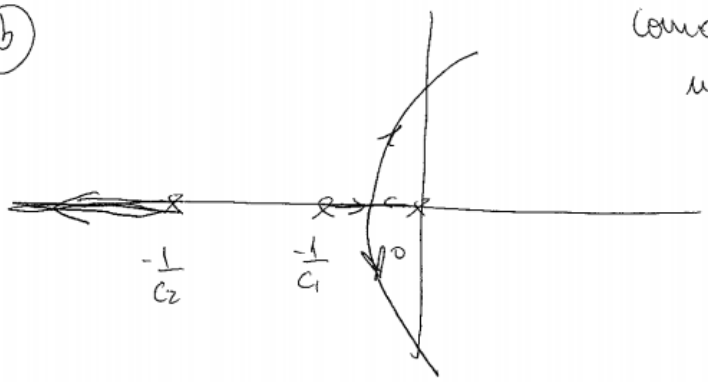
Voltando ao Tanque:

$$\left(s + \frac{K_R}{A}\right).H(s) = \frac{\frac{K_b}{A}.\frac{K_a K}{R}}{Js^2 + \frac{K_a K_b}{R}s}.V(s)$$

$$\Rightarrow \frac{H(s)}{V(s)} = \frac{C_1}{s(s+C_2).(s+C_3)}$$

com
$$C_1 = \frac{K_b K_a K}{ARJ}$$
$$C_2 = \frac{K_R}{A}$$
$$C_3 = \frac{K_a K_b}{RJ}$$

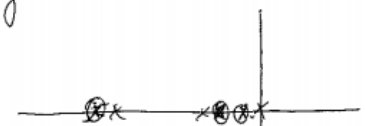
(b)



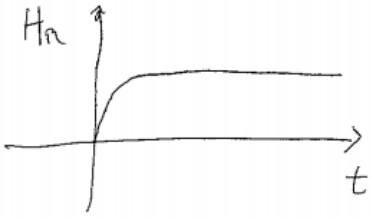
Como K só aparece no numerador de $\frac{H(s)}{V(s)}$ ⇒ (2)

se $C_1 < C_2$
mas se $C_1 > C_2$
o comportamento é igual

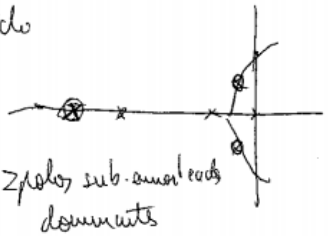
ganho K pequeno



3 polos no semi-plano negativo

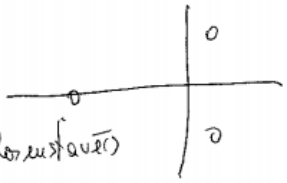


ganho K médio

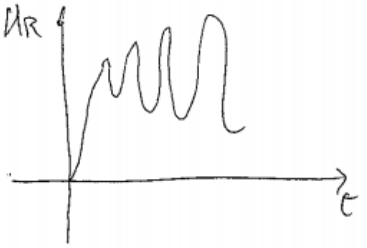


2 polos sub-amortecidos dominantes

ganho K alto

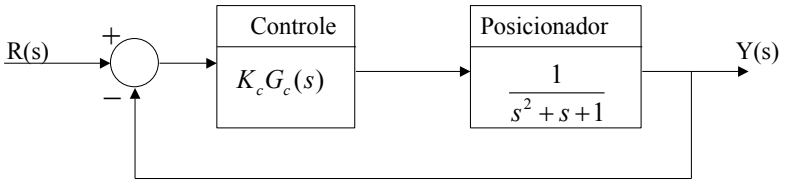


polo instável



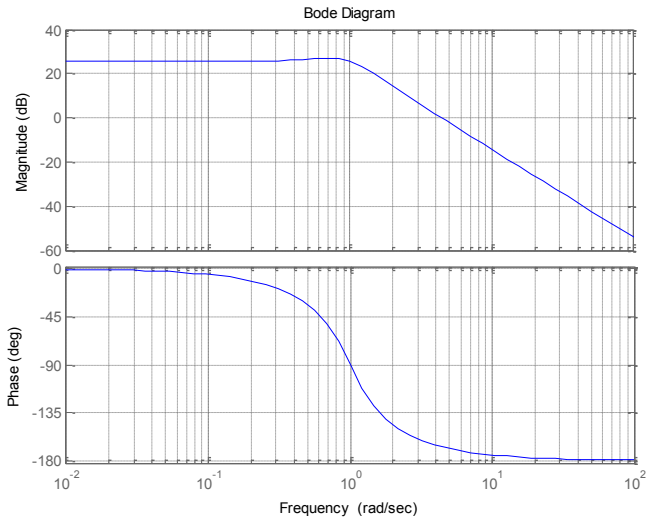
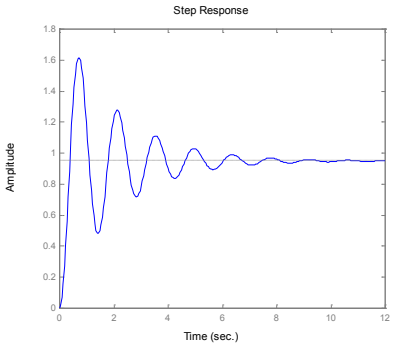
26 Questão

Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



a) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) Considerando Gc(s)=1 e o Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo. Qual a margem de ganho e de fase do sistema em malha fechada? Estes valores são coerentes com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada, também ilustrado abaixo?

Diagrama de Bode de malha aberta	Resposta degrau em malha fechada
	

c) Sabendo-se que o objetivo do controlador é aumentar a margem de fase e que a velocidade de resposta é um fator importante no posicionamento, explique a razão de um compensador de avanço ser mais adequado do que um compensador de atraso. Esboce como o diagrama de bode ficaria alterado com a inclusão de um compensador de avanço corretamente projetado.

d) Calcule os parâmetros T e α de $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter margem de fase de 50º .

(2) a) $\frac{Y}{R} = \frac{K_c}{s^2+s+1+K_c} \Rightarrow \frac{K_c}{1+K_c} = 0,95 \Rightarrow \boxed{K_c = 19}$

b) $M_{ganho} = \infty$ (nunca chega a $-180°$)

$M_{fase} \simeq +13°$ (fase p/ ganho 0dB = $-167°$)

sim, pois MF pequena implica oscilação.

c) Compensador de atraso ⇓ aumenta MF através da redução da freq. de cruzamento logo reduz a velocidade de resposta

Comp de avanço ⇓ aumenta a MF através de aumento de fase e até com ligeiro aumento da freq de cruzamento, logo deixa o sistema ainda mais rápido.

d) 1) deve ser aumentado $37° + 10° = 47°$

2) $\Rightarrow \sin 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,15}$

3) módulo na nova freq de cruzamento $= -20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -8,2\,dB$

⇓

$\omega = 7,07\ rad/s$

4) o mais "calombo" da fase estará nesta frequência, logo:

$7,07 = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot T} \Rightarrow T = 0,37\ s$

$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{1+0,37s}{1+0,055s}}$

27 Questão

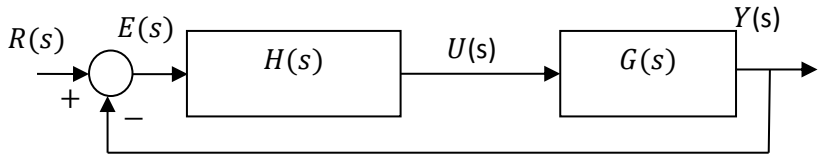
Seja o sistema de controle de malha fechada dado pela figura onde

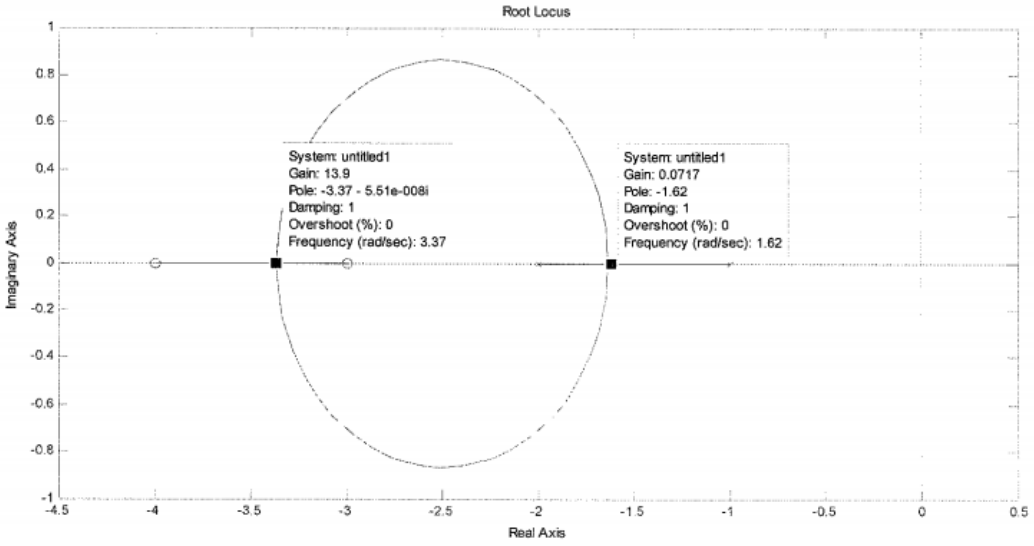
$$G(s) = \frac{(s+3)(s+4)}{(s+1)(s+2)}$$

e $H(s) = K$. Pergunta-se:

a-) Para quais valores de K o sistema é estável ?

b-) Esboce o Lugar das raízes.

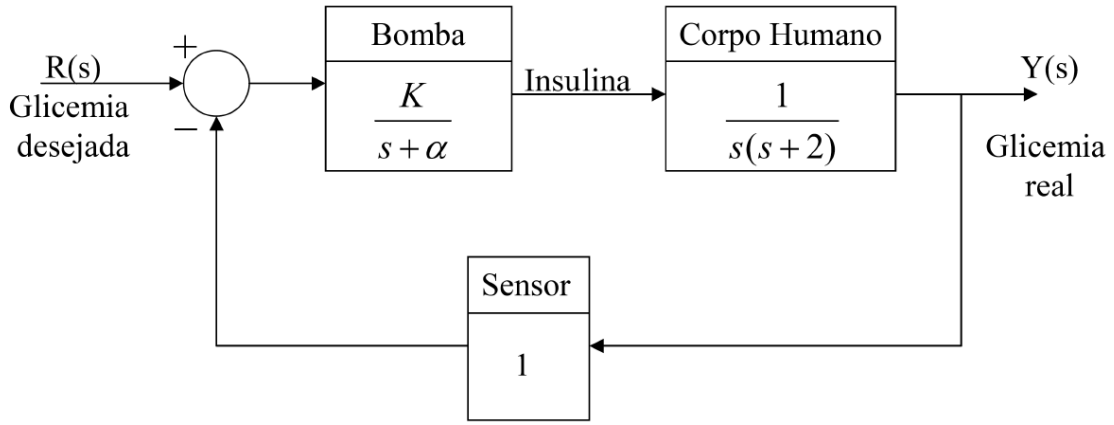




Sempre estável p/ K>0

28 Questão

O controle de injeção de insulina pode ajudar a vida de pacientes diabéticos, que o fazem diariamente através de injeção. A insulina é um hormônio que regula o nível de glicose do sangue (glicemia). O sistema de controle automático é composto por uma bomba e um sensor de glicemia, como indicado na figura abaixo. Considera-se um sensor ideal (função de transferência unitária) e um controlador com dois parâmetros a ajustar *K* e α. **A unidade temporal das funções de transferência é dada em horas.**



Deseja-se que o sistema em Malha apresente máximo sobressinal *Mp* menor que 7% e tempo de acomodação *ts* (Critério de 2%) menor ou igual a 4h.

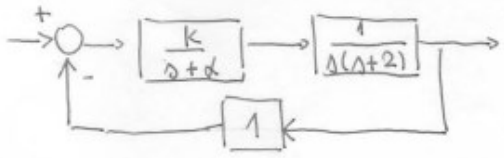
(1.0pt) Localize no plano complexo a região possível para os pólos de um sistema sub-amortecido de 2a. ordem que satisfaça os critérios acima.

(1.0pt) Calcule a função de transferência em malha fechada do sistema em análise.

(2.0pt) Considerando o conceito de **pólos dominantes**, calcule *K* e α para satisfazer os critérios de desempenho. Justifique, posicionando os novos pólos no plano complexo.

Questão 1 (5.0 pontos)

Na verdade atribuí os pontos de maneira incorreta então alterei o ítem a) para 2.0 pontos



a-) (2.0 pontos)

$Mp < 7\% \Rightarrow \zeta > 0.646 \Rightarrow \beta \leq 49.7°$

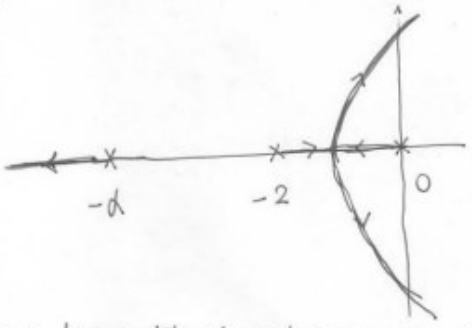
$t_s \leq 4h \Rightarrow t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \leq 4h \Rightarrow \sigma \geq 1$

b-) (1.0 pontos) $G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$ $H(s) = \frac{K}{s+\alpha}$

$$\frac{G(s).H(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{K}{(s+\alpha)} \cdot \frac{1}{s(s+2)}}{1+\frac{K}{(s+\alpha)}\frac{1}{s(s+2)}} = \frac{K}{s(s+2)(s+\alpha)+K}$$

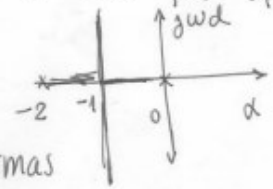
c-) (2.0 pontos)

O Lugar das raízes do sistema é dado por:



- a solução depende do valor de α
- utilizando o conceito de pólos dominantes pode-se simplificar para um sistema de 2° ordem na região de interesse, i.e., aonde é encontrada a solução

- nos meus testes isto é verdadeiro para um α muito grande, por exemplo, $\alpha = 200$. Neste caso o L.R fica aproximadamente o do sistema $\frac{1}{s(s+2)}$



mas só vale para as regiões proximas a região de interesse

Utilizando o L.R. do sistema de 2º ordem deve ser escolhido uma solução na reta vertical que passa por -1 e que ao mesmo tempo satisfaça os critérios de M_p e t_s

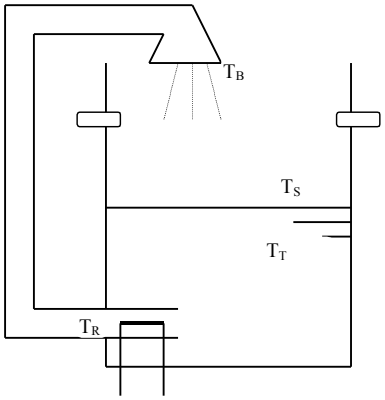
Para efeito de correção:

- Se o aluno escolher um α qde (mesmo que não seja muito qde) e justificar a escolha pelo critério de pólos dominantes e ao mesmo tempo utilizar uma aproximação de 2ª ordem
  isto seria suficiente para pontos integrais

- Se o aluno fazer um LR considerando um sistema de 3ª ordem também está ok mas tem que usar o conceito de pólos dominantes para escolher α.

29 Questão

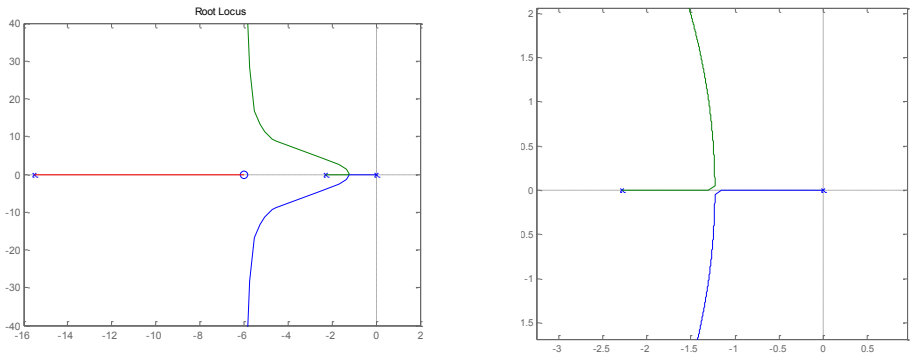
Considera-se o sistema de controle de temperatura de um bocal nebulizador esquematizado abaixo. O óleo contido em um reservatório à temperatura T_T é bombeado por uma tubulação. Logo na entrada da tubulação existe uma resistência elétrica que aquece o mesmo. Na saída do banco de resistências a temperatura é T_R. Ao chegar no bocal nebulizador, o óleo já se encontra numa temperatura ligeiramente inferior (T_B) na medida em que perde calor ao longo da tubulação. No bocal ele passa pelos nebulizadores que o transformam em finíssimas gotículas, cujos diâmetros médios são medidos via um sensor especial de grau de nebulização. A temperatura do spray ao retornar ao tanque é T_S.



Esta bancada de testes é utilizada para se avaliar o desempenho dos bocais de nebulização, e está instalada no IPT. O sistema de controle deve, por meio do calor qh fornecido à resistência elétrica, controlar a temperatura do óleo no bocal T_B. Após uma série de simplificações, será considerado o seguinte modelo que relaciona a variável controlada (T_B - ^oC) com a manipulada (qh - kcal/h), com a **base de tempo dada em horas**:

$$\frac{T_B(s)}{qh(s)} = \frac{85s + 510}{3610s^2 + 64180s + 127450}$$

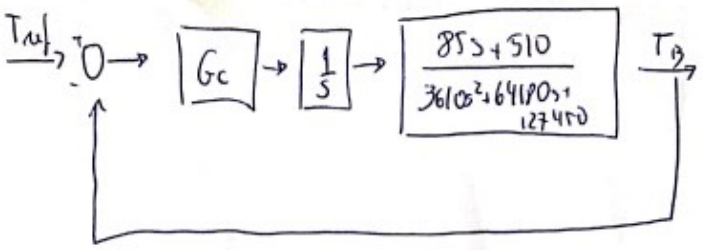
a) (1.5) Para garantir erro nulo em regime, deve-se incluir um termo integral no sistema de controle. O Lugar das Raizes deste sistems (já considerando o termo integral) é dado abaixo (detalhe à direita):



Obtenha o ganho de controle para que em malha fechada o sistema apresente fator de amortecimento igual a 0,7. Para este ganho, esboce a resposta a uma entrada em referência em degrau unitário em malha fechada e o indique o tempo de estabilização 2%.

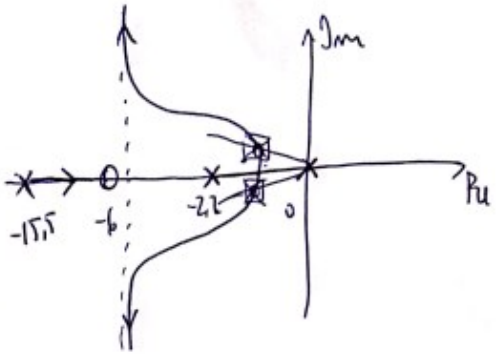
b) (2.0) Objetiva-se tornar o sistema mais rápido, porém mantendo o baixo sobressinal. Projete um compensador de avanço para que o tempo de estabilização 2% seja reduzido para 1h.

2 a)



polos: $-15,5$; $-2,27$; 0

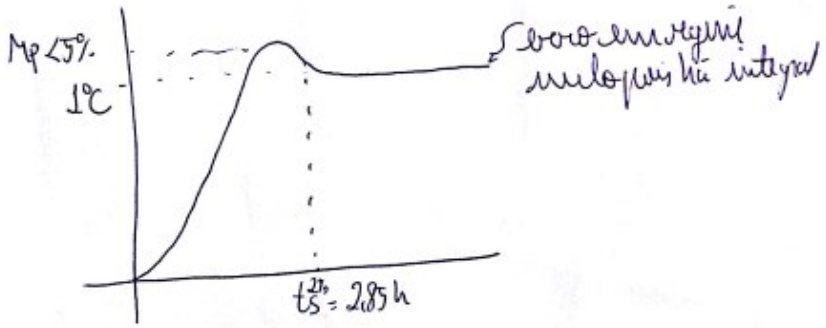
zero -6



pelo desenho, os polos em MF p/ $\zeta = 0,7 (45^\circ)$ são aprox: $-1,4 \pm 1,4j$. Logo, cond. de modulo

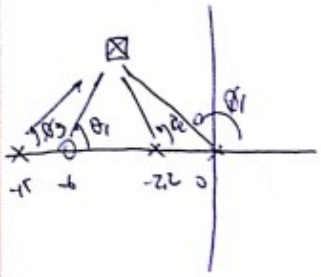
$$\left| \frac{(85s+510)K}{3610s^3+64180s^2+127450s} \right|_{s=-1,4+1,4j} = 1 \Rightarrow \boxed{K = 409}$$

p/ estes polos dominantes, $\omega_N \cong 2 \text{ rad/s} \Rightarrow t_s^{2\%} = \frac{4}{\zeta \omega_N} = \frac{4}{0,7 \cdot 2} = 2,85 \text{ s}$



b) $\frac{4}{\zeta\omega_n} = 1 \Rightarrow$ $\omega_n = \frac{4}{0{,}7 \cdot 1} = 5{,}7\,rad/s \Rightarrow$ polos $= -\omega_n\frac{\sqrt{2}}{2} + \omega_n\frac{\sqrt{2}}{2}j$

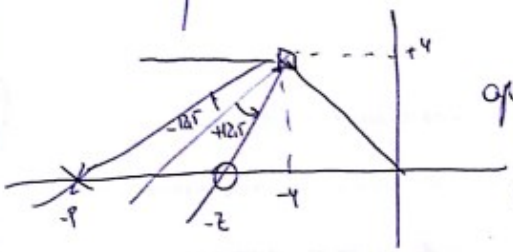
polos $= -4 \pm 4j$



polos $G \cdot \frac{1}{s} = -2{,}2 ; -15{,}5 ; 0$

zeros $G \cdot \frac{1}{s} = -6$

$-\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \theta_1 = -135 - 114 - 19{,}2 + 63 = -205^\circ \Rightarrow$ avanço de $+25^\circ$ é requerido



após geométrica

$z = -4{,}7$
$p = -6{,}8$ $\Rightarrow G_c = K \cdot \frac{(s+4{,}7)}{s+6{,}8}$

calculo de K: $\left| K \cdot \frac{s+4{,}7}{s+6{,}8} \cdot \frac{1}{s} \cdot G(s) \right|_{s=-4+4j} = 1 \Rightarrow K = 3425$

$\Rightarrow$ $\boxed{G_c = 3425 \cdot \frac{s+4{,}7}{s+6{,}8}}$

Generated by CamScanner from intsig.com

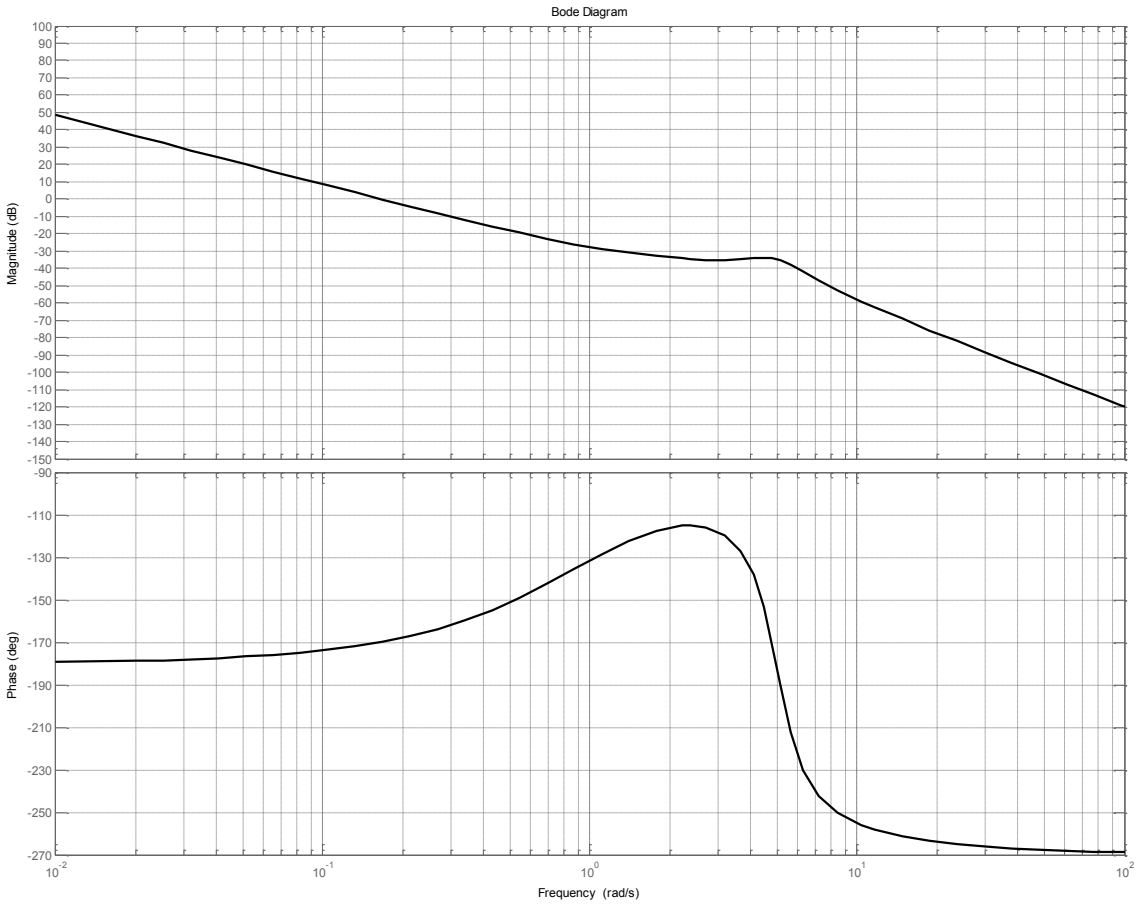
30 Questão

Considere a função de transferência de um sistema dada abaixo. O gráfico de bode desta função também é apresentado.

a) Obtenha a margem de fase e de ganho do sistema para ganho unitário de controle?
b) Obtenha o intervalo de valores de ganho para margens aceitáveis (margem de ganho>3dB e margem de fase>30º)
c) Obtenha o ganho que leva o sistema a instabilidade.

Todas as respostas devem ser justificadas e indicadas no gráfico para serem consideradas.

$$G(s) = \frac{(s+1)(s+2)}{s^2(s+3)(s^2+2s+25)}.$$



3)

a) pelo gráfico $\angle G = -170°$ p/ ganho 0dB ⇒ MF = 10°
$|G| = -35dB$ p/ fase $-180°$ ⇒ MG = 35dB

b) margem fase = 30° ⇒ $\angle G = -150°$ neste ponto o ganho é de = -20dB (ponto B)

Kmin ⇒ deve-se fornecer um ganho K = 20dB = 10 ao sistema

p/ $K_{MIN} = 10$ ⇒ MF = 30°
MG = 35 - 20 = 15dB ↓

K_{MAX} ⇒ deve-se levar o ganho p/ fase de -180° p/ o ponto C = -3dB ⇒

ganho de K = 35 - 3 = 32dB ⇒ 39 ↓

neste caso, o ponto D passa a ser a nova freq. onde ganho é 0dB,
e a margem de ganho torna-se (ponto E) + 60°

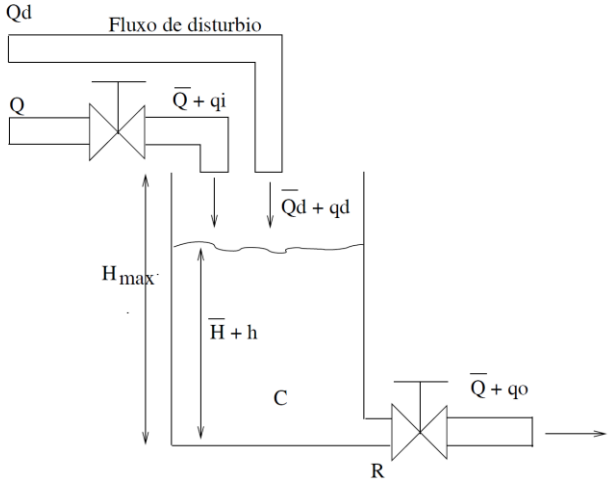
⇒ $10 \leq K \leq 39$

c) P/ ficar instável, a MG deve ser 0
⇒ K = 35dB = 56 ↓ $K_{LIM} = 56$

Generated by CamScanner from intsig.com

31 Questão

Um sistema de controle de nível de líquidos, ilustrado na figura abaixo, é um sistema com características não lineares, onde:



- H é a altura do líquido (m),
- Q é o fluxo de líquido genérico (m^3/s),
- Q_d é o fluxo de líquido de perturbação que não pode ser controlado (m^3/s),
- R é a resistência ao fluxo de líquido e é definida como a variação no nível de líquido H causada pela variação no fluxo Q,
- C é a capacitância do reservatório e é definida a variação no volume de líquido armazenado causada pela variação na altura H (m^3/m).
- q_i é a variação do fluxo de entrada,
- q_oé a variação do fluxo de saída,
- q_d é a variação do fluxo de perturbação,
- h é a variação da altura.

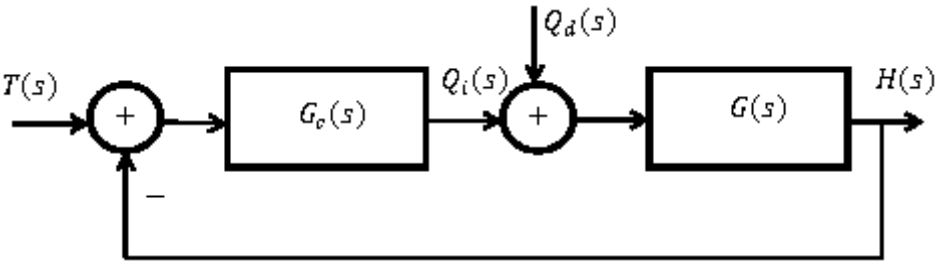
O sistema pode ser representado através de funções de transferência realizando uma linearização do sistema em torno de um ponto de operação nominal estacionário $(\bar{H}, \bar{Q})$.

A equação linearizada que descreve o sistema é dada por:

$$C\frac{dh}{dt} + \frac{1}{R}h = q_i + q_d.$$

Desta forma, a função de transferência de h em função de q_i e q_d são iguais.

Um sistema de controle em malha fechada pode ser representado da seguinte forma:



Para este sistema pergunta-se:

a) Calcule a função de transferência $G(s)$.
b) Caso seja utilizado um controlador proporcional $G_c(s) = K_P$ é possível obter erro estacionário nulo $e_{ss} = 0$ para uma entrada degrau $T(s) = {}^{A}/_{S}$? Argumente matematicamente.
c) Deseja-se projetar um controlador do tipo integral $G_c(s) = K_I/s$. Admitindo que $R = 0.01$ e $C = 300$ para o ponto de operação estático desejado, projete o controlador de tal forma que:

   - o sistema nunca transborde mesmo que o sinal de referência $T(s)$ coloque o sistema para operar em H_{max}.
   - tempo de assentamento $t_s < 100seg$.

d) O controlador projetado no ítem anterior permite obter erro estacionário nulo $e_{ss} = 0$ para um distúrbio do tipo degrau $Q_d(s) = {}^{B}/_{S}$? Argumente matematicamente.

Gabarito

a-) Função de transferência $H(s) = f(T(s), Qd(s))$

partindo da equação $C\frac{dh}{dt} + \frac{1}{R}h = q_i + q_d$

$$CsH(s) + \frac{1}{R}H(s) = Qi(s) + Qd(s)$$

$$H(s) = \frac{R}{RCs+1}\left[Qi(s) + Qd(s)\right]$$

Desta forma é possível concluir que $G(s) = \frac{R}{RCs+1}$

b-) $G_c(s) = K_p \quad G(s) = \frac{R}{RCs+1} \quad T(s) = \frac{A}{s}$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)}T(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_p \cdot R}{RCs+1}} \cdot T(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_p \cdot R}{RCs+1}} \cdot \frac{A}{s} = \frac{1}{1 + K_p R}$$

não é possível obter $e_{ss} = 0$

c-) $G_c(s) = \frac{K_i}{s} \quad R = 0{,}01 \quad C = 300$

malha aberta $G(s)G_c(s) = \frac{K_i}{s} \cdot \frac{0.01}{3s+1}$

A imposição de que o sistema nunca transborde mesmo que ele opere em Hmax é equivalente a impor que o sistema não permite sobresinal. O que tb é equivalente a dizer que somente pólos de malha fechada reais são permitidos.

A segunda restrição de tempo de assentamento

$t_s < \frac{4}{\zeta\omega_n} < 100\,seg$, como $\sigma = \zeta\omega_n \Rightarrow \sigma > 0.04$

Na figura observa-se o Lugar das Raízes do sistema
o sistema possui dois pólos em malha aberta

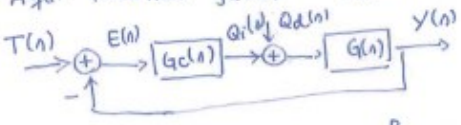
$s_1 = 0 \quad s_2 = -0.33$

Podemos escolher como solução dos pólos de malha fechada qualquer ponto entre $[-0.04, -0.29]$

Vamos por exemplo escolher o ponto de amortecimento crítico ($\zeta = 1$)
No gráfico $s = -0.167$
para este ponto $K_i = 8.33$

d-) $e_{ss} = 0$ para $Q_d(s) = B/s$?

Aqui podemos fazer $T(s) = 0$

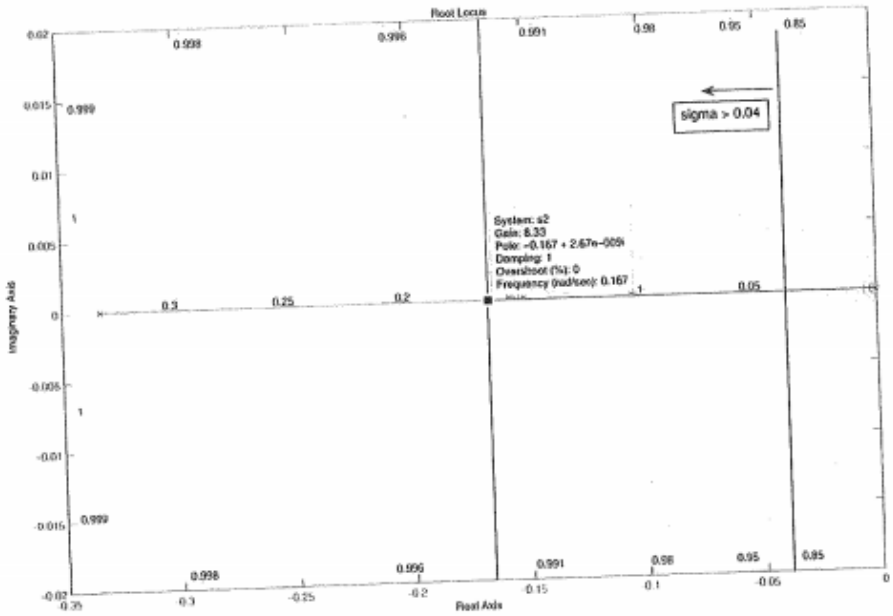


$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \cdot Q_d(s) = \frac{\frac{R}{RCs+1}}{1 + \frac{K_i}{s} \cdot \frac{R}{RCs+1}} \cdot \frac{B}{s}$$

$$E(s) = -Y(s)$$

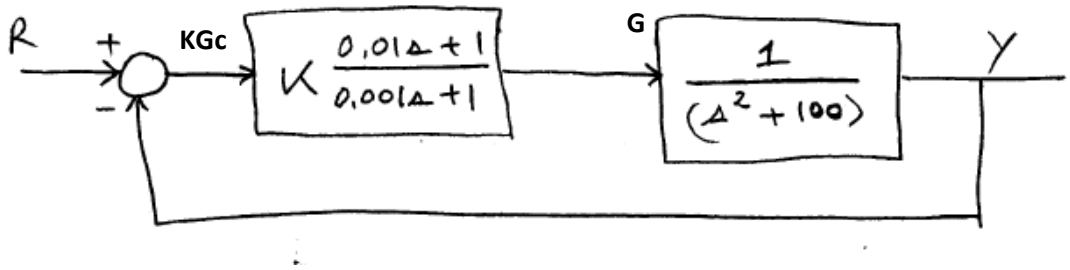
$$e_{ss} = -\lim_{s \to 0} s\,Y(s) = -\lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \frac{Rs}{s(RCs+1) + K_i R} \cdot \frac{B}{\cancel{s}} = 0$$

sim $\quad e_{ss} = 0$

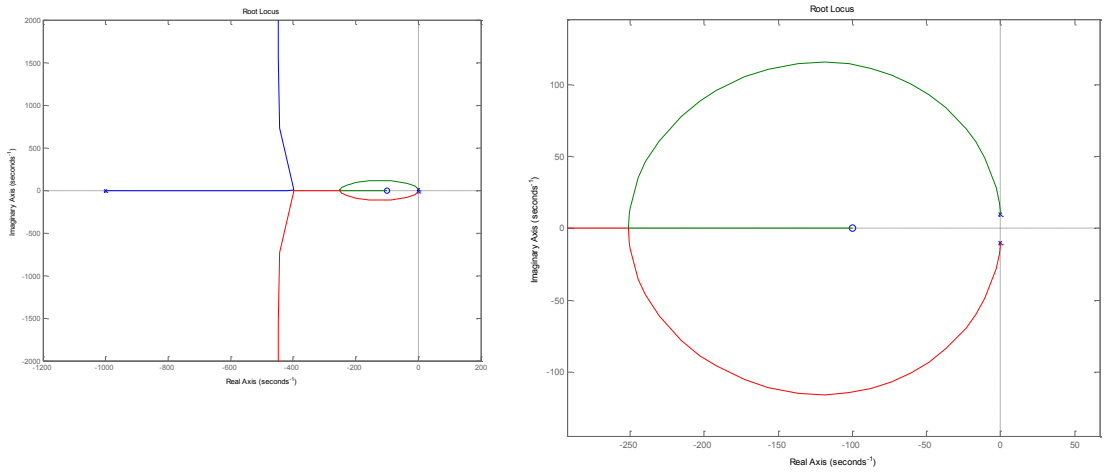

Root Locus
sigma > 0.04
System: s2
Gain: 8.33
Pole: -0.167 + 2.67e-005i
Damping: 1
Overshoot (%): 0
Frequency (rad/sec): 0.167
Imaginary Axis
Real Axis

32 Questão

Considere o sistema de controle abaixo com um compensador de avanço (K.Gc), cuja planta (G) possui dois polos no plano eixo imaginário. Esta planta representa por exemplo um sistema mecânico com restauração e nenhum amortecimento.



a) Observe o lugar das raízes do sistema na figura abaixo.



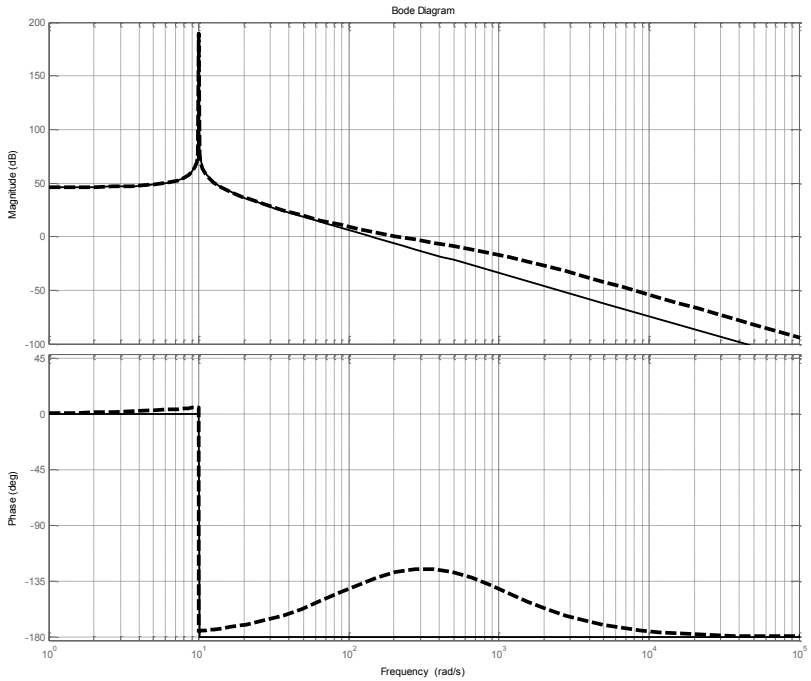
(ZOOM)

obtenha o ganho K para que os polos dominantes possuam amortecimento de 0,707 e frequência natural de 166rad/s. Você pode usar os gráficos para resolver esta questão.

b) esboce a resposta em malha fechada com o ganho acima e justifique seu gráfico.

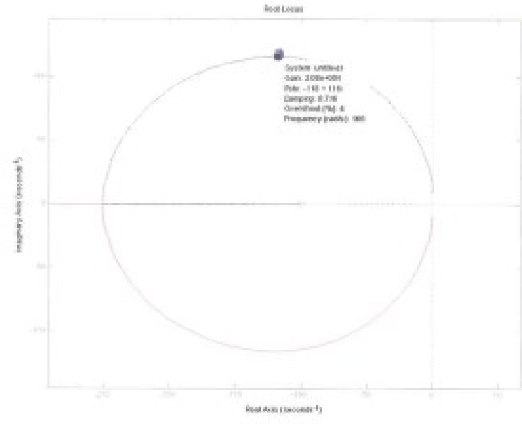
c) A figura abaixo mostra o diagrama de Bode de K.G (linha cheia) e de K.G.Gc (linha tracejada). Obtenha a margem de fase do sistema com e sem a compensação dinâmica (compensador de avanço) e faça uma analogia com o lugar das raízes do sistema caso não tivesse a compensação de avanço.

d) Mostre que um controle do tipo PD ($K(T_D s + 1)$ também poderia estabilizar o sistema. Esbode o lugar das raízes e o diagrama de Bode para esta análise. Explique a vantagem, na prática, do compensador por avanço em relação ao controlador PD.


Bode Diagram
Magnitude (dB)
200
150
100
50
0
-50
-100
Phase (deg)
45
0
-45
-90
-135
-180
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
10^5
Frequency (rad/s)

②

a)



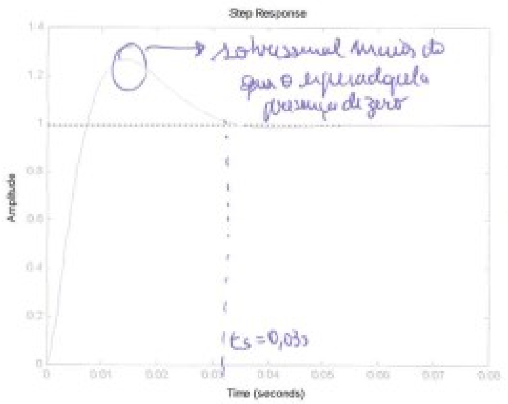
polo ≅ $-117+117j$

$$\left| K \cdot \left(\frac{0{,}01s+1}{0{,}001s+1}\right)\left(\frac{1}{s^2+100}\right) \right|_{s=-117+117j} = 1$$

⇓

$\underline{K = 2 \cdot 10^4}$

b)



$\zeta = 0{,}7$

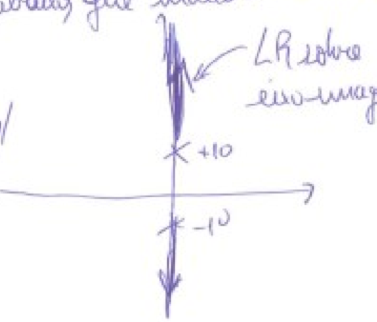
$\omega_N = 165$ rad/s

⇓

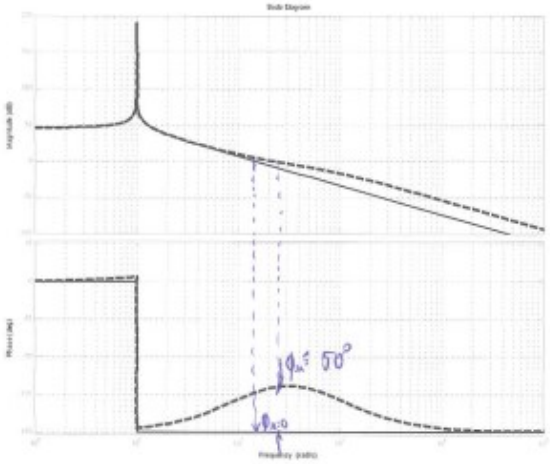
$M_p = 3\%$

$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_N} = \frac{4}{0{,}7 \cdot 165} = 0{,}03\,s$

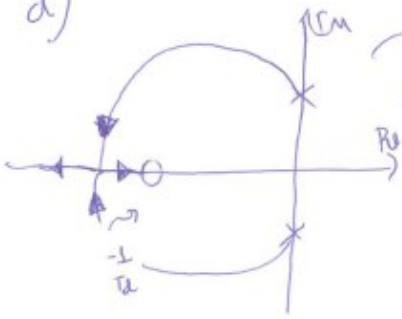
c) Pela figura $\phi_M^{sem} = 0°$ (sistema instável em malha fechada) e $\phi_M^{com} \cong 50°$ (estável). O lugar das raízes sem o compensador dinâmico de avanço é dado abaixo, que indica sistema também instável em MF:



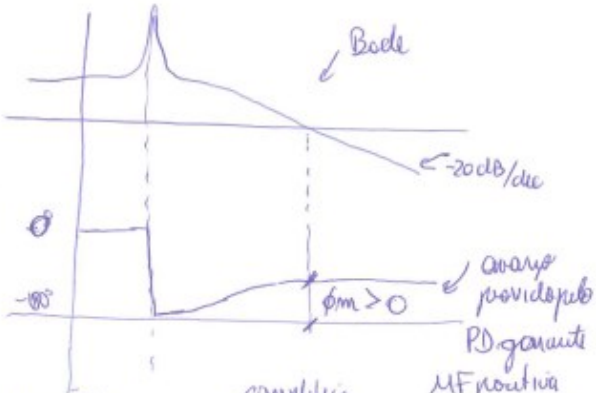
Logo, o compensador desloca o LR p/ a esquerda e provoca o "calombo" na fase no diagrama de Bode.



d)

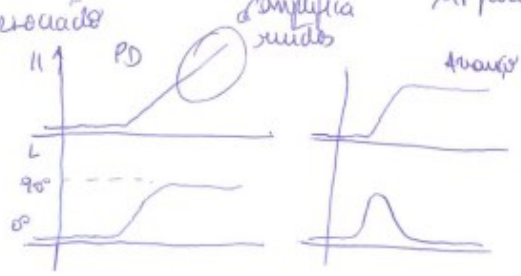


Margem
LR é puxado
e SPD pelo
zero do PD



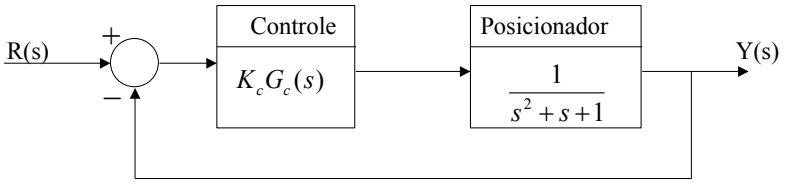
avanço
provido pelo
PD garante
MF positiva

O compensador por avanço de fase pode ser encarado como um PD associado a um filtro de primeira ordem, que evita ganhos elevados em altas frequências e portanto evita amplificação de ruído.



33 Questão

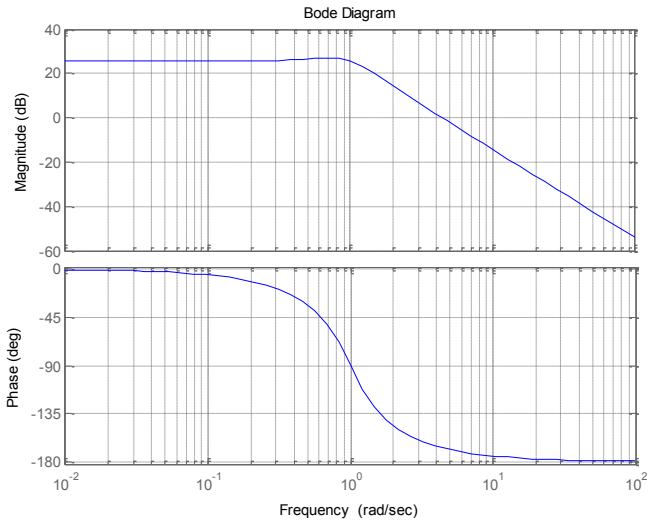
Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



a) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) Considerando Gc(s)=1 e o Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo.

Diagrama de Bode de malha aberta



Calcule os parâmetros T e α de $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter margem de fase de 50º . Você pode dados obtidos do gráfico para resolver esta questão.

3)

a) $\frac{Y}{R} = \frac{K_c}{s^2+s+1+K_c} \Rightarrow \frac{K_c}{1+K_c} = 0,9 \Rightarrow \boxed{K_c = 19}$

b) Sem compensação

$M_{ganho} = \infty$ (nunca chega a $-180°$)

$M_{fase} \approx +13°$ (fase p/ ganho 0dB = $-167°$)

Logo, projeto do compensador:

1) deve ser acrescentado $37° + 10° = 47°$

2) $\Rightarrow \operatorname{sen} 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,15}$

3) módulo na nova freq de cruzamento = $-20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right) = -8,2\,db$

$\Downarrow$

$\omega = 7,07\ rad/s$

4) o maior "calombo" da fase estará nesta frequência, logo:

$7,07 = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \cdot T} \Rightarrow T = 0,37\ s$

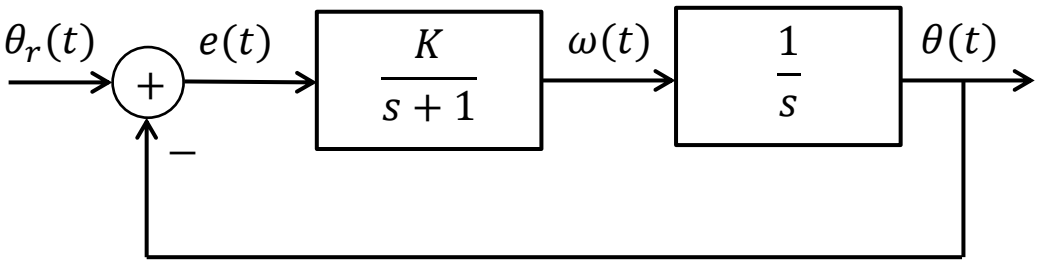
$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{1+0,37s}{1+0,055s}}$

34 Questão

Um sistema de controle em malha fechada de posição de um servomecanismo pode ser representado como na figura abaixo, onde $\theta(t)$ é a posição angular, $\omega(t)$ é a velocidade angular, $e(t)$ é o erro de posicionamento, $\theta_r(t)$ é a referência de posição e K é uma constante proporcional.

Deseja-se projetar um sistema de controle que possua os seguintes requisitos:

- Erro estático nulo,
- Tempo de assentamento $t_s < 1.0seg$,
- Máximo sobressinal $M_p < 10\%$.



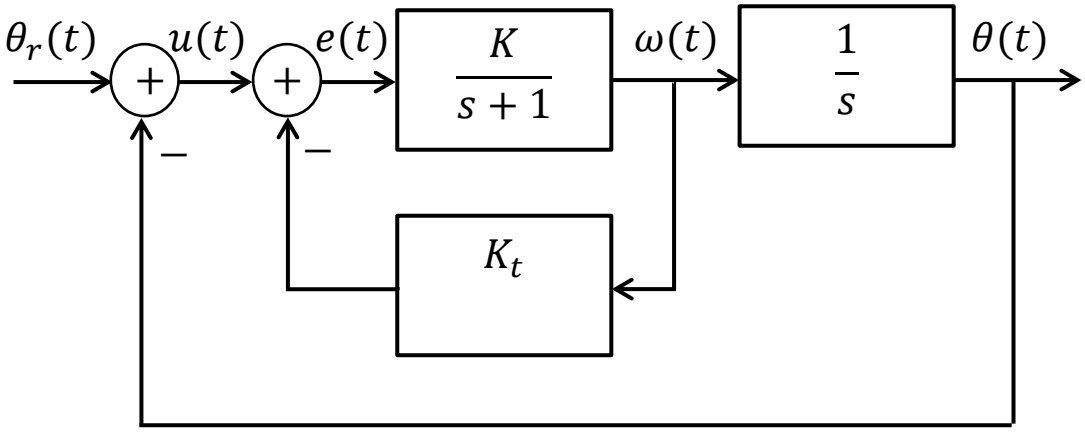
a) (0.5 ponto) Calcule a estabilidade do sistema de controle em malha fechada em função da constante K.

b) (1.0 ponto) Utilizando o Lugar das Raízes calcule o valor da constante K de tal forma a satisfazer os requisitos definidos. Indique as eventuais limitações deste sistema de controle.

c) (0.5 ponto) Para melhorar o desempenho do sistema de controle realiza-se uma modificação estrutural. Acrescenta-se uma realimentação auxiliar utilizando a velocidade angular $\omega(t)$ multiplicada por uma constante K_t. Calcule a nova função de transferência $\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)}$.

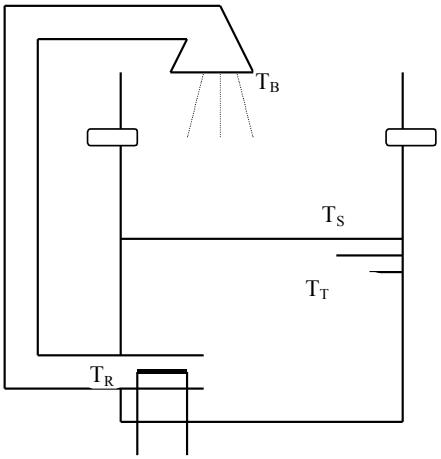
d) (1.0 ponto) Calcule a estabilidade do sistema de controle em malha fechada em função de K e K_t.

e) (2.0 pontos) Utilizando o Lugar das Raízes projete um novo controlador (i.e. calcular o valor de K e K_t) de forma a satisfazer os requisitos definidos.



35 Questão

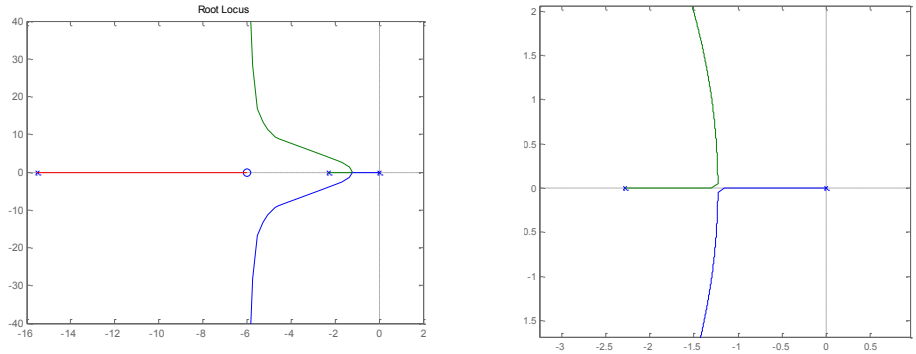
Considera-se o sistema de controle de temperatura de um bocal nebulizador esquematizado abaixo. O óleo contido em um reservatório à temperatura TT é bombeado por uma tubulação. Logo na entrada da tubulação existe uma resistência elétrica que aquece o mesmo. Na saída do banco de resistências a temperatura é TR. Ao chegar no bocal nebulizador, o óleo já se encontra numa temperatura ligeiramente inferior (TB) na medida em que perde calor ao longo da tubulação. No bocal ele passa pelos nebulizadores que o transformam em finíssimas gotículas, cujos diâmetros médios são medidos via um sensor especial de grau de nebulização. A temperatura do spray ao retornar ao tanque é TS.



Esta bancada de testes é utilizada para se avaliar o desempenho dos bocais de nebulização, e está instalada no IPT. O sistema de controle deve, por meio do calor qh fornecido à resistência elétrica, controlar a temperatura do óleo no bocal T_B. Após uma série de simplificações, será considerado o seguinte modelo que relaciona a variável controlada (T_B - ºC) com a manipulada (qh - kcal/h), com a **base de tempo dada em horas**:

$$\frac{T_B(s)}{qh(s)} = \frac{85s + 510}{3610s^2 + 64180s + 127450}$$

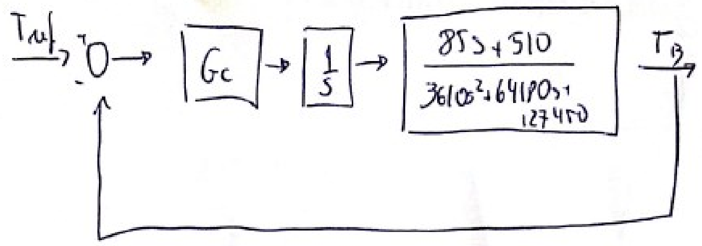
a) (1.0) Para garantir erro nulo em regime, deve-se incluir um termo integral no sistema de controle. O Lugar das Raizes deste sistema (já considerando o termo integral) é dado abaixo (detalhe à direita):



Obtenha o ganho de controle para que em malha fechada o sistema apresente fator de amortecimento igual a 0,7. Para este ganho, esboce a resposta a uma entrada em referência em degrau unitário em malha fechada e o indique o tempo de estabilização 2%.

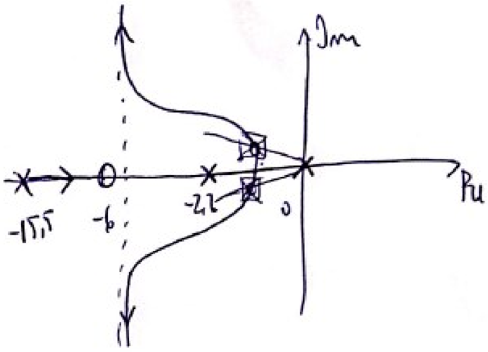
b) (1.5) Objetiva-se tornar o sistema mais rápido, porém mantendo o baixo sobressinal. Projete um compensador de avanço para que o tempo de estabilização 2% seja reduzido para 1,5h.

1 a)



polos: -15,5; -2,27; 0

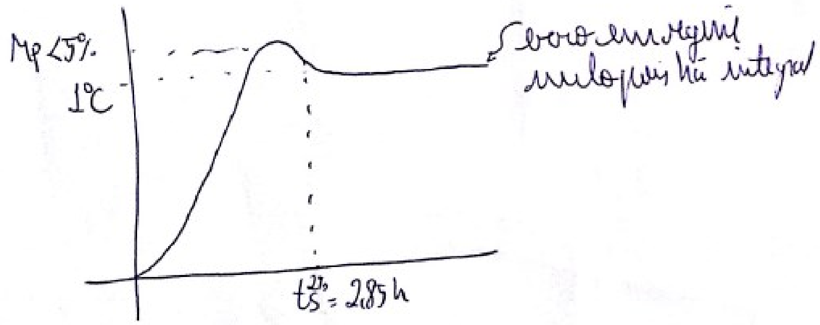
zero -6



pelo desenho, os polos em MF p/ $\zeta = 0{,}7$ (45°) são aprox: $-1{,}4 \pm 1{,}4j$. Logo, cond. de módulo

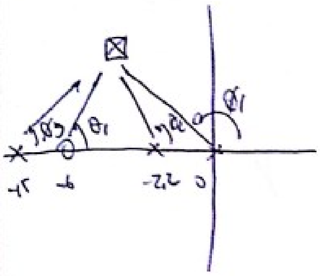
$$\left| \frac{(85s+510)K}{3610s^3+64180s^2+127450s} \right|_{s=-1{,}4+1{,}4j} = 1 \Rightarrow \boxed{K = 409}$$

p/ estes polos dominantes, $\omega_n \cong 2$ rad/s $\Rightarrow t_s^{2\%} = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0{,}7 \cdot 2} = 2{,}85h$



b) $\frac{4}{\zeta \omega_n} = 1 \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{0{,}7 \cdot 1} = 5{,}7\ rad/s \Rightarrow$ polos $= -\omega_n \frac{\sqrt{2}}{2} + \omega_n \frac{\sqrt{2}}{2} j$

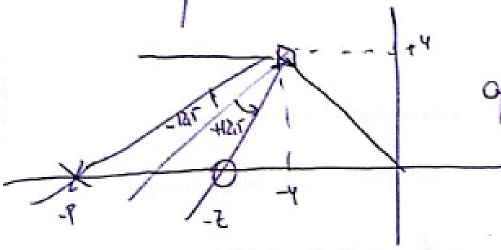
polos $= -4 \pm 4j$



polos $G \cdot \frac{1}{s} = -2{,}2; -15{,}5; 0$

zeros $G \cdot \frac{1}{s} = -6$

$-\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \theta_1 = -135 - 114 - 19{,}2 + 63 = -205^\circ \Rightarrow$ avanço de $+25^\circ$ é requerido



após gráfico

$z = -4{,}7 \Rightarrow G_C = K \cdot \frac{(s+4{,}7)}{s+6.8}$

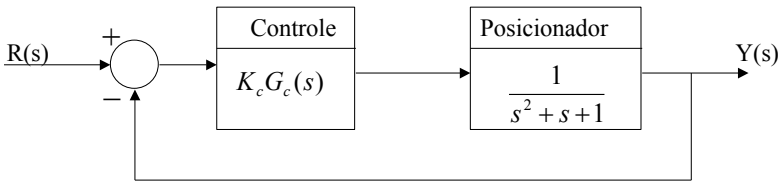
$p = -6.8$

cálculo de K: $\left| K \cdot \frac{s+4{,}7}{s+6.8} \cdot \frac{1}{s} \cdot G(s) \right|_{s=-4+4j} = 1 \Rightarrow K = 3425$

$\Rightarrow$ $\boxed{G_C = 3425 \cdot \frac{s+4{,}7}{s+6.8}}$

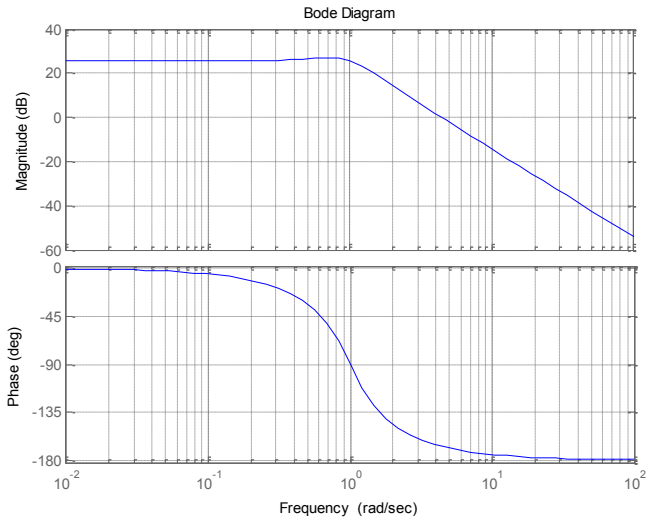
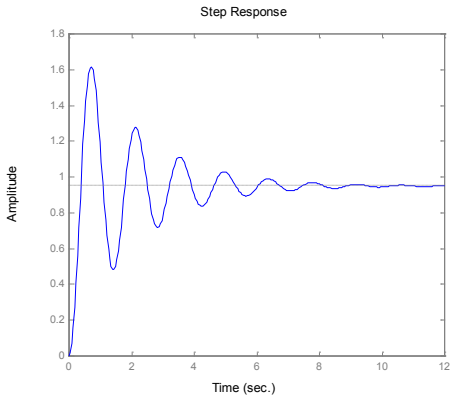
36 Questão

Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



a) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) Considerando Gc(s)=1 e o Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo. Qual a margem de ganho e de fase do sistema em malha fechada? Estes valores são coerentes com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada, também ilustrado abaixo?

Diagrama de Bode de malha aberta	Resposta degrau em malha fechada
	

c) Sabendo-se que o objetivo do controlador é aumentar a margem de fase e que a velocidade de resposta é um fator importante no posicionamento, projete um compensador de avanço $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter margem de fase de 50°. Esboce como o diagrama de bode ficaria alterado com a inclusão de um compensador de avanço corretamente projetado.

2) a) $\frac{Y}{R} = \frac{K_c}{s^2+s+1+K_c} \Rightarrow \frac{K_c}{1+K_c} = 0,9 \Rightarrow \boxed{K_c = 19}$

b) $M_{ganho} = \infty$ (nunca chega a $-180°$)

$M_{fase} \simeq +13°$ (fase p/ ganho 0dB = $-167°$)

Um pois MF pequena implica oscilação.

d) 1) deve ser acrescentado $37° + 10° = 47°$

2) $\Rightarrow \sin 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,15}$

3) módulo na nova freq de cruzamento $= -20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -8,2\,db$

$\Downarrow$

$\omega = 7,07\ rad/s$

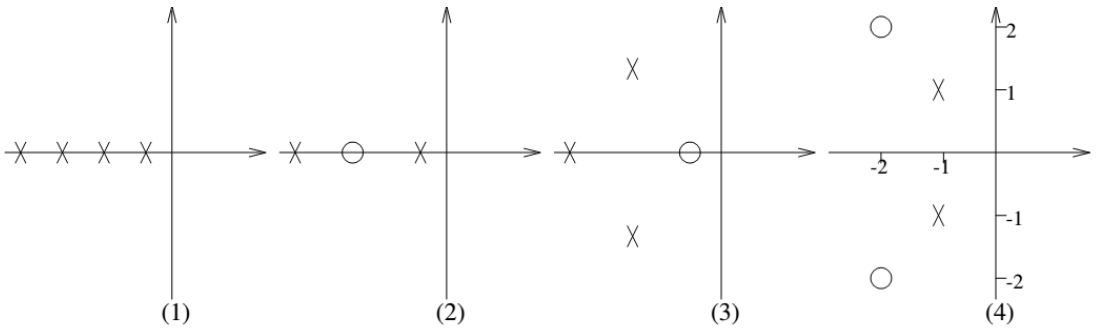
4) o maior "calombo" da fase estará nesta frequência, logo:

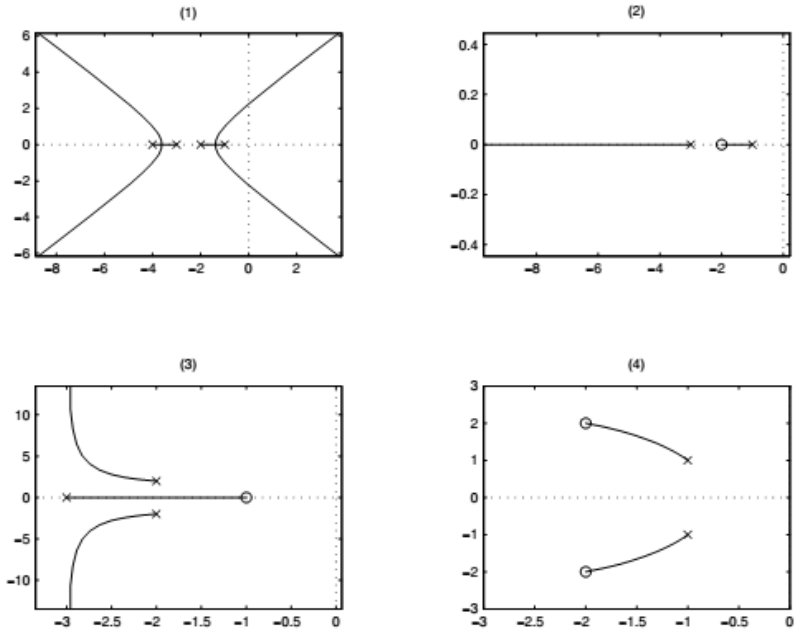
$7,07 = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot T} \Rightarrow T = 0,37\ s$

$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{1+0,37s}{1+0,055s}}$

37 Questão

(adaptado de MIT OpenCourseWare) Esboce o lugar das raizes dos sistemas abaixo, em que estão indicadas as posições dos polos zeros. Para o caso do sistema (4), calcule também o ângulo de partida do lugar das raízes a partir dos polos complexos.





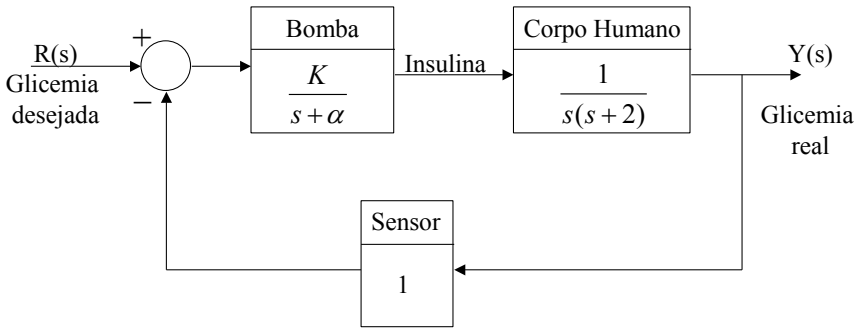
To find the angle of departure in (4), apply the angle condition to a point very close to the pole at $s = -1 + j$. Let γ be the angle from that pole to the test point. The angle from the other pole to the test point is then $90°$, the angle from the upper zero is $-45°$, and the angle from the lower zero is $\tan^{-1}(3) = 71.6°$. So the angle condition specifies that:

$$-45° + 71.6° - \gamma - 90° = -180° \Rightarrow \gamma = 116.6°$$

So the angle of departure of the locus for the upper pole is $116.6°$. By symmetry, the angle of departure for the bottom pole must be $-116.6°$.

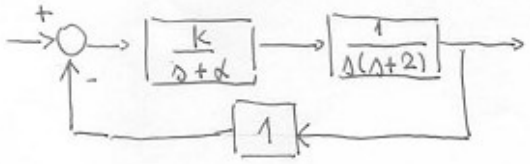
38 Questão

O controle de injeção de insulina pode ajudar a vida de pacientes diabéticos, que o fazem diariamente através de injeção. A insulina é um hormônio que regula o nível de glicose do sangue (glicemia). O sistema de controle automático é composto por uma bomba e um sensor de glicemia, como indicado na figura. Considera-se um sensor ideal (função de transferência unitária) e um controlador com dois parâmetros a ajustar (K e α). A unidade temporal das funções de transferência é dada em horas.



Deseja-se que o sistema em MF apresente máximo sobressinal menor que 7% e tempo de acomodação (2%) menor que 4h.

a) (1,0) Localize no plano complexo a região possível para os pólos de um sistema subamortecido de 2ª ordem que satisfaça os critérios acima.
b) (1,0) Calcule a função de transferência em malha fechada do sistema em análise.
c) (2,0) Considerando-se a dominância de pólos, calcule K e α para satisfazer os critérios de desempenho. Justifique, posicionando os novos pólos no plano complexo.



a-) (2.0 pontos)

$M_p < 7\% \Rightarrow \zeta > 0.646 \Rightarrow \beta \leq 49.7°$

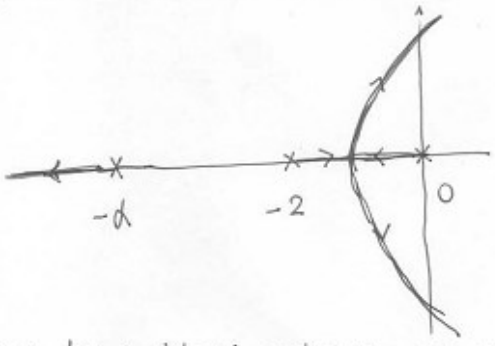
$t_s \leq 4h \Rightarrow t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \leq 4h \Rightarrow \alpha \geq 1$

b-) (1.0 pontos) $G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$ $H(s) = \frac{K}{s+\alpha}$

$$\frac{G(s).H(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{K}{(s+\alpha)} \cdot \frac{1}{s(s+2)}}{1+\frac{K}{(s+\alpha)}\frac{1}{s(s+2)}} = \frac{K}{s(s+2)(s+\alpha)+K}$$

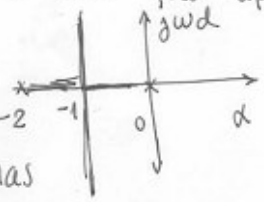
c-) (2.0 pontos)

O Lugar das raízes do sistema é dado por:



- a solução depende do valor de α
- utilizando o conceito de pólos dominantes pode-se simplificar para um sistema de 2º ordem na região de interesse, i.e., aonde é encontrada a solução

- nos meus testes isto é verdadeiro para um α muito grande, por exemplo, $\alpha = 200$. Neste caso o L.R fica aproximadamente o do sistema $\frac{1}{s(s+2)}$



mas só vale para as regiões proximas a região de interesse

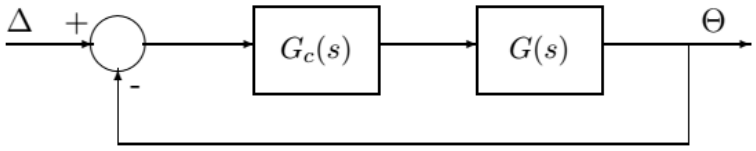
Utilizando o L.R. do sistema de 2º ordem deve ser escolhido uma solução na reta vertical que passa por -1 e que ao mesmo tempo satisfaça os critérios de M_p e t_s

39 Questão

(adaptado de MIT OpenCourseWare) O modelo linearizado da atitude de um foguete (negligenciando o momento de inércia do motor) possui a função de transferência abaixo:

$$G(s) = \frac{K}{s^2 - a^2}$$

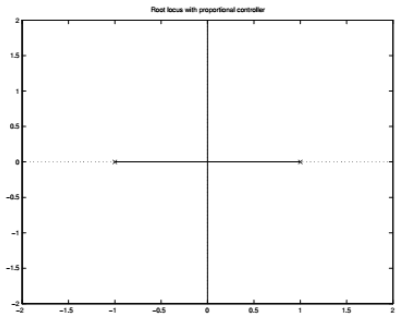
com K=1 e a=1. O sistema em malha aberta é claramente instável, de forma que é necessário projetar uim controlador $G_c(s)$ para estabilizar o sistema, como mostrado abaixo.



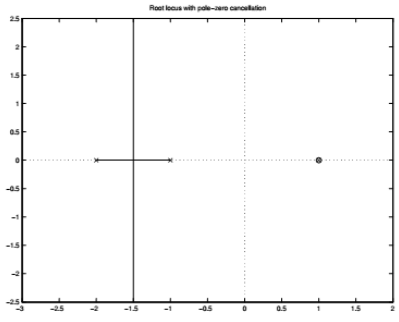
a) (1,0) Supondo um controlador proporcional $G_c(s)=K_c$. Esboce o lugar das raízes em malha fechada. Este controlador pode estabilizar a atitude do foguete?

b) (1,0) Suponha agora que tentemos cancelar o polo do semi-plano direito usando um controlador na gorma $G_c(s)=K_c\ (s-1)/(s+p)$, com p um número positivo real. Esboce o lugar das raizes para p =2. Este tipo de controlador fncionará na vida real? Explique.

c) (2,0) Projete um controlador PD na forma de $G_c(s) = K_p + K_d s$ Use o método do lugar das raízes e determine K_p e K_d de forma ao sistema em malha fechada possui tempo de estabilziação 2% de 4s e fator de amortecimento ζ=0,7.

1. 

As the root locus plot on the left shows, it's impossible to stabilize this system with only a proportional controller. The best that can be achieved is to place the closed-loop poles on the imaginary axis, but then the system is only marginally stable.

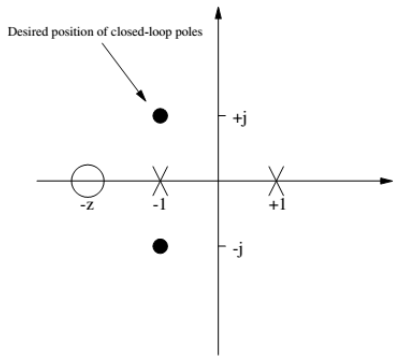
2. 

In theory, this controller would work because the zero at $s = 1$ cancels the unstable pole. But in practice, we can never model the position of the pole exactly, and its position will move around to a certain extent because of parameter variations in the plant, so perfect pole-zero cancellation is unrealistic. Without perfect cancellation, the mode due to the pole at $s = 1$ will still exist, and the system will still be unstable.

3. Note that adding a PD controller is equivalent to adding a zero. Let the position of the zero be at $s = -z$, and let K_c be the root locus gain of the controller:

$$G_c(s) = K_p + K_d s = K_c(s + z)$$

We want the closed-loop poles to have $\zeta \approx 0.7$ and $T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4$. So the closed-loop poles should be at approximately $s = -1 \pm j$.



Now use the angle condition to find the position of the zero such that the root locus will pass through the point $s = -1 + j$:

$$\tan^{-1}(\frac{1}{z-1}) - 90° - (180° - \tan^{-1}(\frac{1}{2})) = -180° \quad \Rightarrow \quad z = 1.5$$

Now that we have the position of the zero, use the magnitude condition to find the value of the root locus gain that will put the closed-loop poles at the desired positions:

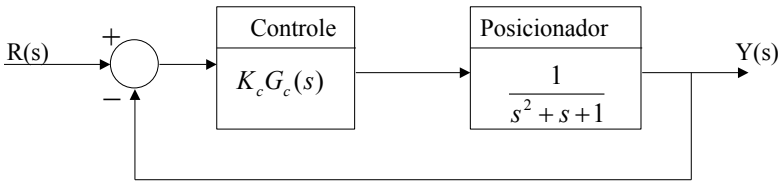
$$K_{RL} = \frac{(1)(\sqrt{2^2+1^2})}{\sqrt{0.5^2+1^2}} = 2$$

Now the root locus gain of the system is just the root locus gain of the controller times the root locus gain of the plant $\Rightarrow K_{RL} = K_c K$. But we are given that $K = 1$, so the controller root locus gain must be $K_c = 2$. So the controller we should use is:

$$G_c(s) = 2(s + 1.5) = 3 + 2s$$

40 Questão

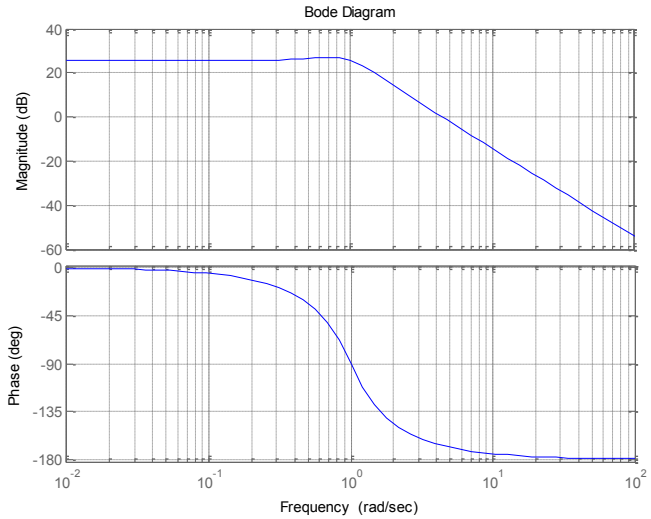
Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



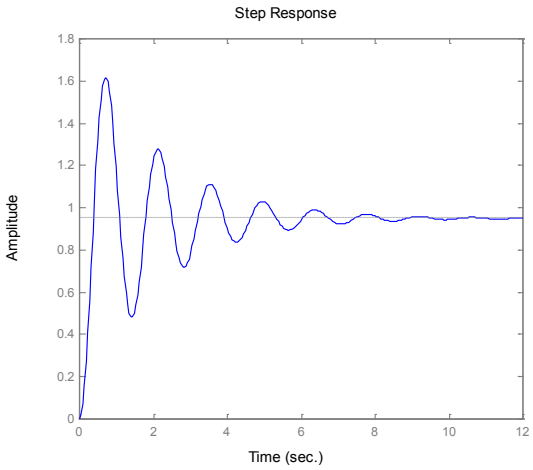
a) (1,0) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) (1,0) Considerando Gc(s)=1 e o Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo. Qual a margem de ganho e de fase do sistema em malha fechada? Estes valores são coerentes com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada, também ilustrado abaixo?

Diagrama de Bode de malha aberta



Resposta degrau em malha fechada



c) (2,0) Sabendo-se que o objetivo do controlador é aumentar a margem de fase e que a velocidade de resposta é um fator importante no posicionamento, projete um compensador de avanço $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter margem de fase de 50º. Esboce como o diagrama de bode ficaria alterado com a inclusão de um compensador de avanço corretamente projetado.

(2) a) $\frac{Y}{R} = \frac{K_c}{s^2+s+1+K_c} \Rightarrow \frac{K_c}{1+K_c} = 0,95 \Rightarrow \boxed{K_c = 19}$

b) M ganho = ∞ (nunca chega a $-180°$)

M fase $\simeq +13°$ (fase p/ ganho 0dB = $-167°$)

sim, pois MF pequena implica oscilação.

c) Compensador de atraso ⇓ aumenta MF através da redução da freq. de cruzamento logo reduz a rapidez do resposta

Comp de avanço ⇓ aumenta a MF através de aumento de fase e até com ligeiro aumento da freq de cruzamento, logo deixa o sistema ainda mais rápido.

d) 1) deve ser aumentado $37° + 10° = 47°$

2) $\Rightarrow \sin 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,15}$

3) módulo na nova freq de cruzamento $= -20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -8,2\,db$

⇓ $\omega = 7,07$ rad/s

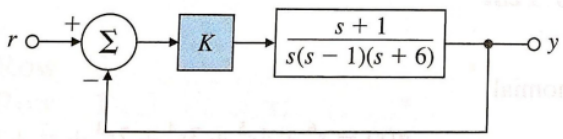
4) o mais "calombo" da fase ocorre nesta frequência, logo:

$7,07 = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot T} \Rightarrow T = 0,37$ s

$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{1+0,37s}{1+0,055s}}$

41 Questão

[Q. 1] (4.0pt) Seja o seguinte sistema de controle em malha fechada:



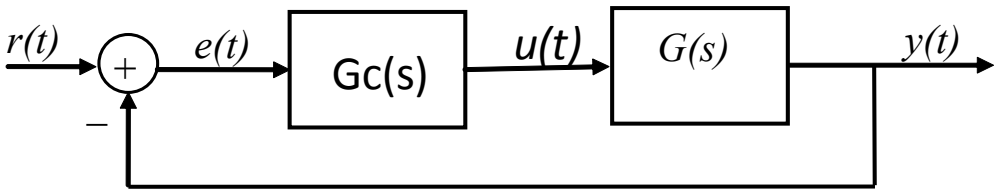
(a) (2.0pt) Calcule a faixa de valores da constante K para que o sistema seja estável.

(b) (2.0pt) Calcule o valor da constante K e os pólos associados para que o sistema seja marginalmente estável.

42 Questão

Considere a planta G(s) e a malha de controle abaixo:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+10)}$$



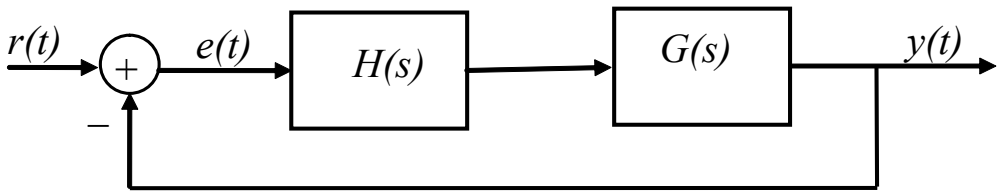
a) (1,0) Esboce o lugar das raízes e calcule o ganho K de um controle proporcional do tipo Gc(s)=K, de modo que a resposta em degrau apresente amortecimento 0,7

b) (2,0) Projete um controlador do tipo $Gc(s) = \frac{K}{(s+p)}$ de forma a garantir o mesmo amortecimento (0,7) e uma frequência natural 40% menor que a obtida apenas com o controle proporcional.

43 Questão

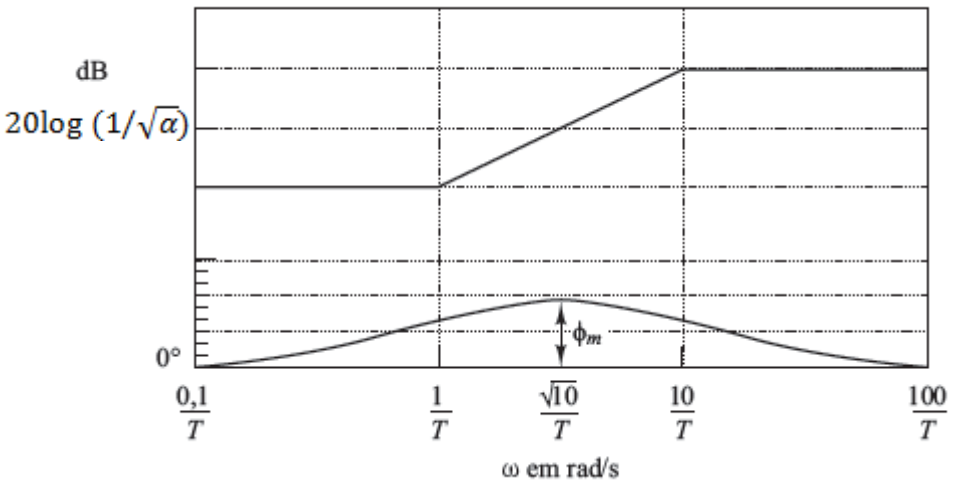
Um sistema de controle de malha fechada como indicado abaixo é dado por:

$H(s) = K\dfrac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ e $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$



Projete H(s) tal que o erro estático do sistema seja $50s^{-1}$, a margem de fase seja 50° e a margem de ganho seja no mínimo 8dB.

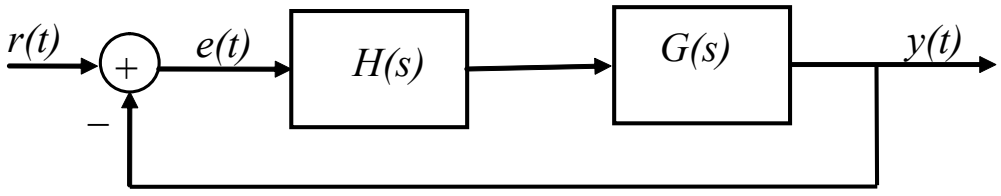
Formulário: Bode de Gc:



44 Questão

Um sistema de controle de malha fechada como indicado abaixo é dado por:

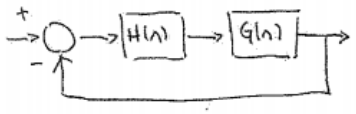
H(s)=K e $G(s) = \frac{s+1}{s\left(\frac{s}{10}-1\right)}$



a) Calcule a faixa de valores de K para os quais o sistema é estável.

b) Desenhe o Lugar das Raízes. Dica: o LR possui um círculo.

c) Calcule o valor do ganho K para o qual o sistema possui amortecimento crítico.



$H(s) = K$

$G(s) = \dfrac{(s+1)}{s(0.1s-1)}$

a-) Faixa de valores de K para estabilidade

equação característica

$$1 + G(s)H(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{K(s+1)}{s(0.1s-1)} = 0 \Rightarrow \frac{s(0.1s-1) + K(s+1)}{s(0.1s-1)} = 0$$

considerando apenas o denominador

$$0.1\,s^2 + (K-1)s + K = 0$$

Tabulação de Routh-Hurwitz

s^2	0.1	K
s^1	(K-1)	0
s^0	K	

$\Rightarrow$ $K > 0$ e $K - 1 > 0 \Rightarrow \underline{K > 1}$

b-) Lugar das raízes

sabemos que o centro do círculo está em $s = -1$ (zero)

Podemos determinar as extremidades do círculo no eixo real calculando os pontos de breakaway e breakin point

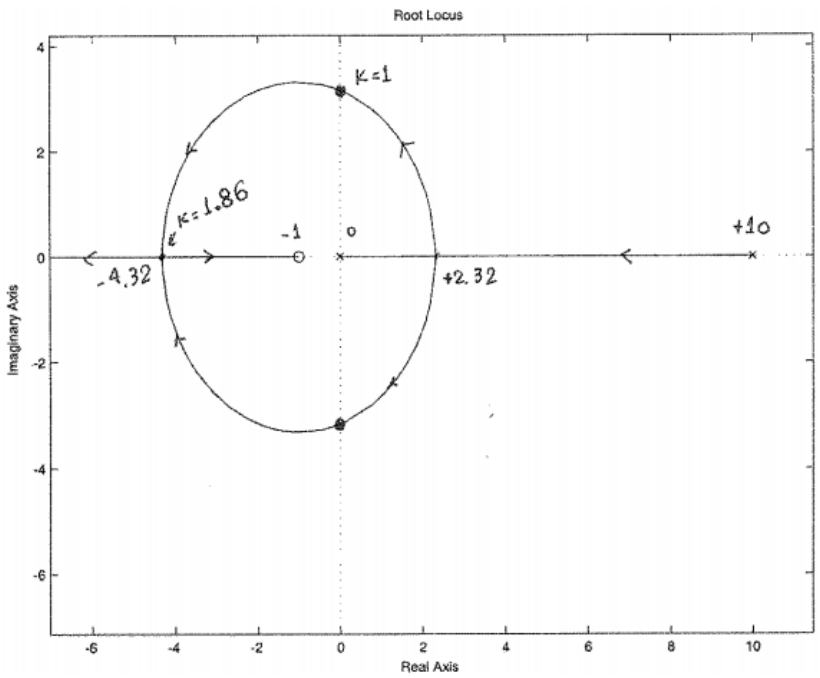
utilizando a equação característica e, isolando K obtemos

$$K = \frac{s - 0.1s^2}{(s+1)} \Rightarrow \frac{dK}{ds} = \frac{-0.1s^2 - 0.2s + 1}{(s+1)^2} = 0 \Rightarrow$$

$s_1 = -4.31 \rightarrow$ breakin

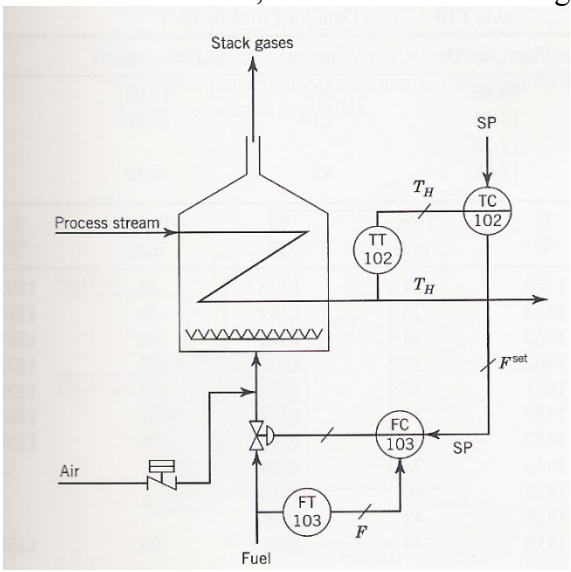
$s_2 = +2.31 \rightarrow$ breakaway

c-) $K = 1,86$

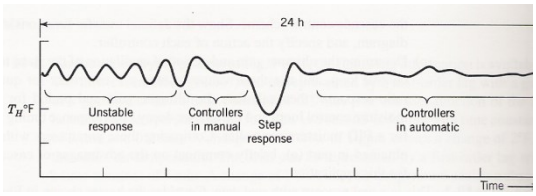

Root Locus
K=1
K=1.86
-1
o
+10
-4.32
+2.32
Imaginary Axis
Real Axis
4
2
0
-2
-4
-6
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10

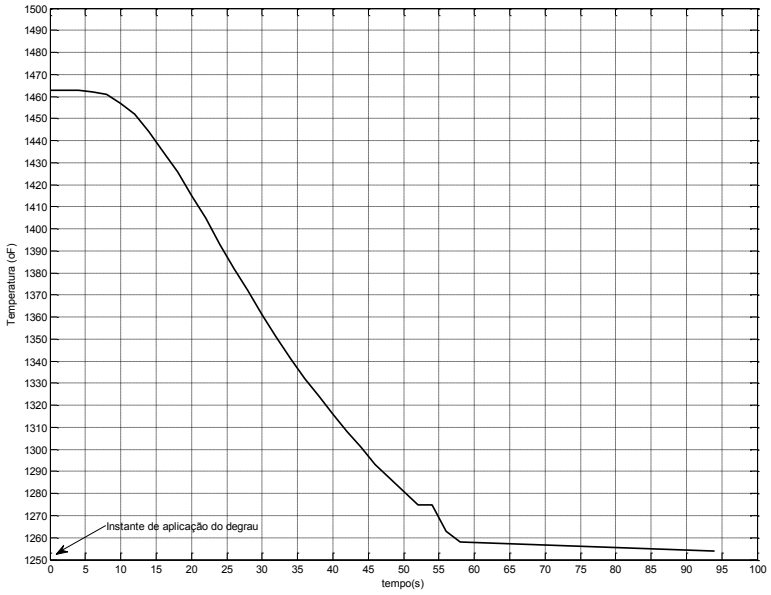
45 Questão

(Adaptada de Smith e Corripio) Considere um aquecedor como mostrado na figura abaixo. Neste processo, a temperatura do produto (gás) é controlada pela manipulação do fluxo de combustível, através de uma estratégia em cascata.



Havia uma suspeita de que o controlador de temperatura estava com problemas de sintonia. Isto foi confirmado pela análise da resposta instável do reator após uma variação do fluxo de alimentação. Decidiu-se fazer um nova sintonia. Para tanto, aplicou-se uma variação em degrau de -5% diretamente na entrada do controlador de vazão FC (sinal F^{set}) e registrou-se temperatura (gráfico). É interessante notar que os engenheiros esperavam uma variação de 20ºF, e observaram o valor bem maior, de 209ºF. O range do transmissor de temperatura é de 0 a 2000ºF.





a) Faça um diagrama de blocos do sistema, considerando que a saída do transmissor TT é um sinal de 0 a 100%. Indique os sinais.

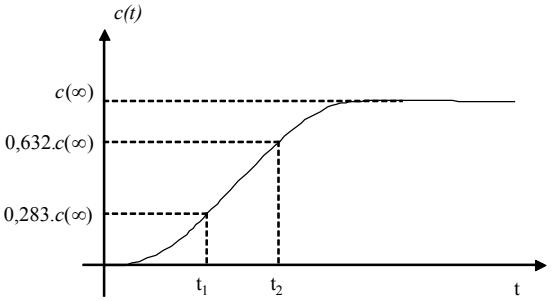
b) Obtenha o ajuste do controlador PID usando o método de Ziegler e Nichols por curva de resposta.

c) Qual seria uma possível explicação para o ajuste errado inicial, baseado nas evidências apresentadas no texto?

Dados:

Tabela : Método de Ziegler e Nichols para Curva de Reação

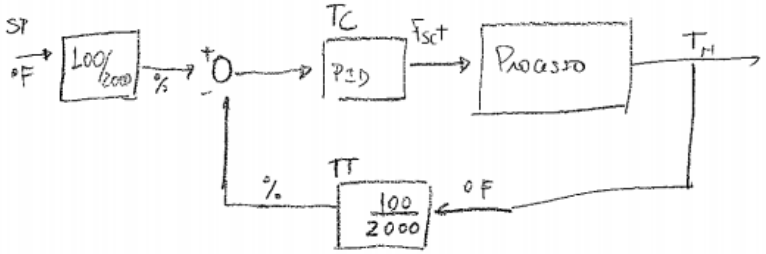
Controlador	K_P	T_I	T_D
PID	$1{,}2\frac{1}{K}\frac{\tau}{\theta}$	2θ	0.5θ



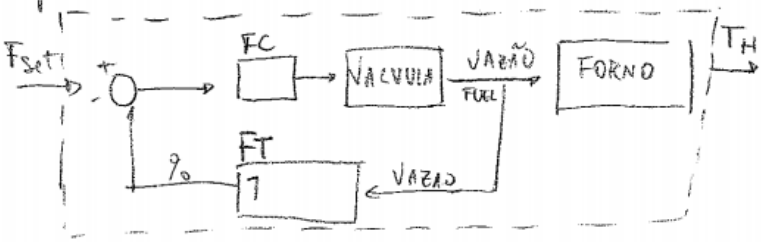
$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$

$$\theta = t_2 - \tau$$

a)



O Processo pode ser obtido como



b)

$$K = \frac{-209 \times 100/2000\ (\%)}{-5\ (\%)} = 2{,}09 \qquad Processo = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$$

$\tau = 22s$

$\theta = 15s$ $\Rightarrow$

$T_i = 2\theta = 30s$

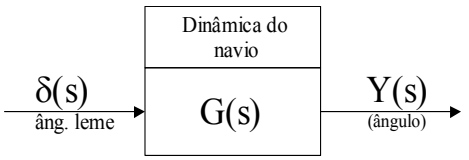
$T_d = 0{,}5\theta = 7{,}5s$

$K_p = \frac{1{,}2}{K}\frac{\tau}{\theta} = 0{,}84$

c) O ganho da planta K havia sido avaliado erradamente (10x menor) e ajustou-se um Kp 10x maior, o que causa oscilação.

46 Questão

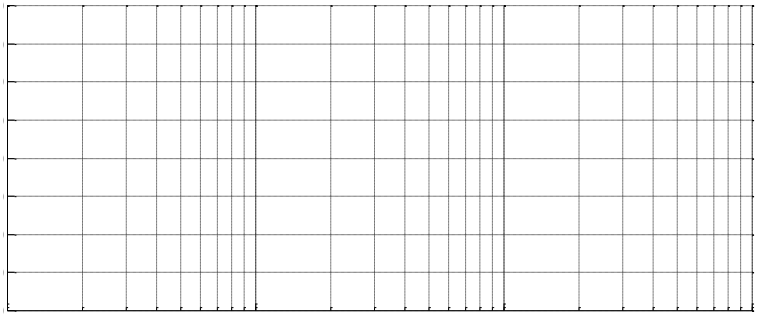
O movimento de rolagem de uma embarcação pode ser controlado por meio do leme, minimizando-se o jogo e aumentando-se o conforto durante a navegação. O modelo do sistema sem controle possui o seguinte diagrama de blocos:

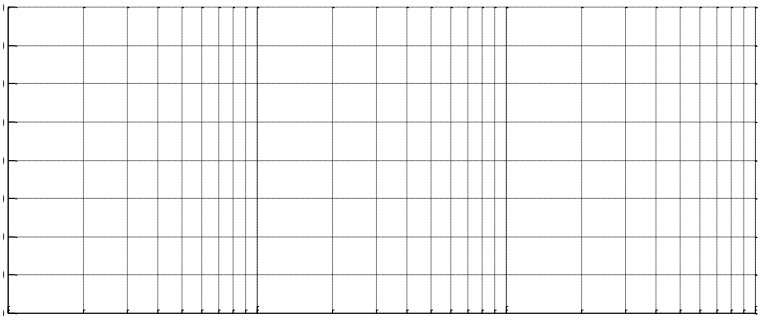


$$\text{com } G(s) = \frac{0{,}338s + 0{,}017}{10s^3 + 2{,}18s^2 + 4{,}09s + 0{,}397}$$

Sabendo-se pólos e zeros da função de transferência acima são:
pólos : -0,1 ; $-0{,}059 \pm 0{,}627j$; zero: -0,05

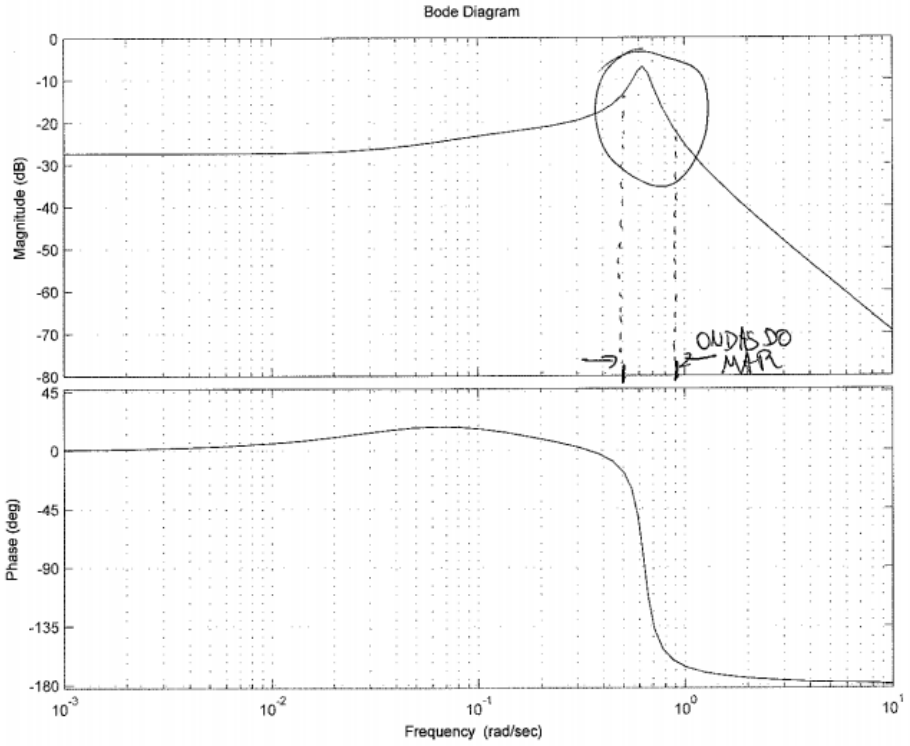
a) Esboce o diagrama de bode de magnitude e fase para o sistema em malha aberta.
b) Observando o diagrama acima, o que acontece (**qualitativamente**) com o ângulo de rolagem quando o navio navega com um ângulo constante no leme (durante uma curva longa, por exemplo)?
c) As freqüências típicas de ondas no mar são de 0,5-0,9 rad/s. Explique a necessidade, portanto, de um sistema de controle.





a)

(c) Ver pela gráfica de bode que na região de excitação do mar o navio "rola" bastante, necessitando de um mecanismo de atenuação artificial (controle ativo)



b) para entrada constante, o navio apresentará ângulo de rolagem (frequência nula) não nulo, pois o ganho para baixas frequências não é -oodb, e sim -27,5db

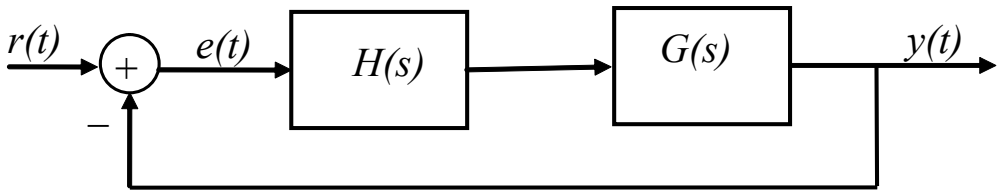
Para 1° de leme, U = 1° ⇒ $+20 \log G = -27,5$

$G = 0,042 \Rightarrow 0,042°$ de ângulo de rolagem constante

47 Questão

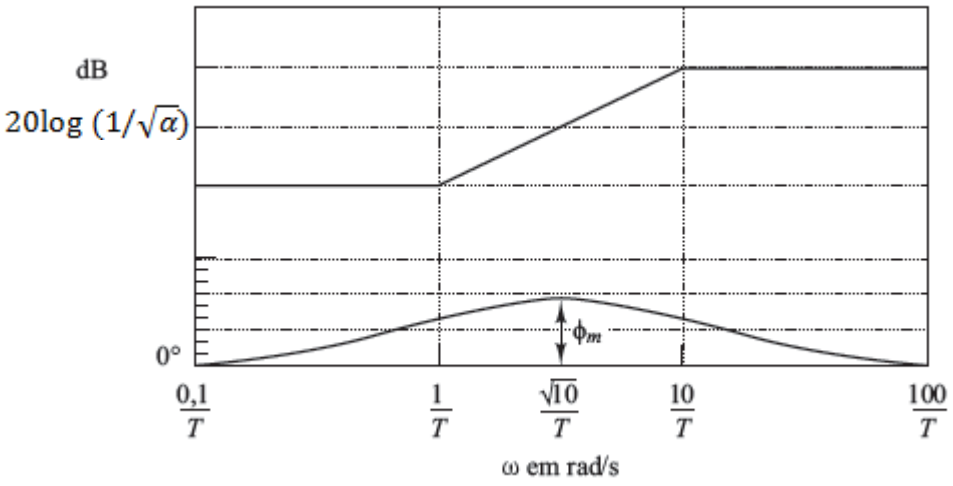
Um sistema de controle de malha fechada como indicado abaixo é dado por:

$$H(s) = K\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \text{ e } G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$



Projete H(s) tal que o erro estático do sistema seja $50s^{-1}$, a margem de fase seja 50° e a margem de ganho seja no mínimo 8dB.

Formulário: Bode de Gc:



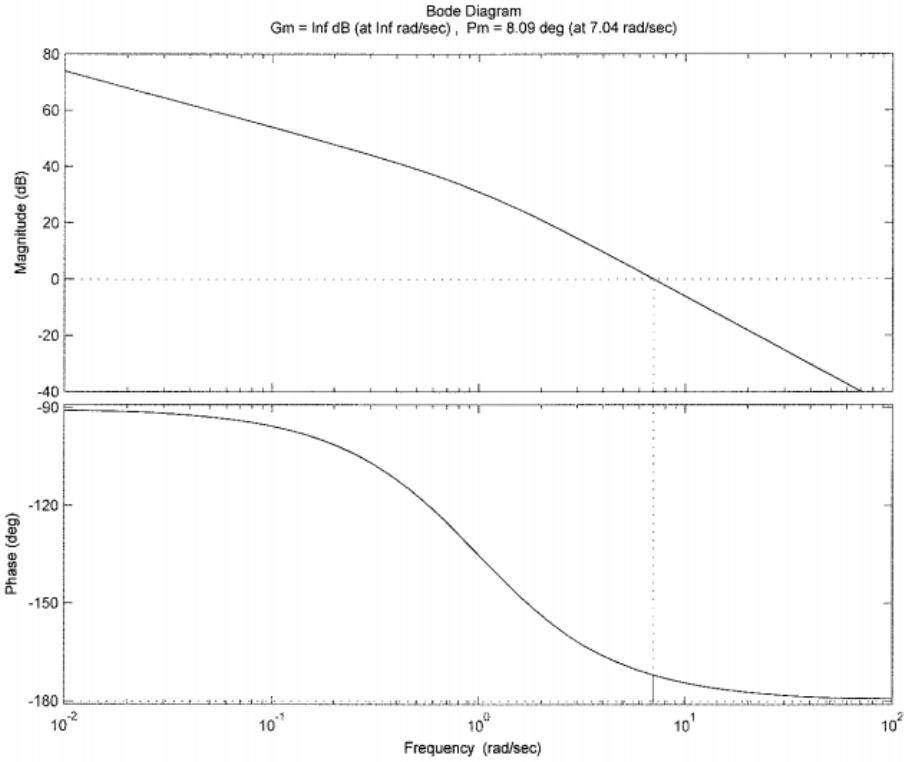
$$\text{sen}\,\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

1) (K) $K_v = \lim_{s \to 0} K \cdot \frac{Ts+1}{1+\lambda Ts} \cdot \frac{1}{S(S+1)} = 50 \Rightarrow \boxed{K = 50}$

2) Sistema não compensado $\frac{50}{S(S+1)}$

MF: 8°
$\omega_c = 7 rad/s$

Bode de $\frac{50}{S(S+1)}$ (SIST. NÃO COMPENSADO)



- $\phi_m = 42 + 5 = 47° \Rightarrow \operatorname{sen} 47° = \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \Rightarrow \alpha = 0{,}155$

- no ponto de avanço máximo o incremento de ganho será

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}155}} = 2{,}53 = 8{,}09\,dB$$

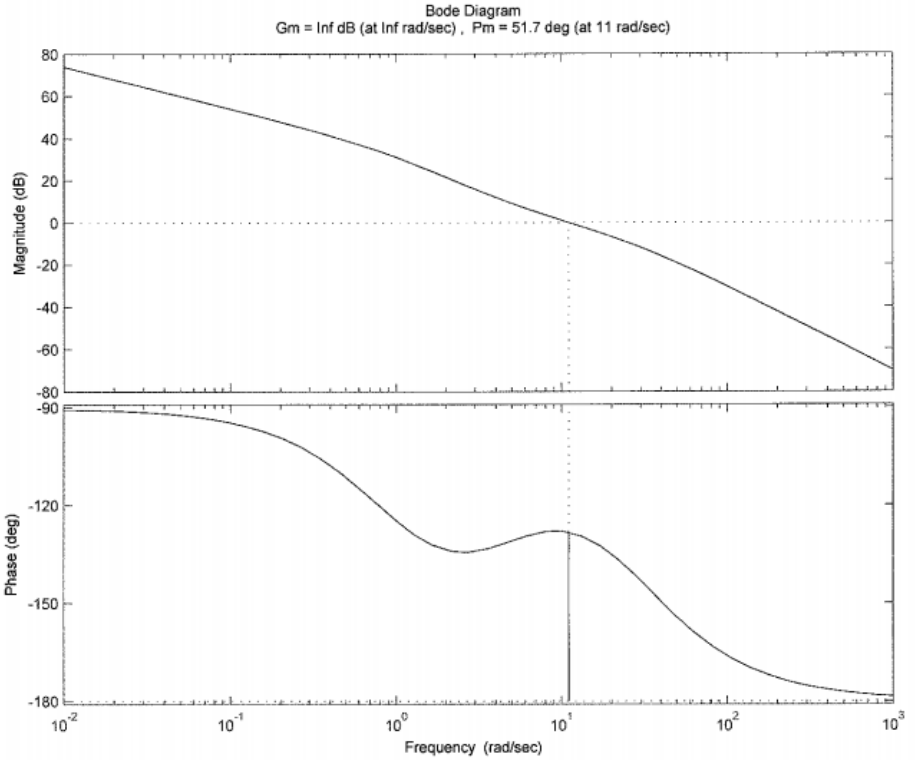
logo, a nova ω_c será o ponto que possui ganho $-8{,}09dB$

$$\text{Lo} \left| \frac{50}{j\omega(j\omega+1)} \right| = \frac{1}{2{,}53} \Rightarrow \omega = 11{,}22 rad/s$$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}\cdot T} = 11{,}22 \Rightarrow \frac{1}{T} = 4{,}92\ ,\ T = 0{,}22s$

$$G_C = 50 \cdot \frac{0{,}22s+1}{0{,}035s+1}$$

↓ Bode sist. COMPENSADO



Note que $MG = \infty$
$MF \cong 52°$

48 Questão

Um sistema de compensação dinâmica de balanço de veículo e embarcações (figura a) é composto pelos seguintes itens, representado de forma simplificada para modelagem e análise:

V) Estrutura do veículo ou embarcação com momento de inércia J, por simplificação articulada em seu ponto central.
VI) Amortecimento de coeficiente c, preso a uma distância L_2 da articulação
VII) Mecanismo de contrapeso, que posiciona uma massa de peso P (conhecido) a uma distância x(t) da articulação. Este mecanismo é alimentado com uma tensão de entrada v(t), sendo a posição x(t) proporcional à v(t) (x(t) = K_1.v(t))
VIII) Distúrbio: Força w(t), sendo sempre aplicada a uma distância L_1 da articulação.

Na Figura b ilustra-se o ângulo ψ(t) de inclinação da estrutura, bem como a força de amortecimento.

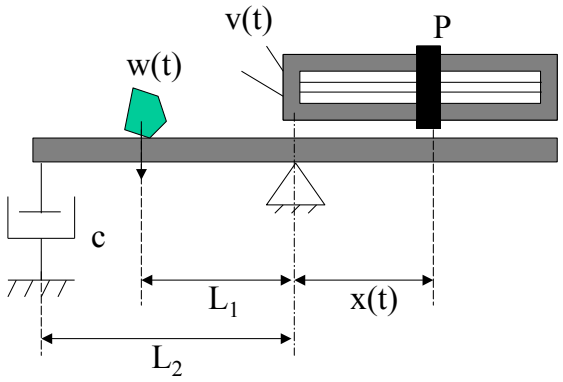


Figura a

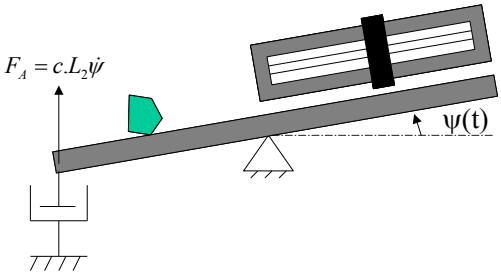


Figura b

e) Obtenha as funções de transferência entre a saída Ψ(s) e as entradas V(s) e W(s). Esquematize um diagrama de blocos do sistema. Suponha ângulo pequeno e $J >> P/g.x^2$. (1.0)

Para os itens (b), (c) e (d) vamos desconsiderar a ação do distúrbio e nos concentrar no projeto do controlador por realimentação baseado na leitura do ângulo ψ(t). Considere os valores J= 60kg.m^2, P=200N, L_1=0.5m; L_2 = 1.0m; c=20N.s/m e K_1= 0.2 m/V. Se você não conseguiu resolver o item a, utilize $\frac{\Psi(s)}{V(s)} = \frac{-40}{60s^2 + 20s}$.

b) Pelo método do lugar das raízes, projete um controlador PD $G_c(s) = -K_P(1 + T_D s)$ para que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e tempo de estabilização 2% de 1seg. Ao final, verifique o erro em regime para entrada rampa unitária. Caso deseje-se que este erro seja menor que 0,1rad, discuta a necessidade ou não de compensação dinâmica adicional. (1,0)

c) Esboce o diagrama de Nyquist do sistema e mostre que para realimentação proporcional ele será sempre estável, tal como já previsto pelo diagrama de lugar das raízes. (1,0)

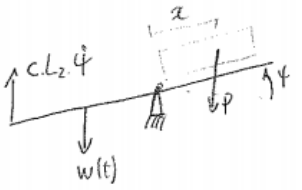
d) Projete um compensador de avanço para que o sistema possua constante de erro estático de velocidade (K_v) de 10 e margem de fase de 40º. (1,0)

$$G_c(s) = K_c \frac{1+sT}{1+\alpha sT}$$

e) Como estamos tratando de um sistema de estabilização, o projeto mais adequado para o compensador deveria se preocupar com o distúrbio, e não com o erro estático de velocidade. Considerando-se que para um distúrbio de 100N objetiva-se um erro máximo em regimo de 6º (0.1rad), qual o valor de K_c que deveria ter sido utilizado no item d? (não é necessário refazer o projeto) (1,0)

1) ①

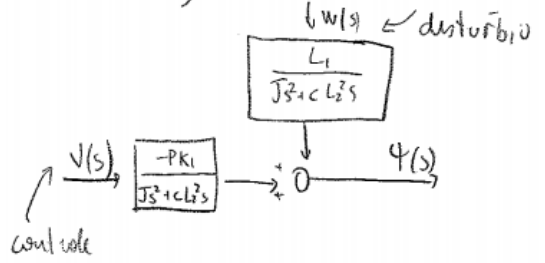
a)



$$J.\ddot{\varphi} = W.L_1 - c.L_2^2.\dot{\varphi} - P.x$$

$$J.\ddot{\varphi} + c.L_2^2.\dot{\varphi} = W.L_1 - PK_1.V$$

$$\Rightarrow \left(Js^2 + c.L_2^2.s\right).\Psi(s) = L_1\,W(s) - PK_1\,V(s)$$



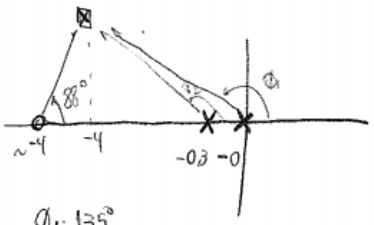
$$\Rightarrow \frac{\Psi(s)}{V(s)} = \frac{-PK_1}{Js^2+cL_2^2s} \qquad \frac{\Psi(s)}{W(s)} = \frac{L_1}{Js^2+cL_2^2s}$$

b) pelo desejado

$\zeta = 0{,}7 \Rightarrow 45°$

$t_s^{2\%} = 1 \Rightarrow 1 = \frac{4}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 5{,}7\ rad/s$

$\Rightarrow$ polo $= -4 \pm 4j$



$\Phi_1 = 135°$

$\Phi_2 = 133° \Rightarrow$ fase necessária: $+88°$

logo o zero deve estar aproximadamente em -4

$$\Rightarrow G_c = -K_p\left(1 + \frac{s}{4}\right)$$

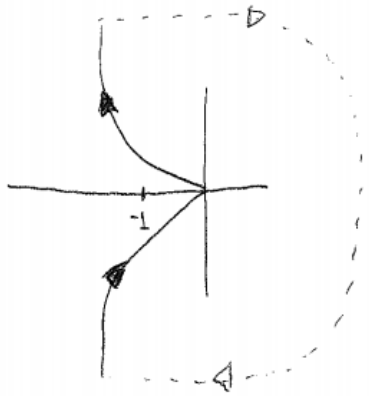
$$\left|\frac{40K_p}{60s^2+20s}.\left(1+\frac{s}{4}\right)\right|_{s=-4+4j} = 1 \Rightarrow K_p = 46 \Rightarrow \boxed{G_c = -46\left(1+\frac{s}{4}\right)}$$

mas $G.G_c = \frac{1840\,(1+s/4)}{60s^2+20s}$

$K_V = \lim_{s\to 0} s\,G G_c = 92 \Rightarrow$ erro a rampa unitária $\frac{1}{92} < 0.1$

logo não é necessário compensação dinâmica adicional

c)



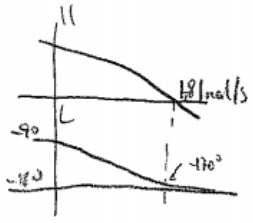
$\frac{\Psi}{V}: \frac{940}{60s^2+20s}$ → desenvolvo o ⊖ no diagrama, pois o controle tinha um sinal negativo

logo ele nunca engloba -1

$N = -P = 0$ ↓ estável sempre

d) i) $\frac{-40K_c}{20} = 10 \Rightarrow K_c = 5$

ii) MF atual de $\frac{200}{60s^2+20s} \rightarrow \begin{cases} MF = 10° \\ \omega_c = 1{,}8\ rad/s \end{cases}$



iii) avanço necessário $= 40° - 10° + 6° = 36°$ (folga)

$\Rightarrow \operatorname{sen} 36° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}26$

$0{,}58 + 0{,}58\alpha = 1 - \alpha$

iv) nova freq de cruzamento $-20\log\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right) = -5{,}88 \Rightarrow \omega = 2{,}5\ rad/s$

v) $T \omega \quad 2{,}5 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\cdot T} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{0{,}26}\cdot 2{,}5} \Rightarrow T = 0{,}78$

$\Rightarrow \boxed{G_c = -5.\frac{1+0{,}78s}{1+0{,}2s}}$

e) Voltando ao item (a) e considerando apenas a parte proporcional do controlador $G_c(s) = K_c$

$$\left(J s^2 + c L_2^2 s\right) \Psi(s) = L_1 W(s) - P K_1 (-K_c) \cdot (\Psi_{sp} - \Psi)$$

Mas $\Psi_{sp} = 0°$ (queremos manter estrutura alinhada), logo:

$$\left(J s^2 + c L_2^2 s + P K_1 K_c\right) \Psi = L_1 W$$

$$\Rightarrow \frac{\Psi}{W} = \frac{L_1}{J s^2 + c L_2^2 s + P K_1 K_c} \Rightarrow$$

Entrada $W(s) = \frac{100}{s} \Rightarrow \Psi(\infty) = \frac{100 L_1}{P K_1 K_c} = 0{,}1$

$$K_c = 12{,}5$$

Ou seja, deveria ter sido usado valor maior p/ K_c, e projeto do compensador de avanço deve ser revisado.

49 Questão

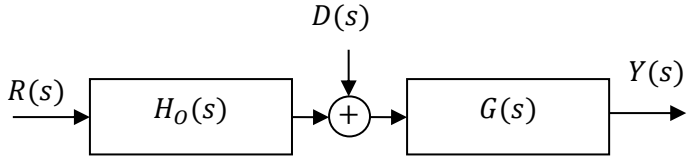
Deseja-se projetar um controlador para o sistema dado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{20}{5s+1}.$$

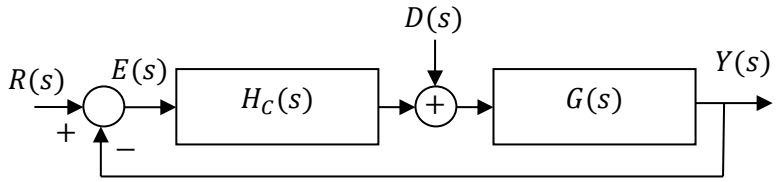
Idealmente, deseja-se que o sistema compensado possua a seguinte forma:

$$G_D(s) = \frac{1}{s+1}.$$

a-) Projete um controlador $H_O(s)$ para um sistema de controle em malha aberta (como indicado na figura abaixo) que atenda à especificação.



b-) Projete um controlador $H_C(s)$ para um sistema de controle em malha fechada(como indicado na figura abaixo) que atenda à especificação.



c-) Calcule o erro estático e_{ss} para uma entrada do tipo degrau unitário $(r(t) = 1)$ para ambos os casos.

d-) Prove que a estrutura de controle de malha fechada consegue garantir erro estático nulo $e_{ss} = 0$ mesmo com um distúrbio do tipo $d(t) = C$, $C = cte$ e a estrutura de controle em malha aberta não consegue.

a) $\boxed{H_0(s) = \dfrac{5s+1}{20(s+1)}}$ pois $H_0 \cdot G = G_D$

b) $$\frac{G \cdot H_c}{1+G \cdot H_c} = \frac{\frac{20\,H_c}{5s+1}}{1+\frac{20H_c}{5s+1}} = \frac{20H_c}{5s+1+20H_c} = \frac{1}{s+1}$$

$$5s+1+20H_c = 20H_c(s+1) \Rightarrow 5s+1 = 20H_c \cdot (s+1-1) \Rightarrow$$

$$\boxed{H_c = \frac{5s+1}{20s}}$$

c) em anelo os casos $\dfrac{Y}{R} = \dfrac{1}{s+1} \Rightarrow$

$$1-e_{ss} = \left(\lim_{s\to 0} \frac{1}{s}\, s\, \frac{1}{s+1}\right) \Rightarrow 1-e_{ss} = 1 \Rightarrow \boxed{e_{ss} = 0}$$

d) em malha aberta

$$\frac{Y}{D} = G = \frac{20}{5s+1}$$

$$D = C^{te} \Rightarrow D(s) = \frac{C}{s} \Rightarrow y(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{C}{\cancel{s}} \cdot \frac{20}{5s+1}$$

$\boxed{y(\infty) = 4 \cdot C}$ → ou seja, amplifica distrubio em fator 4x

em malha fechada

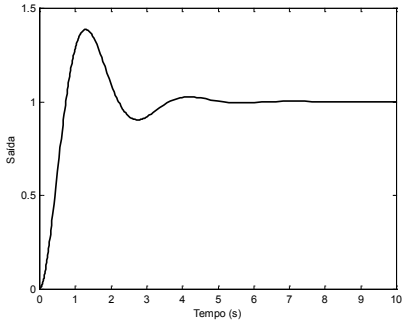
$$\frac{Y}{D} = \frac{G}{1+GH_c} = \frac{20s}{(5s+1)(s+1)}$$

se $D(t) = C \Rightarrow$ $$y_\infty = \lim_{s\to 0} \frac{C}{\cancel{s}} \cdot \cancel{s} \cdot \frac{20s}{(5s+1)(s+1)} = \emptyset$$

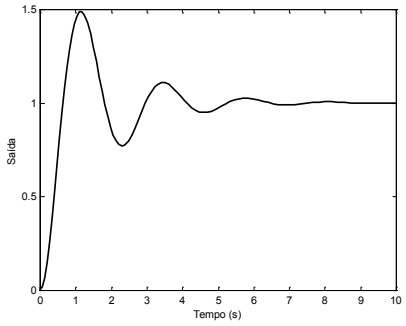
⇒ elimina efeito (em regime) do distrubio!

50 Questão

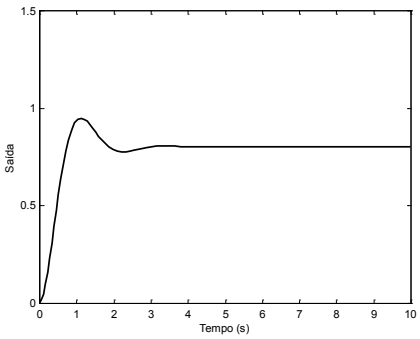
A resposta a um degrau unitário no set-point de um processo químico controlado por um PID é mostrada na figura abaixo.



a) Qual termo do controlador foi eliminado quando se obteve a resposta (a). Justifique.
b) Qual termo do controlador do item (a) foi eliminado quando se obteve a resposta indicada no na curva b. Justifique.



(a)



(b)

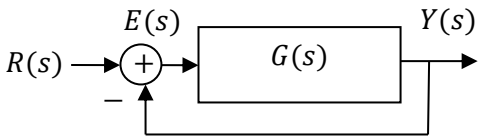
a) Retirou-se o termo Derivativo, pois o sistema passou a apresentar menos oscilações e menos amortecimento

b) Retirou-se o termo ~~proporcional~~ integral, pois o sistema passou a apresentar erro em regime. Além disso houve redução do sobressinal e oscilações

51 Questão

Um sistema de controle em malha fechada está ilustrado abaixo, onde:

$$G(s) = \frac{K(s^2 - 4s + 20)}{(s+2)(s+4)}.$$



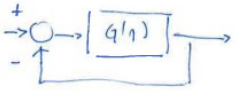
a-) (2.0pt) Determine o Lugar das Raízes.

b-) (1.0pt) Determine a faixe de valores de K que fornece um sistema de controle em malha fechada estável.

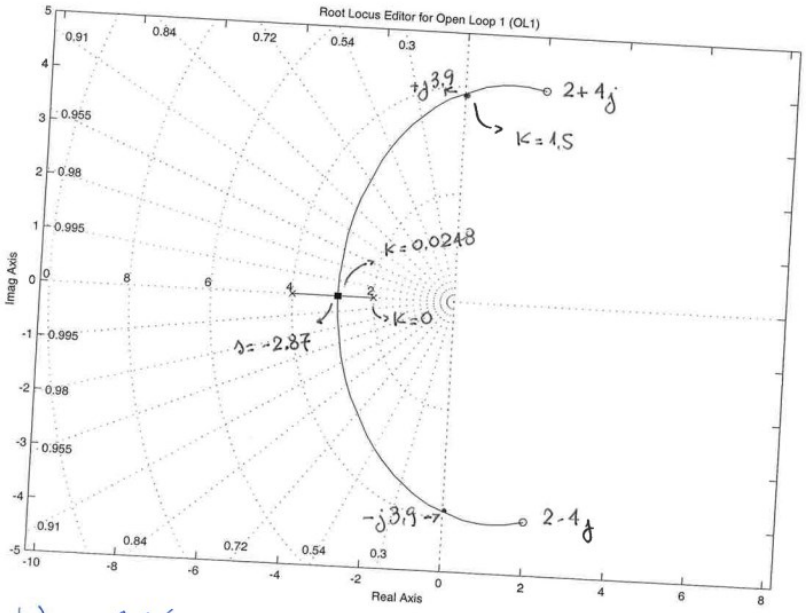
c-) (0.5pt) Determine o valor de K que fornece um sistema de controle em malha fechada marginalmente estável.

d-) (0.5pt) Determine o valor de K que fornece um sistema de controle em malha fechada com pólos complexos conjugados com coeficiente de amortecimento $\zeta = 1$.

$G(s) = \frac{K(s^2-4s+20)}{(s+2)(s+4)}$



a-)



b-) Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

$0 \leq K \leq 1,5$

c-) $K = 1,5$

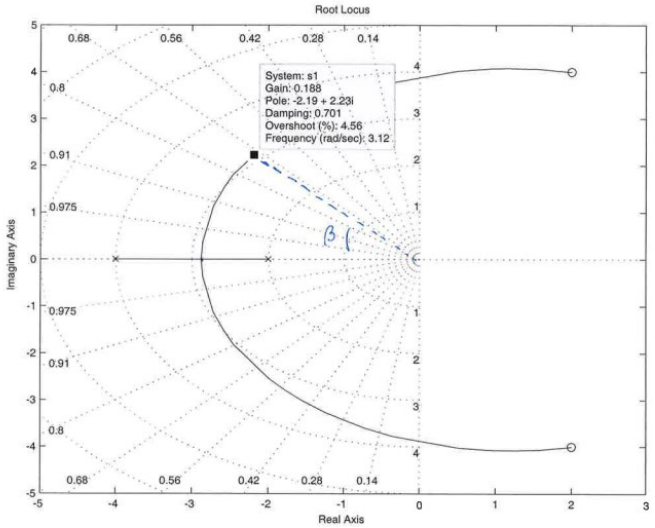
d-) para $\zeta = 1 \Rightarrow s = -2.87 \Rightarrow K = 0.0248$

para $\zeta = 0.7$ método gráfico

utilizando $\cos\beta = \zeta$

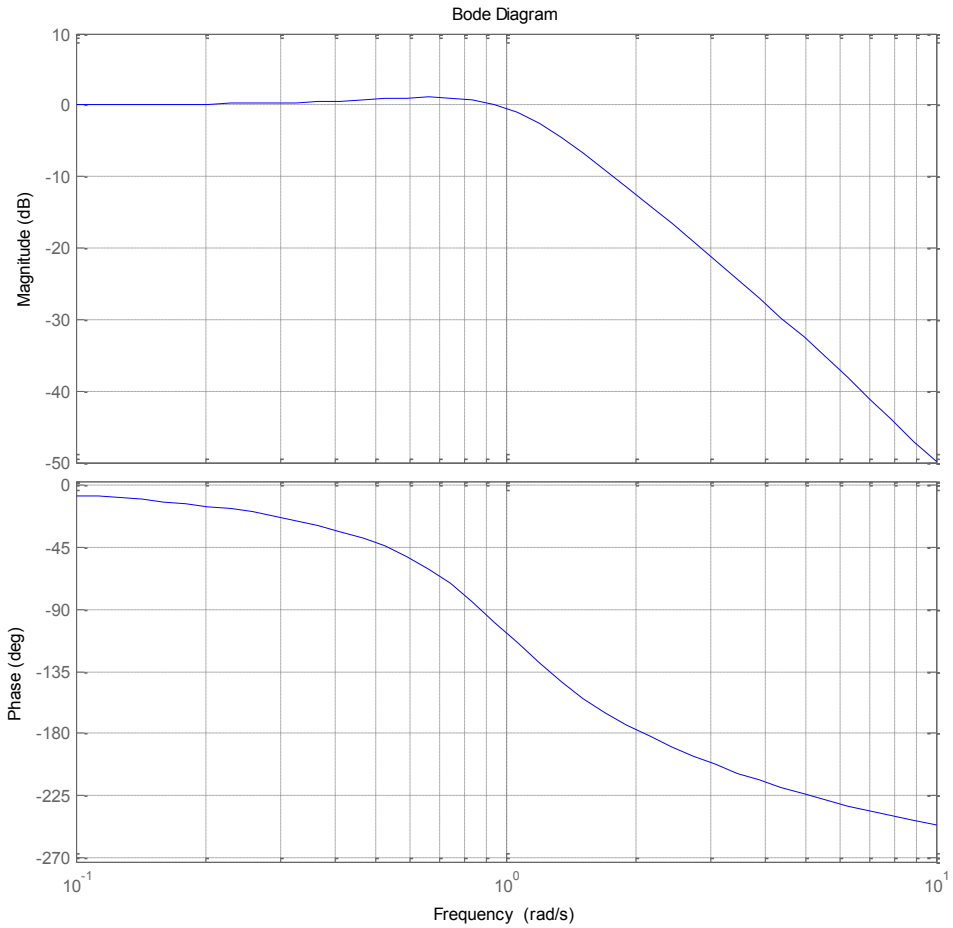
$\beta = \arccos(\zeta)$

$K = 0.188 \Rightarrow s = -2,19 \pm 2,23j$



52 Questão

Um sistema mecânico possui uma dinâmica em malha aberta cuja resposta em frequência é dada pelo gráfico de Bode abaixo.



a) (1,0) Sendo $Gc(s) = \frac{K(T_1 s+1)}{(T_2 s+1)}$ calcule K para que o erro em regime para entrada degrau unitário seja de 0,25.

b) (1,25) Projete um controlador de avanço (T1>T2) usando o gráfico de Bode. Pode-se utilizar valores aproximados a partir do gráfico para evitar cálculos. Indique o diagrama de bode do sistema compensado na figura acima.

c) (1,25) Projete um controlador de atraso (T1<T2) usando o gráfico de Bode. Pode-se utilizar valores aproximados a partir do gráfico para evitar cálculos. Indique o diagrama de bode do sistema compensado na figura acima.

1) a) $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0{,}25 \Rightarrow K_p = 3$

$\Rightarrow K_p = \lim_{s \to 0} G.G_c = 3 \Rightarrow$ mas $\lim_{s \to 0} G(s) = 1$ (0dB) pelo gráfico

$\Rightarrow \quad K = \lim_{s \to 0} G_c = 3$

b) logo, a curva de $K.G(s)$ deve ser "elevada" de $20\lg 3 \approx 10dB$

assim, pelo gráfico, $\omega_c \approx 1{,}8 rad/s$ e $\phi \approx -165° \Rightarrow MF = 15°$

Objetivo $MF = 30°$ (não foi pedido pelo enunciado, aceito qualquer valor entre $30°$ e $60°$)

$\Rightarrow \phi_{extra} = 15° + \underbrace{10°}_{\text{segurança}} = 25° \Rightarrow$ $\sin 25° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}41$

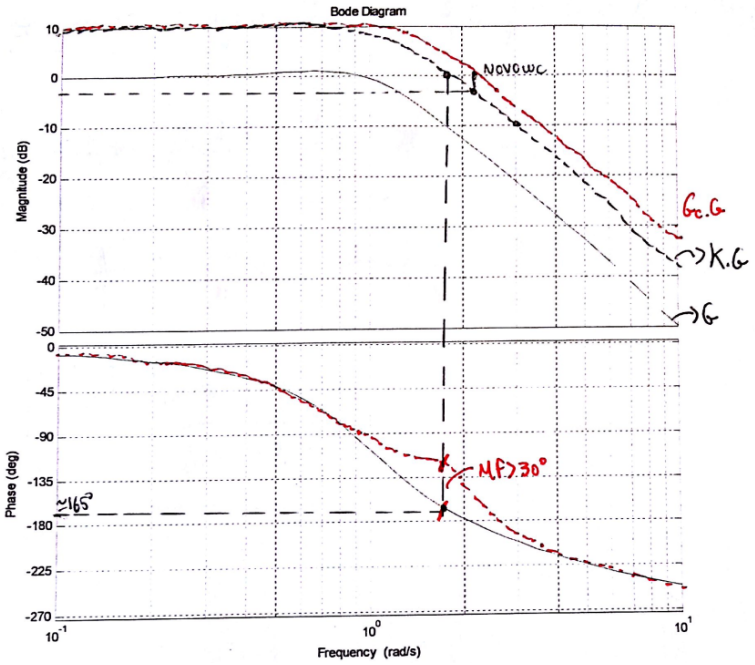
nova freq de cruzamento é aquela cujo ganho é $-20\lg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3{,}9dB$

que resulta $\approx 2{,}2 rad/s$

$\Rightarrow \quad T \rightsquigarrow 2{,}2 = \frac{1}{\sqrt{2}.T} \Rightarrow \quad T = 0{,}71$

logo $\boxed{G_c(s) = 3 . \frac{1 + 0{,}71s}{1 + 0{,}29s}}$

Generated by CamScanner from intsig.com

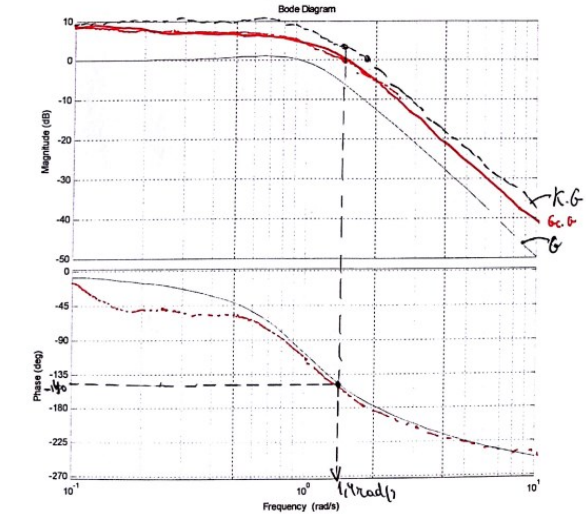


b) O compensador de avanço reduz ωc p/ a freq na qual a fase é $-180° + 30° = -140°$ (+10° ← segurança) que é aprox. 1,4 rad/s nesta freq. o ganho é aprox. 5dB, logo precisa-se reduzir

$\Rightarrow 20 \log \frac{1}{\beta} = -5 \Rightarrow \beta = 1{,}8 \Rightarrow G_c = 3 \cdot \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$

alem disso $\frac{1}{T} \lesssim \frac{\omega_c}{5} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1{,}4}{5} \Rightarrow T = 3{,}6$

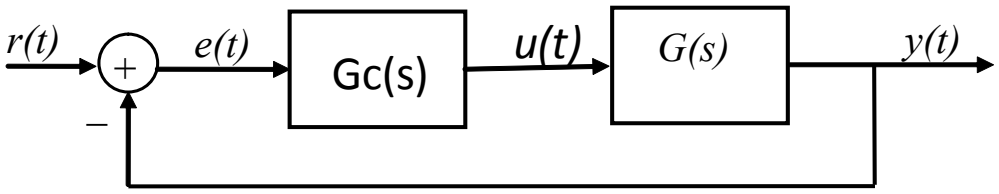
logo $\boxed{G_c = 3 \cdot \frac{3{,}6s+1}{6{,}5s+1}}$



53 Questão

Considere a planta G(s) e a malha de controle abaixo:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+10)}$$



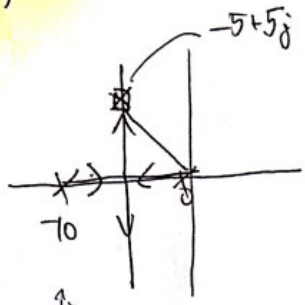
c) (0,5) Esboce o lugar das raízes e calcule o ganho K de um controle proporcional do tipo Gc(s)=K, de modo que a resposta em degrau apresente amortecimento 0,7

d) (0,5) Esboce a resposta y(t) para uma entrada degrau unitário em r(t). Calcule o valor inicial da saída de controle u(t) usando o teorema do valor inicial.

e) (1,0) Objetiva-se reduzir a saída de controle para evitar saturação. Para isso, projete um controlador do tipo $Gc(s) = \frac{K}{(s+p)}$ de forma a garantir o mesmo amortecimento (0,7) e uma frequência natural 40% menor que a obtida apenas com o controle proporcional.

f) (0,5) Esboce a resposta y(t) para uma entrada degrau unitário em r(t). Calcule o valor inicial da saída de controle u(t) usando o teorema do valor inicial.

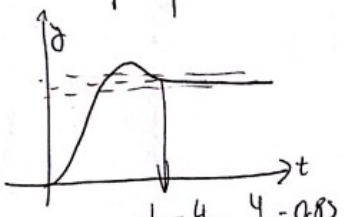
3a)



$\Rightarrow$ cond modulo

$$\left|\frac{K}{(s)(s+10)}\right|_{s=-5+5j} = 1 \Rightarrow \boxed{K = 50}$$

b)

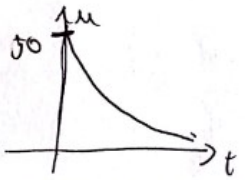


$$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{5} = 0{,}8s$$

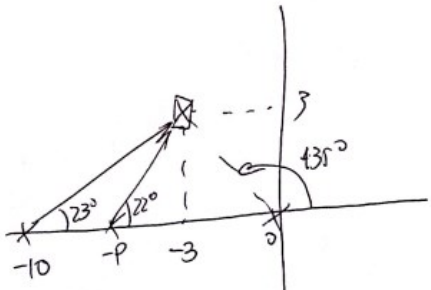
$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{G_c}{1+GG_c}$$

$$u(0) = \lim_{s\to\infty} s \cdot \frac{K}{1+KG} \cdot \frac{1}{s}$$ ✓ degrau ✓ teo valor inicial

$$\Rightarrow u(0) = \lim_{s\to\infty} \frac{50}{1+\frac{50}{s(s+10)}} = 50$$ ✓



c)



fase

$$-135° - 23° - \phi = -180$$

$$\phi = 22°$$

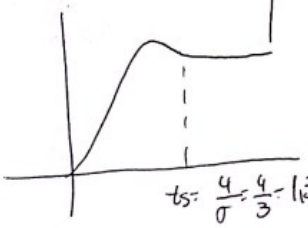
$$\Rightarrow \boxed{p = +10{,}4}$$

modulo

$$\left|\frac{K}{(s+10{,}4)s(s+10)}\right|_{s=-3+3j} = 1$$

$$\Rightarrow K = 258$$

d)



$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{3} = 1{,}3s$ (maior que item b)

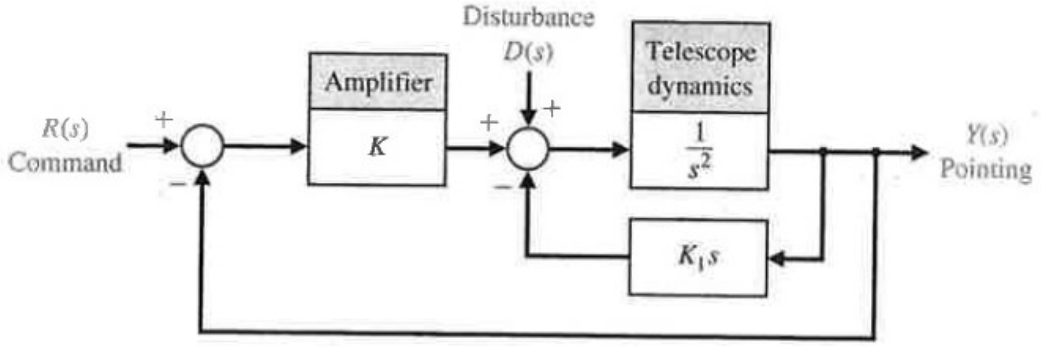
$$u(0) = \lim_{s\to\infty} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{G_c}{1+GG_c} = \phi$$

compensador anula "franco" inicial em controle

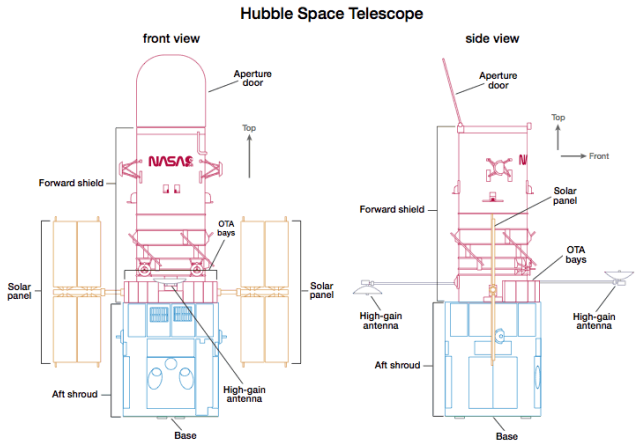
Generated by CamScanner from intsig.com

54 Questão

A dinâmica do sistema de posicionamento do telescópio Hubble pode ser representada como



O desempenho do sistema depende de duas constantes K e K_1. O controlador $H(s) = K$ corresponde a um amplificador de potência que só garante um ganho linear para $K \leq 200$.

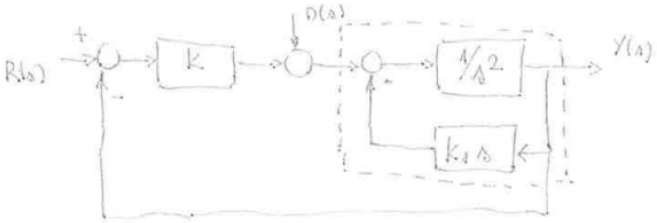


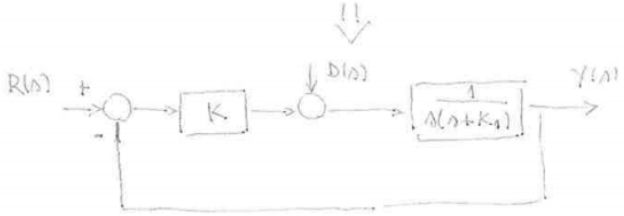
Projete o sistema de controle (Escolha K e K_1) tal que:

- O máximo sobressinal para um degrau $r(t)$ seja $M_p \leq 10\%$.
- O erro estático à entrada do tipo rampa $r(t) = At$ seja $e_{ss} \leq 10\%$.
- O erro estático à entrada do tipo degrau $d(t) = B$ seja $e_{ss} \leq 10\%$.

(1)

O diagrama de blocos pode ser simplificado para





$G(s) = \frac{1}{s(s+K_1)}$

$H(s) = K$

Cálculo de $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+K_1)}}{1+\frac{K}{s(s+K_1)}} = \frac{K}{s(s+K_1)+K} = \frac{K}{s^2+K_1 s+K}$ (I)

$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ (II)

De (I) e (II)

$K_1 = 2\zeta\omega_n$ (a)

$K = \omega_n^2$ (b)

Rampa $r(t) = At \Rightarrow R(s) = \frac{A}{s^2}$

$E(s) = \frac{1}{1+G(s)H(s)} \cdot R(s)$

$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+\frac{K}{s(s+K_1)}} \cdot \frac{A}{s^2} \Rightarrow$

$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{s(s+K_1)}{s(s+K_1)+K} \cdot \frac{A}{s^2} \Rightarrow$

$e_{ss} = \frac{A}{K/K_1} \leq 0.1A \Rightarrow \frac{1}{10}$

$\boxed{\frac{K}{K_1} \geq 10}$ (c)

Distúrbio $d(t) = B \Rightarrow D(s) = B/s$

$E(s) = -\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \cdot \frac{B}{s} \Rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} -s \cdot \frac{\frac{1}{s(s+K_1)}}{\frac{s(s+K_1)+K}{s(s+K_1)}} \cdot \frac{B}{s}$

$\boxed{e_{ss} = \frac{B}{K}}$ (d)

Para $\zeta = 0.6$ temos $M_p = 9.5\%$

Utilizando (a) $K_1 = 2\zeta\omega_n \Rightarrow K_1 = 1.2\omega_n$

De (b) $\omega_n = \sqrt{K} \Rightarrow K_1 = 1.2\sqrt{K}$ (e)

Utilizando (c) $\frac{K}{K_1} = 10 \Rightarrow K = 10K_1$ (f)

De (e) e (f) $\Rightarrow K_1 = 1.2\sqrt{10K_1} \Rightarrow$

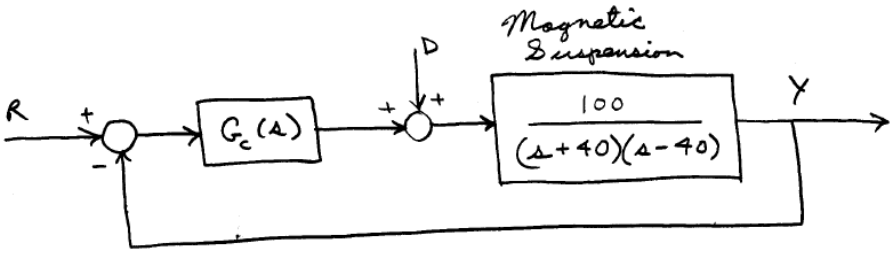
$K_1^2 = 1.44 \cdot 10 \cdot K_1 \Rightarrow K_1 = 11.1$

De (c) $\frac{K}{K_1} = 10 \Rightarrow K = 111$

Satisfazemos assim todas as condições

55 Questão

Considere o sistema de levitação magnética em malha fechada, cujo modelo é dado no diagrama de blocos abaixo.

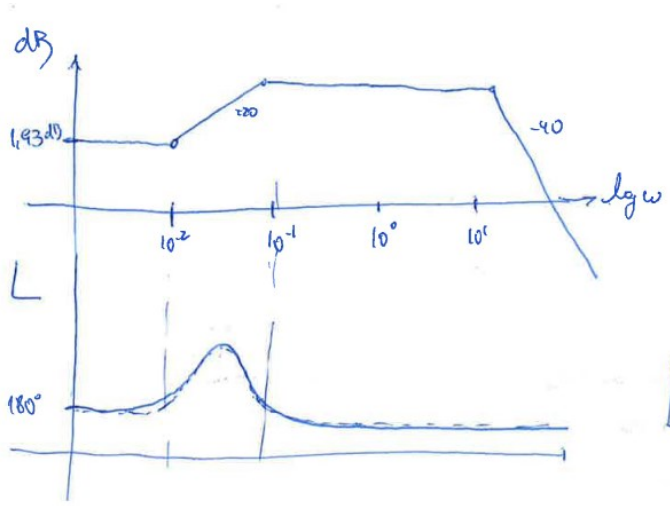


a) Sendo $Gc(s) = K\frac{100s+1}{10s+1}$, esboce o diagrama de bode e o diagrama de Nyquist para a função de transferência de malha aberta, considerando K=20.

b) Aplicando o critério de estabilidade de Nyquist, obtenha o intervalo de K para que o sistema seja estável em malha fechada.

(2)

a)



Bode

$s \to j\omega \to 0 \Rightarrow$

$G.G_C \to 1{,}93dB$

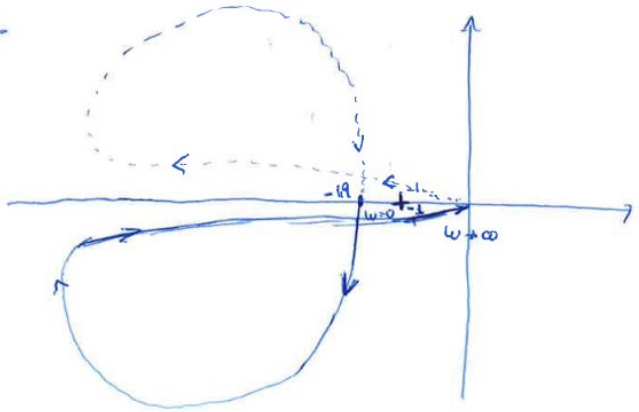
$s \to \infty$

$|G.G_C| \to -180°$

$\left|\frac{100j\omega+1}{10j\omega+1}\right| \frac{100}{(j\omega)^2 - 1600}$

mesmo modo fase (sempre -180°)

Nyquist



b) nesta função em MA, há 1 polo no SPD $\Rightarrow$ $N = -P \Rightarrow$ p/ ser estável, $N = -1$, ou seja, o diagrama de Nyquist deve envolver o -1 uma vez no sentido anti-horário.

P/ o caso acima, $K = 20$, há 1 envolvimento anti-horário no sentido anti-horário, e é estável portanto.

Será estável até o valor de K_{min} em que a função parte de um ponto anterior à -1 $\Rightarrow$ $K \cdot \frac{100}{1600} = 1 \Rightarrow K_{min} = 16 \Rightarrow$ **$K > 16$ p/ ser estável**

56 Questão

Considere um sistema cuja dinâmica em malha aberta é dada por $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{40}{60s^2 + 20s}$.

a) Pelo método do lugar das raízes, projete um controlador PD $G_c(s) = -K_P(1 + T_D s)$ para que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e tempo de estabilização 2% de 1seg. Ao final, verifique o erro em regime para entrada rampa unitária. Caso deseje-se que este erro seja menor que 0,1rad, discuta a necessidade ou não de compensação dinâmica adicional.

b) Projete um compensador de avanço para que o sistema possua constante de erro estático de velocidade (K_v) de 10 e margem de fase de 40°.

$$G_c(s) = K_c \frac{1 + sT}{1 + \alpha sT}$$

(3)

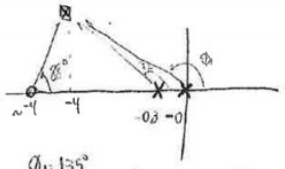
a)

polo desejado

$\zeta = 0,7 \Rightarrow 45°$

$t_s = 1 \Rightarrow 1 = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \omega_n = 5,7 rad/s$

$\Rightarrow$ polo $= -4 \pm 4j$



$\Phi_1 = 135°$

$\Phi_2 = 133° \Rightarrow$ fase necessária: $+88°$

logo o zero deve estar aproximadamente em -4

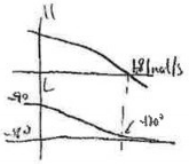
$\Rightarrow G_c = -K_p \cdot \left(1 + \frac{s}{4}\right)$

$$\left| \frac{40 K_p}{60s^2 + 20s} \cdot \left(1 + \frac{s}{4}\right) \right|_{s = -4+4j} = 1 \Rightarrow K_p = 46 \Rightarrow \boxed{G_c = -46\left(1 + \frac{s}{4}\right)}$$

b)

d) i) $\frac{-40 K_c}{20} = 10 \Rightarrow K_c = 5$

ii) MF atual de $\frac{200}{60s^2 + 20s} \Rightarrow \begin{cases} MF = 10° \\ \omega_c = 1,8 rad/s \end{cases}$



iii) avanço necessário $= 40° - 10° + 6° = 36°$ (folga)

$\Rightarrow \sin 36° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0,26$

$0,78 + 0,78\alpha = 1 - \alpha$

iv) nova frequência de cruzamento $-20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right) = -5,85 \Rightarrow \omega = 2,5 rad/s$

v) $T \omega = 2,5 = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \cdot T} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{0,26} \cdot 2,5} \Rightarrow T = 0,78$

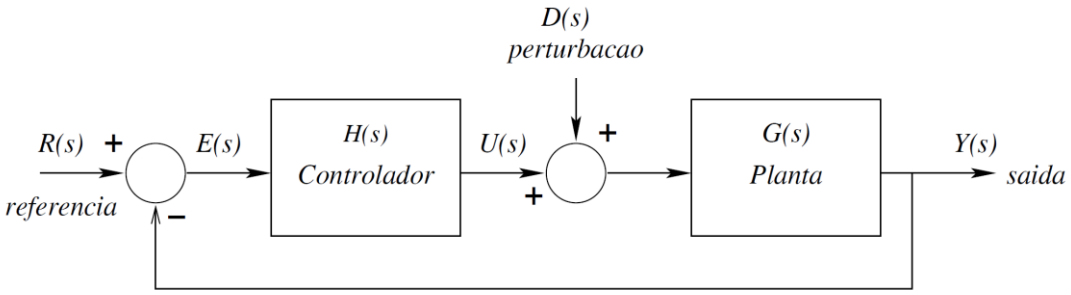
$\Rightarrow \boxed{G_c = -5 \cdot \frac{1 + 0,78s}{1 + 0,25}}$

57 Questão

Considere um sistema de controle, como na figura abaixo, onde:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+a)}$$

Onde $K = 20$ e $a = [14{,}16]$ (faixa de variação) e o controlador é dado por $H(s) = K_P$.



Deseja-se que o sistema de controle em malha fechada atenda às seguintes especificações:

- Erro estacionário $e_{ss} = 0$;
- Tempo de assentamento $t_s < 1seg$;
- Máximo sobressinal $M_P < 10°$.

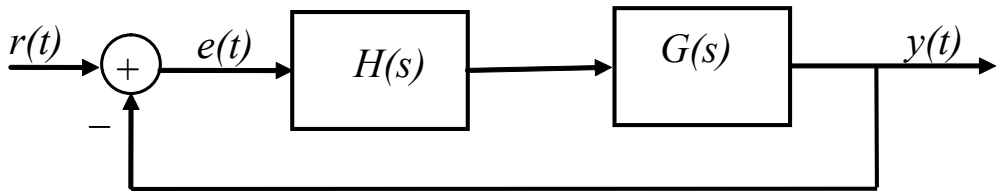
Pede-se:

a) (1.0pt) Identifique o lugar geométrico no plano s aonde residem os pólos do sistema de 2ª. ordem padrão que atendem às especificações.
b) (1.0pt) Determine a faixa de valores K_P de tal forma que o sistema de controle em malha fechada seja estável.
c) (2.0pt) Utilizando a técnica do lugar das raízes, projete um controlador $H(s) = K_P$ de tal forma a atender às especificações.

58 Questão

Um sistema de controle de malha fechada como indicado abaixo é dado por:

$$H(s) = K\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \text{ e } G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$



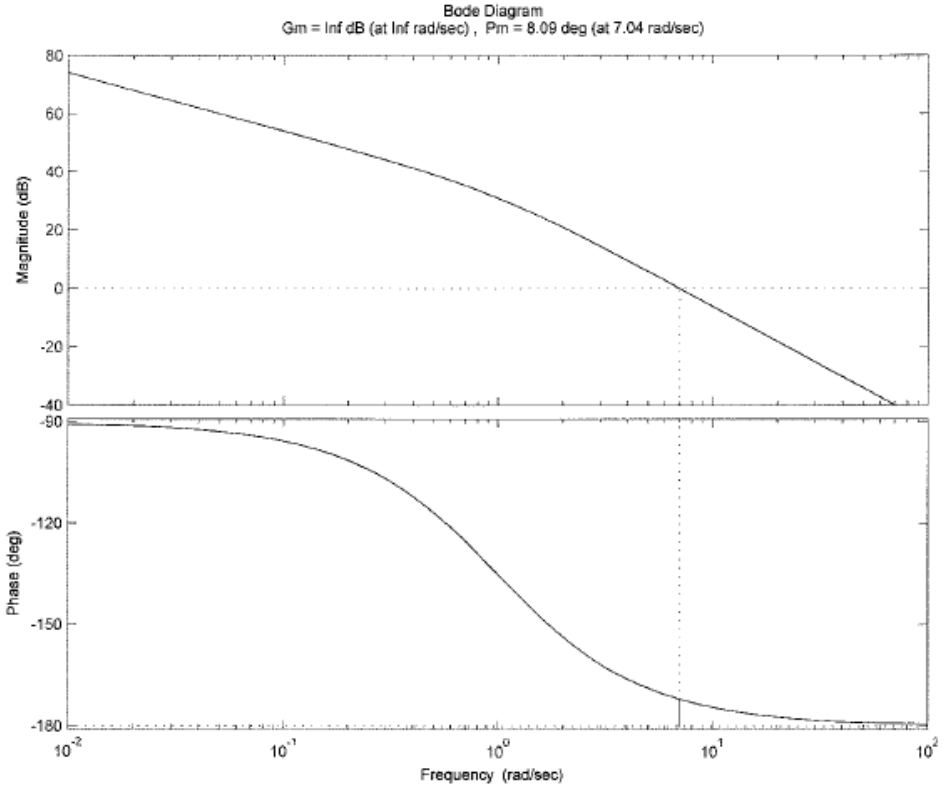
Projete H(s) tal que o erro estático do sistema seja $50s^{-1}$, a margem de fase seja 50° e a margem de ganho seja no mínimo 8dB.

1) K $\quad K_v = \lim_{s \to 0} K \cdot \frac{Ts+1}{1+\alpha Ts} \cdot \frac{1}{s(s+1)} = 51$

2) Sistema não compensado $\quad \frac{50}{s(s+1)} = G(s)$

MF: 8°
$\omega_c = 7 rad/s$

Bode de $\frac{50}{s(s+1)}$ (SIST. NÃO COMPENSADO)



$\phi_m = 42+5 = 47° \Rightarrow \operatorname{sen} 47° = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = 0{,}155$

no ponto de avanço máximo o incremento de ganho será

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}155}} = 2{,}53 = 8{,}09 dB$

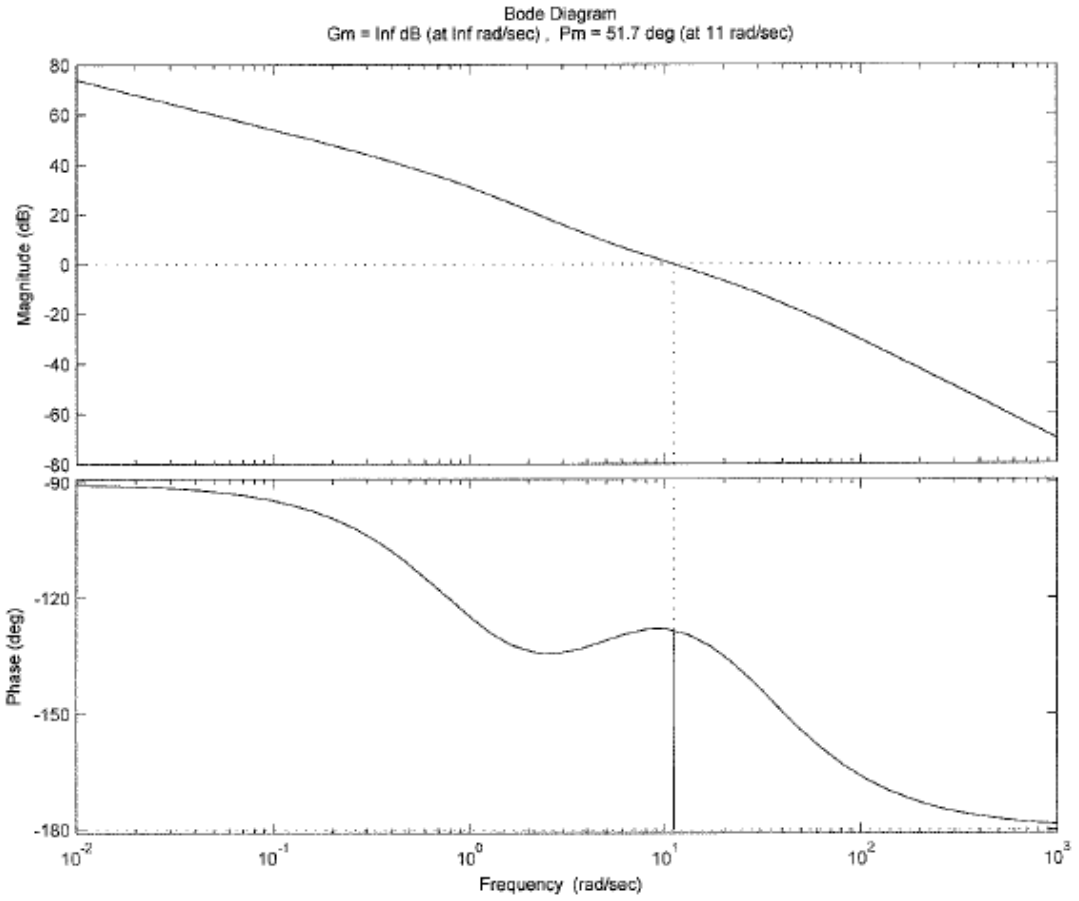
logo, a nova ω_c será o ponto que possui ganho $-8{,}09 dB$

$\hookrightarrow \left|\frac{50}{j\omega(j\omega+1)}\right| = \frac{1}{2{,}53} \Rightarrow \omega = 11{,}22 rad/s$

$$\frac{1}{\sqrt{2}\cdot T} = 11{,}22 \Rightarrow \frac{1}{T} = 4{,}92\ ;\ T = 0{,}225$$

$$G_C = 50 \cdot \frac{0{,}225s+1}{0{,}035s+1}$$

↓ Bode sist. COMPENSADO

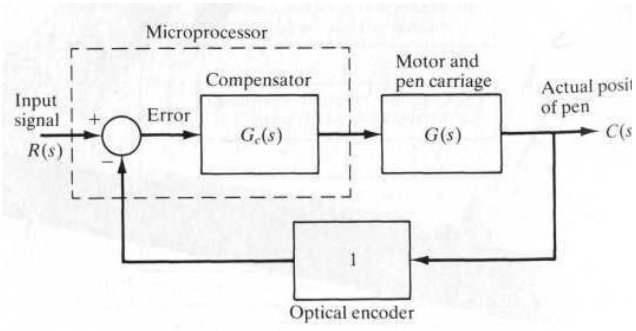


Note que $M_G = \infty$

$M_F = 52°$

59 Questão

(Adaptado de Dorf e Bishop, 2008) Registradores XY são compostos por sistemas de movimentação linear acionados por servo-motores. Utilizam-se sensores do tipo encoder para a medição da posição efetivado efetuador final (que carrega consigo a caneta). O sistema deve seguir de forma acurada uma referência, que é dada em geral por um sinal analógico.



O objetivo do presente projeto é obter um controlador que garanta o bom funcionamento do registrador, ou seja, que o efetuador final apresente resposta a degrau com sobressinal inferior a 5% e tempo de estabilização 2% inferior a 500ms. Além disso, deve-se ter um erro nulo em regime para entrada em degrau na referência.

O modelo do sistema mecânico e motor é dado por:

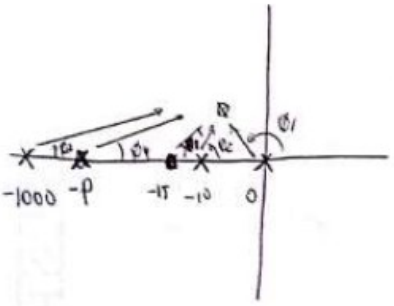
$$G(s) = \frac{1}{s(s+10)(s+1000)}$$

Projete um controlador do tipo $Gc(s) = \frac{K(s+z)}{(s+p)}$ atende ao critério de erro nulo em regime e calcule K, p e z para satisfazer os demais requisitos de controle.

a) polo desejado

$M_p = 5\%$, $t_s^{2\%} = 0{,}5\,s$ $\Rightarrow$ $\frac{4}{\zeta\omega_n} = 0{,}5$ $\Rightarrow$ $\zeta = 0{,}7$ $\quad S_{1,2} = -8 \pm 8j$

$\exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = 0{,}05$ $\quad \omega_n = 11{,}4\,rad/s$



$-\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \theta_1 = -211 + 48 = -163°$

$\Rightarrow \phi_4 = 17°$

$\Downarrow$

$p = +34$

Assim $G_c = \frac{K(s+15)}{s+34}$ e K é obtido pela condição de módulo

$|G.G_c|_{s=-8+8j} = 1 \Rightarrow K = 236840$

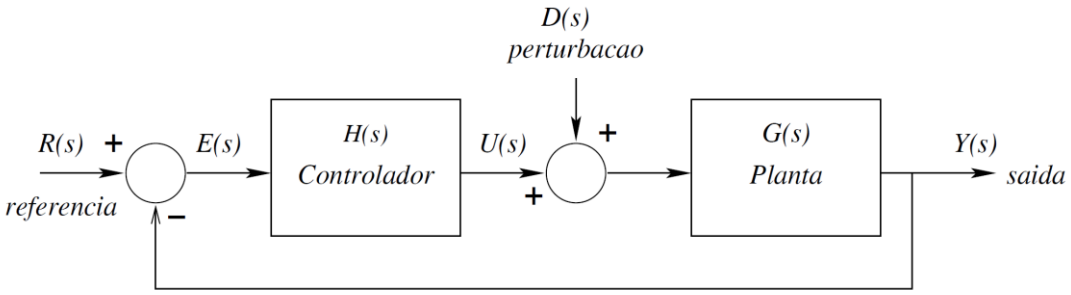
O erro nulo em regime é satisfeito pois G é do tipo 1.

60 Questão

Considere um sistema de controle, como na figura abaixo, onde:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+a)}$$

Onde $K = 20$ e $a = [14{,}16]$ (faixa de variação) e o controlador é dado por $H(s) = K_P$.



Deseja-se que o sistema de controle em malha fechada atenda às seguintes especificações:

- Erro estacionário $e_{ss} = 0$;
- Tempo de assentamento $t_s < 1seg$;
- Máximo sobressinal $M_P < 10\%$.

Pede-se:

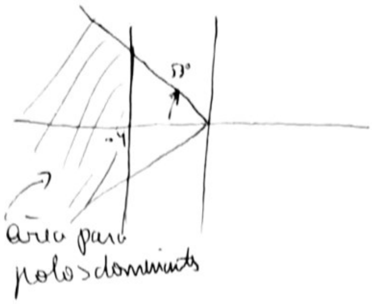
d) (1.0pt) Identifique o lugar geométrico no plano s aonde residem os pólos do sistema de 2ª. ordem padrão que atendem às especificações.
e) (1.0pt) Determine a faixa de valores K_P de tal forma que o sistema de controle em malha fechada seja estável.
f) (2.0pt) Utilizando a técnica do lugar das raízes, projete um controlador $H(s) = K_P$ de tal forma a atender às especificações.

$$G(s) = \frac{20}{s(s+a)}$$

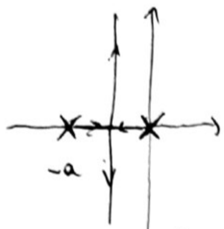
$a = [14, 16]$

a) $\frac{4}{\zeta \omega_n} < 1s \Rightarrow \omega_n \geq 6,6$

$M_p < 10\% \Rightarrow \zeta \geq 0,6$

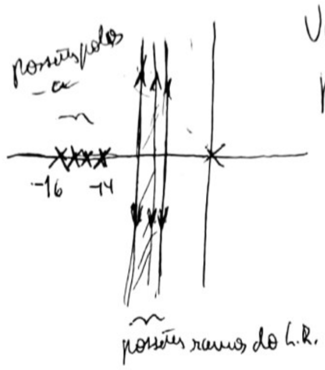


b)



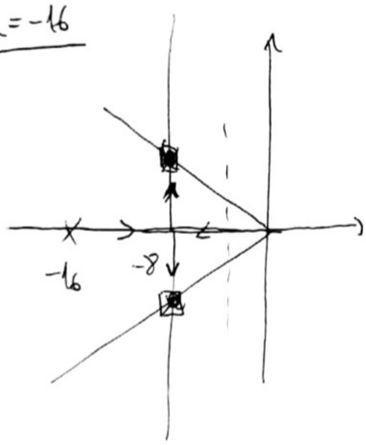
pelo L.R., sistema é estável p/ $\forall K_p > 0$ e $a > 0$

c)



Vamos obter K_p para polos -14 e -16 e escolher o menor deles

$a = -16$

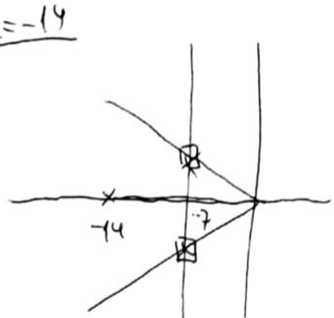


polo está em $-8 \pm 8\,tg\,53\,j = -8 \pm 10,6j$

ganho $\Rightarrow$ cond. módulo

$$\left| \frac{20 K_p}{s(s+16)} \right|_{s=-8+10,6j} = 1 \Rightarrow K_p = 8,8$$

$a = -14$



polo $-7 \pm 7\,tg\,53\,j = -7 \pm 9,3j$

ganho

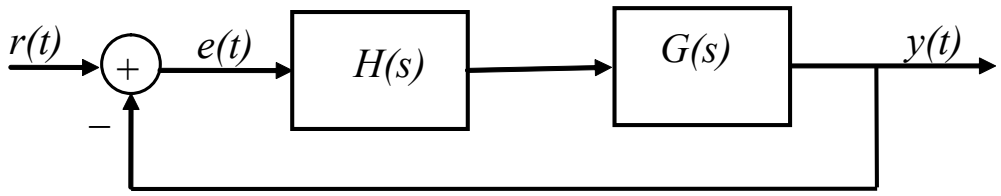
$$\left| \frac{20 K_p}{s(s+14)} \right|_{s=-7\pm 9,3j} = 1 \Rightarrow K_p = 6,7$$

$$\Rightarrow \boxed{K_p = 6,7}$$

61 Questão

Um sistema de controle de malha fechada como indicado abaixo é dado por:

$$H(s) = K\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \text{ e } G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

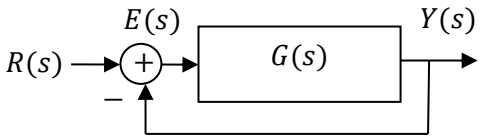


Projete H(s) tal que o erro estático do sistema seja $50s^{-1}$, a margem de fase seja 50° e a margem de ganho seja no mínimo 8dB.

62 Questão

Um sistema de controle em malha fechada está ilustrado abaixo, onde:

$$G(s) = \frac{K(s^2 - 4s + 20)}{(s+2)(s+4)}.$$



a-) (2,0 pt) Determine o Lugar das Raízes.

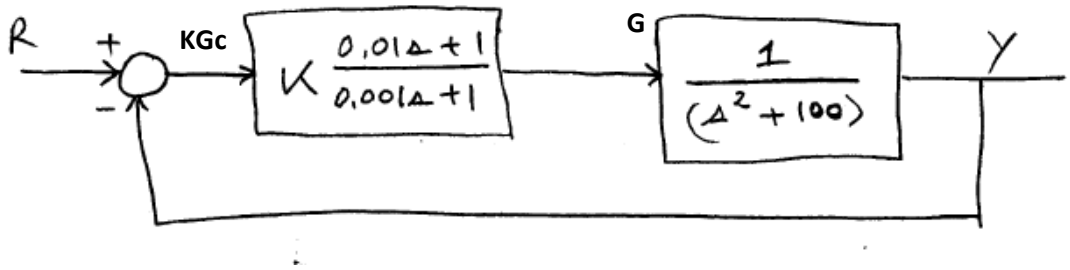
b-) (1,0 pt) Determine a faixe de valores de K que fornece um sistema de controle em malha fechada estável.

c-) (1,0 pt) Determine o valor de K que fornece um sistema de controle em malha fechada marginalmente estável.

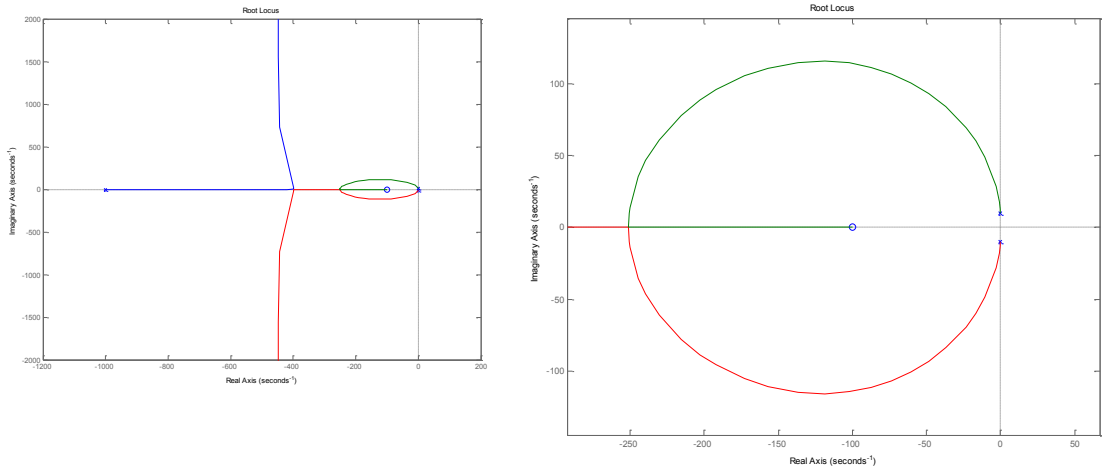
d-) (1,0 pt) Determine o valor de K que fornece um sistema de controle em malha fechada com pólos complexos conjugados com coeficiente de amortecimento $\zeta = 1$.

63 Questão

Considere o sistema de controle abaixo com um compensador de avanço (K.Gc), cuja planta (G) possui dois polos no plano eixo imaginário. Esta planta representa por exemplo um sistema mecânico com restauração e nenhum amortecimento.



a) (1,0 pt) Observe o lugar das raízes do sistema na figura abaixo.



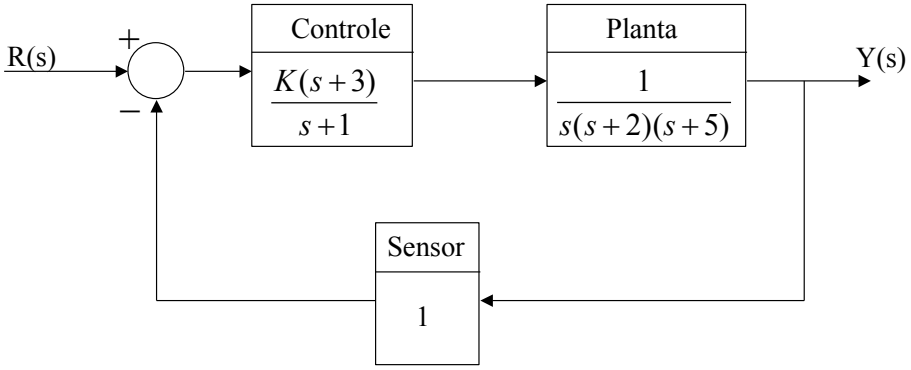
(ZOOM)

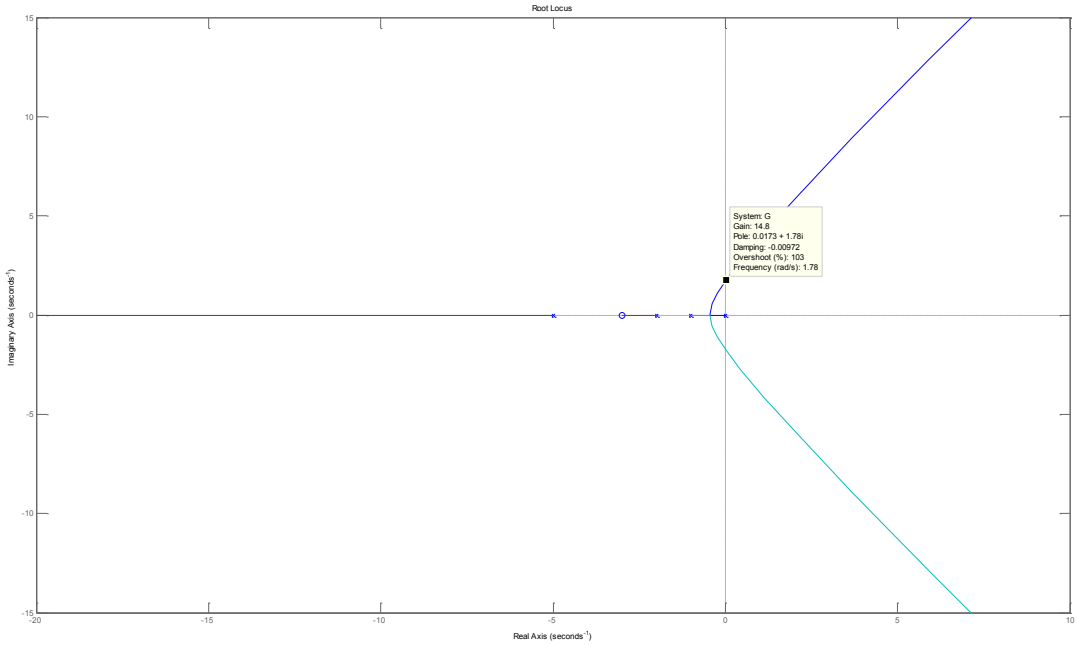
obtenha o ganho K para que os polos dominantes possuam amortecimento de 0,707 e frequência natural de 166rad/s. Você pode usar os gráficos para resolver esta questão.

b) (1,5 pt) Mostre que um controle do tipo PD $K(T_D s + 1)$ também poderia garantir os polos dominantes desejados para o sistema em malha fechada. Esbode o lugar das raízes para este controlador e obtenha K e T_D. Explique a vantagem, na prática, do compensador por avanço em relação ao controlador PD.

64 Questão

Esboce o Lugar das Raizes do sistema de controle abaixo (considerando variação no ganho K) e determine a faixa de valores de K para o sistema abaixo ser estável em malha fechada.



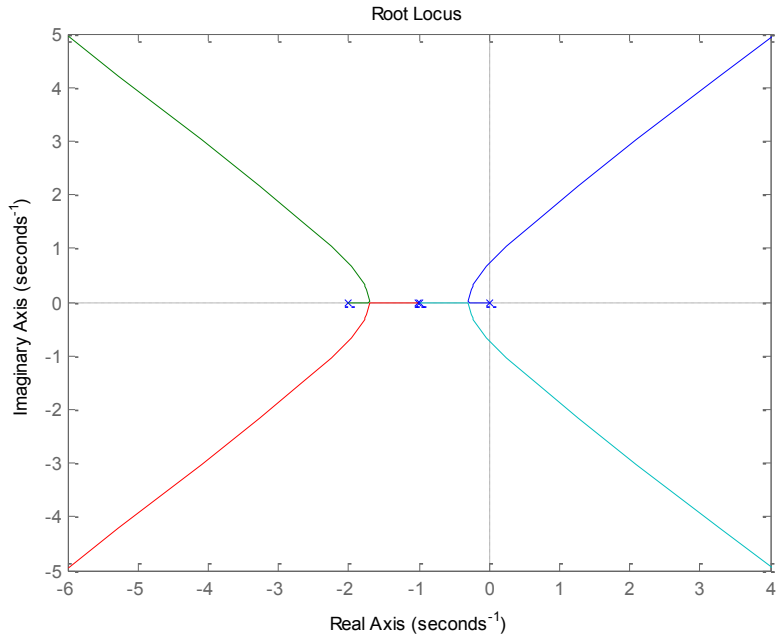


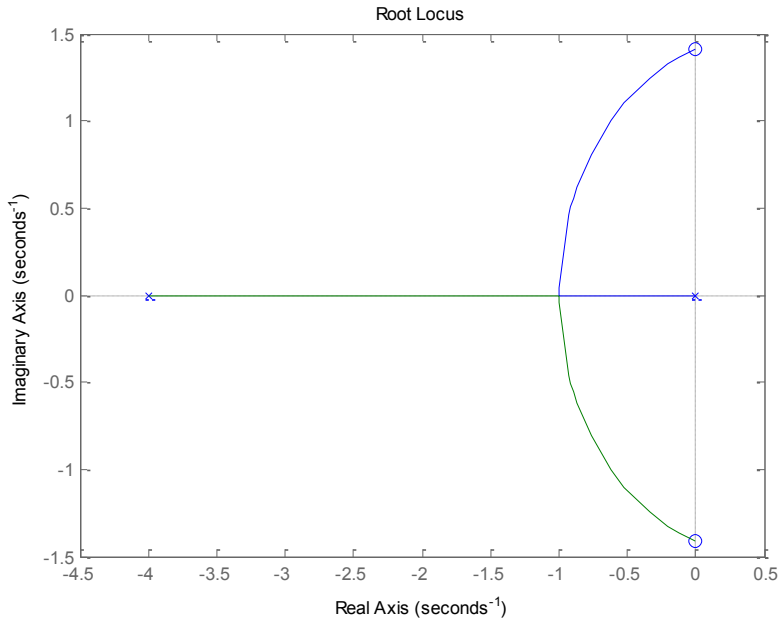
65 Questão

Esboce o Lugar das Raizes para os sistemas abaixo (neste caso, basta o desenho, sem o cálculo preciso dos pontos e valores notáveis do gráfico):

a) $G(s) = \frac{K}{s(s+1)^2(s+2)}$

b) $G(s) = \frac{K(s^2+2)}{s(s+4)}$

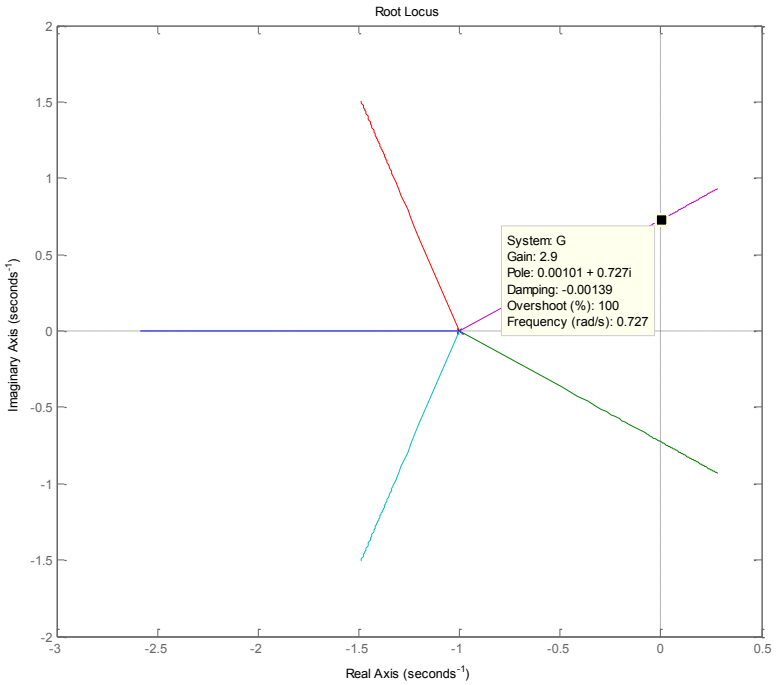




66 Questão

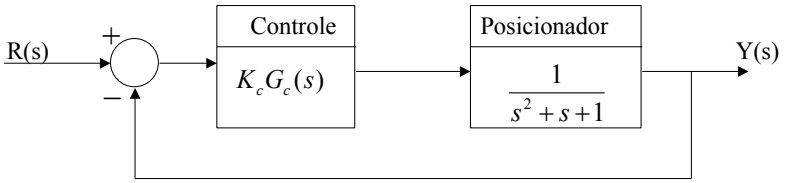
Elabore o Lugar das Raizes para os sistemas abaixo e obtenha a faixa de valores de K para que o sistema em malha fechada seja estável:

a) $G(s) = \frac{K}{(s+1)^5}$



67 Questão

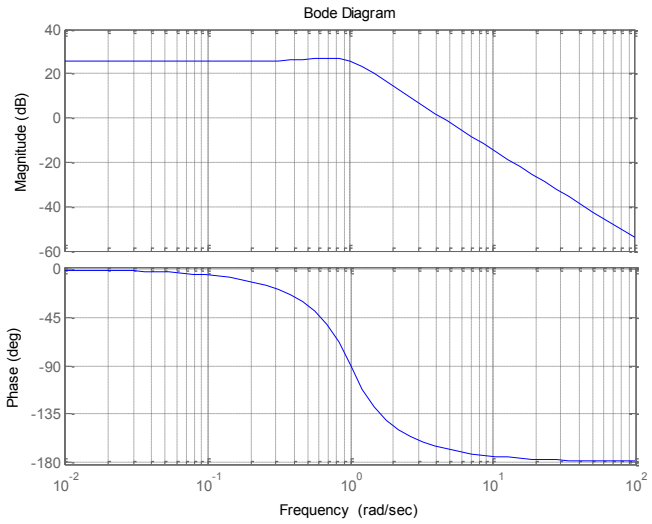
Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde Kc é o ganho real do controlador e Gc sua função de transferência (com ganho unitário em baixa freqüência).



a) (1,0 pt) Calcule Kc para que o erro de posição, para referência degrau unitário, seja menor que 5%.

b) (1,5 pt) Considerando Gc(s)=1 e Kc calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo.

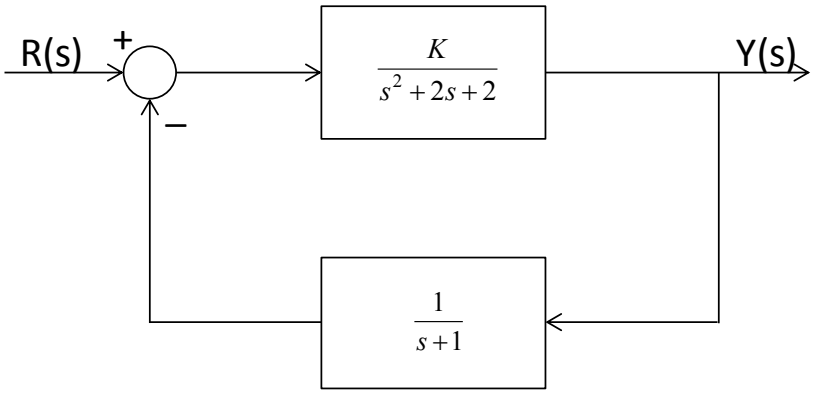
Diagrama de Bode de malha aberta



Calcule os parâmetros T e α de $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter margem de fase de 50º . Você pode utilizar dados obtidos do gráfico para resolver esta questão.

68 Questão

1) Este exercício refere-se à análise de desempenho e estabilidade da malha de controle abaixo:



a) Desenho e lugar das raízes e calcule o intervalo do ganho K para que o sistema seja estável (possivelmente aplicando o critério de Roth-Hurwitz).

b) Esboce o diagrama de bode em malha aberta e o diagrama de Nyquist. Calcule, utilizando o critério de Nyquist, o intervalo do ganho K para estabilidade em malha fechada.

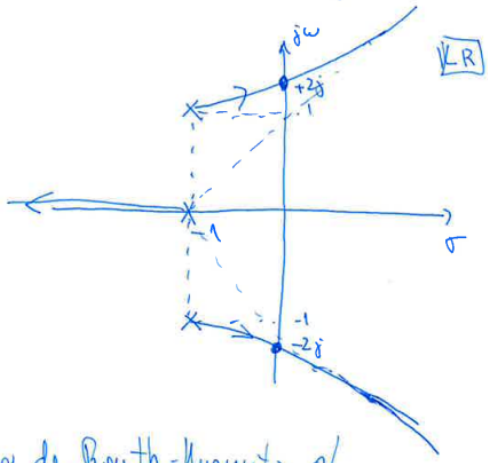
c) Esboce a resposta a um degrau unitário em R(s) em malha fechada para K=0.1 e K=9 . O esboço deve indicar valores quantitativos, tais como amplitudes e períodos de oscilação (caso haja), valores de estabilização (caso haja) etc...

GABARITO Provinha 2 2013

1a) $GH = \dfrac{K}{(s+1)(s^2+2s+2)}$

polos em MA: $s = -1$

$s = -1 \pm j$



KR

assíntotas:

$\theta_i = \dfrac{2i+1}{3} \times 180°$

$i = 0 \Rightarrow 60°$

$i = 1 \Rightarrow 180°$

$i = 2 \Rightarrow 300°$

interseção das assíntotas

$\sigma_i = \dfrac{-1-1-j-1+j}{3} = -1$

critério de Routh-Hurwitz p/ determinar estabilidade

polinômio característico: $s^3 + 3s^2 + 4s + 2 + K$

s^3	1	4
s^2	3	$2+K$
s^1	$\dfrac{12-(2+K)}{3} = *$	0
s^0	$\dfrac{\frac{(10-K)(2+K)}{3}}{\frac{(10-K)}{3}} = **$	0

$* \quad \dfrac{10-K}{3}$

$** \quad 2+K$

$\Rightarrow$ será estável

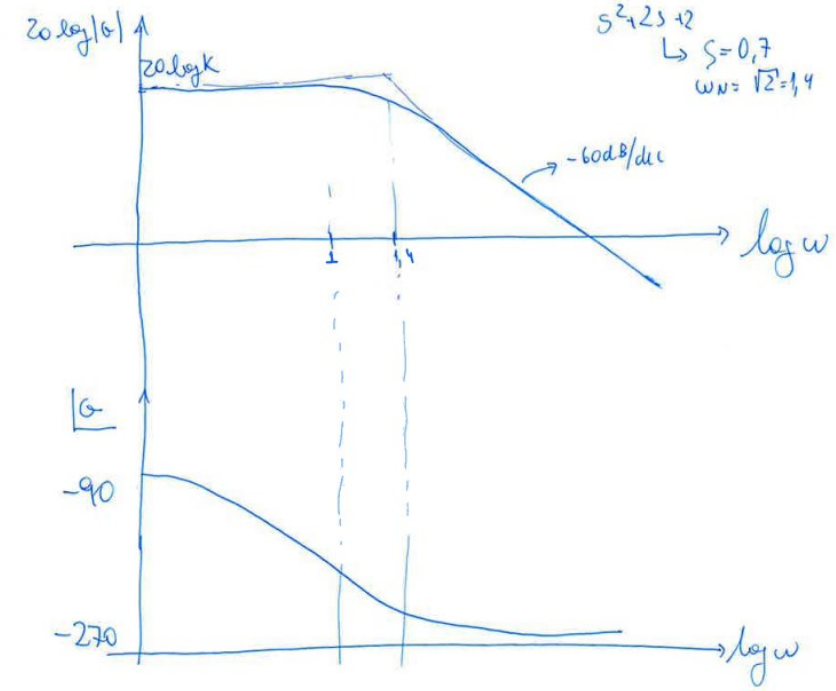
$\Rightarrow$ estável se: $10-K > 0$, $K < 10$

(2) $2+K > 0 \Rightarrow K > -2$

$\boxed{0 \le K \le 10}$

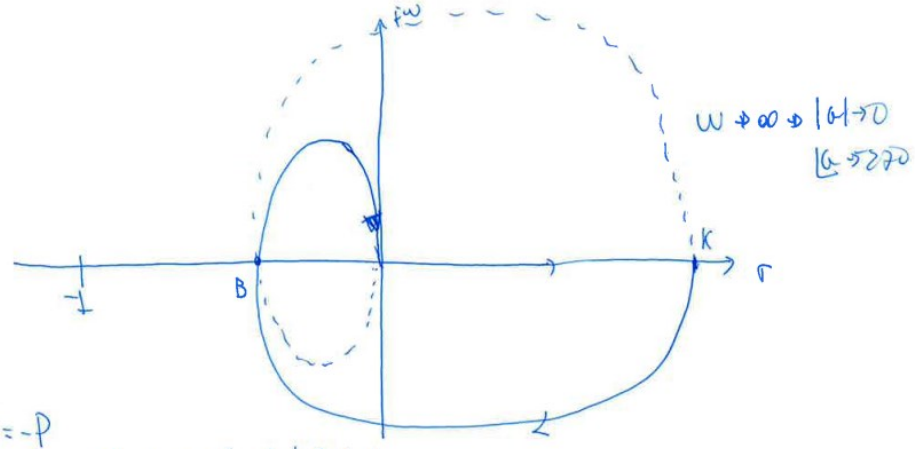
p/ $K = 10 \rightarrow$ polos em MF: $-3; \pm 2j$

b)



s^2+2s+2
↳ $\zeta = 0,7$
$\omega_N = \sqrt{2} = 1,4$

(2)



$\omega \to \infty \Rightarrow |G| \to 0$
$\angle G \to -270$

$N = -P$
↳ $P=0 \Rightarrow$ $N = 0$ p/ estabilidade

devemos calcular o pto B p/ avaliar quando ultrapassará o ponto -1.

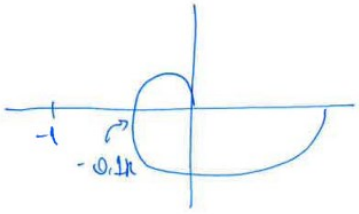
(3)

$$GH(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^3 + 3(j\omega)^2 + 4(j\omega) + 2} = \frac{K}{-j\omega^3 - 3\omega^2 + 4j\omega + 2} =$$

$$= \frac{K}{j(-\omega^3 + 4\omega) + (-3\omega^2 + 2 + K)} \Rightarrow \text{cruza o eixo real:}$$

$$-\omega^3 + 4\omega = 0 \Rightarrow \omega = 0 \quad \omega = \pm 2$$

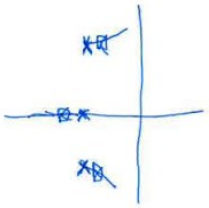
$$P/\omega = 2 \Rightarrow |GH| = \frac{K}{-3.4 + 2} = \frac{-K}{10} = -0,1K$$

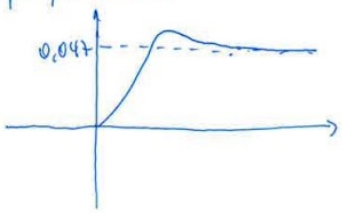


$\Rightarrow$ será estável se

$0,1K < 1 \Rightarrow \boxed{K < 10}$

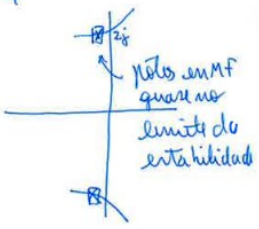
c) $K = 0,1$ (INÍCIO DOLR $\Rightarrow$ 2 pólos próximos de $-1 \pm j$ e 1 pólo próximo de -1)



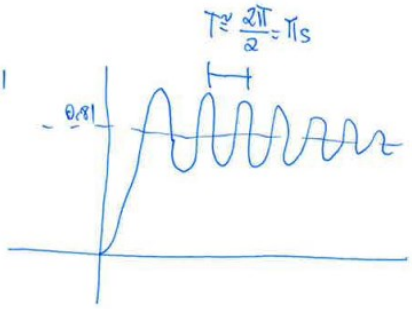


regime: $\frac{0,1}{2,1} = 0,047$

$K = 9$

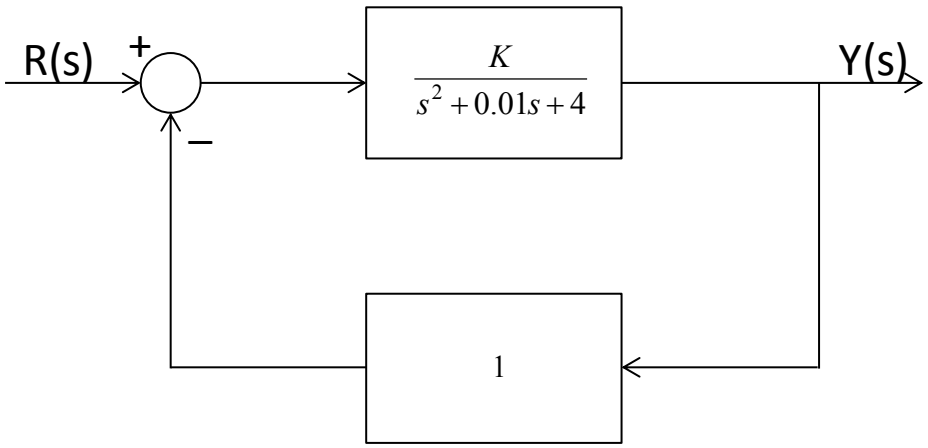


regime $\frac{9}{11} = 0,81$



69 Questão

2) Este exercício refere-se à análise de desempenho e estabilidade da malha de controle abaixo:



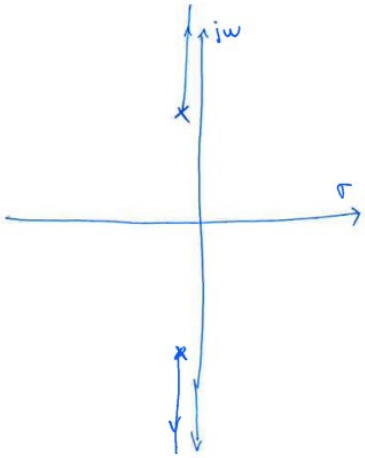
a) Mostre através do Lugar das Raízes e Diagrama de Nyquist que é sempre estável em malha fechada.

b) Lembrando do conceito de "margem de estabilidade", discuta o controle proporcional aplicado a este sistema. Esboce a respsota a um degrau unitário em R(s) para qualquer valor de K.

(2) pólos muito proximos de $\pm 2j$ → ~~$-2 \pm 0j$~~

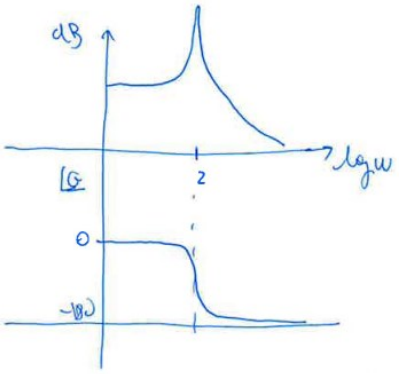
(a) $-0{,}005 \pm 2j$

LR

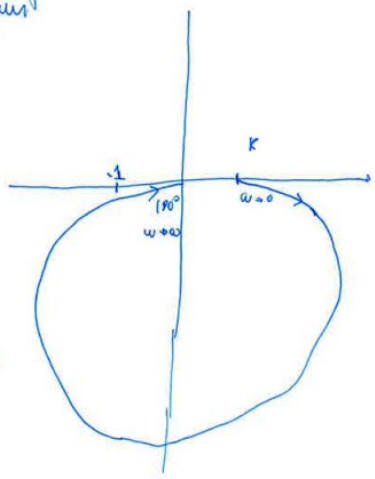


⇒ sempre estável pois assintotas são 90° e 270°

Bode

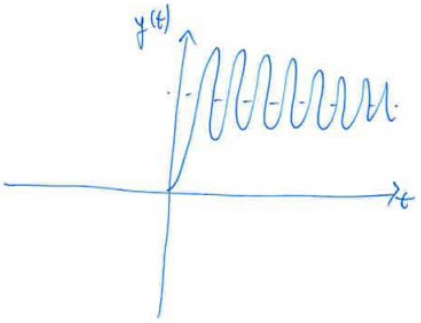


Nyquist



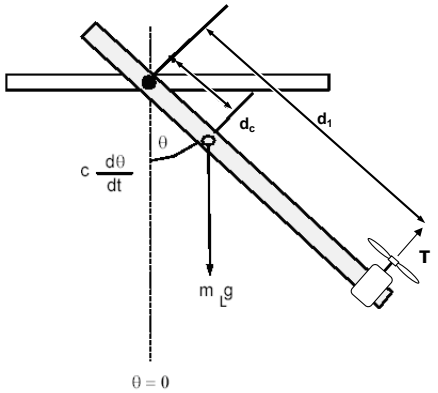
N = 0 ⇒ sempre estável

(b) Note que o Nyquist passa muito perto de -1, e portanto o sistema apresenta margem de fase reduzida (pouco "estável") p/ qualquer K



70 Questão

Considere o sistema abaixo, composto por uma barra articulada com uma hélice em sua extremidade. Há um potênciômetro de precisão instalado junto à articulação, capaz de medir o ângulo formado pela barra.



Sendo V a tensão elétrica aplicada no motor DC que move a hélice (máxima de 24V), k=0,75 a relação entre a tensão aplicada e a força T gerada, e assumindo-se pequenos ângulos, a modelagem do sistema é dada por:

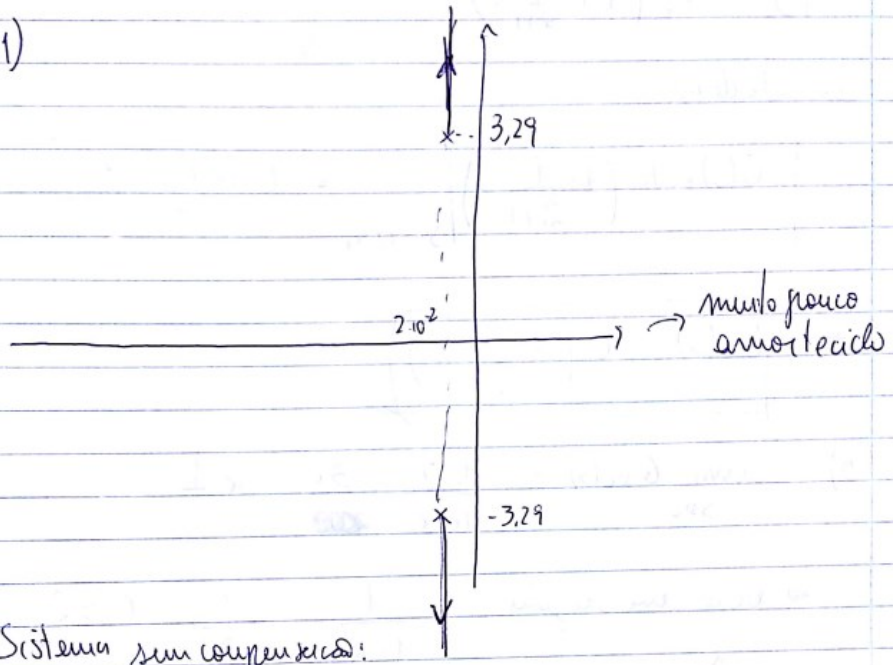
$$J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + mgd_c \sin\theta = d_1.k.V \implies \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{d_1 k}{Js^2 + cs + mgd_c}$$

na qual J=1kg.m^2, c_1 = 0.039 Nm/rad/s e mgd_c = 10.8Nm/rad e d_1 =1m. O ângulo θ é medido.

1) Projete um controlador PD que garanta tempo de estabilização 2% de 1s com fator de amortecimento em malha fechada de 0,7. Justifique passo a passo.
2) Qual o erro de acompanhamento em regime para ume entrada em degrau unitário?
3) Projete um compensador de atraso para ser colocado em série, de forma a garantir erro de acompanhamento em regime para entrada degrau unitário de 0,1. Justifique passo a passo.

GABARITO

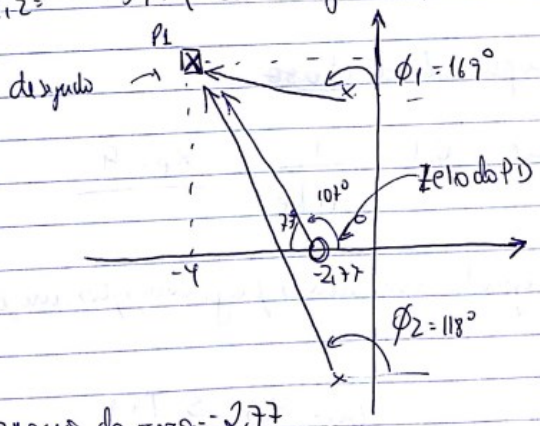
1)



Sistema sem compensação:

Polos desejados: $\frac{4}{\zeta \omega_N} = \Theta \Rightarrow \omega_N = \frac{4}{0,7 \cdot 1} = 5,7 \text{ rad/s}$

$p_{1,2} = 5,7(-\cos 45 \pm j \sin 45) = -4 \pm 4j$



$-169 - 118 + \theta = -180$

$\theta = 107°$

$\Rightarrow$ ponto do zero: -2,77

Scanned by CamScanner

PD: $K_p\left(1+\frac{1}{2{,}77}s\right)$

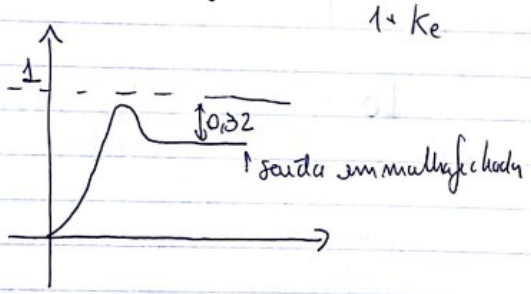
calculo de K_p;

$$\left| G(s)\cdot K_p\left(1+\frac{1}{2{,}77}s\right)\right|_{s=-4{,}1\,4j} = 1 \Rightarrow \boxed{K_p = 30}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = 30\left(1+\frac{1}{2{,}77}s\right)}$$

b) $\lim_{s\to 0} G\cdot G_c(s) = \frac{0{,}75}{10{,}8}\cdot\frac{30}{1} = 2{,}1$

$\Rightarrow$ Erro em regime $= \frac{1}{1+K_e} = \frac{1}{3{,}1} = 0{,}32$



c) objetivo do compensador de ~~atraso~~ é:

erro em regime $0{,}1 = \frac{1}{1+K_e} \Rightarrow K_e = 9$

$\Rightarrow$ deve-se aumentar ganho em baixas frequências por um fator de $9/2{,}1 = 4{,}3$

$\Rightarrow$ compensador de atraso: $G_{c2} = 4{,}3\cdot\frac{s\cdot T+1}{s\cdot 4{,}3T+1}$ com

Scanned by CamScanner

polodominante

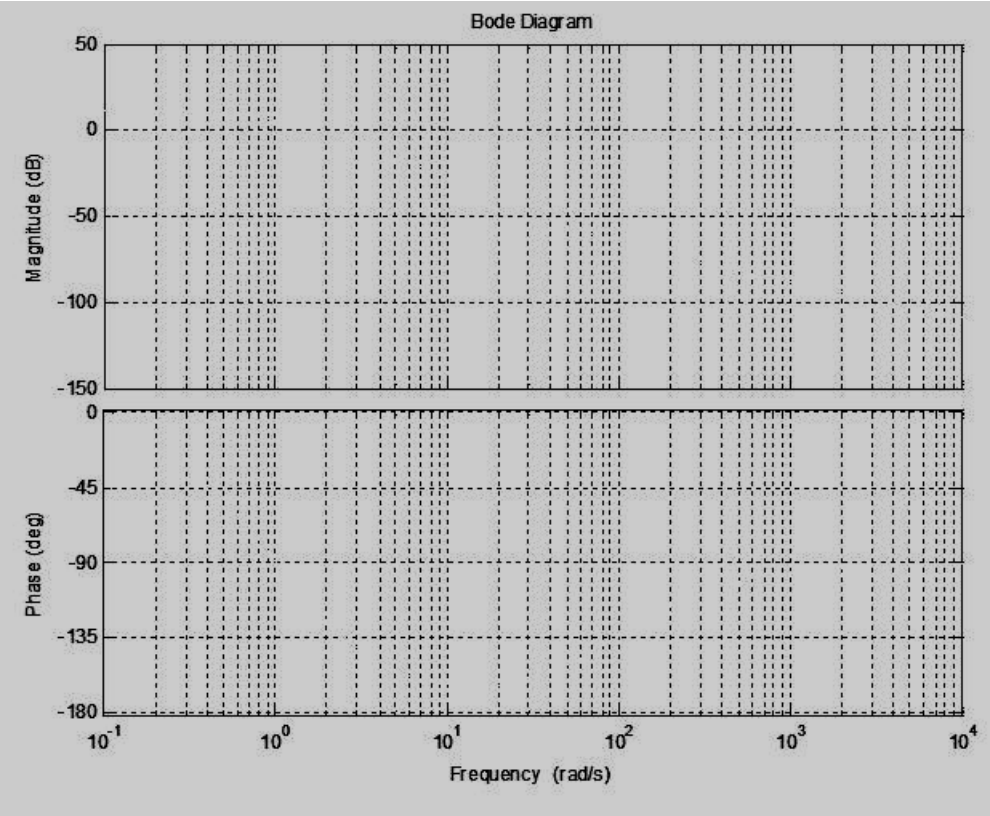
$T \cong \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{5} \cdot 4 \Rightarrow \quad T = 1{,}25$

$\Rightarrow \quad \boxed{G_{CZ} = 4{,}3 \cdot \frac{s \cdot 1{,}25 + 1}{s \cdot 5{,}4 + 1}}$

71 Questão

1) Esboce o diagrama de Bode da função de transferência abaixo. Justifique sua resposta no espaço abaixo do gráfico. Resposta sem justificativa não será considerada.

$$G(s) = \frac{4.(0{,}01s + 1)}{s^2 + 2s + 1}$$



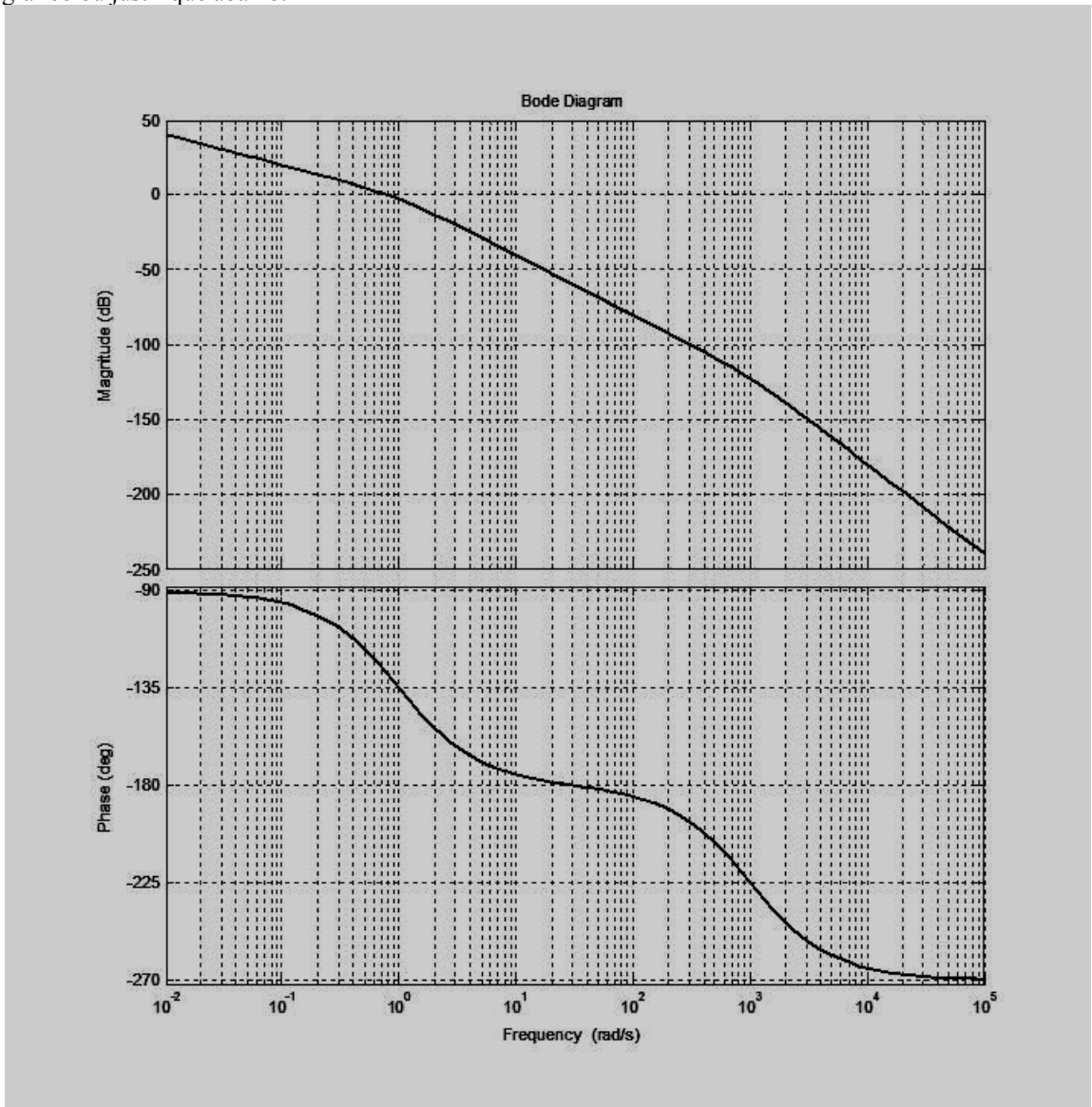
72 Questão

2) Esboce o diagrama de Nyquist da função de transferência abaixo. Justifique sua resposta no espaço abaixo do gráfico. Resposta sem justificativa não será considerada. Bônus (+1,0) – Analisar a estabilidade em malha fechada usando o Critério de Estabilidade de Nyquist.

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

73 Questão

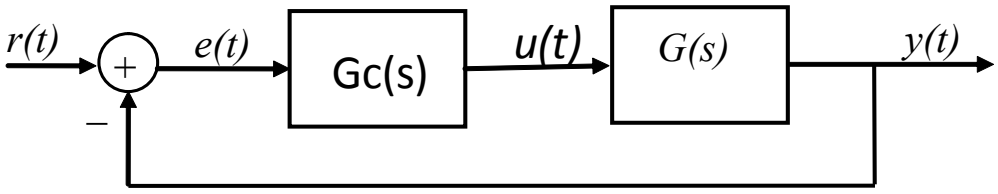
3) Obtenha a margem de fase e ganho da função G, sendo que o diagrama de Bode da mesma é dado na figura abaixo. Os valores podem ser obtidos de forma aproximada no gráfico. Indique no gráfico ou justifique abaixo.



74 Questão

Considere a planta G(s) e a malha de controle abaixo:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+10)}$$

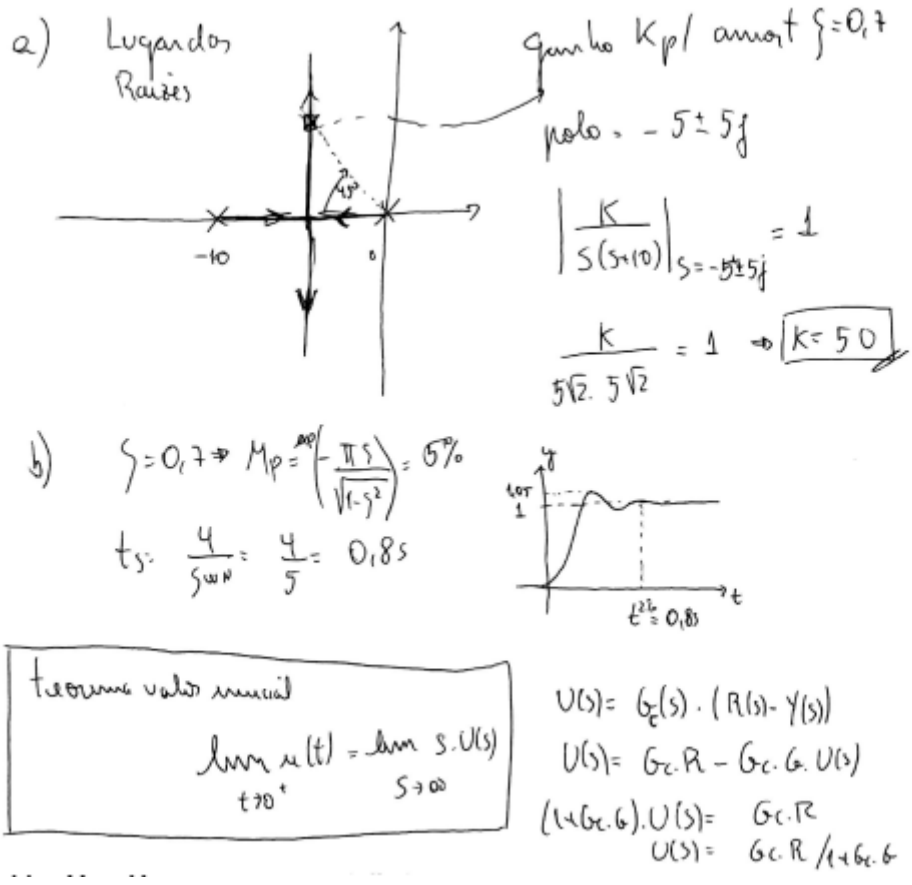


g) (2,5) Esboce o lugar das raízes e calcule o ganho K de um controle proporcional do tipo Gc(s)=K, de modo que a resposta em degrau apresente amortecimento 0,7

h) (2,5) Esboce a resposta y(t) para uma entrada degrau unitário em r(t). Calcule o valor inicial da saída de controle u(t) usando o teorema do valor inicial.

i) (2,5) Objetiva-se reduzir a saída de controle para evitar saturação. Para isso, projete um controlador do tipo $Gc(s) = \frac{K}{(s+p)}$ de forma a garantir o mesmo amortecimento (0,7) e uma frequência natural 40% menor que a obtida apenas com o controle proporcional.

j) (2,5) Esboce a resposta y(t) para uma entrada degrau unitário em r(t). Calcule o valor inicial da saída de controle u(t) usando o teorema do valor inicial.



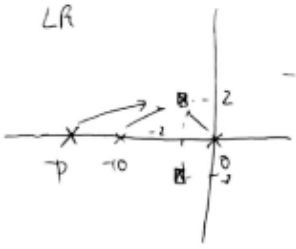
⇒

$$U(s) = \frac{K \cdot R(s)}{1 + K \cdot G(s)} \Rightarrow \frac{K \cdot 1/s}{1 + K \cdot \frac{1}{s(s+10)}} = \frac{K(s+10)}{s^2 + 10s + K}$$

$$\Rightarrow u(0^+) = \lim_{s \to \infty} \frac{s \cdot K(s+10)}{s^2 + 10s + K} = \frac{Ks^2 + 10Ks}{s^2 + 10s + K} = K$$

$$\boxed{u(0^+) = 50}$$

c) $G_c(s) = \frac{K}{s+p} \Rightarrow$



$-\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 = -180$

$\phi_1 = 135^\circ$

$\phi_2 = 14^\circ \Rightarrow \phi_3 = -31^\circ$

$\Rightarrow$ polo $\boxed{p = +5{,}33}$

$\zeta = 0{,}7$

$\omega_n = 0{,}4 \cdot 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

↳ polos dominants $= -2 \pm 2j$

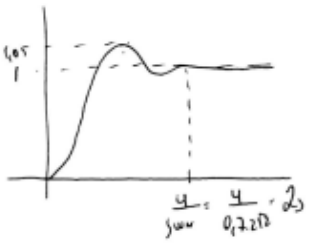
$$\left| \frac{K}{s+p} \cdot \frac{1}{s(s+10)} \right|_{\substack{s=-2+2j \\ p=5{,}33}} = 1 \Rightarrow K = |-2+2j+5{,}33| \cdot |-2+2j| \cdot |8-2j|$$

$$K = |-3{,}33+2j| \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8^2+2^2}$$

$$K = \sqrt{3{,}33^2+2^2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{8^2+2^2} = 90$$

$$\Rightarrow \boxed{G_c = \frac{90}{s+5{,}33}}$$

d)



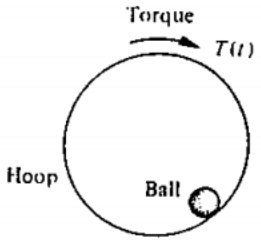
$$U(s) = \frac{\frac{90}{s+5{,}33} \cdot \frac{1}{s}}{1 + \frac{90}{s+5{,}33} \cdot \frac{1}{s(s+10)}} = \frac{90(s+10)}{s^3 + 15{,}33s^2 + 53{,}3s + 90}$$

$$u(0^+) = \lim_{s \to \infty} s \cdot U(s) = 0$$

Scanned by CamScanner

75 Questão

considere o dispositivo que consiste numa esfera que rola no interior de um aro. O aro é livre para girar em torno de seu eixo, como ilustra a figura. A posição angular do aro pode ser controlada pelo torque T aplicado ao eixo por um motor elétrico.



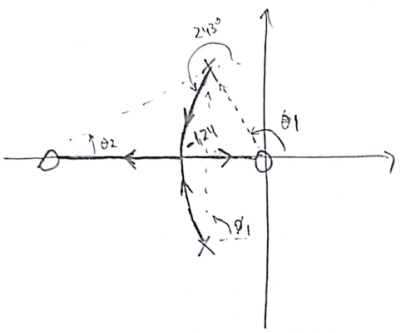
A equação característica do Sistema em malha fechada com realimentação unitária é:

$$1 + \frac{ks(0.25s + 1)}{s^2 + 2s + 2} = 0$$

a) Esboce o Lugar das Raízes.
b) Determine o ganho k quando as raízes são iguais. Calcule as duas raízes nesse caso.

1) $G(s) = \frac{s.(0,25s+1)}{s^2+2s+2}$

(a) Zeros: $\begin{cases} 0 \\ -4 \end{cases}$ Polos: $\begin{cases} -1+j \\ -1-j \end{cases}$



1) ASSÍNTOTAS: n=m ⇒ não há assíntotas

2) Ponto de passo no eixo real

$\frac{dK}{ds} = 0$

$K = \frac{-(s^2+2s+2)}{s(0,25s+1)} = \frac{-s^2-2s-2}{0,25s^2+s}$

$\frac{dK}{ds} = -\frac{0,5s^2+s+2}{(0,25s^2+s)^2} \Rightarrow -0,5s^2+s+2=0$

$s = \begin{cases} 3,24 \\ -1,24 \end{cases}$

3) ÂNGULO DE SAÍDA DO POLO

$-\phi_1 + \theta_1 + \theta_2 - \phi_2 = -180 \pm K360$

$-90 + 135 + 18 - \phi_2 = 63 - \phi_2 = -180$

$\phi_2 = 243°$

(b) $1 + \frac{K.-1,24.(-1,24+0,25.1)}{-1,24^2+2.-1,24+2} = 0 \Rightarrow \boxed{K = 1,24}$

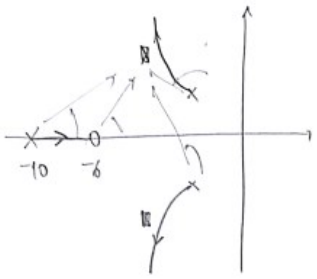
76 Questão

Considere o sistema representado pela função de malha aberta:

$$G(s) = \frac{(s+6)}{(s+10)(s^2+2s+2)}$$

a) O requisito para o projeto do controlador é obter uma resposta em malha fechada com tempo de estabilização de 2s e máximo sobressinal de 20%. Projete um controlador para atender tal requisito.
b) Obtenha o erro em regime para uma entrada em degrau unitário na referência.
c) Projete um controlador adicional para reduzir o erro em regime em 10 vezes em relação ao valor obtido no item (b).

(2) a)



polo desejado
$M_p = 20\%$ $\Rightarrow$ $\zeta = 0,46$
$t_s = 2s$ $\Rightarrow$ $\omega_n = 4,34 \text{ rad/s}$

$s_{1,2} = -2 \pm 3,87j$

ângulo de avanço = 11°

Supondo o zero do compensador em $z = -2$

$\Rightarrow$ $G_C = K\frac{(s+2)}{(s+p)}$ $\rightarrow$ obtemos $K = 24$, $p = 2,75$

b) erro em regime p/ degrau unitário na referência $= \frac{1}{1+K_p}$ c/ $K_p = \lim_{s \to 0} G(s)G_c(s)$

$K_p = 5,24$

$\Rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1+5,24} = 0,16$

c) Devemos incluir um compensador de atraso

$G_{C2} = K\frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$ sendo $K = \beta = 10$

T deve ser tal que $\frac{1}{T}$ < parte real polo dominante

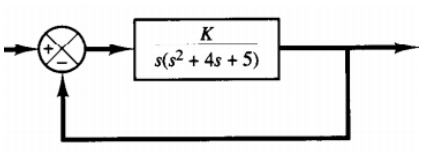
incluindo $T = 10$ $\Rightarrow$ $G_{C2} = 10 \cdot \frac{10s+1}{100s+1}$

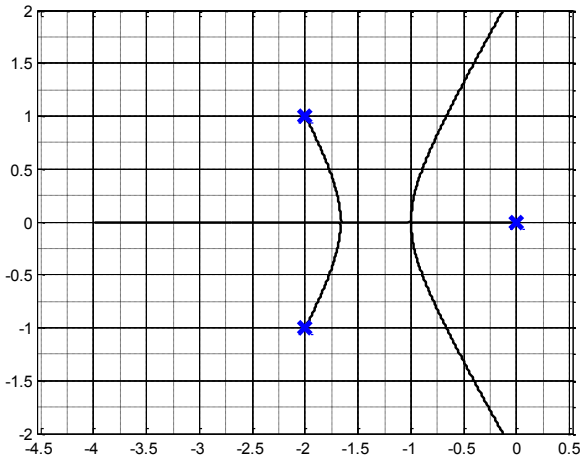
77 Questão

Considere o sistema abaixo, cujo Lugar das Raízes é também apresentado.

a) Determine o valor de K para que o fator de amortecimento ζ dos polos dominantes em malha fechada seja 0,7. Você pode obter informações aproximadas diretamente da figura.

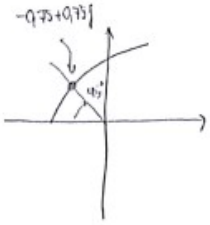
b) Obtenha os polos em malha fechada para o valor de K obtido no item (a) e esboce a resposta ao degrau unitário na referência. Justifique todas as suas hipóteses.





3) Pela figura, $\zeta = 0,7 \Rightarrow \theta = 45°$

(a)



polo $= -0,75 \pm 0,75j$

$\Rightarrow \left| \frac{K}{s(s^2+4s+5)} \right|_{s=-0,75+0,75j} = 1$

$\Rightarrow \boxed{K = 2,91}$

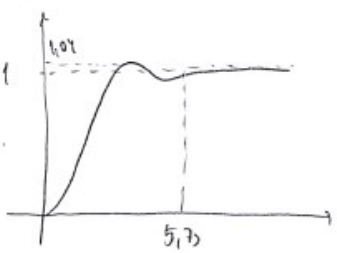
(b) $polo_{1,2} \cong -0,75 \pm 0,75j$

$polo_3 \Rightarrow -2,44$

$1 + \frac{2,91}{s(s^2+4s+5)} = 0$

$\Rightarrow s_{1,2} \cong -0,75 \pm 0,75j$

$s_3 = -2,44$ ← mão dominante

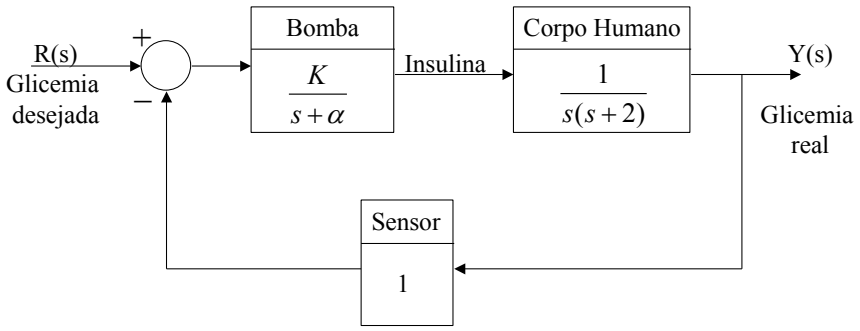


Sobressinal = 4,5% $\omega_n = 1 rad/s$

$t_s^{2\%} = 7,7s$

78 Questão

O controle de injeção de insulina pode ajudar a vida de pacientes diabéticos, que o fazem diariamente através de injeção. A insulina é um hormônio que regula o nível de glicose do sangue (glicemia). O sistema de controle automático é composto por uma bomba e um sensor de glicemia, como indicado na figura. Considera-se um sensor ideal (função de transferência unitária) e um controlador com dois parâmetros a ajustar (K e α). A unidade temporal das funções de transferência é dada em horas.



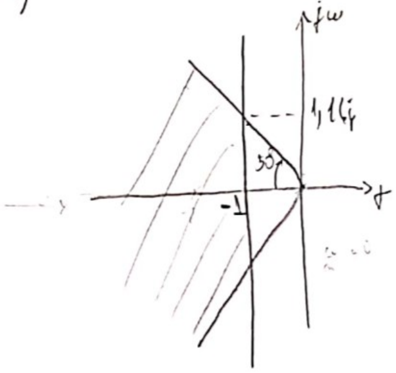
Deseja-se que o sistema em MF apresente máximo sobressinal menor que 7% e tempo de acomodação (2%) menor que 4h.

a) Localize no plano complexo a região possível para os pólos de um sistema subamortecido de 2ª ordem que satisfaça os critérios acima. (1,0)
b) Calcule a função de transferência em malha fechada do sistema em análise. (1,0)
c) Considerando-se a dominância de pólos, calcule K e α para satisfazer os critérios de desempenho. Justifique, posicionando os novos pólos no plano complexo. (1,5)

Q1) $M_p < 7\%$ ⇒ $\zeta = 0{,}65$ ⇒ $\omega_s \theta = \zeta$ ⇒ $\theta = 50°$

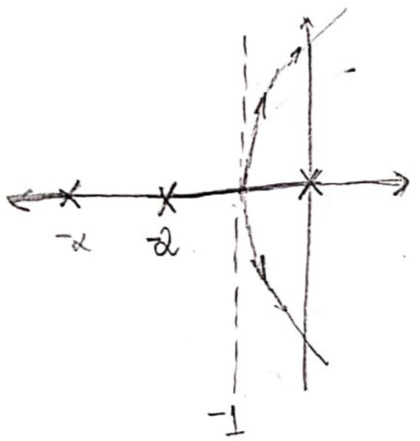
$t_s^{2\%} < 4s$ ⇒ $t_s^{2\%} = \frac{4}{\zeta \omega_N}$ ⇒ $\omega_N = 1{,}54 \text{ rad/s}$

a)



b) $\frac{Y}{R} = \frac{\frac{K}{s(s+2)(s+\alpha)}}{1 + \frac{K}{s(s+2)(s+\alpha)}} = \frac{K}{s^3 + (2+\alpha)s^2 + 2\alpha s + K}$ //

c) Root locus



$\frac{d}{ds}\left(s^3 + (2+\alpha)s^2 + 2\alpha s + K\right) = 0$

$3s^2 + 2(2+\alpha)s + 2\alpha = 0$

$s = \frac{-2(2+\alpha) \pm \sqrt{4(2+\alpha)^2 - 24\alpha}}{6}$

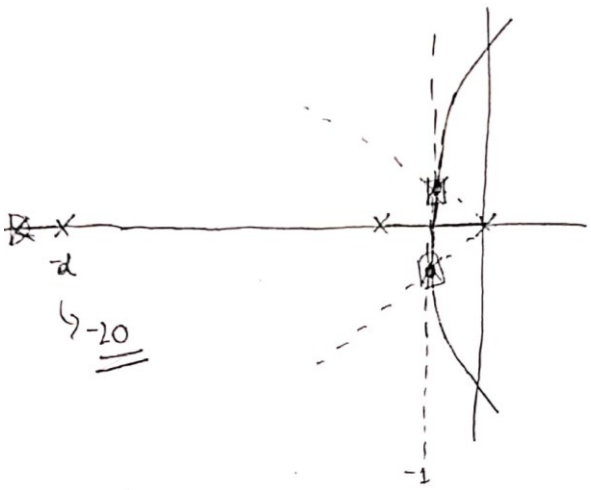
$s = \frac{-4 - 2\alpha \pm \sqrt{16 + 16\alpha + 4\alpha^2 - 24\alpha}}{6}$

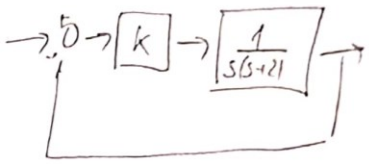
$s = \frac{-4 - 2\alpha \pm \sqrt{4\alpha^2 - 8\alpha + 16}}{6}$ *

* = $s = \frac{-4 - 2\alpha \pm \sqrt{(2\alpha - 2)^2 + 12}}{6}$

pode-se ver que s de decolagem é sempre > -1

logo, vamos ter que mostrar α muito grande de tal forma que o L.R fique quase igual ao caso que $\alpha \to \infty$ e o controle seja apenas proporcional





polo desejado $-1 \pm 1{,}2j$

$$\frac{Y}{R} = \frac{k}{s^2+2s+k} \Rightarrow (s^2+2s+k) = (s+1+1{,}16j)(s+1-1{,}16j)$$

$$s^2+2s+k = s^2+2s+2{,}37$$

$\Rightarrow \alpha \tilde{=} 20$ (10 vezes mais que o polo em malha fechada)

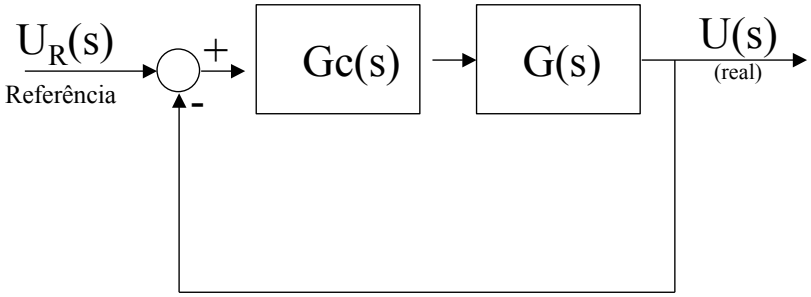
logo $\boxed{G_c = 2{,}37 \cdot \frac{20}{s+20}}$

↳ 3º polo retangular não dominante

79 Questão

Projete um controlador PD para o sistema abaixo, para que o tempo de assentamento (2%) seja inferior a 0,5s, o máximo sobressinal seja inferior a 5% e o erro estacionário para degrau igual a zero. (Dica: utilize a abordagem do lugar das raízes)

Dados: $G(s) = \dfrac{1}{s(s+10)(s+1000)}$; $G_c(s) = K(1+T_d s)$

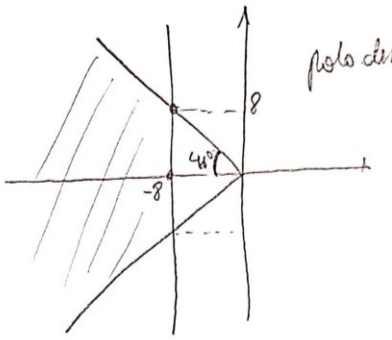


$t_s^{2\%} < 0{,}5s \Rightarrow \omega_N = \frac{4}{0{,}69 \cdot 0{,}5} \Rightarrow \omega_N = 11{,}6 \, rad/s$

$M_p < 5\% \Rightarrow \zeta = 0{,}69$

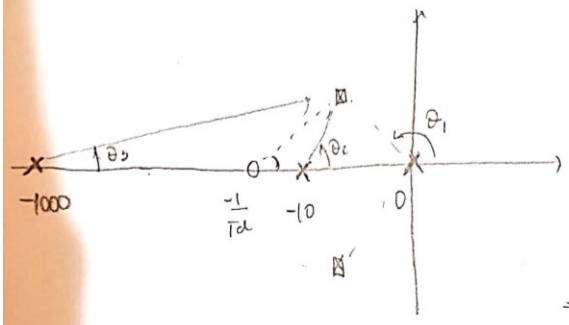
$t_s = 0 \rightsquigarrow$ sistema tipo 1 (ok!)

$\Rightarrow$ polos desejados:



polo desejado = $-8 \pm 8j$

L.R.



$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 =$

$-135 - 75 - 0{,}5 = -210°$ $\Rightarrow$

o zero do P.D. deve contribuir com $+30°$

$\Rightarrow$

$\frac{-1}{Td} = \frac{-8}{\tan 30°} - 8 = -21{,}8$

$Td = 0{,}045$

Scanned with CamScanner

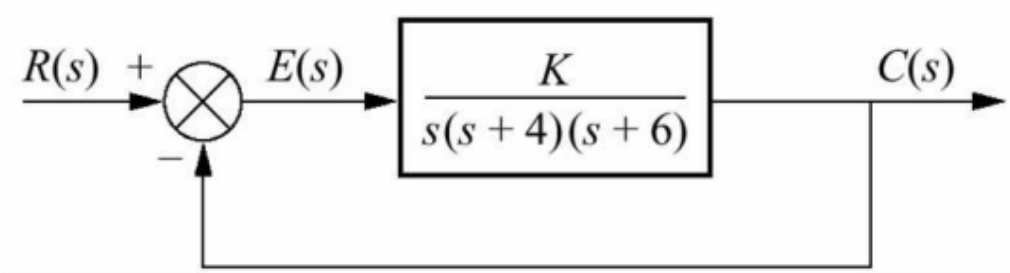
Cálculo de K

$$\left| \frac{K.(1+0{,}045s)}{s(s+10)(s+1000)} \right|_{s=-8+8j} = 1 \Rightarrow K = 1{,}26.10^5$$

$\Rightarrow$ $\boxed{G_c = 1{,}26.10^5.(0{,}045s+1)}$

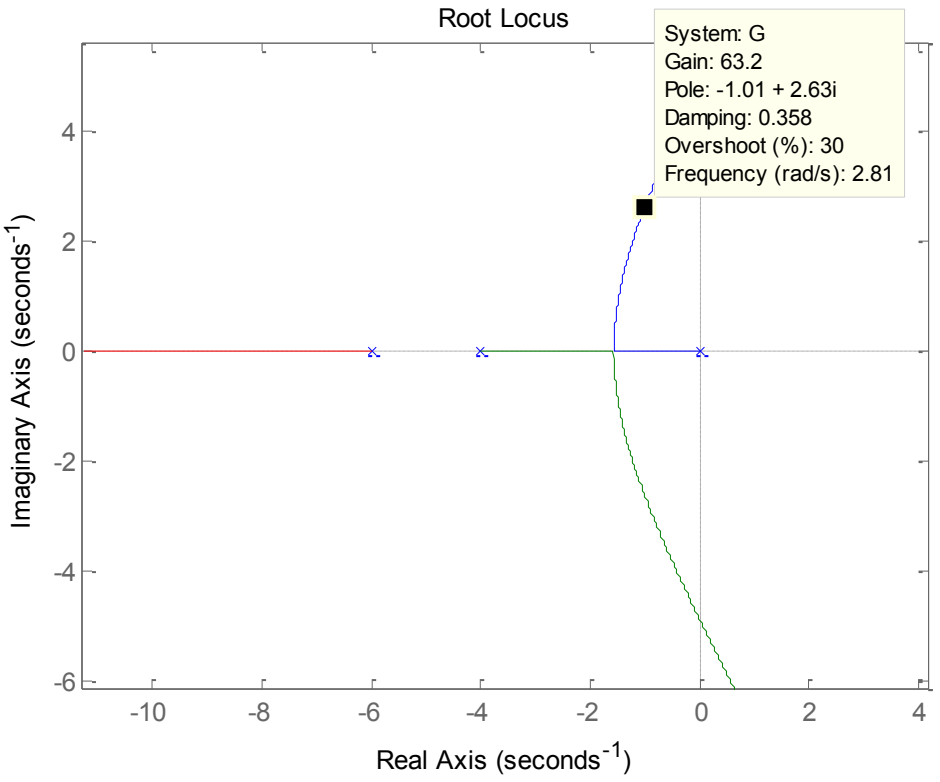
80 Questão

Projete um compensador de avanço que reduz o tempo de estabilização deste sistema em malha fechada por 2, mantendo o sobressinal em 30%.

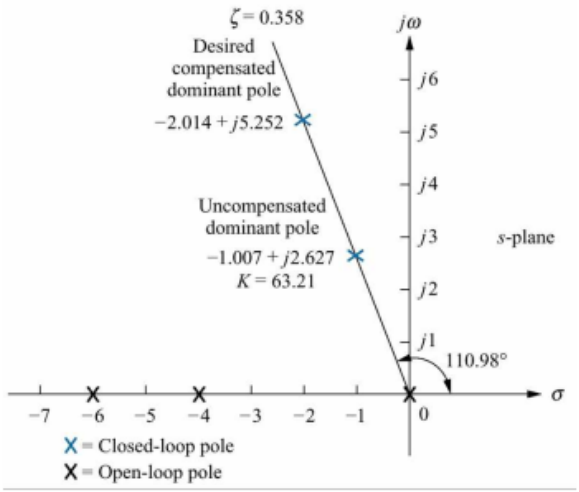


Para facilitar a solução deste problema, segue abaixo o lugar das raízes de $G(s) = \frac{1}{s(s+4)(s+6)}$ e o ponto onde o sobressinal é 30% em destaque. Você pode usar todas as informações disponíveis neste gráfico.

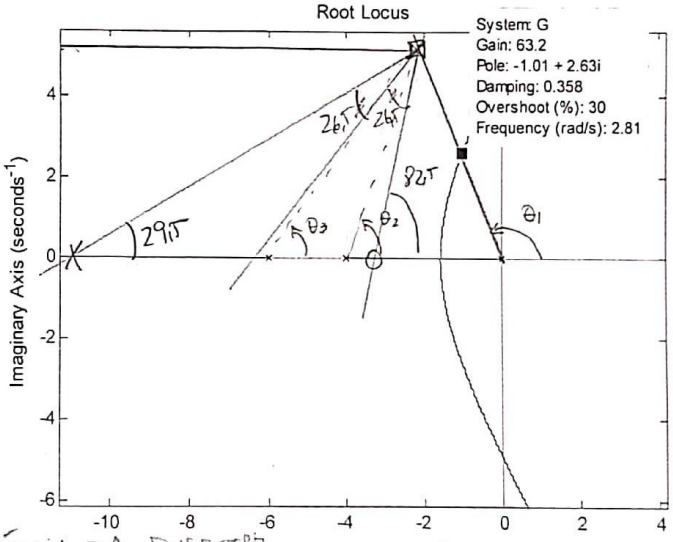
Considere o compensador de avanço a ser projetado como $G_c(s) = K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$



Root-Locus and the desired pole location



ph



pólo DESEJADO
$-2,02 \pm 5,126j$

$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 =$

$-111 - 69 - 53 = -233°$

⇓

AVANÇO DE $53°$

USANDO A TÉCNICA DA BISSETRIZ

$$G_c(s) = \frac{\frac{s}{2,71} + 1}{\frac{s}{11,31} + 1} \cdot K_c$$

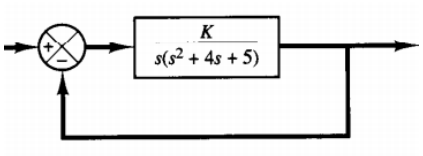
e daqui saindo módulo $K_c = 101$

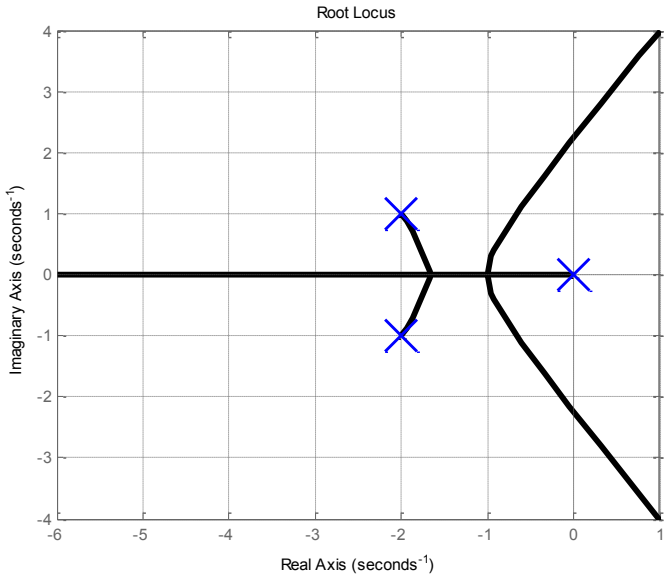
81 Questão

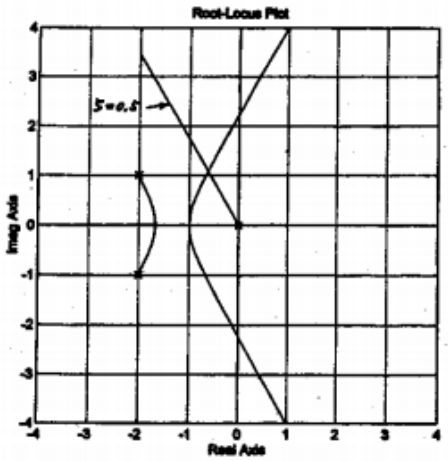
Considere o sistema abaixo, cujo Lugar das Raízes é também apresentado.

a) Determine o valor de K para que o fator de amortecimento ζ dos polos dominantes em malha fechada seja 0,5.

b) Obtenha os polos em malha fechada para o valor de K obtido no item (a) e esboce a resposta ao degrau unitário na referência. Justifique todas as suas hipóteses.







Since the dominant closed-loop poles have the damping ratio ζ of 0.5, we may write them as

$$s = x \pm j\sqrt{3}x$$

The characteristic equation for the system is

$$s^3 + 4s^2 + 5s + K = 0$$

By substituting $s = x + j\sqrt{3}x$ into this equation, we obtain

$$(x+j\sqrt{3}x)^3 + 4(x+j\sqrt{3}x)^2 + 5(x+j\sqrt{3}x) + K = 0$$

or

$$-8x^3 - 8x^2 + 5x + K + 2\sqrt{3}j(4x^2 + 2.5x) = 0$$

By equating the real part and imaginary part to zero, respectively, we get

$$-8x^3 - 8x^2 + 5x + K = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 + 2.5x = 0 \quad (2)$$

Noting that $x \neq 0$, from Equation (2), we obtain

$$4x + 2.5 = 0$$

or

$$x = -0.625$$

By substituting x = -0.625 into Equation (1), we get

$$\begin{aligned} K &= 8x^3 + 8x^2 - 5x \\ &= 8(-0.625)^3 + 8(-0.625)^2 - 5(-0.625) \\ &= 4.296875 \end{aligned}$$

To determine all closed-loop poles, we may enter the following MATLAB program into the computer.

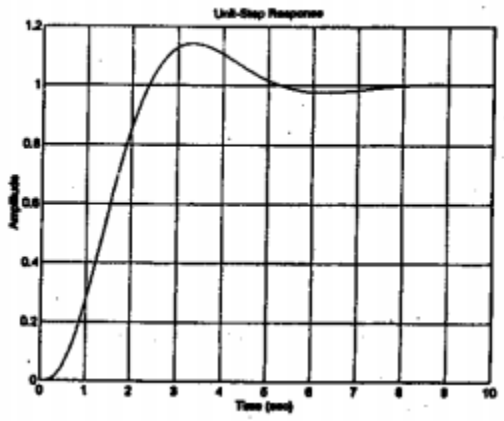
```
p = [1  4  5  4.296875];
roots(p)

ans =

  -2.7500
  -0.6250 + 1.0825i
  -0.6250 - 1.0825i
```

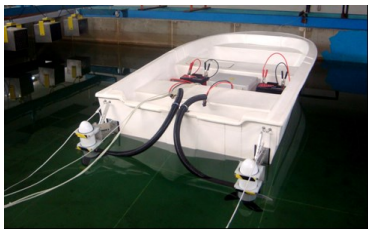
Thus, the closed-loop poles are located at s = -0.625 ± j1.0825 and s = -2.75.

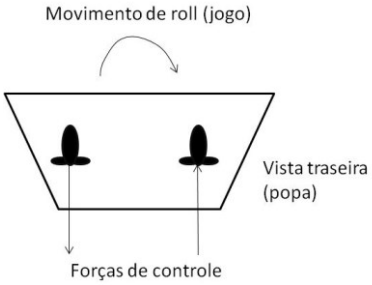
O polo em -2,75 é não dominante, e a resposta ao degrau deverá possuir ganho 1 (sistema tipo 1) e dinâmica dada pelos polos dominantes (sobressinal 16% e tempo de estabilização 6.4s)



82 Questão

O jogo de um navio de recreação deve ser minimizado, a fim de garantir o conforto dos passageiros. Uma das técnicas que se está estudando para este fim, no laboratório TPN-USP em parceria com uma empresa incubada, é a utilização de propulsores gerando forças reativas para baixo e para cima, compensando tal movimento, como mostrado na figura abaixo.

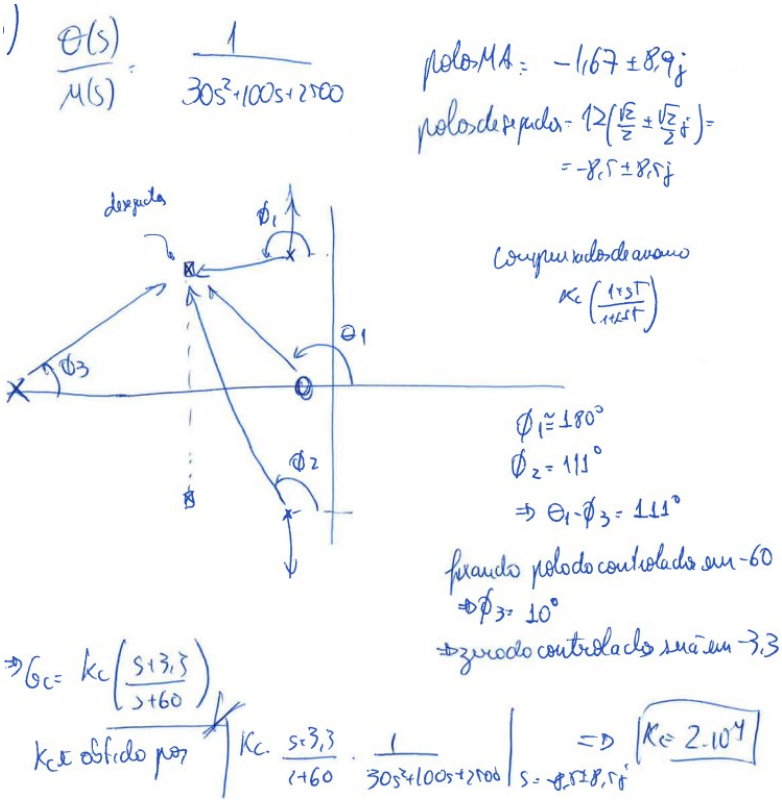




O modelo matemático obtido para um barco modelo (escala reduzida), sendo θ o ângulo de jogo (roll) medido por um inclinômetro e M o momento (binário) gerado pelos propulsores de controle é:

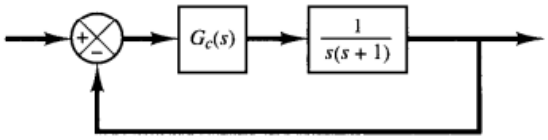
$$30\,\ddot{\theta} + 100\,\dot{\theta} + 2500\,\theta = M$$

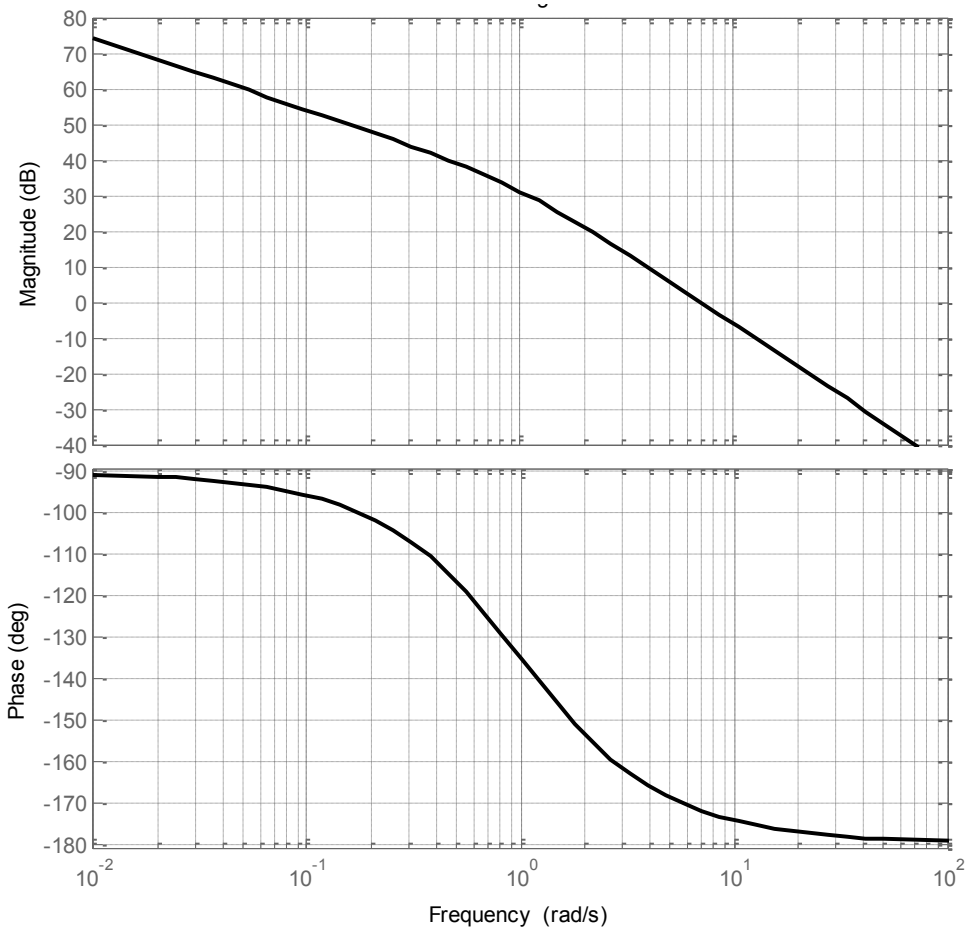
Projete um sistema de controle de avanço $M(\Theta(s))$ que garanta que o sistema em malha fechada apresente fator de amortecimento de 0,7 e frequência natural de 12rad/s. A escolha destes parâmetros não é foco do presente problema, mas advém da necessidade de fazer o sistema responder pouco às ondas incidentes.



83 Questão

Considere o sistema de controle indicado abaixo, em que $G_c(s) = 50\frac{Ts+1}{\gamma Ts+1}$. O Ganho do controlador $K_c = 50$ foi obtido para que a constante de erro estático de velocidade do sistema seja igual ao valor de projeto desejado ($50s^{-1}$). O Gráfico de Bode do sistema em malha aberta sem a compensação dinâmica (ou seja, de $K_cG(s) = 50\frac{1}{s(s+1)}$) é apresentado abaixo.

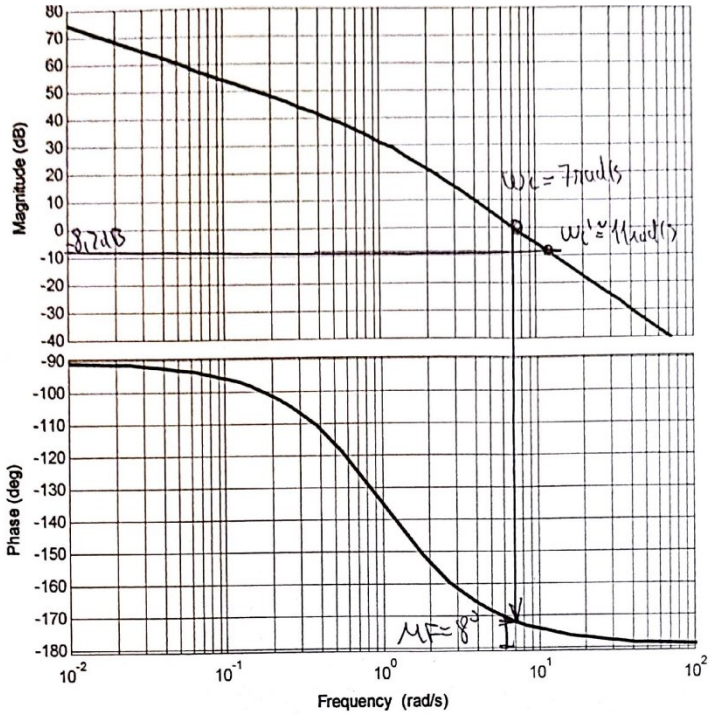




a) Projete um compensador de avanço (γ<1) para que a margem de fase do sistema em malha fechada seja de 50º. *(Obs: Para os itens (a) e (b) você pode obter informações necessárias a partir do gráfico)*

b) Projete um compensador de atraso (γ>1) para que a margem de fase do sistema em malha fechada seja de 50º.

c) Esboce a resposta ao degrau unitário na referência para ambos os controles projetados.



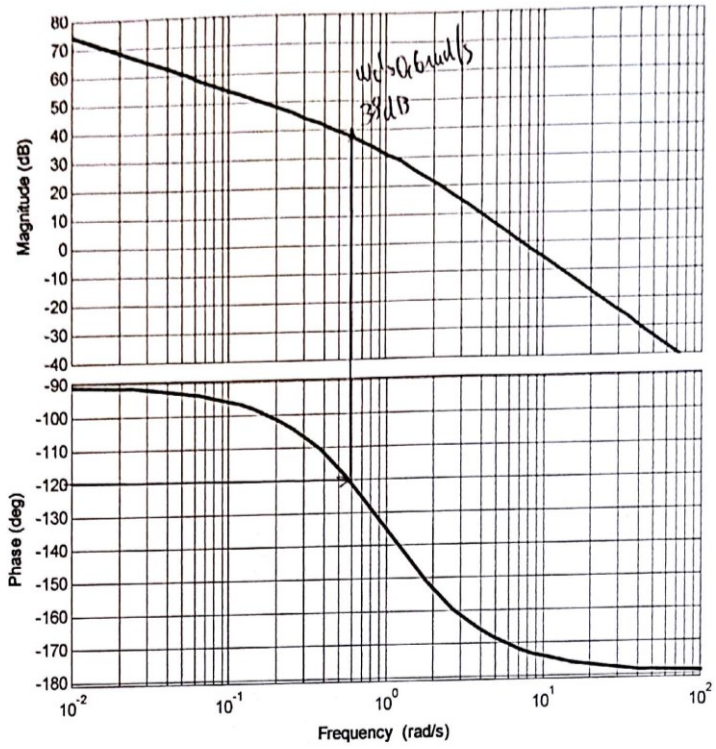
a) $MF = 8° \Rightarrow$ fase adicional = 42° + margem extra $\cong 48° = \phi_M$

$\Rightarrow \operatorname{sen}\phi_M = \frac{1-\mu}{1+\mu} \Rightarrow \mu = 0,11$

Avanço máximo de fase de $G_c(s)$ ocorrerá na frequência em que o ganho é $\frac{1}{\sqrt{\mu}} = \frac{1}{\sqrt{0,11}} = 3,6 \cong 8,2$ dB. Logo, o parâmetro T do controlador será calculado para que na frequência em que o avanço de fase é máximo $\left(\frac{1}{\sqrt{\mu}\cdot T}\right)$ o ganho do sistema não compensado $K_c \cdot G(s)$ seja $-8,2$ dB. Esta será a nova frequência de cruzamento do sistema compensado: pelo gráfico esta nova freq. de cruzamento $\omega_c' \cong 11$ rad/s

$$\frac{1}{\sqrt{\mu}\cdot T} = 11 \Rightarrow T = 0,23$$

$$\Rightarrow \boxed{G_c(s) = 50 \cdot \frac{0,23s+1}{0,034s+1}}$$



b) A frequência de cruzamento do sistema com compensador de atraso será a freq. na qual a fase sem compensador é $-130 - \text{margem extra} \cong -120°$ que é aprox. 0,6 rad/s. Nesta freq. o ganho é 38 dB.

Logo, o compensador deve prover atenuação de 38 dB nesta freq.:

$$20 \log \frac{1}{\beta} = -38 \Rightarrow \beta = 79$$

A freq dos polos e zeros do compensador deve ser $\frac{1}{10}$ da freq de cruzamento, para que o gráfico de fase seja pouco alterado na região de ω_c' ⇒

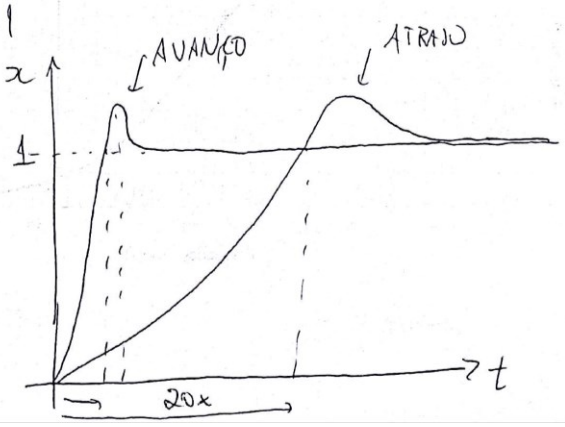
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{10} \cdot 0{,}6 \Rightarrow T = 16{,}6\ s \Rightarrow$$

$$G_c = 50 \cdot \frac{16{,}6s + 1}{1660{,}79s + 1}$$

c) O sistema com compensador de avanço possui $\omega_c^{AVANÇO} \cong 11 rad/s$ e com compensador de atraso $\omega_c^{ATRASO} = 0,6 rad/s$

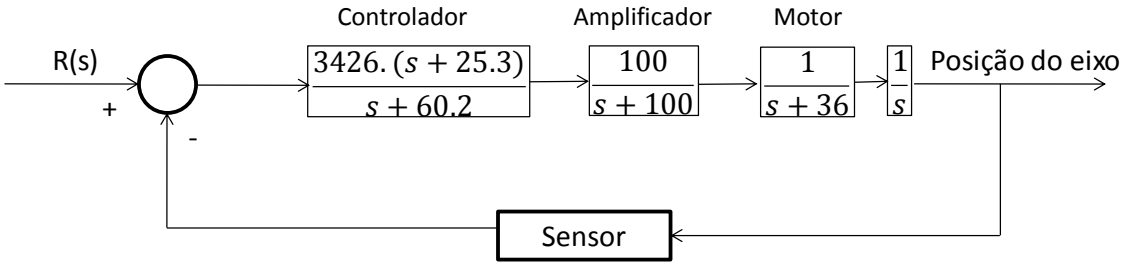
Logo, espera-se que o compensador de avanço o projeto já resposta $\cong$ 20 vezes mais rápida que o de atraso, ambos com sobressinal baixo ($\cong$ 15 ~ 20%) compatível com a margem de fase de 70°.

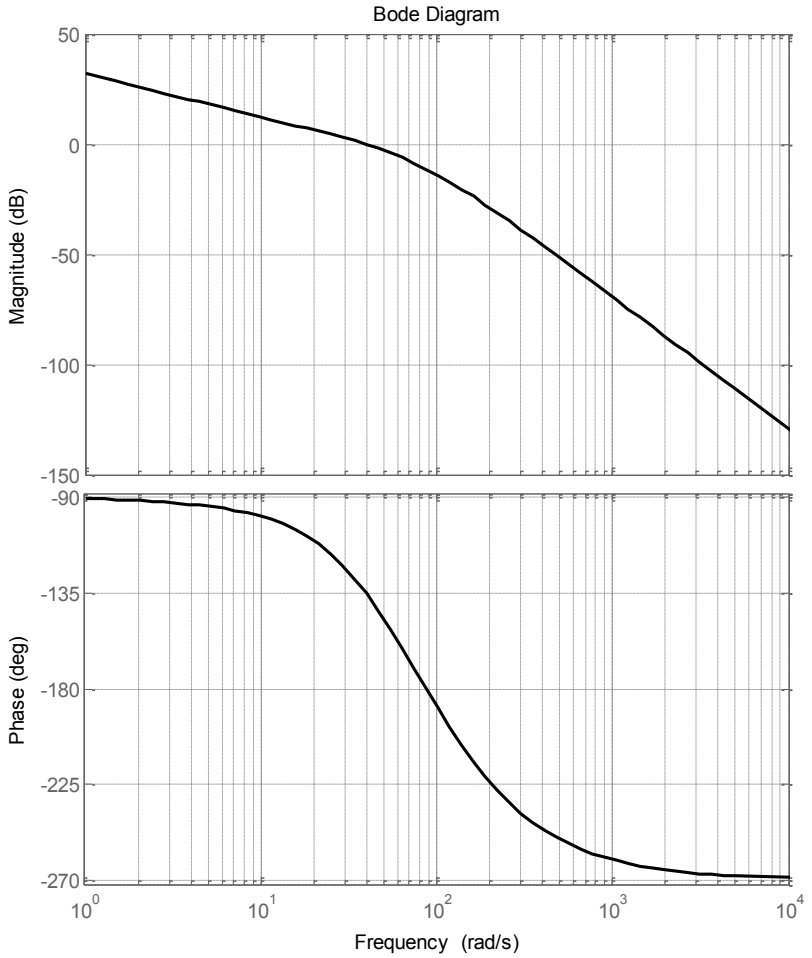
Ambos terão resposta ao degrau unitário tendendo a 1, pois o sistema é do tipo 1



84 Questão

Considere o sistema de controle do micro servo-motor abaixo, cujo diagrama de Bode em malha aberta do sistema (considerando um sensor perfeito) é também dado.





a) Qual a margem de fase e de ganho do sistema?
b) Considerando que o sensor possui ótima precisão, mas induz um atraso de medição (*delay*), qual o máximo valor deste atraso (em segundos) que ainda garante a estabilidade do sistema em malha fechada? Justifique sua resposta.

a) Pelo gráfico

Margem de fase

$\omega_c = 40 rad/s \rightarrow |G(j40)| = -135° \Rightarrow MF = 45°$

Margem de ganho

$\omega_1 = 90 rad/s \rightarrow |G(j90)| \cong -20dB \Rightarrow MG = 10dB$

b) O atraso de fase e^{-Ts} causa uma distorção do gráfico de fase apenas.

O sistema passa a ser instável se $MF = MG = 0$

Isso ocorre se em $\omega_c = 40 rad/s$ a fase for $-180°$

$\Rightarrow$ o tempo de atraso deve prover atraso de $45°$ na frequência $40 rad/s$

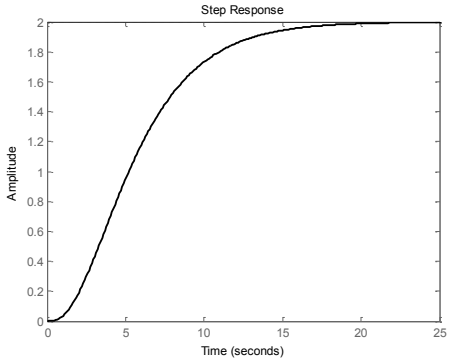
$\Rightarrow -T.40 = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{T = 0,02 seg}$

se $T < 0,02 seg$ sistema ainda é estável.

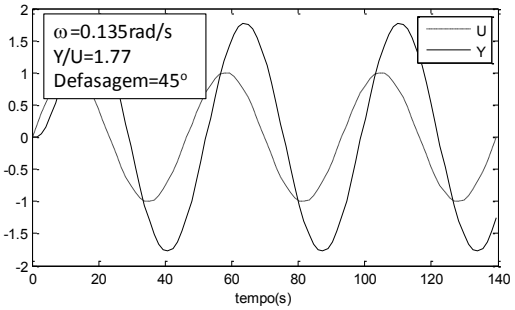
85 Questão

Foram feitos testes de identificação de uma planta, aplicando-se entradas conhecidas $U(s)$ e medindo-se a saída $Y(s)$.

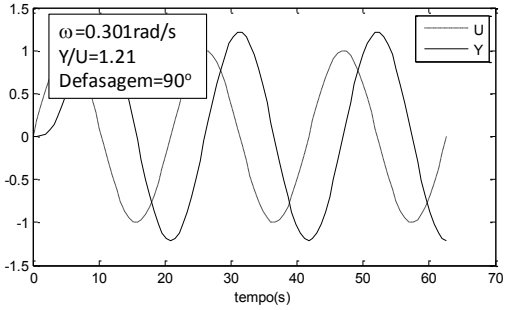
O primeiro teste feito foi a entrada degrau unitário, tendo a resposta apresentada na figura (a) abaixo. Em seguida, aplicaram-se entradas senoidais com frequência crescente, registrando-se a saída, também senoidal, com alteração de amplitude e fase. Nas figuras (b), (c) e (d) apresentam-se os experimentos em que se registraram defasagens de 45º, 90º e 180º respectivamente.



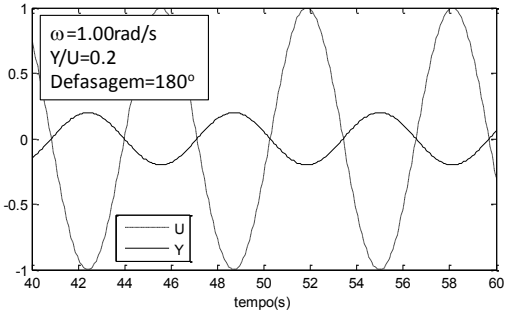
(a)



(b)

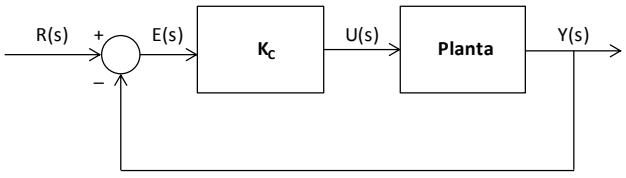


(c)

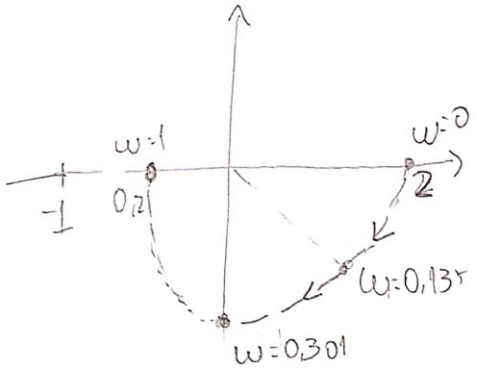


(d)

Considerando-se agora o sistema com controle proporcional abaixo. Estime o intervalo de valores do ganho de controle K_C para os quais o sistema passa a ser instável. Justifique sua resposta.



ω	$G(j\omega)$
0	$2 \angle 0°$
0,135	$1,77 \angle 45°$
0,301	$1,21 \angle 90°$
1,00	$0,2 \angle 180°$



- Como o sistema é estável em malha aberta $\Rightarrow P=0$
- Para ser estável em malha fechada não deve apresentar envolvimento ao -1

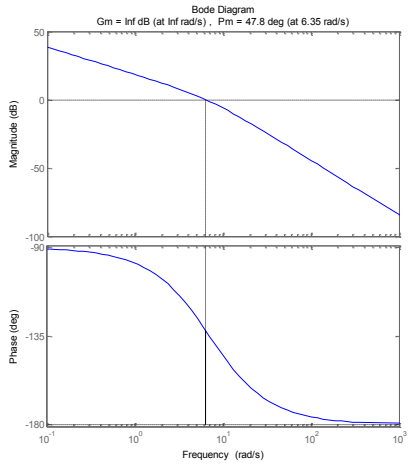
$\Rightarrow$ Se $\boxed{K_c<5}$ $\Rightarrow$ não envolve -1 e é estável em malha fechada.

86 Questão

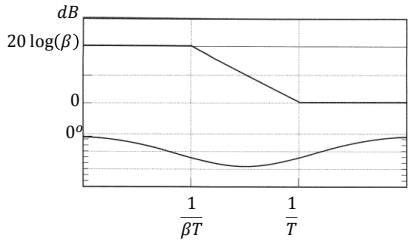
O sistema $G(s) = \frac{60}{s(s+7)}$ é realimentado com realimentação unitária. Seu desempenho em regime transitório é considerado bom, mas há o requisito de se aumentar o erro estático de velocidade K_v para 50, mantendo-se as mesmas características de resposta transitória. Projete um compensador de atraso para atender estes requisitos.

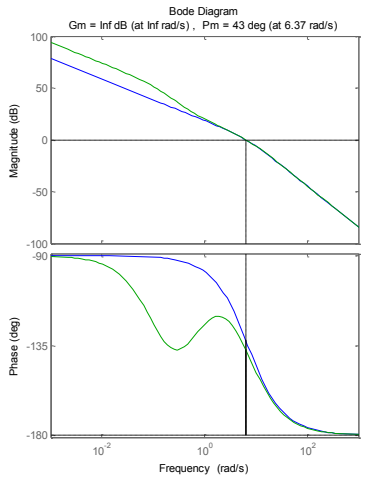
Resposta:

Sistema G não compensado. Margens abaixo e Kv=60/7=8.6



Devemos projetar um compensador de atraso para prover ganho de 50/8.6=5.8 em baixa frequência, mas mantendo a frequência de cruzamento e margens do sistema idênticas acima. O diagrama de Bode do compensador de atraso é dado abaixo, e ele pode prover amplificação em baixa frequência e mantém o ganho na alta frequência.



Assim, escolhemos $\beta = 5.8$ e T deve ser escolhido para que o "calombo" de decréscimo de fase e a transição do ganho se dêem bem antes da frequência de cruzamento atual. Assim $\frac{1}{T} < \frac{6{,}35}{10}$, $T = 1{,}57$

$$G_c(s) = 5.8\frac{1{,}57s + 1}{5.8 \times 1{,}57s + 1}$$