

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

SEL 414 - Sistemas Digitais

Prof. Homero Schiabel

1. SISTEMA BINÁRIO

- **SISTEMA DECIMAL** ➡ Base 10 ➡ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

$$a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0 = a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_3 10^3 + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0 10^0$$

$$\text{Ex.: } (4598)_{10} = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 = \\ 4000 + 500 + 90 + 8$$

- **SISTEMA BINÁRIO** ➡ Base 2 ➡ 0, 1.

$$b_{n-1} \dots b_3 b_2 b_1 b_0 = b_{n-1} 2^{n-1} + \dots + b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$$

$$\text{Ex.: } (110100)_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

2. CONVERSÕES ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

2.1. BINÁRIO ➡ DECIMAL

$$\begin{aligned}(110100)_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \\ &= 32 + 16 + 4 = (52)_{10}\end{aligned}$$

2.2. DECIMAL ➡ BINÁRIO

$$\text{Ex.: } (49)_{10} \rightarrow (?)_2$$

$$(49)_{10} = (110001)_2$$

2. CONVERSÕES ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

2.3. SISTEMA HEXADECIMAL

(A) HEXA ➡ DECIMAL

$$(2F)_h = 2 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 32 + 15 = (47)_{10}$$

(B) DECIMAL ➡ HEXA

$$(1012)_{10} \rightarrow (?)_h$$

$$(1012)_{10} = (3F4)_h$$

Decimal	Hexadecimal
0	0
1	1
2	2
3	3
...	...
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F
16	10
17	11
...	...
26	1A
27	1B
...	...
31	1F
32	20

2. CONVERSÕES ENTRE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

(C) HEXA → BINÁRIO

$$(2F)_{16} \Rightarrow \underbrace{2}_{0010} \quad \underbrace{F}_{1111} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} 2 \\ 0010 \end{matrix}} \right\} (2F)_{16} = (00101111)_2$$

(D) BINÁRIO → HEXA

$$(10110011)_2 \Rightarrow \underbrace{1011}_B \quad \underbrace{0011}_3 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} 1011 \\ B \end{matrix}} \right\} (10110011)_2 = (B3)_{16}$$

Decimal	Hexadecimal
0	0
1	1
2	2
3	3
...	...
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F
16	10
17	11
...	...
26	1A
27	1B
...	...
31	1F
32	20

ARITMÉTICA BINÁRIA

SEL 414 - Sistemas Digitais

Prof. Homero Schiabel

1. SOMA DE DOIS NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 10 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

→ “e vai um”

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad + \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

Conferindo:

25

11 +

36

2. SUBTRAÇÃO BINÁRIA

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ - 1 \\ \hline 1 \end{array}$$



“empresta um”
(complemento)

$$\begin{array}{r} 101 \\ 010 - \\ \hline 1 \\ 011 \end{array}$$

2.1. Subtração como soma de complementos

Subtração = soma do complemento do subtraendo ao minuendo

Em decimal, por ex.: $8 - 6 = 2$

Complemento de 6 = 4 

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ \hline \cancel{1} 2 \end{array}$$

Em binário:

Complemento de 1 $\rightarrow (2^n - 1)$ - número $\rightarrow$ substituem-se todos os “0” por “1” e vice-versa

Complemento de 2 $\rightarrow (2^n)$ - número $\rightarrow$ substituem-se todos os “0” por “1” e vice-versa e soma-se “1” ao resultado

Comp. de 1 de 10110 = **01001**

Comp. de 2 de 10110 = **01010**

2.2. Subtração por complemento de 1

Ex:
$$\begin{array}{r} 51 \\ \underline{18} \end{array} -$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \underline{0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0} \end{array} - \rightarrow \text{comp. 1: } 101101$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ + \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \end{array} \rightarrow \text{Resultado final}$$

2.2. Subtração por complemento de 2

Ex:
$$\begin{array}{r} 51 \\ - 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 - \end{array} \rightarrow \text{comp. 2: } 101110$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0 + \\ \hline \cancel{1}\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

Resultado final

2.3. Números negativos

Bit mais significativo (MSB) = indicador de sinal:

- se $MSB = 0$ ➡ $(+)$
- se $MSB = 1$ ➡ $(-)$

Portanto, o número binário pode ser representado por:

SINAL / MAGNITUDE



MSB



$(n-1)$ bits restantes

2.3. Números negativos

Ex:
$$\begin{array}{r} 18 \\ 51 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0010010 \\ 0110011 - \\ \hline \end{array} \rightarrow \text{comp. 1: } 1001100$$

$$\begin{array}{r} 0010010 \\ 1001100 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1011110 \end{array}$$

Sinal negativo

Comp. 1 do resultado $\longrightarrow$ **100001**
(resultado final)

2.3. Números negativos

Ex:
$$\begin{array}{r} 18 \\ 51 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0010010 \\ 0110011 - \\ \hline \end{array} \rightarrow \text{comp. 2: } 1001101$$

$$\begin{array}{r} 0010010 \\ 1001101 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1011111 \end{array}$$

Sinal negativo

Comp. 2 do resultado $\longrightarrow$ **100001**
(resultado final)

3. MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO BINÁRIAS

$$\begin{array}{r}
 11001 \\
 10x \\
 \hline
 00000 \\
 11001 \\
 \hline
 110010
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc|cc}
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 -1 & 0 & & & & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 1 & 0 & & & & & & \\
 - & 1 & 0 & & & & & & \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 1 & & & & &
 \end{array}$$