

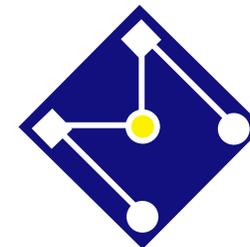


# PMR 3302

## Sistemas Dinâmicos I

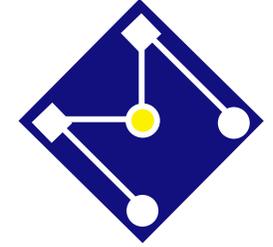
# AULA 01: INTRODUÇÃO AO MODELAMENTO

Larissa Driemeier  
Marcilio Alves



# NOSSA AGENDA

#	Data	Tópico
1	21/02	Introdução ao modelamento e uso do software
2	06/03	Introdução à programação em MatLab
3	20/03	Resolução de Equações Diferenciais - Sistemas Lineares e Não Lineares
4	03/04	Transformada de Laplace e Funções de Transferência
5	24/04	Projeto
6	15/05	Diagrama de Blocos e Simulink
7	29/05	Análise de Sistemas de Primeira Ordem
8	19/06	Análise de Sistemas de Segunda Ordem



# NOTA DE LABORATÓRIO

- Atividades propostas em aula

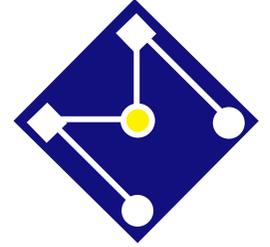
1 ponto

Atividades em sala.

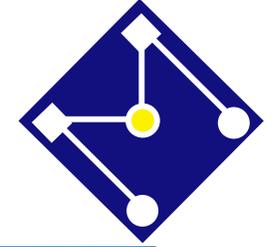
- Parte 01 – 1,0
- Parte 02 – 1,0

2 pontos

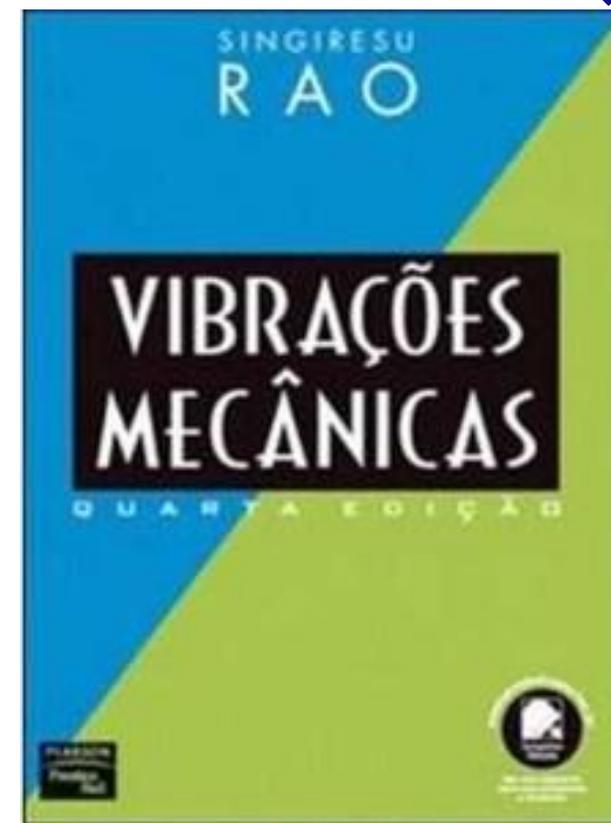
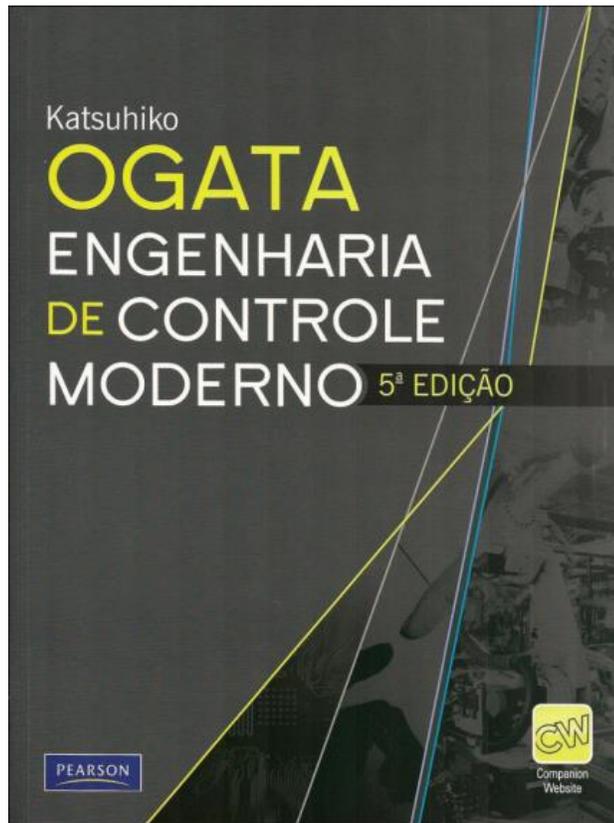
Projeto.

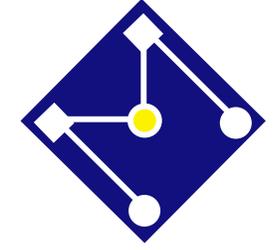


- Nosso canal de comunicação é o Moodle.
- Todas entregas, listas, slides de aula, apostilas, avisos, etc... Serão via Moodle.

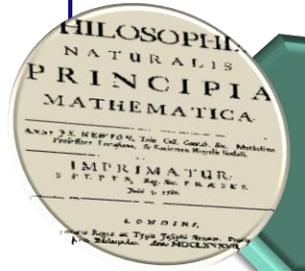


# BIBLIOGRAFIA





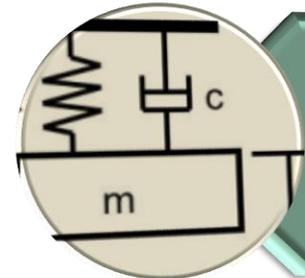
# SISTEMAS DINÂMICOS



Teórica

Lida com leis fundamentais e princípios da mecânica, com intrínseco valor científico.

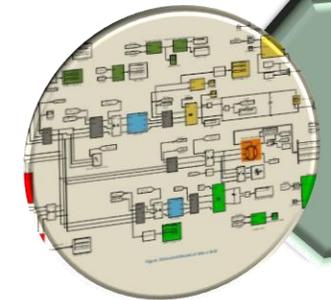
**Prova a existência de problemas e soluções.**



Aplicada

Transfere o conhecimento teórico para aplicações científicas e de engenharia: construção de modelo matemático do fenômeno físico.

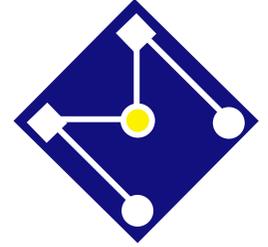
**Procura por problemas que se encaixam nas soluções.**



Computacional

*Resolve problemas específicos através de simulações utilizando ferramentas numéricas implementadas em computadores.*

**Procura soluções para um dado problema.**

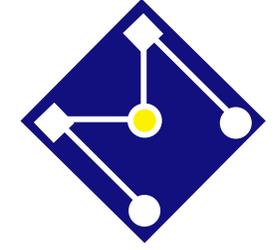


# FILOSOFIA

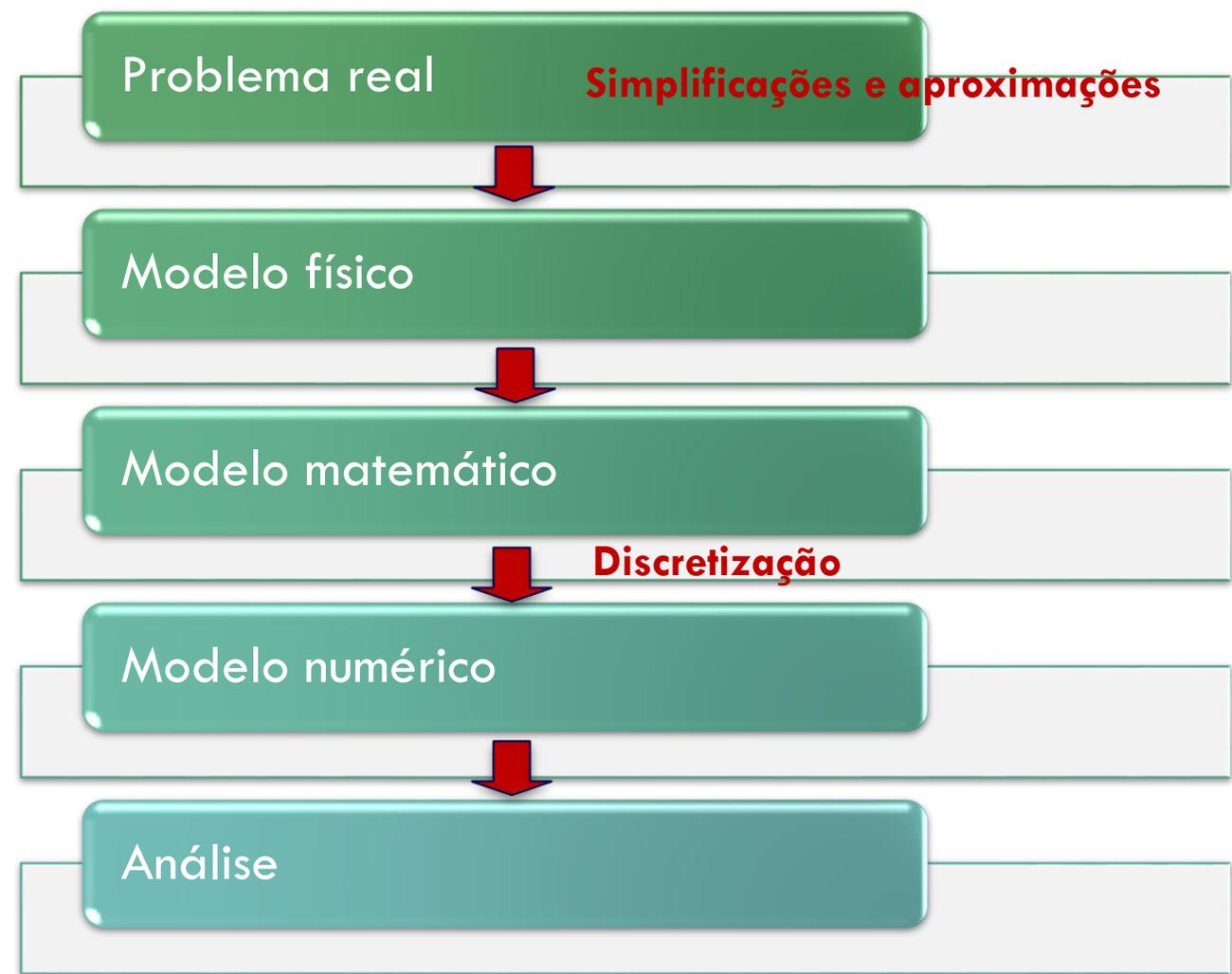
Segundo Prof. Dr. *Avelino Alves Filho*,

**“SE O ENGENHEIRO NÃO SABE MODELAR O PROBLEMA SEM TER O COMPUTADOR, ELE NÃO DEVE FAZÊ-LO TENDO O COMPUTADOR!”**

Muitos engenheiros encontram dificuldades no uso de ferramentas numéricas porque o aprendizado de uso de software é feito sem base conceitual, confundindo o aprendizado de manuseio de programa com o conhecimento teórico.

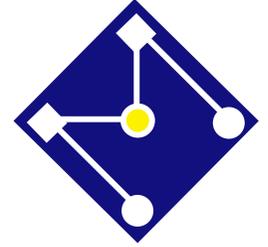


# MODELAMENTO X ANÁLISE



O MUNDO É TRIDIMENSIONAL,  
DINÂMICO E NÃO LINEAR.





# MODELO

O **engenheiro** constrói um **modelo**, a partir de um problema que não possui solução exata, e acha uma solução aproximada ótima.

*Modelar é o processo de escrever uma equação ou sistema de equações que descreve o movimento de um mecanismo físico. O sucesso do modelo é determinado por quão bem a solução da equação prevê o comportamento observado no sistema real.*

Serão desprezados quaisquer efeitos dinâmicos

Peso concentrado na posição correspondente ao centro de gravidade do corpo

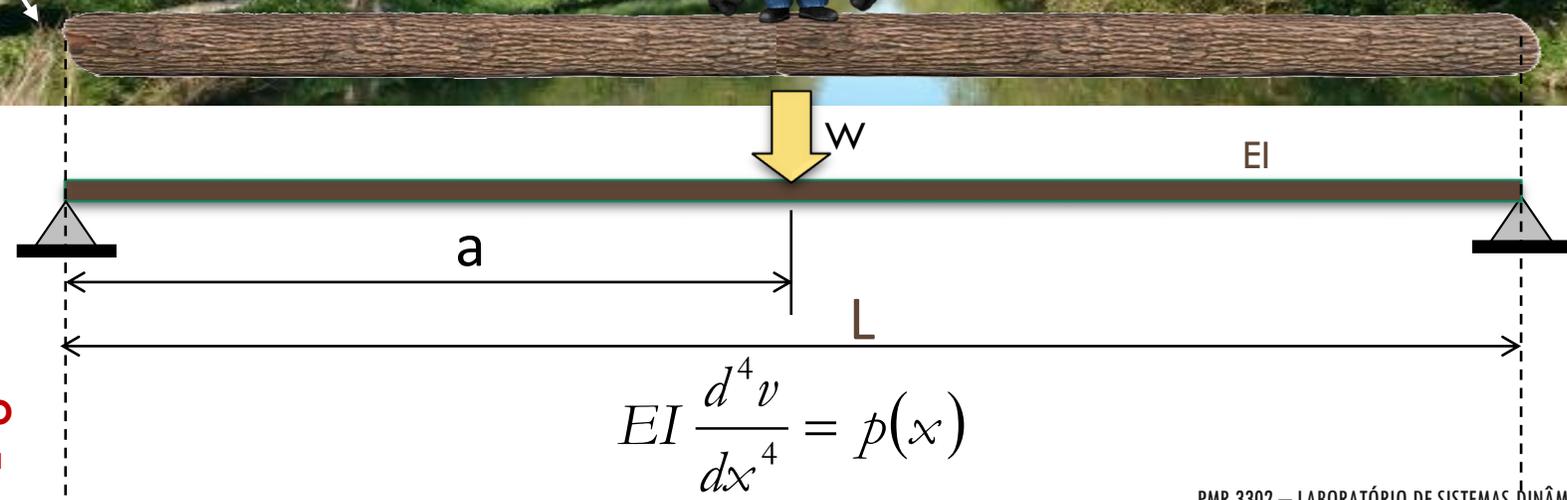
O tronco tem seção transversal constante e a madeira é um material homogêneo

**SISTEMA REAL**

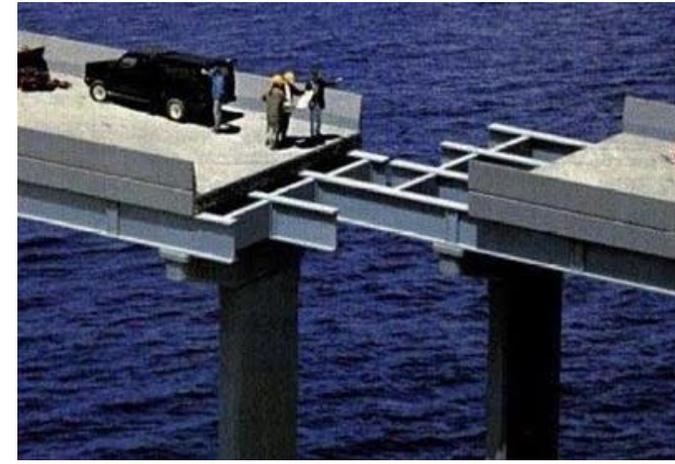
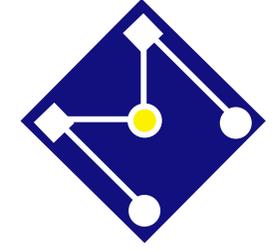
Apoios ideais

**MODELO FÍSICO**  
Viga bi-apoiada

**MODELO MATEMÁTICO**  
Teoria simples de Viga

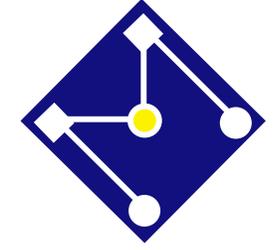


$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} = p(x)$$



Para um engenheiro, não existe “um pequeno erro de projeto”.

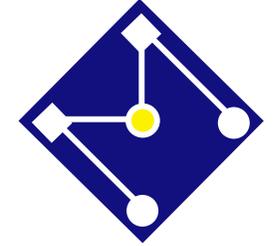




You aren't a real  
**engineer** until you  
make the  
\$50000  
**mistake!!!!**

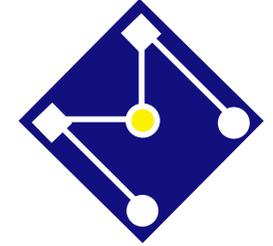


Como se pode prevenir erros?

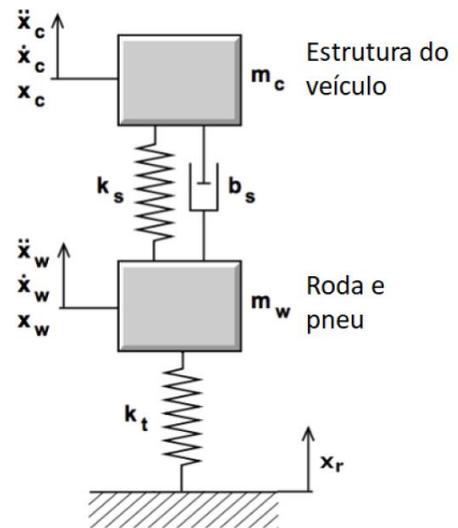
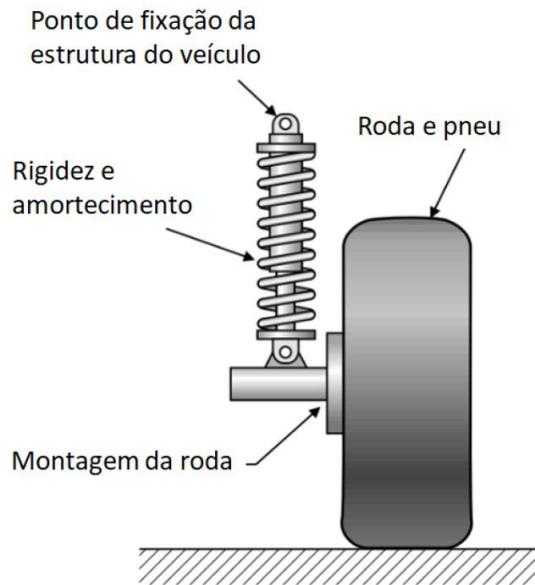


# MODELOS DE ENGENHARIA

- **Não se iluda:** obtenção de resultados confiáveis requer conhecimento teórico!
- Habilidade em modelamento é baseada na visualização do problema físico e relacionamento com **o que** queremos analisar.
- Um bom modelo deve:
  - Considerar os aspectos essenciais do problema;
  - Desprezar os fatores secundários;
  - Fornecer resultados próximos **o suficiente** das respostas reais.
- Se as previsões do modelo não estão de acordo com as respostas reais ou esperadas é necessário refinar o modelo, aí sim deve-se **incluir aspectos inicialmente desprezados.**

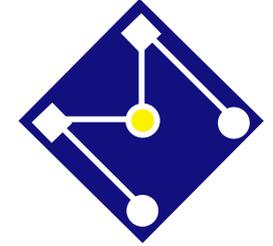


# MODELO DA SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO



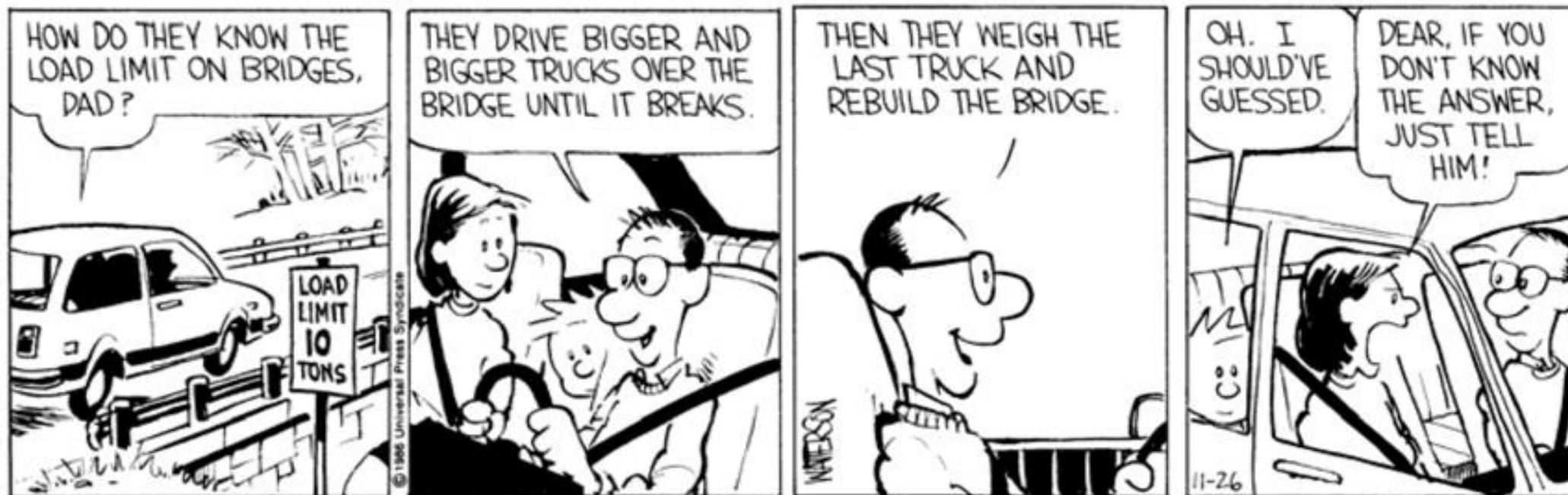
$$m_w \ddot{x}_w + b_s \dot{x}_w + (k_t + k_s) x_w = b_s \dot{x}_c + k_s x_c + k_t x_r$$

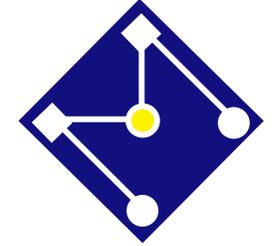
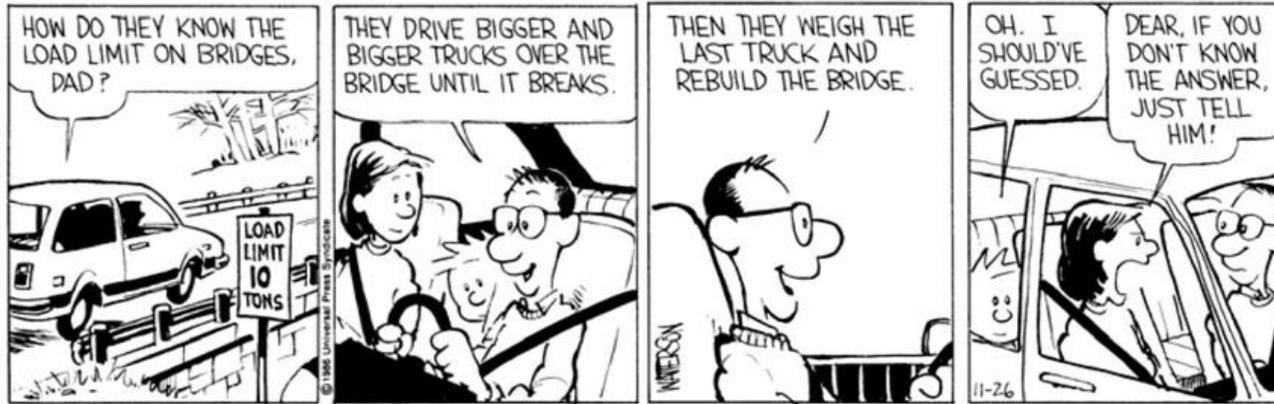
$$m_c \ddot{x}_c + b_s \dot{x}_c + k_s x_c = b_s \dot{x}_w + k_s x_w$$

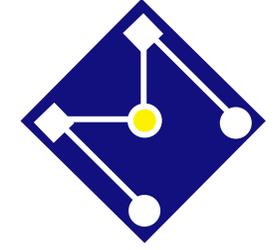


# MÉTODOS NUMÉRICOS

- Quando o problema se torna complexo o engenheiro deve utilizar **métodos numéricos**, que são aproximações dos modelos matemáticos.

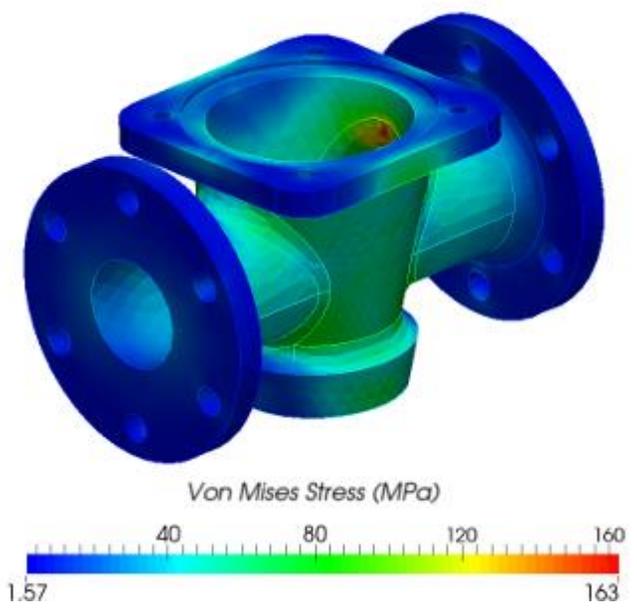




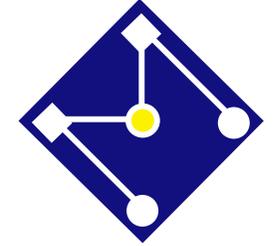


# SOLUÇÃO NUMÉRICA

- Os resultados devem ser interpretados à luz da finalidade da análise e das possíveis implicações dos resultados no projeto. Bom senso e julgamento de um bom engenheiro são muito mais importantes que os resultados do computador.



*Fancy, colorful contours can be produced by any model, good or bad!!!!*

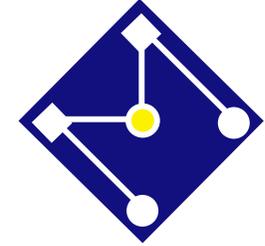


# MATLAB – MATRIX LABORATORY

The screenshot shows the MATLAB R2015a environment. The interface includes a ribbon menu at the top, a file browser on the left, a central command window, a workspace window on the right, and a command history window at the bottom right.

Annotations in the image:

- Arquivos ativos:** Points to the file browser on the left side of the interface.
- Prompt do operador:** Points to the command prompt (`>>`) in the Command Window.
- Janela de comandos:** Points to the Command Window itself.
- Workspace:** Points to the Workspace window, which displays variables `A` (value 24) and `B` (value `[2 2 1; 3 7 4; 5 9 0]`).
- Histórico de comandos:** Points to the Command History window, which shows a list of previously executed commands.
- Preview Arquivos:** Points to the 'Details' section at the bottom left, which is currently empty.



Ícone do menu principal

Preferences

MATLAB

- Apps
- Code Analyzer
- Colors
- Command History
- Command Window
- Comparison
- Current Folder
- Editor/Debugger
- Figure Copy Template
- Fonts
- Custom
- General
- GUIDE
- Help
- Keyboard
- Toolbars
- Variables
- Web
- Workspace

Simulink

- Computer Vision System Toolbox
- DSP System Toolbox
- Database Toolbox
- Image Acquisition Toolbox
- Image Processing Toolbox
- Instrument Control Toolbox
- LTE System Toolbox
- MATLAB Report Generator
- Parallel Computing Toolbox

**MATLAB Fonts Preferences**

Desktop code font  
Currently used by: Command Window, Command History, Editor

Monospaced Plain 11

Sample  
The quick brown fox jumps over the lazy dog. 1234567890

Desktop text font  
Currently used by: Current Folder, Workspace, Variables, Function Browser

Use system font

Segoe UI Plain 9

Sample  
The quick brown fox jumps over the lazy dog. 1234567890

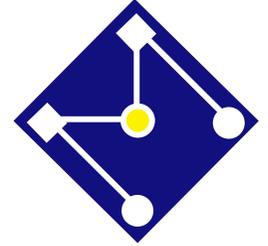
Help browser font  
To change the font size for the Help and Web browsers, right-click on the page and choose Zoom In or Zoom Out.

Custom fonts  
Currently used by: Profiler

To set a custom font for any desktop tool, go to the [Custom Fonts](#) preferences.

OK Cancel Apply Help

*Muitos erros de digitação podem ser evitados com esta simples providência!!!!*

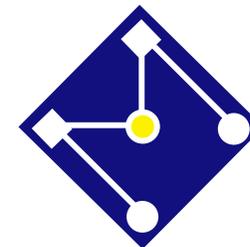


# VARIÁVEIS

As variáveis são sensíveis a letras maiúsculas e minúsculas	<code>VAR</code> , <code>Var</code> , <code>var</code> são três variáveis distintas.
As variáveis podem possuir até 31 caracteres - o excesso de caracteres será ignorado.	<code>EstouEntendendoTudoAteAgora</code> pode ser uma variável.
O nome da variável deve começar com uma letra, seguida de qualquer número, letra ou caracter de sublinhado.	<code>X51</code> , <code>X_51</code> podem ser uma variáveis.

Tabela 2: Nomenclatura de variáveis.

Existem algumas variáveis especiais utilizadas pelo MATLAB, tais como `pi` (constante  $\pi \approx 3,1416$ ), `i`, `j` (número imaginário  $\sqrt{-1}$ ), `ans` (variável padrão para o último resultado), etc... Você pode redefinir estas variáveis, mas não convém...



# OPERAÇÕES ESCALARES

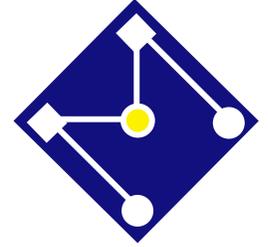
Símbolo	Operação	MATLAB
$\wedge$	exponenciação $a^b$	$a^b$
$*$	multiplicação $ab$	$a * b$
$/$	divisão à direita $a/b = \frac{a}{b}$	$a/b$
$\backslash$	divisão à esquerda $a \backslash b = \frac{b}{a}$	$a \backslash b$
$+$	adição $a + b$	$a + b$
$-$	subtração $a - b$	$a - b$

```

» a=5/10
a =
    0.5000
    
```

```

» a=5\10
a =
    2
    
```



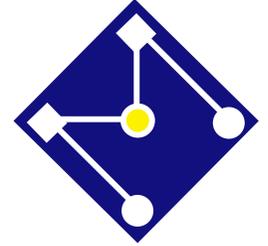
# SEM USAR O MATLAB – QUAL RESULTADO?

$$10/2 \setminus 15 - 3 + 2/6 * 12$$

```
>> 10/2\15-3+2/6*12
```

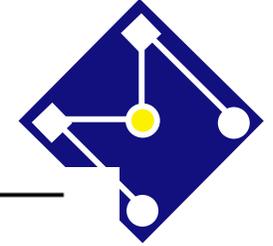
```
ans =
```

```
4
```



# FORMATOS NUMÉRICOS $\frac{2}{7}$

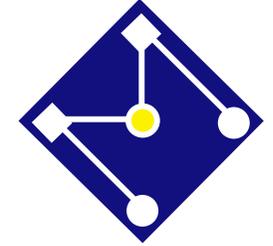
Formato	Resultado	Exemplo
format short	Ponto fixo; 4 casas decimais	0.2857
format short e	Not. científica; 4 casas decimais	2.8571e-01
format long	Ponto fixo; 14 casas decimais	0.285714285714286
format long e	Not. científica; 14 casas decimais	2.857142857142857e-01
format hex	Hexadecimal	3fd2492492492492
format rat	formato racional (aprox.), i.é, razão de inteiros	2/7
format bank	valor monetário 2 casas decimais	0.29
format +	símbolos +,- e espaços em branco	+



# FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS.

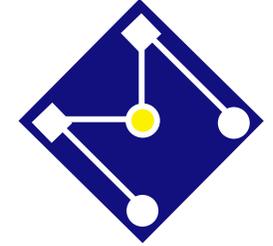
$\sin(x)$	seno de $x$	$\sinh(x)$	seno hiperbólico de $x$
$\cos(x)$	coseno de $x$	$\cosh(x)$	coseno hiperbólico de $x$
$\tan(x)$	tangente de $x$	$\tanh(x)$	tangente hiperbólica de $x$
$\cot(x)$	cotangente de $x$	$\coth(x)$	cotangente hiperbólica de $x$
$\sec(x)$	secante de $x$	$\operatorname{sech}(x)$	secante hiperbólica de $x$
$\csc(x)$	cosecante de $x$	$\operatorname{csch}(x)$	cosecante hiperbólica de $x$
$\operatorname{asin}(x)$	arco cujo seno é $x$	$\operatorname{asinh}(x)$	arco cujo seno hiperbólico é $x$
$\operatorname{acos}(x)$	arco cujo cosseno é $x$	$\operatorname{acosh}(x)$	arco cujo coseno hiperbólico é $x$
$\operatorname{atan}(x)$	arco cuja tangente $x$	$\operatorname{atanh}(x)$	arco cuja tangente hiperbólica é $x$
$\operatorname{acot}(x)$	arco cuja cotangente $x$	$\operatorname{acoth}(x)$	arco cujo cotangente hiperbólica é $x$
$\operatorname{acsc}(x)$	arco cuja cosecante $x$	$\operatorname{acsch}(x)$	arco cujo cosecante hiperbólica é $x$
$\operatorname{asec}(x)$	arco cuja secante $x$	$\operatorname{asech}(x)$	arco cujo secante hiperbólica é $x$

Tabela 4, apostila, p. 15



# FUNÇÕES ELEMENTARES

$x$ :Argumento	←	abs(x)	valor absoluto, ou seja, módulo de $x$
		exp(x)	exponencial (base $e$ )
		fix(x)	arredonda para inteiro, em direção ao zero - p. ex., fix(4.89) = 4
		floor(x)	similar ao comando fix
		round(x)	arredonda para o inteiro mais próximo - p. ex., round(4.89) = 5, round(4.27) = 4
		ceil(x)	arredonda para o próximo inteiro acima - p. ex., ceil(4.27) = 5
		gcd(x, y)	máximo divisor comum entre $x$ e $y$
		lcm(x, y)	mínimo múltiplo comum entre $x$ e $y$
		log(x)	logaritmo natural (base $e$ )
		log10(x)	logaritmo decimal (base 10)
		log2(x)	logaritmo base 2
		[F, E] = log2(X)	desmembra $X$ em ponto-flutuante, i.é, retorna $X = F \cdot 2^E$
		rem(x, y)	resto da divisão de $x$ por $y$ - p. ex., rem(8, 3) = 2
		sign(x)	função sinal de $x$
		sqrt(x)	raiz quadrada de $x$



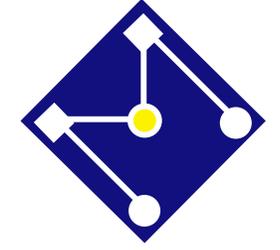
# MANIPULAÇÃO DE MATRIZES

- O tipo numérico padrão usado pelo MATLAB é a matriz de valores em ponto flutuante: números reais ou complexos são armazenados em matrizes 1x1.

The screenshot displays the MATLAB R2015a environment. The Command Window shows the command `A=[2 1 3 4 5]` being entered, with a red box highlighting the command and the text "Comando digitado" next to it. Below the command, the resulting matrix `A` is displayed as a 1x5 row vector: `2 1 3 4 5`. The Workspace window on the right shows a table with the following data:

Name	Value	Min	Max
A	[2 1 3 4 5]	1	5

A red arrow points from the 'A' entry in the Workspace table to the Command Window. The Command History window at the bottom right shows a list of previous commands, including `clear`, `A=(2^4-8)*3`, `B=[2 2 1; 3 7 4; 5 9 0]`, `ver`, `version`, `clc`, `computer`, `ver`, `home`, `computer`, `clc`, `computer`, `clc`, `demo`, and `A=[2 1 3 4 5]`.



```
» B = [5; -4; 6.5]
B=
    5.0000
   -4.0000
    6.5000
```

```
» x=B(2)
x=
   -4
```

```
» M = [2 1 3; 4 6 7; 3 4 5]
M=
     2     1     3
     4     6     7
     3     4     5
```

```
» x=M(2,3)
x=
     7
```

```
» v1 = M(2,:)
v1 =
     4     6     7
```

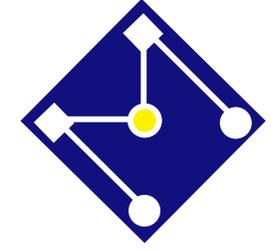
```
» v2 = M(:,1)
v2 =
     2
     4
     3
```

```
» M(1,:) = 5
M =
     5     5     5
     4     6     7
     3     4     5
```

```
» M(2,:) = []
M =
     5     5     5
     3     4     5
```

```
M = [[5; 5; 5] v2 v1']
M =
     5     2     4
     5     4     6
     5     3     7
```

```
» A=[4 5 9];
» A(6)=8
A=
     4     5     9     0     0     8
```



# CUIDADO COM NÚMEROS IMAGINÁRIOS

```
>> A=[1-10*j, 3*j, 5+2*j; 8-3*j, -6, 7-7*j]

A =

    1.0000 -10.0000i    0.0000 + 3.0000i    5.0000 + 2.0000i
    8.0000 - 3.0000i   -6.0000 + 0.0000i    7.0000 - 7.0000i
```

```
>> A'

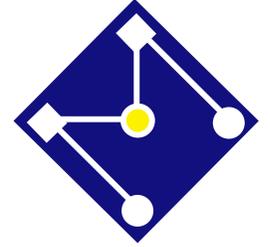
ans =

    1.0000 +10.0000i    8.0000 + 3.0000i
    0.0000 - 3.0000i   -6.0000 + 0.0000i
    5.0000 - 2.0000i    7.0000 + 7.0000i
```

```
>> A.'

ans =

    1.0000 -10.0000i    8.0000 - 3.0000i
    0.0000 + 3.0000i   -6.0000 + 0.0000i
    5.0000 + 2.0000i    7.0000 - 7.0000i
```



# ALGUNS DESTAQUES...

```
[Valor inicial: Incremento: Valor final]
```

```
» v4 = 2:0.5:4
```

```
v4 =
```

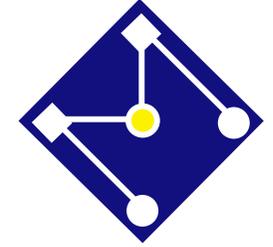
```
2.0000 2.5000 3.0000 3.5000 4.0000
```

impõe o  
**espaçamento**  
entre os valores

```
» y = linspace(10,200,25);
```

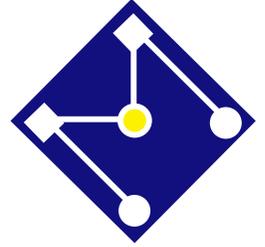
25 valores igualmente  
espaçados entre 10 e 200.

impõe a **quantidade**  
de valores



# OPERAÇÃO ELEMENTO A ELEMENTO

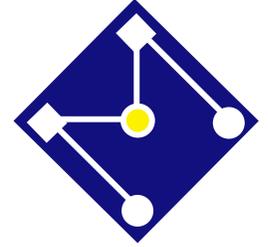
Símb.	Operação	Exemplo
+	Adição escalar-arranjo	$A + b$ $[6 \ 3] + 2 = [8 \ 5]$
-	Subtração escalar-arranjo	$A - b$ $[6 \ 3] - 2 = [4 \ 1]$
+	Adição de arranjos	$A + B$ $[6 \ 3] + [4 \ 8] = [10 \ 11]$
-	Subtração de arranjos	$A - B$ $[6 \ 3] - [4 \ 8] = [2 \ -5]$
.*	Multiplicação de arranjos	$A.*B$ $[6 \ 3].*[4 \ 8] = [6*4 \ 3*8] = [24 \ 24]$
./	Divisão de arranjos à direita	$A./B$ $[6 \ 3]./[4 \ 8] = [6/4 \ 3/8] = [1.5 \ 0.375]$
.\	Divisão de arranjos à esquerda	$A.\B$ $[6 \ 3).\[4 \ 8] = [4/6 \ 8/3] = [0.667 \ 2.667]$
.^	Exponenciação de arranjos	$A.^b$ $[6 \ 3).^2 = [6^2 \ 3^2] = [36 \ 9]$
		$b.^A$ $2.^[6 \ 3] = [2^6 \ 2^3] = [64 \ 8]$
		$A.^B$ $[6 \ 3).^[4 \ 8] == [6^4 \ 3^8] = [1296 \ 6561]$



# MATRIZES ESPECIAIS

Função	Operação
<code>x = eye (n) ;</code>	Retorna uma matriz identidade com dimensão $n \times n$ , isto é, com valores unitários na diagonal principal e nulos nas demais posições.
<code>x = zeros (n) ;</code>	Cria uma matriz quadrada com dimensão $n \times n$ de elementos nulos.
<code>x = zeros (m, n) ;</code>	Cria uma matriz retangular com dimensão $m \times n$ de elementos nulos.
<code>x = ones (n) ;</code>	Semelhante ao comando zeros, gera matrizes com valores unitários (preenchidas com 1's).
<code>rand (n) ;</code>	Cria uma matriz quadrada $n \times n$ de elementos aleatórios distribuídos entre 0 e 1.
<code>randn (n) ;</code>	Cria uma matriz quadrada $n \times n$ de elementos aleatórios que seguem uma distribuição normal, com média 0 e variância 1.

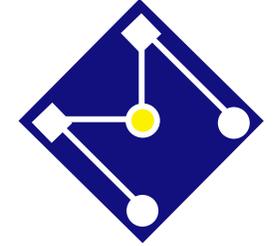
# ESTUDO DE CASO



# EXERCÍCIO APOSTILA PÁG 26

12. Declare a matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 7 & 6 \\ 3 & 12 & 25 & 9 \end{bmatrix}$  e:

- Altere o elemento  $A(2, 1)$  para  $[18]$ .
  - Acrescente uma terceira linha a matriz com os elementos  $[30 \ 21 \ 19 \ 1]$ .
  - Defina o elemento  $A(2, 8)$  como  $[-16]$
  - Defina uma matriz  $B$  que contenha as três primeira linhas da matriz  $A$  e as colunas de 2 a 4.
- A solução de cada item deve estar em uma linha de programação.



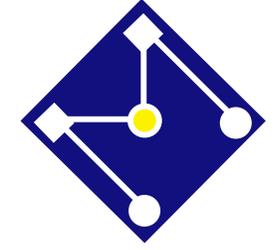
# EXERCÍCIO APOSTILA PÁG 26

13. Dada a matriz:

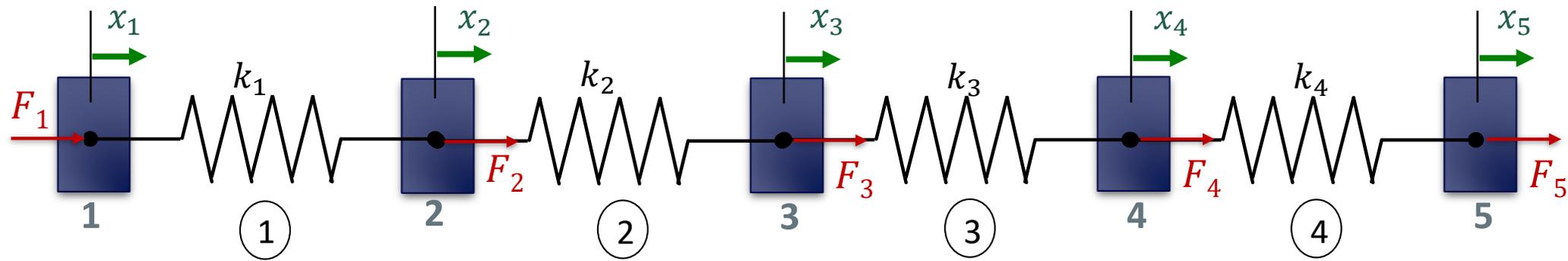
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 & 12 \\ -5 & 9 & 10 & 2 \\ 6 & 13 & 8 & 11 \\ 15 & 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

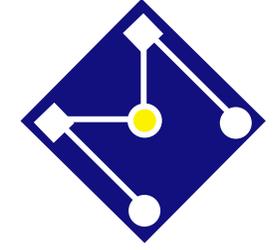
- Ordene cada coluna e armazene o resultado em A1.
- Ordene cada linha e armazene o resultado em A2.
- Some cada coluna e armazene o resultado em b1.
- Some cada linha e armazene o resultado em b2.
- Avaliar o valor máximo no vetor resultante da multiplicação elemento a elemento da segunda coluna de A2 pela primeira coluna de A.
- Utilizar a divisão elemento a elemento para dividir a primeira linha de A pela soma dos três primeiros elementos da terceira coluna de A1.

A solução de cada item deve estar em uma linha de programação.

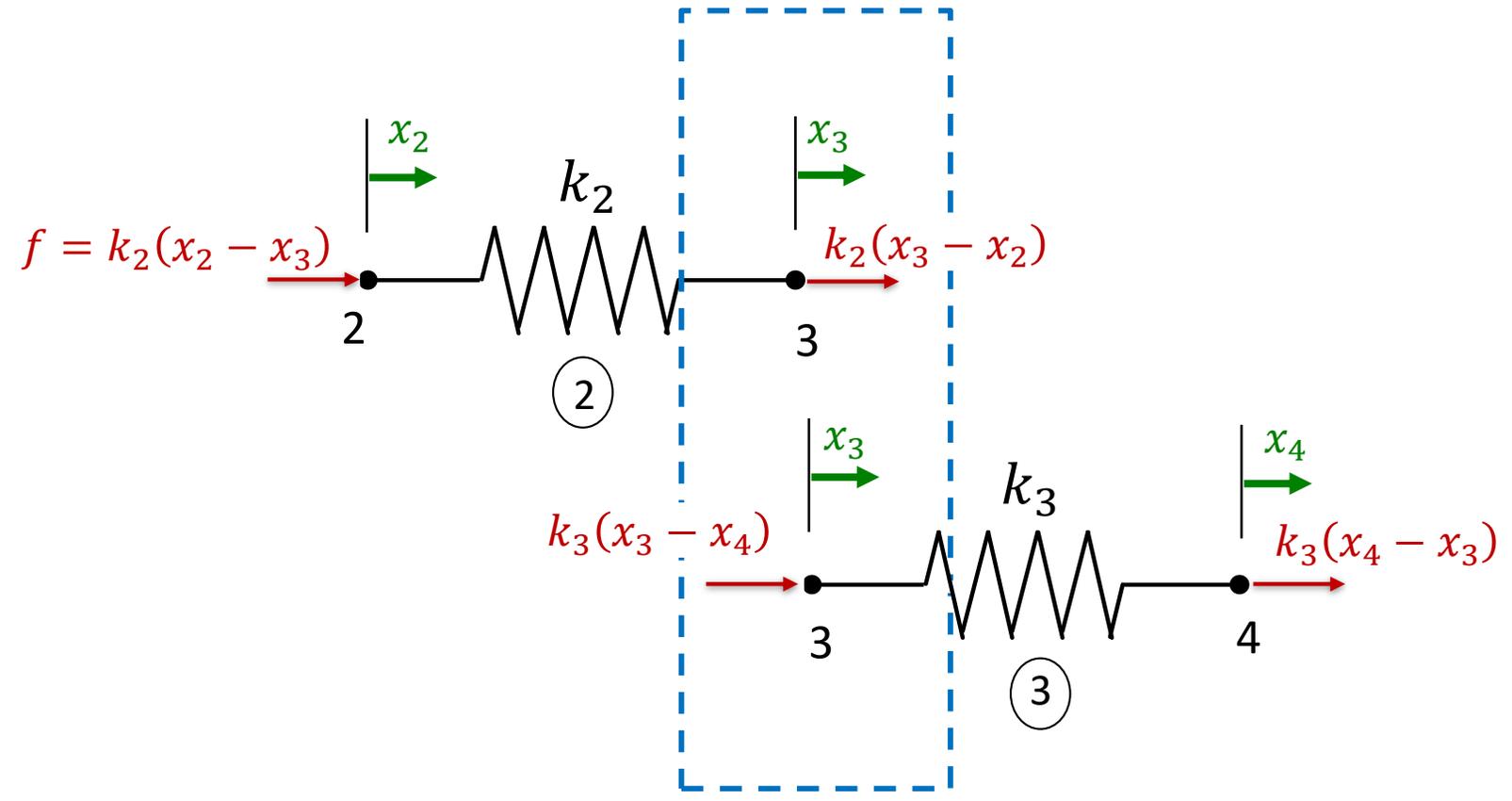


# ELEMENTOS DE MOLA – EX 16

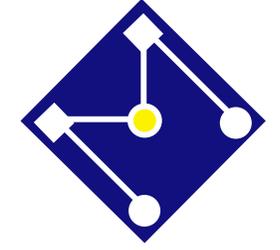




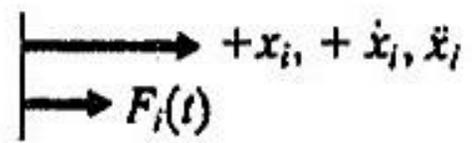
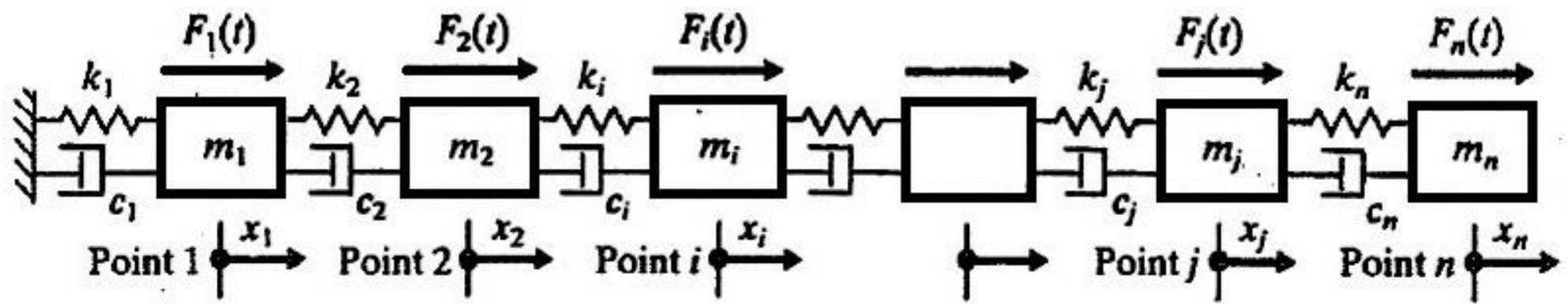
# EXERCÍCIO 16 DA APOSTILA

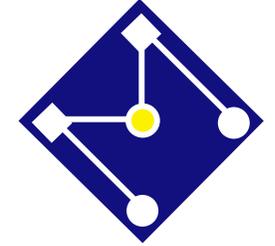


$$F_3 = -x_2 k_2 + x_3 (k_2 + k_3) - x_4 k_3 = 0$$

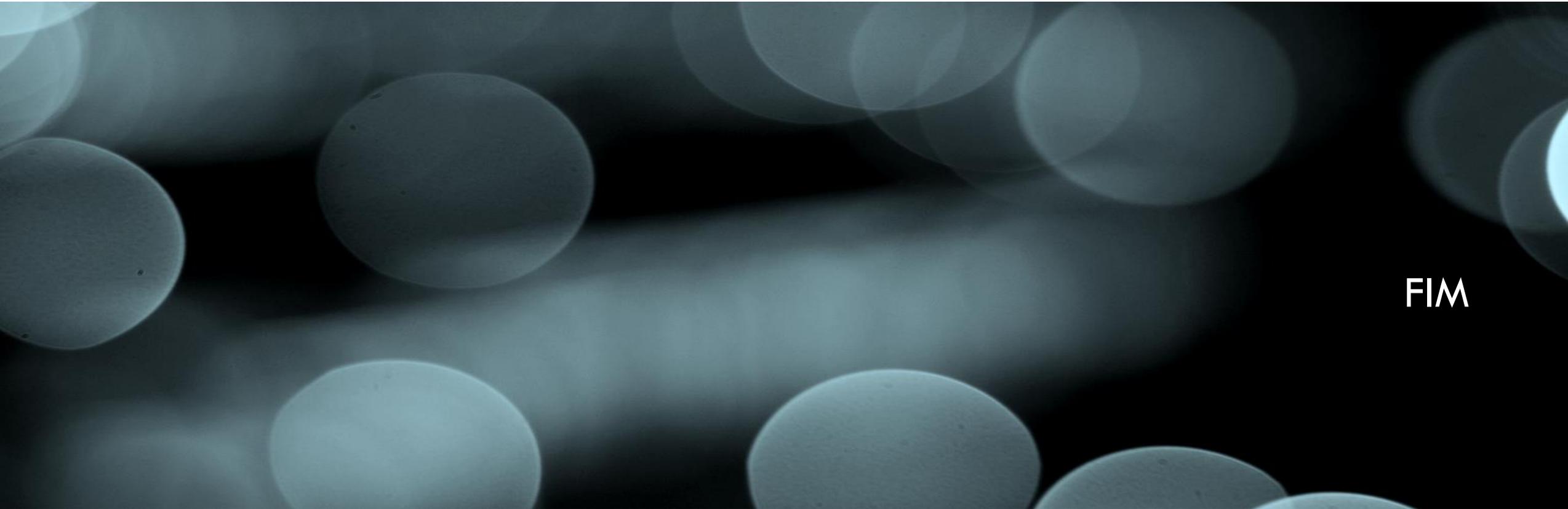


# RESUMO





**Leia os capítulos 1 – 4  
da apostila e faça os  
exercícios propostos  
nos capítulos**



FIM