

A massa do sistema equivalente é dada pela soma da massa do corpo M_C suspenso e a terça parte da massa da mola M_m . Portanto, o período de oscilação do sistema massa-mola é

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M_c + M_m/3}{K}} \quad (1)$$

Para entender o motivo de acrescentar a terça parte da massa da mola é preciso analisar a energia cinética do sistema. Para fazer essa análise, considere que a massa da mola está uniformemente distribuída ao longo da mola e $\lambda = M_m/L$ é sua densidade linear, sendo L o comprimento da mola. Para um segmento da mola de comprimento dl

$$dm = \lambda dl = \frac{M_m}{L} dl. \quad (2)$$

A energia cinética do segmento de massa dm da mola é

$$dE = \frac{dm}{2} u^2, \quad (3)$$

sendo u a velocidade do segmento. Portanto, a energia cinética de toda a mola é

$$E = \int dE = \frac{1}{2} \int_0^{M_m} u^2 dm. \quad (4)$$

A partir da equação (2) a energia cinética fica

$$E = \frac{M_m}{2L} \int_0^L u^2 dl. \quad (5)$$

Na prática de MHS, uma das extremidades da mola fica fixa e a outra extremidade se move com velocidade v . Supondo que a velocidade ao longo da mola varie linearmente com a distância l de sua extremidade, podemos escrever $u = cvl$. Portanto, na extremidade da mola: $l = L$ e $u = v$, resultando em $c = 1/L$ e

$$u = \frac{v}{L} l. \quad (6)$$

A partir das equações (6) e (5), podemos calcular a energia cinética para a mola

$$E = \frac{M_m v^2}{2L^3} \int_0^L l^2 dl = \frac{M_m v^2}{2L^3} \frac{L^3}{3}. \quad (7)$$

Essa última relação pode ser reescrita como:

$$E = \frac{M_m v^2}{6}. \quad (8)$$

A energia cinética total E_T do sistema massa-mola é a soma da energia cinética do corpo E_C mais a energia cinética da mola E , resultado em

$$E_T = \frac{1}{2} \left(M_c + \frac{M_m}{3} \right) v^2. \quad (9)$$

A partir dessa última equação verificamos que no cálculo da energia total do sistema massa-mola é preciso somar um terço da massa da mola.