[redacted]

**FÍSICA EXPERIMENTAL 2 – ONDAS, FLUIDOS E TERMODINÂMICA**

**EXPERIÊNCIA3 PÊNDULO COMPOSTO**

## Objetivos

Entender o funcionamento de um pêndulo composto, correlacioná-lo com o pêndulo simples, determinar a aceleração da gravidade e o momento de inércia do corpo.

## Introdução

Um pêndulo físico consiste de um sólido que oscila, sob a ação da força de gravidade, em torno de um eixo fixo que não passa pelo seu centro de gravidade, também conhecido como eixo de oscilação. Sob algumas considerações este pêndulo pode ser simplificado, sendo conhecido como pêndulo matemático ou simples. Um pêndulo simples é dado por uma massa **m** de dimensões desprezíveis (ponto material) presa a um fio delgado de comprimento **l**, inextensível e de massa desprezível. No equilíbrio, a massa permanece em repouso mantendo o fio esticado na vertical. Se deslocarmos a massa lateralmente e a soltarmos, veremos que ela vai oscilar em torno da posição de equilíbrio, em um movimento periódico. Nesse sistema, período **T** para pequenas oscilações do pêndulo é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

sendo **g** a aceleração da gravidade.

O pêndulo composto ou pêndulo físico consiste de um sólido em rotação ao redor de um eixo fixo, tal qual ilustrado na Figura 1, no qual **I** é o momento de inércia do sólido em relação ao eixo de suspensão **O**, **m** a massa do sólido, **r** a distância do centro de massa **G** do sólido ao eixo de suspensão, **g** a aceleração da gravidade e **θ** o ângulo que o segmento **OG** faz com a vertical. Nesse caso, a equação de movimento é dada por:

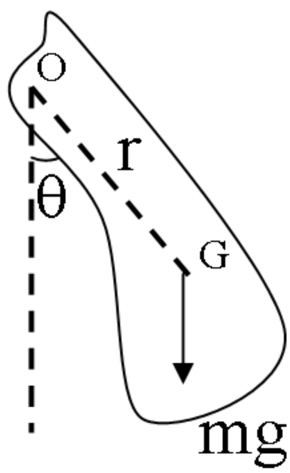


**Figura 1. Ilustração do pêndulo composto.**

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgr \cdot sen\theta \tag{2}$$

Pode-se considerar que o movimento é harmônico simples se os deslocamentos angulares forem pequenos, de modo que **sen$\theta \approx \theta$**. Neste caso, temos:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgr\theta}{I} \tag{3}$$

A solução desta equação diferencial é descrita a partir da combinação linear de funções periódicas, cujo período é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} \tag{4}$$

Pelo teorema de Steiner ou dos eixos paralelos, o momento de inércia pode ser relacionado ao momento de inércia equivalente $\mathbf{I_c}$ do referido pêndulo a um eixo que passa pelo seu centro de gravidade. Assim temos que:

$$I = I_C + mr^2 \tag{5}$$

Considere que o momento de inércia equivalente ($\mathbf{I_c}$) pode ser expresso por $\mathbf{I_c=m.R^2}$**,** sendo **R** o raio de giro equivalente. Assim, podemos reescrever a equação (5) como $\mathbf{I=mR^2+mr^2}$. Dessa forma, o período pode ser representado em função de **r**:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}} \tag{6}$$

A equação 6 apresenta um mínimo para um determinado valor **r**, que pode ser calculado derivando **T** em relação a **r**, e igualando-se a zero, de tal forma que o período mínimo $\mathbf{T_{min}}$ é dado por:

$$T_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \tag{7}$$

Elevando-se a equação 6 ao quadrado, obtém-se uma equação de segundo grau. Dessa forma, existem dois valores de **r** que satisfazem a equação. Das propriedades das soluções da equação do segundo grau, obtemos que as soluções $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$ estão relacionadas da seguinte forma:

$$r_1 + r_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \tag{8}$$

e que

$$r_1 r_2 = R^2 \tag{9}$$

## Lista de Material

Haste de suspensão, uma barra de metal com vários furos que será utilizada como pêndulo físico, cronômetro, trena e balança.

**Figura 2. Materiais a serem utilizados no experimento.**

## Procedimento Experimental

Para a montagem do pêndulo composto, utilize a barra de metal furada enumerando os furos como mostrado na Figura 3. Suspenda a barra sucessivamente pelos furos de número 1, 2, 3, 4, 5 etc.

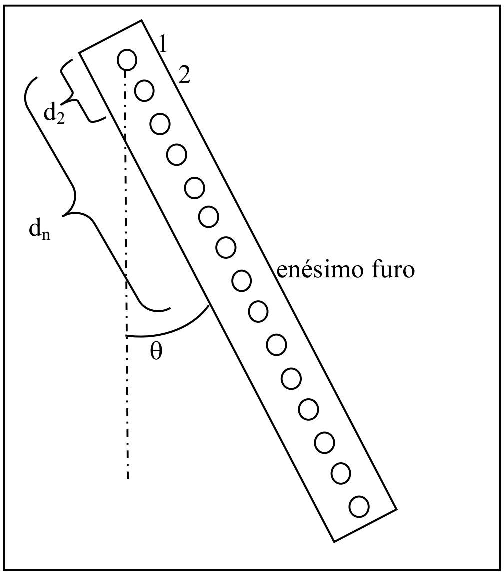


Figura 3. Ilustração da barra de metal a ser usada no experimento como pêndulo composto.

Para cada furo de 1 a 20, preencha a tabela 1 com os valores obtidos experimentalmente da seguinte forma:

***a)*** identifique o número do furo (**n**);

***b)*** meça a distância de cada furo até a extremidade de referência ($\mathbf{d_n}$, Figura 3);

***c)*** faça um pequeno deslocamento da barra de modo a ter um pequeno ângulo ($\boldsymbol{\theta}$, Figura 3) e meça o tempo $\mathbf{t_1}$ necessário para o sistema realizar 10 oscilações;

***d)*** repita o item anterior mais quatro vezes, anotando os tempos $\mathbf{t_2}$ a $\mathbf{t_5}$. Observação: Para evitar erros sistemáticos, não realizar as 5 medições consecutivas para cada furo. Ou seja, meça um tempo por vez para cada furo, troque para o segundo furo e assim até o último furo, só então volte para determinar o $\mathbf{t_2}$ do primeiro furo.

***e)*** calcule o tempo médio de dez oscilações, $\mathbf{t_m} = (\mathbf{t_1} + ... + \mathbf{t_5}) / 5$, e o período médio de uma única oscilação $\mathbf{T}=\mathbf{t_m}/10$;

***f)*** Determine o valor da massa da barra com a balança;

***h)*** Meça com uma régua ou trena as dimensões (altura, largura e espessura) da barra utilizada.

**<u>Análise dos dados</u>**

1. Defina o raio de giro.
2. Demonstre que o $\mathbf{T_{min}}$ é dado pela equação (7). Além disso, demonstre como foram obtidas as equações (8) e (9) a partir da equação (6).
3. A partir dos dados obtidos, procure explorar o seu experimento o máximo possível. Uma sugestão é apresentada a seguir:

***a)*** Compare o valor medido do período de oscilação com o eixo de rotação no primeiro furo com o valor esperado para um pêndulo simples de comprimento igual ao comprimento da barra e à metade do mesmo. Discuta as diferenças.

***b)*** Faça um gráfico de **T** em função de **d.**

***c)*** Ajuste da equação (6) aos valores experimentais, considerando $\mathbf{g} = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ e estime a partir do gráfico anterior o período mínimo $\mathbf{T_{min}}$ com o qual este pêndulo pode oscilar. A partir deste valor determine o raio de giro equivalente **R** utilizando a equação (7).

***d)*** Escolha da sua tabela experimental ou do gráfico um determinado período **T** cujo valor se repita para dos valores diferentes da distância **d**, a partir desta situação determine os valores de $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$. Usando estes valores de $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$, determine a aceleração da gravidade **g** e o raio de giro equivalente **R** e, utilizando as equações (8) e (9), respectivamente. Compare os valores de **R** e **g** obtidos neste item com o **R** do item anterior e $\mathbf{g} = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$.

***e)*** Com a massa **m** da barra e os raios de giro equivalente **R** anteriormente determinados, calcule o momento de inércia $\mathbf{I_c}$ equivalente, dado pela equação (5).

***f)*** Compare esses valores com aquele esperado para uma barra rígida sem os furos.

Tabela 1- Tabela de períodos do pêndulo composto

| **Número do furo** | **d (cm)** | **r (cm)** | **$t_1$ (s)** | **$t_2$(s)** | **$t_3$ (s)** | **$t_4$ (s)** | **$t_5$ (s)** | **$t_m$ (s)** | **T (s)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

**<u>Bibliografia</u>**


1. Livros de física básica.[1]


[1] *Roteiro e texto elaborados por docentes e colaboradores do DFM-FFCLRP-USP.*