



# PRO2514 - Pesquisa Quantitativa em Gestão de Operações

## Revisão de Estatística Univariada e Bivariada

Prof. Dr. Renato de Oliveira Moraes



# Sumário

- Intervalo de Confiança
- Teste de Hipóteses (univariada)
- Correlação Bivariada



# Sumário

- Intervalo de Confiança
  - Média
  - Variância
- Teste de Hipóteses
- Correlação Bivariada



# Nível de confiança ( $1-\alpha$ )

Representa a “probabilidade” do intervalo construído conter de fato o parâmetro estimado

Nível de confiança =  $1-\alpha$

Nível de significância =  $\alpha$



# Intervalo de confiança para média amostral ( $\mu$ )

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Onde

$\mu$  : média amostral

$\bar{x}$  : média populacional

$s$  : desvio padrão amostral

$n$  : tamanho da amostra

$t_{\alpha/2; n-1}$  : valor da distribuição t de student para um nível

de confiança  $1 - \alpha$  e  $n-1$  graus de liberdade



# t de Student

No Excel o valor desta estatística pode ser obtidas através de fórmula =distt( $\alpha$ ;n)

Onde:

- $\alpha$ : significância = 1 - confiança
- n: tamanho da amostra



Média	3,515
Desvio Padrão	1,321
Variância	1,744
Tamanho da amostra	100
Confiança	95%
Significância	5%

t 1,984

=invtt(0,05;100-1)

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\alpha/2; n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} = 3,515 \pm 1,984 \frac{1,321}{\sqrt{100}}$$

$$\mu = 3,515 \pm 0,262$$

$$3,253 \leq \mu \leq 3,777$$



# Intervalo de confiança para variância amostral ( $\sigma^2$ )

$$\frac{s^2(n-1)}{\chi_{n-1; \alpha/2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{s^2(n-1)}{\chi_{n-1; 1-\alpha/2}^2}$$

Onde :

$\sigma^2$  : variância amostral

$s^2$  : variância populacional

$n$  : tamanho da amostra

$\chi_{n-1; 1-\alpha/2}^2$  : valor da distribuição qui - quadrado para  $n-1$

graus de liberdade e cauda a esquerda de  $1-\alpha/2$

$\chi_{n-1; \alpha/2}^2$  : valor da distribuição qui - quadrado para  $n-1$

graus de liberdade e cauda a esquerda de  $\alpha/2$





# Intervalo de confiança para variância amostral ( $\sigma^2$ )

Variância amostral	1,744
Tamanho da amostra	100
Confiança	95%
Significância	5%
$\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}$	73,361
$\chi^2_{n-1;\alpha/2}$	128,422

=INV.QUI(0,025;99)

=INV.QUI(0,975;99)

$$\frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}} \Rightarrow \frac{1,744(100-1)}{128,422} \leq \sigma^2 \leq \frac{1,744(100-1)}{73,361}$$

$$1,344 \leq \sigma^2 \leq 2,354$$



# Sumário

- Intervalo de Confiança
- Teste de Hipóteses
  - Média
  - Variância
  - ANOVA
- Correlação Bivariada



# Teste de Hipóteses

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

		Realidade	
		$H_0$ é verdadeira	$H_0$ é falsa
Decisão	Aceitar $H_0$	Acerto ( $1-\beta$ )	Erro do Tipo II ( $\beta$ )
	Rejeitar $H_0$	Erro do Tipo I ( $\alpha$ )	Acerto ( $1-\alpha$ )

O valor de  $\alpha$  é facilmente controlado ou medido. Assim:

$\alpha$  baixo  $\rightarrow$  rejeitar  $H_0$

$\alpha$  alto  $\rightarrow$  não rejeitar  $H_0$

Valor de  $\alpha$  deve ser 1% ou 5% dependendo da gravidades das consequências de cometer o erro do tipo I



# Valor da média populacional

Verifica se o valor da média populacional é diferente de um determinado valor.

$$H_0 : \mu = cte$$

$$H_1 : \mu \neq cte$$



# Comparação entre duas médias

- Dados emparelhados – Neste caso, existe entre os elementos da duas amostra uma relação bi-unívoca, para cada elemento da amostra 1 há claramente um único elemento da amostra 2 que se relaciona com ele.
- Dados não emparelhados



# Comparação de 2 médias no MS Excel

A função testet retorna a significância do teste de comparação de duas médias

= testet(dados1;dados2;caudas;tipo)

Dados1: refere-se a região que contém os dados da amostra 1

Dados2: refere-se a região que contém os dados da amostra 2



# Comparação de várias médias

## ANOVA – Análise de Variância

Suponha que alunos de várias turmas do CEGP fizeram a prova do PMP. Seria correto afirmar que as notas médias das turmas não são iguais?

Hipótese do teste

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_N$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j$$



# ANOVA no MS Excel

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Dados' (Data) tab selected in the ribbon. The 'Análise de Dados' (Data Analysis) tool is highlighted in the ribbon. The spreadsheet contains data for an ANOVA test, with columns A, B, and C representing different groups (x1, x2, x3) and rows 1 through 7 representing individual observations. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	x3									
2		2	3	4								
3		3	3	5								
4		4	3	6								
5		5	4	6								
6		6	5	7								
7		7	5	8								
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												





Microsoft Excel interface showing the File menu (Arquivo) open. The menu options include: Novo, Abrir, Salvar, Salvar como, Imprimir, Preparar, Enviar, Publicar, and Fechar. The 'Opções do Excel' (Excel Options) option is highlighted with a red circle. The background shows the Excel ribbon with the 'Formatação Condicional' (Conditional Formatting) tab selected. The status bar at the bottom indicates 'Plan1' and '170%' zoom.

PDF Architect

Automaticamente

Geral

Número

Formatar como Tabela

Formatar Estilos de Célula

Inserir Excluir Formatar

Células

AutoSoma

Preencher

Limpar

Classificar e Filtrar

Localizar e Selecionar

Edição

Opções do Excel

Sair do Excel



Opções do Excel

Mais Usados

Fórmulas

Revisão de Texto

Salvar

Avançado

Personalizar

**Suplementos**

Central de Confiabilidade

Recursos

Altere as opções mais populares no Excel.

**Opções principais para o trabalho com o Excel**

☒ Mostrar Minibarra de Ferramentas após seleção ⓘ

☒ Habilitar Visualização Dinâmica ⓘ

☐ Mostrar guia Desenvolvedor na Faixa de Opções ⓘ

Esquema de cores: Azul ▼

Estilo de dica de tela: Mostrar descrições de recursos em dicas de tela ▼

Crie listas para uso em classificações e seqüências de preenchimento: [Editar Listas Personalizadas...](#)

**Ao criar novas pastas de trabalho**

Usar esta fonte: Fonte do Corpo ▼

Tamanho da fonte: 11 ▼

Modo de exibição padrão de novas planilhas: Exibição Normal ▼

Incluir este número de planilhas: 3 ▼

**Personalizar a cópia do Microsoft Office**

Nome de usuário: Renato

Escolha os idiomas a serem usados com o Microsoft Office: [Configurações de Idioma...](#)

OK Cancelar



## Opções do Excel

Mais Usados

Fórmulas

Revisão de Texto

Salvar

Avançado

Personalizar

**Suplementos**

Central de Confiabilidade

Recursos



Exiba e gerencie suplementos do Microsoft Office.

### Suplementos

Nome	Local	Tipo
<b>Suplementos de Aplicativo Ativos</b>		
Ferramentas de Análise	C:\...ice12\Library\Analysis\ANALYS32.XLL	Suplemento do Excel
PDF Architect Excel 2007 plugin	C:\...\PDF Architect\addin\ExcelPlugIn.dll	Suplemento de COM
Send to Bluetooth	C:\...tooth Software\btsendto_office.dll	Suplemento de COM
Solver	C:\...Office12\Library\SOLVER\solver.xlam	Suplemento do Excel
<b>Suplementos de Aplicativo Inativos</b>		
Assistente de Pesquisa	lookup.xlam	Suplemento do Excel
Assistente de Soma Condicional	sumif.xlam	Suplemento do Excel
Cabeçalhos e Rodapés	C:\...rosoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Inspetor de Documento
Conteúdo Invisível	C:\...rosoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Inspetor de Documento
Dados XML Personalizados	C:\...rosoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Inspetor de Documento
Data (Listas de marcas inteligentes)	C:\...rosoft shared\Smart Tag\MOFL.DLL	Marca Inteligente
Ferramentas de Análise - VBA	C:\...12\Library\Analysis\ATPVBAEN.XLAM	Suplemento do Excel
Ferramentas para o Euro	eurotool.xlam	Suplemento do Excel
Linhas e Colunas Ocultas	C:\...rosoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Inspetor de Documento
Nome (Destinatários de email do Outlook)	C:\...rosoft shared\Smart Tag\FNAME.DLL	Marca Inteligente
Planilhas Ocultas	C:\...rosoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Inspetor de Documento
VBA do Assistente para Internet	C:\... Office\Office12\Library\HTML.XLAM	Suplemento do Excel

### Suplementos Relacionados a Documento

*Sem Suplementos Relacionados a Documento*

Suplemento: Ferramentas de Análise

Editor: Microsoft Corporation

Local: C:\Program Files\Microsoft Office\Office12\Library\Analysis\ANALYS32.XLL

Descrição: Fornece ferramentas de análise de dados para análises estatísticas e de engenharia

Gerenciar: Suplementos do Excel



Ir...

OK

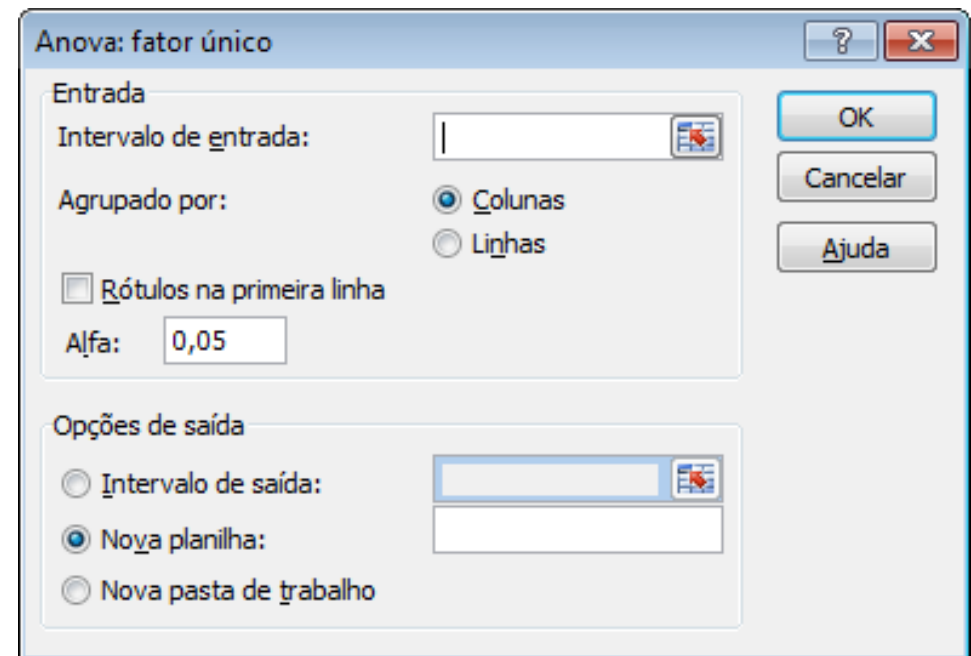
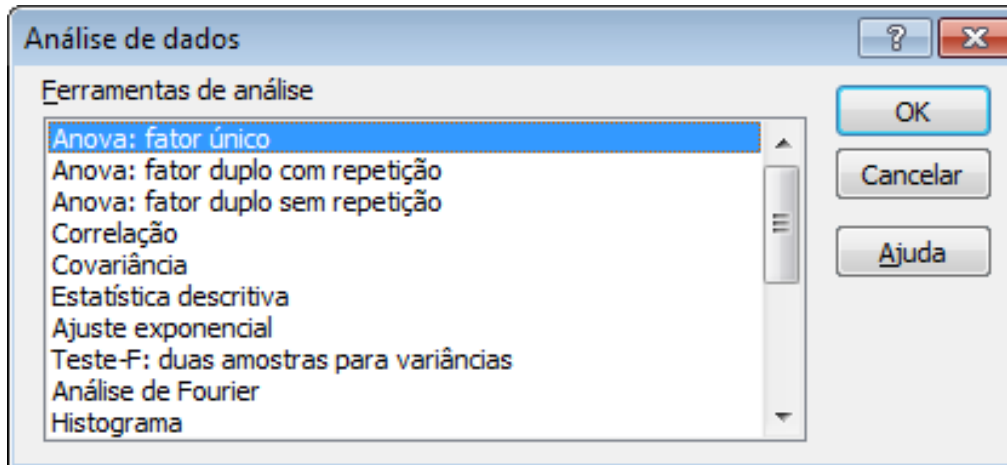
Cancelar



# ANOVA no MS Excel

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Dados' (Data) tab selected in the ribbon. The 'Análise de Dados' (Data Analysis) tool is highlighted in the ribbon. The spreadsheet contains data for an ANOVA test, with columns A, B, and C representing different groups (x1, x2, x3) and rows 1 through 7 representing individual data points. The cell G8 is highlighted, indicating the current selection.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	x3									
2		2	3	4								
3		3	3	5								
4		4	3	6								
5		5	4	6								
6		6	5	7								
7		7	5	8								
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												





**Anova: fator único** [?] [X]

**Entrada**

Intervalo de entrada:  [icon]

Agrupado por: ☒ Colunas  
☐ Linhas

☒ Rótulos na primeira linha

Alfa:

**Opções de saída**

☒ Intervalo de saída:  [icon]

☐ Nova planilha:

☐ Nova pasta de trabalho

OK Cancelar Ajuda



Pasta1 - Microsoft Excel												
Início Inserir Layout da Página Fórmulas Dados Revisão Exibição PDF Architect												
Do Access Da Web De Texto De Outras Fontes Conexões Existentes Atualizar tudo Editar Links Conexões Classificar Filtro Limpar Reaplicar Avançado Texto para colunas Remover Duplicatas Validação de Dados Consolidar Teste de Hipóteses Agrupar Desagrupar Subtotal Mostrar Detalhe Ocultar Detalhe Análise Solver												
Obter Dados Externos Estrutura de Tópicos												
C9 fx												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	X3		Anova: fator único							
2	2	3	4									
3	3	3	5		RESUMO							
4	4	3	6		Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância			
5	5	4	6		x1	6	27	4,5	3,5			
6	6	5	7		x2	6	23	3,83333	0,96667			
7	7	5	8		X3	6	36	6	2			
8												
9												
10					ANOVA							
11					Fonte da varia	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico	
12					Entre grup	14,7778	2	7,38889	3,42784	0,05942	3,68232	
13					Dentro dos	32,3333	15	2,15556				
14												
15					Total	47,1111	17					



# Sumário

- Intervalo de Confiança
- Teste de Hipóteses
- Correlação Bivariada
  - Coeficiente de Correlação Bivariada de Pearson





# Correlação Bivariada

O MS Excel não realiza teste de hipótese sobre a correlação entre variáveis quantitativas. Mas, a partir, do coeficiente de correlação de Pearson, este teste pode ser construído.

`=PEARSON(Dados1;Dados2)`



# Correlação Bivariada

Hipótese do teste

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

A significância do teste pode ser determinada pelas expressões:

$$R = \text{PEARSON}(\text{Dados1}; \text{Dados2})$$

$$t = R \times \text{raiz}((N-2)/(1-R^2))$$

$$= \text{DISTT}(\text{ABS}(t); N-2; \text{caudas})$$

Onde:

Dados 1 é a região da variável 1

Dados 2 é a região da variável 2

R é coeficiente de correlação de Pearson

N é o tamanho da amostra

Caudas é o número de caudas do teste. Neste caso o teste é bicaudal = 2