

# **4323201 - Física Experimental A**

## *IFUSP 2020*

**Prof. Alain André Quivy**

Instituto de Física  
Edifício Principal - Ala II, sala 109  
(no final do corredor, na frente do bandeirão)

Fone: **3091-7147**  
e-mail: **[aquivy@if.usp.br](mailto:aquivy@if.usp.br)**

# Disciplina obrigatória oferecida pelo IFUSP aos estudantes do terceiro semestre da Escola Politécnica:

Só farão 5 dos 6 experimentos: 2<sup>a</sup>-5<sup>a</sup>: exp 0 - 4  
6<sup>a</sup>: exp 0 - 5

- EXP0** - Reflexo motor. Introdução às medidas em Física, incerteza experimental, Algarismos significativos, propagação de erros.
- EXP1** - Queda Livre. MRUV, integrais e derivadas numéricas.
- EXP2** - Colisão 2D. Mesa de ar, conservação de energia e do momento linear.
- EXP3** - Viscosidade. Viscosímetro de Stokes, paquímetro, micrômetro.
- EXP4** - Cordas vibrantes. Ondas estacionárias, ressonância, determinação empírica da lei de ondas estacionárias.
- EXP5** - Lei de Resfriamento de Newton. Calor, temperatura, transição de fase (6<sup>a</sup>).
- REP** - Reposição da aula perdida, (**Semana de reposição 15-19/06/2020, peso 80% da nota**)
- EXE** – 3 listas de exercícios obrigatórios sobre Algarismos significativos, incertezas, propagação. **Pela internet durante o semestre, aberto por 2 semanas, sem limite de tentativa, 10 % da nota final.**

# Objetivos

Rever os **conteúdos de Física 1 e 2** através de experimentação participativa realizada num ambiente de trabalho ativo “*hands on*”.

Aplicar **metodologias do trabalho experimental** que contribuam para a compreensão dos resultados obtidos (teste de hipóteses, **métodos estatísticos, análise de incertezas, tratamento de dados**, gráficos, instrumentação, etc.);

Espera-se que ao final o aluno seja capaz de **planejar e executar um experimento**, gerando uma medida ou o resultado desejado num ambiente de trabalho cooperativo e organizado.

# Horários e equipe para Física Experimental A

**Local:** Laboratório Didático do Instituto de Física da USP, Edifício Principal, Ala Central, subsolo, de segunda a sexta-feira das 13:10 às 16:40.

**Organização:** 5 experiências no IF + exercícios pela internet + 1 reposição. EXP0 para todas as turmas no mesmo tempo. A partir da experiência seguinte, num determinado dia, **cada turma terá um experimento diferente.** **Veja bem qual é a sua turma, sala e experiência no dia certo.**

**Site:** <https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=74696>

**Horário:** 13:10 – 16:40

**Tolerância 10 minutos**

**T > 10 min, perderá a provinha de entrada (Nota = 0/2).**

Não será permitida a entrada de aluno fora do horário ou fora da sua turma (Nota = 0 ou reposição no final do semestre).

# Procedimentos

Exceto para a EXP0



- A leitura prévia, *em casa*, da apostila (Guia de estudo no site) será avaliada através de um teste rápido (**5-10 min**) no início de cada aula e valerá **20% da nota** da experiência;
- Apresentação oral do experimento pelo professor. Discussão de dúvidas e primeiro contato com o equipamento experimental;
- Execução: O Guia de Trabalho **impresso e distribuído em classe**, deve ser preenchido e **entregue no final da aula**. **O relatório vale 80% da nota** da experiência. **Pessoas dormindo ou usando redes sociais terão pontos a menos no relatório**.
- O relatório e as provinhas serão corrigidos rapidamente e entregues na aula seguinte. **As notas serão lançadas quinzenalmente no Stoa** e, no final do semestre, no Júpiter.

# Computadores, tablets, celulares e calculadoras

O uso de dispositivos eletrônicos para execução de cálculos e relatórios é recomendado e incentivado.

Instale seus programas preferidos para edição e cálculo. Provavelmente eles também serão usados em suas atividades profissionais. O quanto antes aprender a usá-los, melhor.

O laboratório é uma atividade que exige concentração: **desligue-se de suas redes sociais** por um tempo para acompanhar as aulas com atenção (PERDA DE NOTA!!).

Colas e plágios serão punidos com nota ZERO + encaminhamento do caso ao Coordenador da disciplina.

Excel, Origin, Web-root, **Octave** (celu + online)  
Descriptive Statistics Tools (Android)  
Reflex test, Human benchmark (Android)

Muitas calculadoras científicas têm funções estatísticas embutidas. Verifique o manual da sua calculadora

PC: <https://faculty.washington.edu/chudler/java/redgreen.html>

# Horários e Turmas

(sujeito a alteração. [Consulte semanalmente!!](#))

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=74696>

## 4323201 Física Experimental A

Experiência		Professor responsável	
E0	Introd. incerteza / Refl. motor	Leandro	<a href="mailto:lguasques@if.usp.br">lguasques@if.usp.br</a>
E1	Queda livre	Alain	<a href="mailto:aquivy@if.usp.br">aquivy@if.usp.br</a>
E2	Colisão 2D	Marisilvia Valdir	<a href="mailto:mari@if.usp.br">mari@if.usp.br</a> <a href="mailto:scarduelli@if.usp.br">scarduelli@if.usp.br</a>
E3	Viscosidade	Alain	<a href="mailto:aquivy@if.usp.br">aquivy@if.usp.br</a>
E4	Cordas vibrantes	Rubens	<a href="mailto:rubens@if.usp.br">rubens@if.usp.br</a>
E5	Lei de resfriamento	Eloisa	<a href="mailto:eloisa@if.usp.br">eloisa@if.usp.br</a>
REP	Experimento perdido		

# Salas, professores e experiências

## 4323201 Física Experimental A 2020 V1

datas	sala	2a (13:10-16:40)			3a (13:10-16:40)			4a (13:10-16:40)			5a (13:10-16:40)			6a (13:10-16:40)		
		Turma	exp	prof.	Turma	exp	prof.	Turma	exp	prof.	Turma	exp	prof.	Turma	exp	prof.
02/03/2020 06/03/2020	1023															
	1025															
	1019															
	1026															
	1017															
09/03/2020 13/03/2020	1023	21,1	E0	Matheus	31,1	E0	Felipe G	41,1	E0	Alain	52,1	E0	Alain	62,1	E0	Alain
	1025	21,2	E0	Thiago	31,2	E0	Valdir	41,2	E0	Luciene	52,2	E0	Yan	62,2	E0	Roger
	1019	21,3	E0	Franz	31,3	E0	Marisilvia	41,3	E0	Felipe D	52,3	E0	Eloisa	62,3	E0	Keiser
	1026	21,4	E0	Rubens	31,4	E0	Armando	41,4	E0	Leandro	52,4	E0	Juliana	62,4	E0	Rafael
	1017													62,5	E0	Marcelo
16/03/2020 20/03/2020	1023	22,1	E0	Matheus	32,1	E0	Felipe G	42,1	E0	Alain	51,1	E1	Alain	61,1	E1	Alain
	1025	22,2	E0	Thiago	32,2	E0	Valdir	42,2	E0	Luciene	51,2	E2	Yan	61,2	E2	Roger
	1019	22,3	E0	Franz	32,3	E0	Marisilvia	42,3	E0	Felipe D	51,3	E3	Eloisa	61,3	E3	Keiser
	1026	22,4	E0	Rubens	32,4	E0	Armando	42,4	E0	Leandro	51,4	E4	Juliana	61,4	E4	Rafael
	1017													61,5	E5	Marcelo
23/03/2020 27/03/2020	1023	21,1	E1	Matheus	31,1	E1	Felipe G	41,1	E1	Alain	P1					
	1025	21,2	E2	Thiago	31,2	E2	Valdir	41,2	E2	Luciene						
	1019	21,3	E3	Franz	31,3	E3	Marisilvia	41,3	E3	Felipe D						
	1026	21,4	E4	Rubens	31,4	E4	Armando	41,4	E4	Leandro						
	1017															
30/03/2020 03/04/2020	1023	P1									52,1	E1	Alain	62,1	E1	Alain
	1025										52,2	E2	Yan	62,2	E2	Roger
	1019										52,3	E3	Eloisa	62,3	E3	Keiser
	1026										52,4	E4	Juliana	62,4	E4	Rafael
	1017													62,5	E5	Marcelo
06/04/2020 10/04/2020	1023	Semana Santa														
	1025															
	1019															
	1026															
	1017															
13/04/2020 17/04/2020	1023	22,1	E1	Matheus	32,1	E1	Felipe G	42,1	E1	Alain	51,2	E1	Alain	61,2	E1	Alain
	1025	22,2	E2	Thiago	32,2	E2	Valdir	42,2	E2	Luciene	51,3	E2	Yan	61,3	E2	Roger
	1019	22,3	E3	Franz	32,3	E3	Marisilvia	42,3	E3	Felipe D	51,4	E3	Eloisa	61,4	E3	Keiser
	1026	22,4	E4	Rubens	32,4	E4	Armando	42,4	E4	Leandro	51,1	E4	Juliana	61,5	E4	Rafael
	1017													61,1	E5	Marcelo



20/04/2020	24/04/2020	1023	Feriado								52,2	E1	Alain	62,2	E1	Alain	
		1025									52,3	E2	Yan	62,3	E2	Roger	
		1019									52,4	E3	Eloisa	62,4	E3	Keiser	
		1026									52,1	E4	Juliana	62,5	E4	Rafael	
		1017											62,1	E5	Marcelo		
27/04/2020	01/05/2020	1023	21,2	E1	Matheus	31,2	E1	Felipe G	41,2	E1	Alain	Feriado					
		1025	21,3	E2	Thiago	31,3	E2	Valdir	41,3	E2	Luciene						
		1019	21,4	E3	Franz	31,4	E3	Marisilvia	41,4	E3	Felipe D						
		1026	21,1	E4	Rubens	31,1	E4	Armando	41,1	E4	Leandro						
		1017															
04/05/2020	08/05/2020	1023	22,2	E1	Matheus	32,2	E1	Felipe G	42,2	E1	Alain	51,3	E1	Alain	61,3	E1	Alain
		1025	22,3	E2	Thiago	32,3	E2	Valdir	42,3	E2	Luciene	51,4	E2	Yan	61,4	E2	Roger
		1019	22,4	E3	Franz	32,4	E3	Marisilvia	42,4	E3	Felipe D	51,1	E3	Eloisa	61,5	E3	Keiser
		1026	22,1	E4	Rubens	32,1	E4	Armando	42,1	E4	Leandro	51,2	E4	Juliana	61,1	E4	Rafael
		1017											61,2	E5	Marcelo		
11/05/2020	15/05/2020	1023	22,3	E1	Matheus	32,3	E1	Felipe G	41,3	E1	Alain	P2					
		1025	22,4	E2	Thiago	32,4	E2	Valdir	41,4	E2	Luciene						
		1019	22,1	E3	Franz	32,1	E3	Marisilvia	41,1	E3	Felipe D						
		1026	21,2	E4	Rubens	31,2	E4	Armando	41,2	E4	Leandro						
		1017															
18/05/2020	22/05/2020	1023	P2								52,3	E1	Alain	62,3	E1	Alain	
		1025									52,4	E2	Yan	62,4	E2	Roger	
		1019									52,1	E3	Eloisa	62,5	E3	Keiser	
		1026									52,2	E4	Juliana	62,1	E4	Rafael	
		1017											62,2	E5	Marcelo		
25/05/2020	29/05/2020	1023	22,3	E1	Matheus	32,3	E1	Felipe G	42,3	E1	Alain	51,4	E1	Alain	61,4	E1	Alain
		1025	22,4	E2	Thiago	32,4	E2	Valdir	42,4	E2	Luciene	51,1	E2	Yan	61,5	E2	Roger
		1019	22,1	E3	Franz	32,1	E3	Marisilvia	42,1	E3	Felipe D	51,2	E3	Eloisa	61,1	E3	Keiser
		1026	22,2	E4	Rubens	32,2	E4	Armando	42,2	E4	Leandro	51,3	E4	Juliana	61,2	E4	Rafael
		1017											61,3	E5	Marcelo		
01/06/2020	05/06/2020	1023	22,4	E1	Matheus	32,4	E1	Felipe G	42,4	E1	Alain	52,4	E1	Alain	62,4	E1	Alain
		1025	22,1	E2	Thiago	32,1	E2	Valdir	42,1	E2	Luciene	52,1	E2	Yan	62,5	E2	Roger
		1019	22,2	E3	Franz	32,2	E3	Marisilvia	42,2	E3	Felipe D	52,2	E3	Eloisa	62,1	E3	Keiser
		1026	21,3	E4	Rubens	31,3	E4	Armando	41,3	E4	Leandro	52,3	E4	Juliana	62,2	E4	Rafael
		1017											62,3	E5	Marcelo		
08/06/2020	12/06/2020	1023	22,4	E1	Matheus	32,4	E1	Felipe G	42,4	E1	Alain	Feriado					
		1025	22,1	E2	Thiago	32,1	E2	Valdir	42,1	E2	Luciene						
		1019	22,2	E3	Franz	32,2	E3	Marisilvia	42,2	E3	Felipe D						
		1026	22,3	E4	Rubens	32,3	E4	Armando	42,3	E4	Leandro						
		1017															
15/06/2020	19/06/2020	1023	R1	E1	Matheus	R2	E1	Felipe G	R3	E1	Alain	R4	E1	Alain	R5	E1	Alain
		1025		E2	Thiago		E2	Valdir		E2	Luciene		E2	Yan		E2	Roger
		1019		E3	Franz		E3	Marisilvia		E3	Felipe D		E3	Eloisa		E3	Keiser
		1026		E4	Rubens		E4	Armando		E4	Leandro		E4	Juliana		E4	Rafael
		1017												E5		Marcelo	

# Notas e aprovação na disciplina

$$\text{Média dos relatórios} = M_R = \frac{\sum_{i=0}^{i=4} (N_{\text{provinha}_i} + N_{\text{relatório}_i})}{5}$$

$$\text{Média dos exercícios} = M_E = \frac{\sum_{i=1}^{i=j} N_{\text{exercício}_i}}{j} \quad j=3$$

$$\text{Média final} = M_F = 0.9 M_R + 0.1 M_E$$

- **O aluno será aprovado se tiver simultaneamente**

$$M_F \geq 5.0 \text{ e frequência nos laboratórios} \geq 70\%$$

- Só será permitida uma única reposição, no final do semestre (15-19/06/2020), após reserva online da vaga (100 vagas)
- Um aluno com mais de uma falta será automaticamente reprovado ( $f < 70\%$ )
- Não haverá recuperação!!!!

A Física é basicamente uma ciência experimental

→ Precisa fazer medidas

Mas toda medida possui algum tipo de erro

→ Precisa estimar os erros e apresentar o resultado da medida da forma

$$X \pm \sigma_T$$

Para isso, precisa saber

o que	}	medir
como		
com que		

- Escolher o **instrumento adequado** (trena, régua, paquímetro, micrômetro)
- Saber **usa-lo corretamente** (manuseio, calibração, manual)
- **Estimar o erro cometido** durante a medida, que **pode vir**
  - do **objeto/grandezas** a ser medido (forma irregular)
  - do **instrumento** de medida (calibração, erro intrínseco (manual))
  - do **operador** (condições difíceis, tempo de reação (cronômetro))
  - de **fatores externos** (variação de temperatura, vento, movimento)

→ Qual vai ser o erro total ???

- Apresentar o resultado e o erro final com o número correto de **algarismos** e a **unidade** certa.

# Medida, erro e incerteza

**Valor verdadeiro:** Valor exato da grandeza que ninguém conhece

**Valor medido:** Aquele que a gente acaba obtendo pela medida

**Erro:** diferença entre o valor verdadeiro e o valor médio

→ o erro nunca é conhecido!!!!

Tudo que podemos fazer é estimar o erro  
Neste caso, ele se chama incerteza ou desvio

Todo mundo chama **erroneamente** a incerteza de erro (abuso de linguagem)

## Tipos de erro

**Grosseiro:** Aquele que não pode/deve acontecer. Descartar a medida ou refazê-la

**Instrumental:** Devido à precisão intrínseca do instrumento (ver manual,  $\frac{1}{2}$  da menor divisão para uma régua)

**Sistemático:** Aquele que ocorre em todas as medidas, sempre na mesma direção e com o mesmo valor. Em geral, tem que ser corrigido.

- Aparelho mal calibrado, mau uso do equipamento
- Tempo de reação humana, aperto no gatilho

**Aleatório:** As condições de medida não são exatamente reprodutíveis (operador, objeto, fatores ambientais). Este erro pode ser minimizado tomando um grande número de medidas. Por isto é também chamado de **erro estatístico**.

## Erro estatístico (aleatório)

A mesma grandeza é medida  $n$  vezes e produz  $n$  resultados  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ )

Valor médio: 
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Desvio padrão das medidas: 
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

Desvio padrão do valor médio: 
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\sigma_{\bar{x}}$  determina um intervalo de confiança  $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$  dentro do qual o valor verdadeiro de  $\bar{x}$  tem 68% de probabilidade de ser encontrado. Se usar um intervalo com  $2\sigma$  ou  $3\sigma$ , a probabilidade sobe para 95 ou 99%.

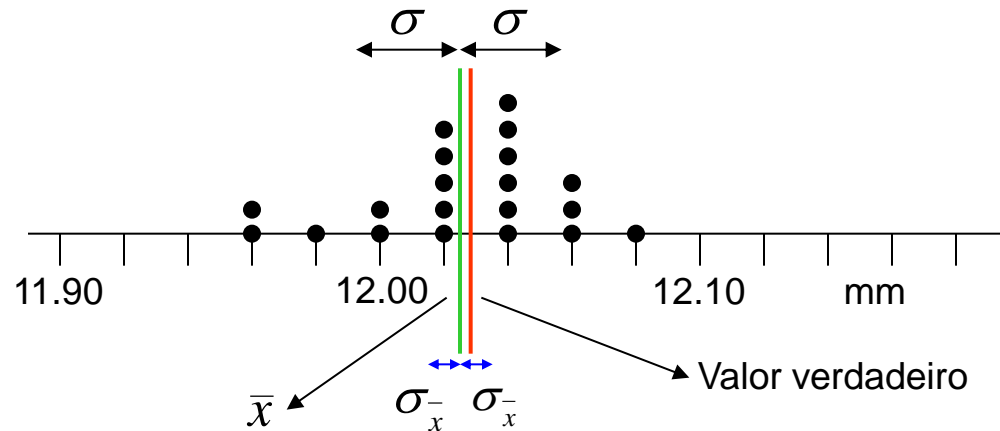
## Interpretação física de $\sigma$ e $\sigma_x^-$

20 medidas do tamanho de um mesmo grão de feijão com paquímetro

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 12.025 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} = 0.0324 \text{ mm}$$

$$\sigma_x^- = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.00724 \text{ mm}$$



$\sigma$  dá uma informação a respeito do espalhamento dos dados em torno do valor médio (medidas parecidas ou não)

$\sigma_x^-$  indica que o valor verdadeiro está no intervalo  $\bar{x} \pm \sigma_x^-$

(com 68% de probabilidade!!)

O ideal seria tomar uma infinidade de medidas para ter  $\sigma_x^- = 0$ , e então o valor verdadeiro seria igual ao valor médio  $\bar{x}$ . Mas isto não é possível!!!!



E se existir mais de um tipo de erro??

(erro sistemático, instrumental, estatístico)

Qual vai ser a incerteza total da medida???

## E se existir mais de um tipo de erro??

(erro sistemático, instrumental, estatístico)

A incerteza total da medida se chama **INCERTEZA COMBINADA**

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_{sist.}^2 + \sigma_{instrum.}^2 + \sigma_{estat.}^2} = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} \text{ onde } i = \text{sist., instrum., estat.}$$

Numa medida, existe sempre, no mínimo, o erro instrumental.

→ Jamais uma medida pode ser apresentada sem incerteza!!!

No exemplo anterior da medida do grão de feijão com o paquímetro ( $\sigma_{paq}=0.02\text{mm}$ ), vamos supor que não houve erro sistemático:

$$\rightarrow \sigma_c = \sqrt{\sigma_{estat.}^2 + \sigma_{instr.}^2} = \sqrt{(0.00724)^2 + (0.02)^2} \text{ mm} = 0.0212 \text{ mm}$$

Neste caso, não adianta medir muitas vezes. É o instrumento que limita a incerteza final. Tem que usar um instrumento mais preciso!!!!!!

# Como apresentar o resultado final corretamente????

$$\bar{x} \pm \sigma_c$$

- Expressar  $\bar{x}$  e  $\sigma_c$  na mesma unidade e na mesma potência de 10
- Escrever  $\sigma_c$  com um algarismo significativo (existem outras convenções!).
- “0” na frente nunca é significativo (0.0000352060)
- Escrever  $\bar{x}$  com o mesmo número de casas decimais que  $\sigma_c$
- Arredondar quando precisar
- $\sigma_c$  é sempre  $>0$

QUEM MANDA É A INCERTEZA!!!

## O que é um algarismo significativo?

É qualquer algarismo exato de uma medida ou o primeiro algarismo duvidoso

Um algarismo exato é aquele que não varia durante a medida.

Um algarismo duvidoso é aquele que varia durante a medida.

## Voltagem medida com um voltímetro

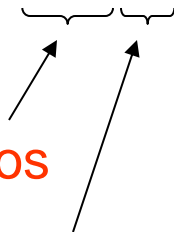
1.3588 V

1.3548 V

1.3567 V

1.3522 V

1.3571 V



Os algarismos 1, 3 e 5 são **exatos**

Os algarismos 6 e 7 são **duvidosos**

Os algarismos 1, 3, 5 e 6 **são significativos**

Qual é o valor médio  
das medidas  
corretamente escrito?

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{n} = 1.35592 \text{ V}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{V} - V_i)^2} = 0.0025193 \text{ V}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.001127 \text{ V}$$

$$\sigma_{ap} = 0.0007 \text{ V (ver manual)}$$

$$\sigma_c = \sqrt{(0.001127)^2 + (0.0007)^2} = 0.001327 \text{ V}$$

$$(1.356 \pm 0.001) \text{ V}$$

Escrever da maneira correta os resultados seguintes

$(1954.64 \pm 1.0934) \text{ s}$

$(1.24868 \pm 0.03857) \text{ m}$

$834.3456 \text{ mm} \pm 2.34 \text{ cm}$

$(0.0009575 \pm 0.0579) \text{ m}$

$(873556.34 \pm 845.29) \text{ km}$

Escrever da maneira correta os resultados seguintes

$(1954.64 \pm 1.0934) \text{ s}$

$(1955 \pm 1) \text{ s}$

$(1.24868 \pm 0.03857) \text{ m}$

$(1.25 \pm 0.04) \text{ m}$

$834.3456 \text{ mm} \pm 2.34 \text{ cm}$

$(83 \pm 2) \text{ cm}$

$(0.0009575 \pm 0.0579) \text{ m}$

$(0.00 \pm 0.06) \text{ m}$

$(873556.34 \pm 845.29) \text{ km}$

$(8736 \pm 8) 10^2 \text{ km}$

## Informações adicionais

- Numa medida, sempre existe pelo menos o erro do instrumento
- O erro do instrumento depende do tipo de instrumento
  - Régua, trena, micrômetro  $\rightarrow \frac{1}{2}$  da menor divisão
  - Aparelho analógico  $\rightarrow$  manual (% do fundo da escala ou da leitura)
  - Aparelho digital  $\rightarrow$  manual (% da leitura + alguns dígitos)
- Quando um tipo de erro é muito maior que os outros, ele domina os cálculos  
 $\rightarrow$  Podemos desprezar os outros (com cuidado!!!)
- Sempre usar vários algarismos a mais nas contas intermediárias
- Só apresentar o número correto de algarismos na hora de escrever  $x \pm \sigma_c$
- Fazer as contas da incerteza estatística com calculadora, não na mão!!!
- Cuidado, pois a calculadora só dá  $\sigma$  e não  $\sigma_m$
- Sempre apagar todos os dados anteriores antes de introduzir os novos
- Cuidado pois a calculadora fornece  $\sigma$  com o fator  $1/n$  e  $1/(n-1)$
- Para os dados 1, 2 e 3,  $\sigma$  deve valer 1 e não 0.81649  $((2/3)^{1/2})$

# Como achar a incerteza de uma grandeza se ela não foi medida?

→ Usar as fórmulas de propagação de incertezas

\*\*\*\*\* Casos simples de propagação de incertezas \*\*\*\*\*

Se  $y$  depende das variáveis independentes  $x$ ,  $z$ , ( $a$ ,  $p$  e  $q$  são constantes)

$$y = x \pm z \quad \rightarrow \quad \sigma_{yc}^2 = \sigma_{xc}^2 + \sigma_{zc}^2$$

$$y = ax^p z^q \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\sigma_{yc}}{y} \right)^2 = \left( \frac{p\sigma_{xc}}{x} \right)^2 + \left( \frac{q\sigma_{zc}}{z} \right)^2$$

$$y = ax \quad \rightarrow \quad \sigma_{yc} = |a| \sigma_{xc}$$

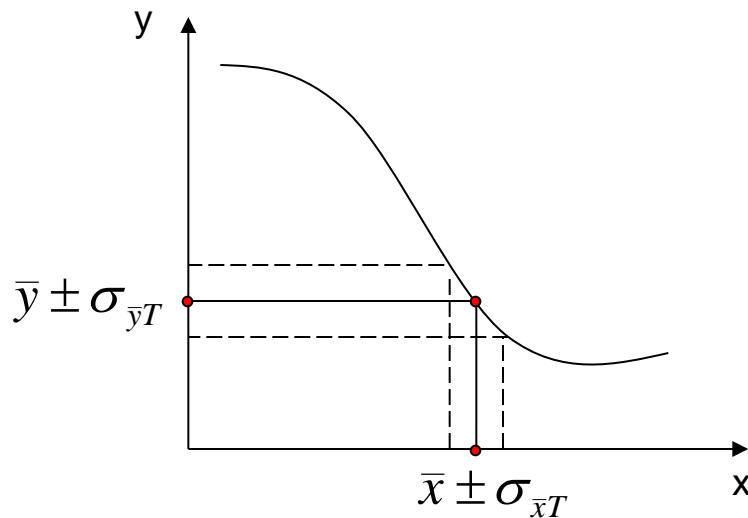
→ Apresentar o resultado  $y \pm \sigma_{yc}$  da maneira correta com as regras citadas



## Se a função y não é uma das 4 operações fundamentais

→ Usar a fórmula geral de propagação de incertezas

Vamos supor que uma grandeza y seja uma função f(x) de uma outra grandeza x que medimos e cujo desvio combinado  $\sigma_{xc}$  foi calculado. Quanto vale  $\sigma_{yc}$ ?



•  $\sigma_{yc}$  corresponde a  $\sigma_{xc}$  mas multiplicado pela inclinação local da curva, que é dada pelo coeficiente angular da reta tangente à função f no ponto x

$$\sigma_{yc} = |f'(x)|\sigma_{xc} = \left| \frac{d}{dx} f \right| \sigma_{xc} = \left| \frac{d}{dx} y \right| \sigma_{xc}$$

• Se y depende de n variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  independentes,

$$\sigma_{yc}^2 = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_1} y \right) \sigma_{x_1c} \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_2} y \right) \sigma_{x_2c} \right]^2 + \dots + \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_n} y \right) \sigma_{x_nc} \right]^2 \rightarrow$$

$$\sigma_{yc} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} y \right) \sigma_{x_ic} \right]^2}$$

Vamos supor que  $y = \frac{3x^2}{z}$  e que  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma_{xT}$  e  $\sigma_{zT}$  tenham sido medidos e calculados e valam respectivamente 10, 100, 1 e 5. Qual é a incerteza de  $y$ ?

Maneira mais simples:

$$y = ax^p z^q \rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{p\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{q\sigma_z}{z}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{2\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{(-1)\sigma_z}{z}\right)^2$$

$$\rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{2 \times 1}{10}\right)^2 + \left(\frac{(-1) \times 5}{100}\right)^2 = 0,0425 \rightarrow \sigma_y = y\sqrt{0,0425} = 3 \times 0,2061 = 0,6185$$

$$y(10,100) = \frac{3 \times 10^2}{100} = 3$$

$$\rightarrow y = 3,0 \pm 0,6$$

Vamos supor que  $y = \frac{3x^2}{z}$  e que  $x$ ,  $z$ ,  $\sigma_{xT}$  e  $\sigma_{zT}$  tenham sido medidos e calculados e valam respectivamente 10, 100, 1 e 5. Qual é a incerteza de  $y$ ?

Usando a fórmula geral da propagação de incertezas (mais “trabalhosa”):

$$\sigma_{yT}^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} y \right) \sigma_{x_i T} \right]^2 = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} y \right) \sigma_{xT} \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial}{\partial z} y \right) \sigma_{zT} \right]^2$$

$$= \left[ \left( \frac{6x}{z} \right) \sigma_{xT} \right]^2 + \left[ \left( (-1) \frac{3x^2}{z^2} \right) \sigma_{zT} \right]^2 = \left[ \left( \frac{6 \times 10}{100} \right) \times 1 \right]^2 + \left[ \left( -\frac{3 \times 10^2}{100^2} \right) \times 5 \right]^2 = 0,3825$$

$$\rightarrow \sigma_{yT} = \sqrt{0,3825} = 0,6185$$

$$y(10,100) = \frac{3 \times 10^2}{100} = 3$$

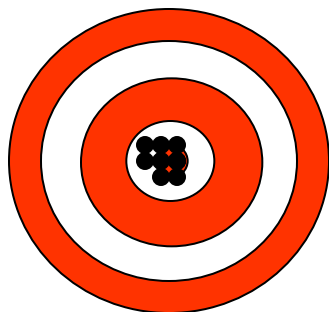
$$\rightarrow y = 3,0 \pm 0,6$$

# Diferença entre precisão e exatidão (acurácia) de uma medida

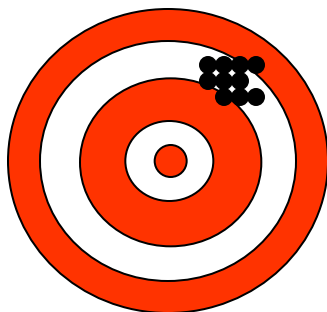
A precisão está ligada ao valor do desvio padrão: quando ele é pequeno (medidas parecidas), há precisão.

A exatidão (acurácia) está ligada à presença ou não de erros sistemáticos: quando existem erros sistemáticos, não há exatidão.

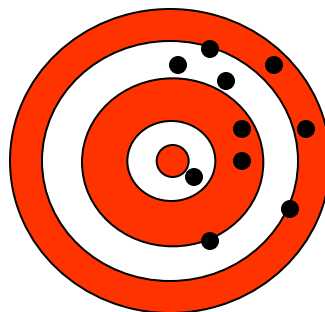
## Tiro ao alvo



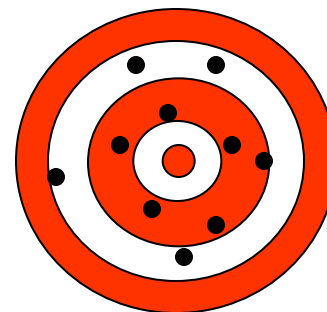
Com precisão  
e exatidão



Com precisão  
mas sem exatidão



Sem precisão  
nem exatidão



Sem precisão  
mas com exatidão

## Quando dois resultados podem ser considerados iguais??

Quando cada resultado, considerado com a sua margem de erro (intervalo de confiança), possui algum valor em comum com o outro.

O valor experimental  $8.5 \pm 0.6$  é igual ao valor teórico 8.8945?

Os dois valores experimentais  $23.456 \pm 0.018$  e  $22 \pm 1$  são iguais?

Os dois valores experimentais  $1.95 \pm 0.05$  e  $2.5 \pm 0.5$  são iguais?

## Quando dois resultados podem ser considerados iguais??

Quando cada resultado, considerado com a sua margem de erro (incerteza), possui algum valor em comum com o outro.

O valor experimental  $8.5 \pm 0.6$  é igual ao valor teórico 8.8945?

Sim, pois o valor teórico 8.8945 está incluído no intervalo dos valores experimentais que vai de 7.9 a 9.1

Os dois valores experimentais  $23.46 \pm 0.02$  e  $22 \pm 1$  são iguais?

Não, pois os dois intervalos experimentais 23.44 a 23.48 e 21 a 23 não possuem valores em comum

Os dois valores experimentais  $1.95 \pm 0.05$  e  $2.5 \pm 0.5$  são iguais?

Sim, pois o valor 2.0 é comum aos dois intervalos experimentais

## Como comparar a precisão de duas medidas ??

Que resultado é mais preciso:  $(1233 \pm 9)$  km ou  $(0.0239 \pm 0.0008)$  km (e em kg?)

## Como comparar a precisão de duas medidas ??

Que resultado é mais preciso:  $(1233 \pm 9)$  km ou  $(0.0239 \pm 0.0008)$  km (e em kg?)

É necessário usar o conceito de incerteza relativa  $\sigma_r$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{\text{grandeza}}}{\text{grandeza}}$$

$$\text{Primeiro resultado : } \sigma_r = \frac{9}{1233} = 7.299 \times 10^{-3} \approx 0.7 \%$$

$$\text{Segundo resultado : } \sigma_r = \frac{0.0008}{0.0239} = 3.347 \times 10^{-2} \approx 3.4 \%$$

→ Apesar da incerteza absoluta da primeira medida ser “muito maior” que a da segunda, a primeira medida é relativamente mais precisa.

(supondo que elas tivessem a mesma unidade para serem comparáveis)



# Exp0 – Reflexo motor para estímulo visual

Aplicação: Estimativa do tempo de reação no acionamento de um cronômetro (incerteza do operador >> incerteza do cronômetro).

Medir o tempo de reflexo com um computador (mudança de cor na tela → apertar uma tecla → tempo de reação em ms). Calcular  $\bar{t}, \sigma, \sigma_{\bar{t}}, \sigma_{\bar{t}c}$

Medir o reflexo com uma régua e a equação do MRUV  $z = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}gt^2$

Calcular  $\bar{z}, \sigma, \sigma_{\bar{z}}, \sigma_{\bar{z}c}$  e em seguida calcular  $\bar{t}$  correspondendo a  $\bar{z}$  (MRUV)

Obter  $\sigma_{\bar{t}c}$  usando o conceito de propagação de incerteza

Comparar os 2 métodos e responder às perguntas

- Ir no site <https://faculty.washington.edu/chudler/java/redgreen.html>
- Treinar os 2 métodos antes de medir para valer e descobrir alguns truques
- Soltar a régua suavemente e deixar os dedos bem afastados. Cuidado com o zero (posição inicial dos dedos) e a leitura da medida.
- Pode usar calculadora científica, Excel ou **Descriptive Statistics Tools** (Android) ou **Octave** (celular ou PC)

- Ler as instruções do guia de trabalho!!!
- Fazer as medidas com o cronômetro no PC no site <https://faculty.washington.edu/chudler/java/redgreen.html>
- Fazer as medidas com a régua
- Calcular média, desvio padrão, desvio da média e incerteza combinada. Usar calculadora científica, Excel ou aplicativos. **Não fazer à mão!!**
- No caso da régua, precisa converter a distância média e a incerteza combinada num tempo e numa incerteza para comparar os dados com os resultados do PC.
- Discutir os resultados e responder às perguntas

Incerteza da medida de tempo com o PC:

Incerteza da medida de distância com a régua: Régua: 0,05 cm

Operador: 0,5 cm (??)

Total =  $\sqrt{0,05^2 + 0,5^2} \approx 0,5 \text{ cm}$

Média das medidas :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Desvio padrão das medidas :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

Desvio padrão da média :

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Incerteza combinada :

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_{sist.}^2 + \sigma_{instrum.}^2 + \sigma_{estat.}^2}$$


0

**Descriptive Statistics Tools**  
**Octave**  
**Excel**

# Como converter a distância de reação com a régua num tempo??

Régua em queda livre

$$z = z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad z_0=0; v_{z0}=0 \quad \rightarrow \quad z = \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2z}{g}}$$


$$\bar{t} = \sqrt{\frac{2\bar{z}}{g}}$$

$\bar{g}$  e  $\bar{z}$  nas unidades corretas !!!!!

Como encontrar a incerteza de  $\bar{t}$ ?

$$\bar{t} = \sqrt{\frac{2\bar{z}}{g}} = \sqrt{2} \bar{z}^{-1/2} g^{-1/2} \quad \text{onde} \quad g = 9,7864 \pm 0,0001 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{\sigma_g}{g} \ll \frac{\sigma_z}{z}$$

$$y = ax^p z^q \rightarrow \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{p\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{q\sigma_z}{z}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\sigma_{\bar{t}}}{\bar{t}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2} \frac{\sigma_g}{g}\right)^2 \approx 0$$

$$\rightarrow \sigma_{\bar{t}} = \frac{1}{2} \bar{t} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2\bar{z}}{g}} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\bar{z}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{z}}^2}{2g\bar{z}}}$$

$\bar{g}$  e  $\bar{z}$  nas unidades corretas !!!!!

**FIM**

# Como fazer os cálculos quando nenhum desvio é mencionado?

Supõe-se que todos os algarismos são significativos e que o último deles é o primeiro duvidoso (convenção).

- Para uma multiplicação ou divisão, a resposta deve ser apresentada com o mesmo número de algarismos que o fator que possui o menor número de algarismos.
- Para uma adição ou subtração, a resposta deve ser apresentada com algarismos até a posição correspondendo ao último algarismo da parcela que possui a menor precisão absoluta (que possui o seu último algarismo mais à esquerda em relação à vírgula).
- Fatores puramente multiplicativos devem ser considerados como possuindo um número infinito de algarismos significativos.

$$F = ma = 33,45kg \times 0,028 \frac{m}{s^2} = 0,9366N = 0,94N$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 0,24m - 12,3456m + 15,299m = 3,1934m = 3,19m$$

$$vol = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3,141592 \times (2,50m)^3 = 65,44983m^3 = 65,4m^3$$

Uma corrente passa num resistor  $R=(100 \pm 5) \, \Omega$  e gera uma diferença de potencial  $V=(2.000 \pm 0.001) \, \text{V}$ . Qual é o valor da corrente e a sua incerteza???



Uma corrente passa num resistor  $R=(100 \pm 5) \Omega$  e gera uma diferença de potencial  $V=(2.000 \pm 0.001) \text{ V}$ . Qual é o valor da corrente e a sua incerteza???

$$I = \frac{V}{R} = \frac{2.000 \text{ V}}{100 \Omega} = 0.02000 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sigma_I}{I} \right)^2 &= \left( \frac{\sigma_V}{V} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_R}{R} \right)^2 \\ &= \left( \frac{0.001}{2.000} \right)^2 + \left( \frac{5}{100} \right)^2 \\ &= (0.0005)^2 + (0.05)^2 \\ &= (2.5 \times 10^{-7}) + (2.5 \times 10^{-3}) \\ &= 0.00250025 \\ &\approx 0.0025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_I &\approx I \sqrt{0.0025} = I \times 0.05 \\ &\approx 0.02000 \text{ A} \times 0.05 = 0.00100 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\rightarrow I = (0.020 \pm 0.001) \text{ A}$$