

Sistemas Complexos

Gonzalo Travieso¹

2020

¹gonzalo@ifsc.usp.br

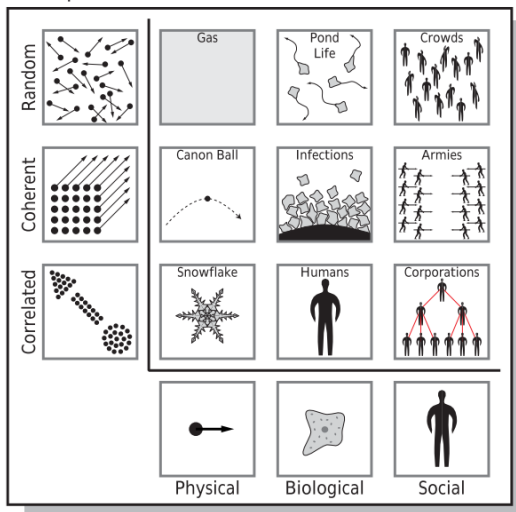
Outline

- 1 Apresentação
- 2 Termos
- 3 Características
- 4 Considerações
- 5 Sistemas: Formalização

Topic

- 1 Apresentação
- 2 Termos
- 3 Características
- 4 Considerações
- 5 Sistemas: Formalização

Geral



O todo e suas partes

Fake news

"O todo é maior do que a soma de suas partes."

Atribuído a *Aristóteles*

O todo e suas partes

Citação

"No entanto, muitas coisas têm uma pluralidade de partes e não são apenas um agregado completo, mas um tipo de conjunto além de suas partes."

Aristóteles – Metafísica

Topic

- 1 Apresentação
- 2 Termos**
- 3 Características
- 4 Considerações
- 5 Sistemas: Formalização

Sistema

Sistema

"Conjunto de elementos, concretos ou abstratos, relacionados entre si."

Houaiss

Complexidade

Simple

"Que não é composto, múltiplo, nem se desdobra em partes."

Hoauiss

Complexo

"Que se compõe de elementos diversos relacionados entre si."

Houaiss

Topic

- 1 Apresentação
- 2 Termos
- 3 Características**
- 4 Considerações
- 5 Sistemas: Formalização

Características de Sistemas Complexos

- Grande número de elementos
 - Elementos são as partes do sistema que podem ser consideradas simples quando analisando o sistema como um todo.
 - Métodos convencionais funcionam apenas para poucos elementos.
- Interação dinâmica entre os elementos.
 - Interação pode ser física ou por troca de informação.
- Múltiplas interações: cada elemento pode influenciar diversos outros.

Características de Sistemas Complexos (cont.)

- **Não-linearidade:** as interações são não lineares, isto é, pequenas causas podem trazer efeitos grandes.
 - Linearidade permite construção de sistema equivalente mais simples.
 - **Sensibilidade a estímulos:** pequenas variações em estímulos podem levar a comportamentos bastante distintos.
 - **Sensibilidade a parâmetros:** pequenas variações em parâmetros podem levar a comportamentos bastante distintos.

Características de Sistemas Complexos (cont.)

- **Alcance limitado:** cada elemento interage apenas com um número limitado de outros elementos.
 - Longo alcance é inviável em sistemas grandes.
 - A influência de um elemento ainda pode se estender indiretamente a todo o sistema
- **Ciclos** nas interações, com a ação de um elemento afetando (indiretamente) esse mesmo elemento.
 - Chamado *feedback*
 - Pode ser **positivo** ou **negativo**
 - **Positivo:** Aumento da atividade estimula seu aumento; diminuição estimula sua diminuição.
 - **Negativo:** Aumento da atividade estimula sua diminuição; diminuição estimula seu aumento.

Características de Sistemas Complexos (cont.)

- **Emergência:** o sistema tem comportamentos novos, não diretamente derivados do comportamento dos elementos.
 - Desordem e aleatoriedade locais são controladas, resultando em ordem global.
 - Ordem com elementos de surpresa em larga escala.
- **Emergência de complexidade:** quando o comportamento total é complexo, partindo de comportamentos simples das partes. (Exemplo: funcionamento de um formigueiro.)
- **Emergência de simplicidade:** quando o comportamento total é simples, partindo de partes complexas. (Exemplo: órbita da Terra.)
- **Emergência local:** Quando o comportamento emergente aparece também em partes do sistema total. (Exemplo: temperatura.)
- **Emergência global:** Quando o comportamento emergente requer o sistema como um todo. (Exemplo: redes neurais.)

Características de Sistemas Complexos (cont.)

- **Sistemas abertos**
 - **Fechado**: não interage com o ambiente.
 - **Aberto**: interage com o ambiente.
 - Definição das bordas pode ser difícil (e dependente da análise desejada) para sistemas abertos.
- **Multiplicidade**: Vários comportamentos são possíveis.
 - **Escolha**: a resposta ao ambiente pode ser variada.
 - **Adaptabilidade**: permite adaptar a mudanças do ambiente.
 - Não-linearidade é necessária para multiplicidade.

Características de Sistemas Complexos (cont.)

- **Não-equilíbrio:** O sistema opera fora do equilíbrio.
 - Fluxo constante de energia com o ambiente.
 - Equilíbrio = Morte.
- **História:** O passado do sistema influencia seu comportamento presente.
- **Decentralização:** Cada elemento é ignorante do comportamento do sistema como um todo.
 - Do contrário, um elemento precisaria ser mais complexo que o sistema como um todo.
- **Múltiplas escalas:** O sistema pode ser decomposto em diversas escalas distintas, com comportamentos diversos.

Topic

- 1 Apresentação
- 2 Termos
- 3 Características
- 4 Considerações**
- 5 Sistemas: Formalização

Restrição de detalhes

As análises devem considerar propriedades dos sistema que dependem do menor número possível de detalhes.

Comportamentos

A complexidade de um sistema está associada ao número de possíveis comportamentos diferentes.

Complexidade

Podemos definir informalmente como o comprimento (em *bits*, por exemplo) da descrição de seus comportamentos.

Escala

A complexidade de um sistema depende da escala:

- Gás:
 - Grande complexidade microscópica.
 - Baixa complexidade macroscópica.
- Ser humano:
 - Menor complexidade microscópica.
 - Maior complexidade macroscópica.

Perfil de complexidade

Como a complexidade decai com a escala depende do sistema.

- **Sistemas aleatórios:** Alta complexidade microscópica, baixa complexidade macroscópica (e.g. teorema do limite central).
- **Sistemas coerentes:** Baixa complexidade em todos os níveis.
- **Sistemas correlacionados:** correlações diminuem a complexidade em níveis mais baixo (menos aleatoriedade) e aumentam nos níveis intermediários e mais altos.

Lei da Variedade Requerida

- Para ser eficaz, um sistema tem que ser ao menos tão complexo quanto os comportamentos do ambiente aos quais tem que responder.
- Isto deve ocorrer em todas as escalas de funcionamento.
- Exemplo: **Saúde**
 - **Vacinação**: Poucos comportamentos (produção distribuição e aplicação das vacinas) que devem ser efetuados em larga escala.
 - **Atendimento**: Grande diversidade de comportamentos possíveis (adaptando a doenças e condições dos enfermos). Atuação em grupos pequenos é viável.

Compromissos

- Maior complexidade em largas escalas necessita redução de complexidade em baixas escalas (operação correlacionada de elementos).
- **Eficiência** requer coordenação de ações (menor complexidade).
- **Adaptabilidade** requer diversas ações independentes (maior complexidade).

Hierarquias

- Complexidade nos diversos níveis depende de quão controladas elas são.
- Decisões em níveis mais altos permitem maior eficiência.
- Decisões em níveis mais baixos permitem maior adaptabilidade.

Separação de escalas

- Em certos sistemas os comportamentos em larga escala e pequena escala são claramente separados (sem muita coisa acontecendo em escalas intermediárias). Comportamento em larga escala é determinado essencialmente por médias.
- Ocorre quando flutuações estatísticas nos elementos são independentes.
- Quando interação entre componentes não podem ser desprezadas, não há separação de escalas. Comportamento em larga escala é essencialmente determinado pela interações.

Distribuições

- Quando os elementos agem independentemente, flutuações seguem uma distribuição normal (teorema do limite central).
- Interdependências geram **distribuições de cauda pesada**.

Problemas na análise de sistemas complexos

- É mais fácil coletar dados sobre componentes do que sobre interações, mas interações são muito importantes.
- Análises de dados subestimam eventos raros (extremos), devido à cauda pesada das distribuições.
- Frequentemente se assume linearidade, o que não é válido em muitos casos.

Universalidade

- Certas características são independentes de detalhes microscópicos.
- Essas características podem se manifestar de forma semelhante em sistemas de origem completamente diferente.
- Chamamos essas características de **universais**
- Exemplos:
 - Propagação de som independe dos detalhes microscópicos do meio.
 - Violência étnica independe de características culturais (depende da distribuição geográfica das etnias).

Processos evolucionários

Adaptabilidade pode ser gerada por processos evolucionários:

- Variações aleatórias nos comportamentos dos elementos.
- Cópia favorecida para elementos mais adaptados ao ambiente.

Cooperação e competição

- Cooperação em um nível pode ser usada para ajudar a competir em nível superior.
- Subgrupos onde existe muita competição interna podem ser evolucionariamente eliminados.
- Competição entre grupos podem ser necessária para adaptabilidade do sistema como um todo.

Topic

- 1 Apresentação
- 2 Termos
- 3 Características
- 4 Considerações
- 5 Sistemas: Formalização**

Sistemas fechados e abertos

Fechado Não interage com o ambiente (isolado).

Aberto Interage com o ambiente.

Entradas e saídas

Um sistema aberto tanto recebe estímulos do ambiente como atua sobre ele:

Entradas Conjunto de estímulos ou ações do ambiente sobre o sistema.

Saídas Conjunto de estímulos ou ações do sistema sobre o ambiente.

Representamos por vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} , não necessariamente da mesma dimensão.

Transformação

O sistema pode ser representado como um **transformação**: algo que transforma as entradas em saídas.

$$\mathbf{y} = H\{\mathbf{x}\}$$

Este é um ponto de vista "externo", que se interessa sobre as relações do sistema com o ambiente, sem focar no que ocorre dentro do sistema. (Usamos $\{\}$ para deixar claro que a transformação não é necessariamente uma função.)

Exemplos

- $y(t) = 3x(t).$
- $y(t) = 2\frac{dx(t)}{dt} - x(t) + 4$
- $y(t) = \frac{d^2x_1(t)}{dt^2} - \frac{dx_2(t)}{dt}$

Tempo

A interação entre sistema e ambiente se desenrola no tempo. Temos duas possibilidades:

Tempo contínuo Neste caso, temos um valor para cada entrada e saída, para cada instante de tempo, isto é, os vetores são funções do tempo: $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$.

Tempo discreto Neste caso, há (ou estamos interessados em) mudanças apenas em instantes específicos. Os vetores serão sequências \mathbf{x}_t e \mathbf{y}_t .

Exemplos

- $y(t) = a \frac{d^2x(t)}{dt^2} - b \frac{dx(t)}{dt} + cx(t)$
- $y_{t+1} = 3x_t - 2x_{t-1}$

Dependência do tempo

Sistema fixo (ou invariante no tempo, ou estacionário) é um sistema cuja saída para uma dada entrada independe do instante em que ela foi aplicada.

Sistema variável (ou variante no tempo, ou não-estacionário) é um sistema cuja saída para uma dada entrada depende do instante em que ela foi aplicada. Para sistemas variáveis em geral usa-se $y(t) = H\{x(t); t\}$ para deixar claro a dependência com o tempo.

Um sistema é fixo se e somente se, dado $\mathbf{y}(t) = H\{\mathbf{x}(t)\}$, temos:

$$\mathbf{y}(t - \tau) = H\{\mathbf{x}(t - \tau)\}$$

para quaisquer $\mathbf{x}(t)$ e τ . (Idem para sistemas discretos.)

Exemplos

- Fixo: $y(t) = 3x(t)$, pois $y(t - \tau) = 3x(t - \tau) = H\{x(t - \tau)\}$
- Variável: $y(t) = tx(t)$, pois $y(t - \tau) = (t - \tau)x(t - \tau)$, enquanto $H\{x(t - \tau); t\} = tx(t - \tau)$.

Causalidade

Sistema causal A resposta não depende de valores futuros da entrada.

Sistema não-causal A resposta depende de algum valor futuro da entrada.

O sistema é causal se e somente se

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{x}_2(t), \quad t < t_0 \implies \mathbf{y}_1(t) = \mathbf{y}_2(t), \quad t < t_0$$

Exemplos

- Causal: $y_{t+1} = 3x_{t+1} - 2x_t$
- Não-causal: $y_{t+1} = 3x_{t+1} - 2x_{t+2}$

Memória

Sistema instantâneo é aquele onde a saída em um dado instante t depende apenas da entrada nesse mesmo instante.

Sistema dinâmico é aquele onde a saída pode depender de valores passados ou futuros da entrada.

Note que, se o sistema é instantâneo, então a transformação H é na verdade apenas uma **função** da entrada $\mathbf{x}(t)$ e do instante t .

Exemplos

- Instantâneo: $y_t = 3x_t$
- Dinâmico: $y_t = 3x_t - 2x_{t-1}$
- Instantâneo: $y(t) = 2x(t)$
- Dinâmico: $y(t) = \frac{1}{2} \frac{dx(t)}{dt}$

Linearidade

Um sistema é dito **linear** se e somente se ele satisfaz:

Proporcionalidade Se $\mathbf{y}(t) = H\{\mathbf{x}(t)\}$ e se c é um escalar, então

$$H\{c\mathbf{x}(t)\} = c\mathbf{y}(t)$$

Aditividade Se $\mathbf{y}_1(t) = H\{\mathbf{x}_1(t)\}$ e $\mathbf{y}_2(t) = H\{\mathbf{x}_2(t)\}$, então

$$H\{\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{x}_2(t)\} = \mathbf{y}_1(t) + \mathbf{y}_2(t)$$

Caso contrário, o sistema é **não-linear**.

Exemplos

- Linear: $y(t) = 4 \frac{dx(t)}{dt}$, pois:
 - Aplicando $ax(t)$ na entrada temos $4 \frac{d[ax(t)]}{dt} = a \left[4 \frac{dx(t)}{dt} \right] = ay(t)$.
 - Aplicando $x_1(t) + x_2(t)$ temos

$$4 \frac{d[x_1(t) + x_2(t)]}{dt} = 4 \frac{dx_1(t)}{dt} + 4 \frac{dx_2(t)}{dt} = y_1(t) + y_2(t),$$

onde $y_1(t)$ e $y_2(t)$ são as respostas a $x_1(t)$ e $x_2(t)$ respectivamente.

- Não-linear: $y_t = x_t^2$, pois a resposta a ax_t será $a^2 x_t^2 \neq ay_t$.

Informação

- Suponha um sistema com Ω estados possíveis.
- Para diferenciar esses estados, precisamos números com $I = \log_2(\Omega)$ bits.
- Considerando o **microestado** de um sistema físico, temos a entropia $S = k \ln(\Omega) = k \ln(2)I$.
- Aproximadamente 10 bits de informação por átomo.
- Portanto, aproximadamente 10^{24} bits de informação em um pouco (macroscópico) de matéria.
- Maior entropia ocorre no equilíbrio.

Informação (cont.)

- Estamos interessados no **macroestado**.
- Ordem no macroestado requer informação para sua descrição.
- Precisam existir **correlações** entre partes do sistema.
- Correlações diminuem a entropia do microestado.
- Portanto, o sistema **não está em equilíbrio**.