

Métodos Computacionais – Eletromagnetismo

Aula: Cálculo do campo magnético via
integral numérica.

Aula: Campo magnético - Objetivos

Ao final desta aula, você deverá ser capaz de:

- 1) Calcular numericamente o campo magnético a partir da Lei de Biot-Savard usando integração numérica com a regra 1/3 de Simpson.
- 2) Plotar o campo magnético usando o comando **quiver()**.

Tarefa: Obter numericamente o campo magnético gerado pela corrente em um fio “finito”

$$\vec{B}(\vec{r}) = \int d\vec{B}$$

com $d\vec{B}$ dado pela Lei de Biot-Savard.

Tempo aproximado: 30 min (lembrando que o *debug* é a maior parte disso!).

Campo magnético: Lei de Biot-Savard

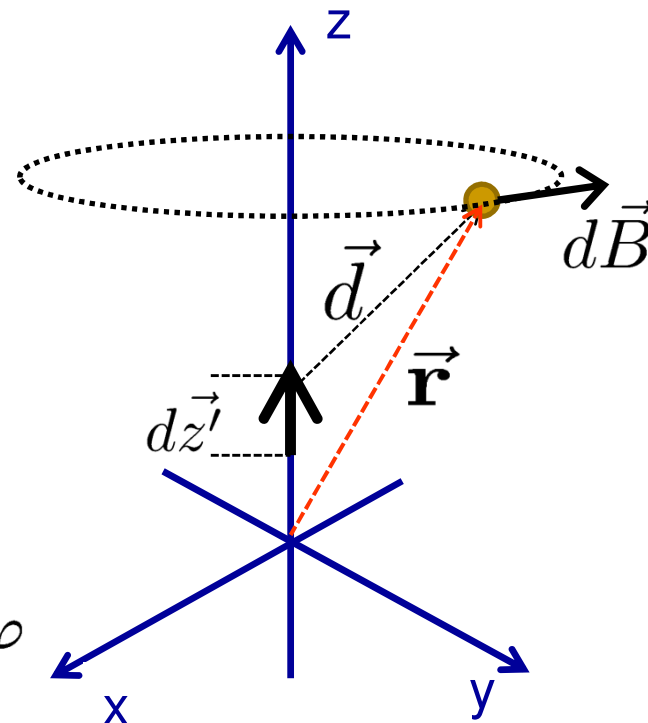
Exemplo: Campo Magnético produzido por uma corrente I na direção z .

$$d\vec{B}(\vec{r}, z') = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{z}' \times \vec{d}(\vec{r}, z')}{|\vec{d}(\vec{r}, z')|^3}$$

Em coordenadas cilíndricas: (Note que é tangente!).

$$d\vec{B}(\vec{r}, z') = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\rho dz'}{(\rho^2 + (z - z')^2)^{3/2}} \hat{e}_\varphi$$

onde z' é a posição do elemento de corrente



$$\vec{r} = \rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z$$

$$\vec{d}(\vec{r}, z') = \vec{r} - z' \hat{e}_z$$

$$\hat{e}_z \times \hat{e}_\rho = \hat{e}_\varphi$$

Campo magnético: Lei de Biot-Savard

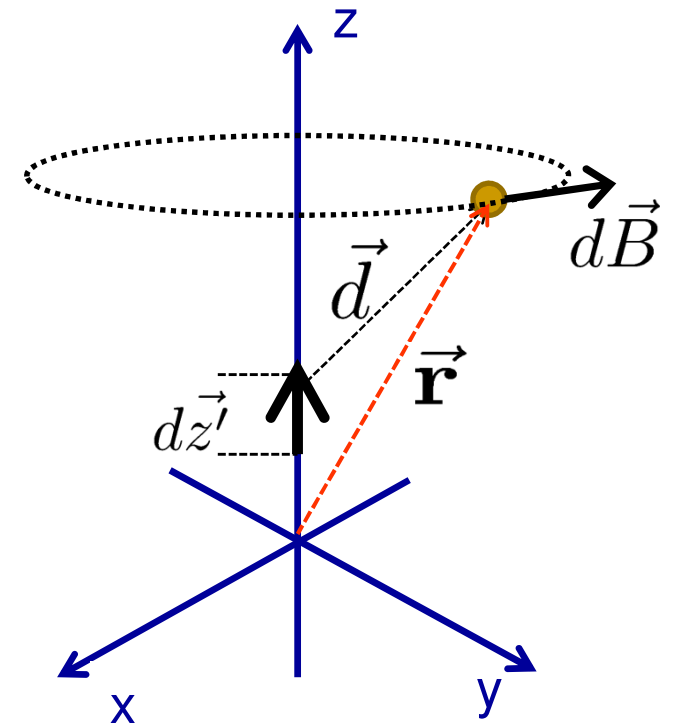
Campo Magnético produzido por uma corrente I na direção z .

Integrando em z' , obtemos o módulo de $B(\mathbf{r})$:

$$B(\rho, z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\rho \, dz'}{(\rho^2 + (z - z')^2)^{3/2}}$$

(Por quê a magnitude não depende do ângulo?)

Numericamente: como calcular a integral?



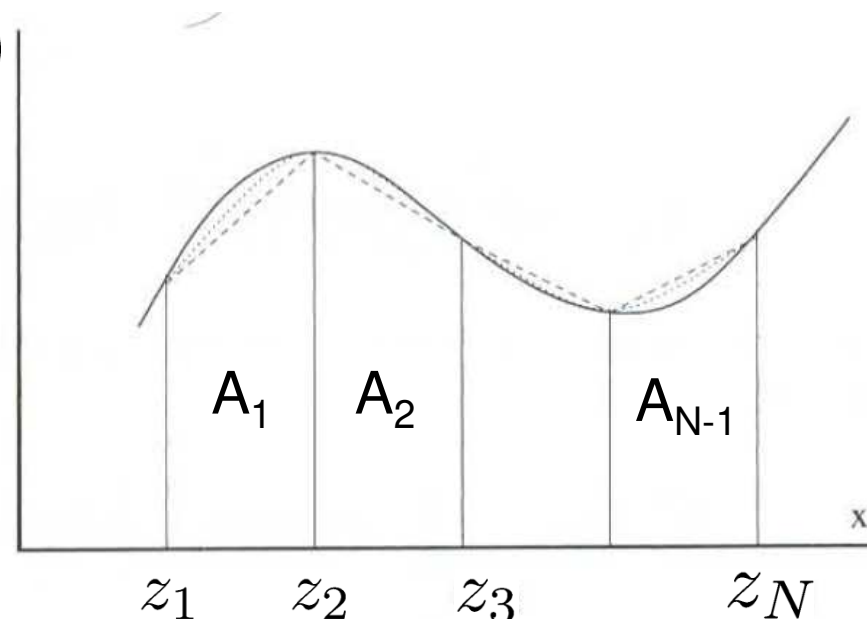
$$\vec{r} = \rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z$$

Regra 1/3 de Simpson

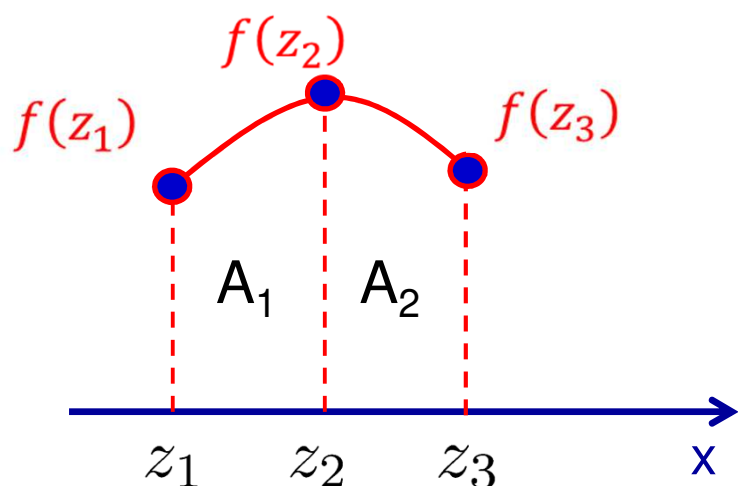
Integral: $\int_{z_1}^{z_N} f(z) dz \rightarrow \sum_{i=1}^{N-1} A_i$

“Regra do trapézio”: aproximação linear

$$A_i \approx \frac{f(z_i) + f(z_{i+1})}{2} \Delta z$$



Melhor: aproximação parabólica a cada 3 pontos:

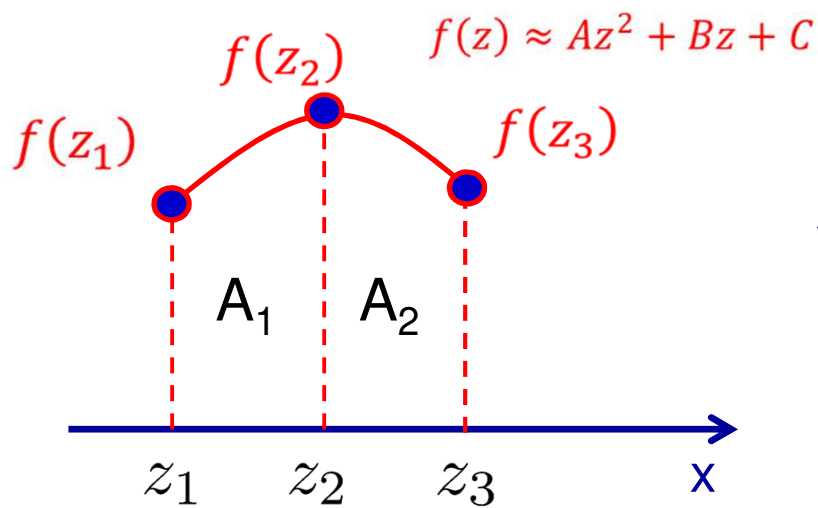


$$f(z) \approx Az^2 + Bz + C$$

Nesse caso, teremos:

$$A_i + A_{i+1} \approx \frac{f(z_i) + 4f(z_{i+1}) + f(z_{i+2})}{3} \Delta z$$

Regra 1/3 de Simpson: derivação



$$\left\{ \begin{array}{l} f(z_1) \approx Az_1^2 + Bz_1 + C \\ f(z_2) = f\left(\frac{z_1 + z_3}{2}\right) \approx \frac{A}{4}(z_1^2 + 2z_1z_3 + z_3^2) + \frac{B}{2}(z_1 + z_3) + C \\ f(z_3) \approx Az_3^2 + Bz_3 + C \end{array} \right.$$

$$f(z_1) + 4f(z_2) + f(z_3) = 2Az_1^2 + 2Az_3^2 + 3Bz_1 + 3Bz_3 + 6C + 2Az_1z_3$$

$$A_1 + A_2 = \int_{z_1}^{z_3} f(z) dz \approx \frac{A}{3} (z_3^3 - z_1^3) + \frac{B}{2} (z_3^2 - z_1^2) + C (z_3 - z_1)$$

$$= \frac{(z_3 - z_1)}{6} [2A (z_3^2 + z_1^2 + z_1z_3) + 3B (z_3 + z_1) + 6C]$$

$$\frac{\Delta z}{3}$$

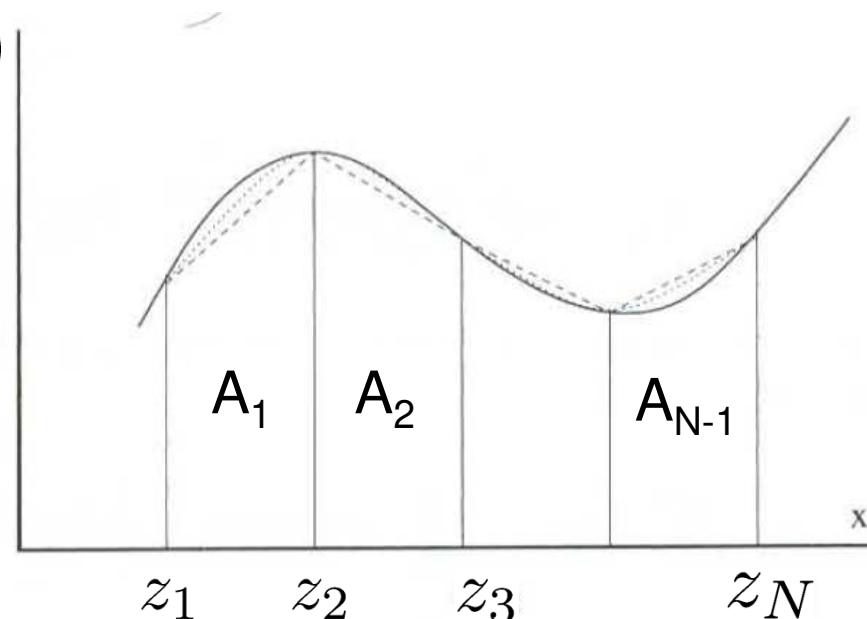
$$A_1 + A_2 \approx \frac{f(z_1) + 4f(z_2) + f(z_3)}{3} \Delta z$$

Regra 1/3 de Simpson

Integral: $\int_{z_1}^{z_N} f(z) dz \rightarrow \sum_{i=1}^{N-1} A_i$

Aproximação parabólica: Regra “1/3” de Simpson

$$A_i + A_{i+1} \approx \frac{f(z_i) + 4f(z_{i+1}) + f(z_{i+2})}{3} \Delta z$$



Somando, obtemos a aproximação:

$$\int_{z_1}^{z_N} f(z) dz \approx \frac{\Delta z}{3} [f(z_1) + 4f(z_2) + 2f(z_3) + 4f(z_4) \dots + 2f(z_{N-2}) + 4f(z_{N-1}) + f(z_N)]$$

Aula: Campo magnético – Tarefa

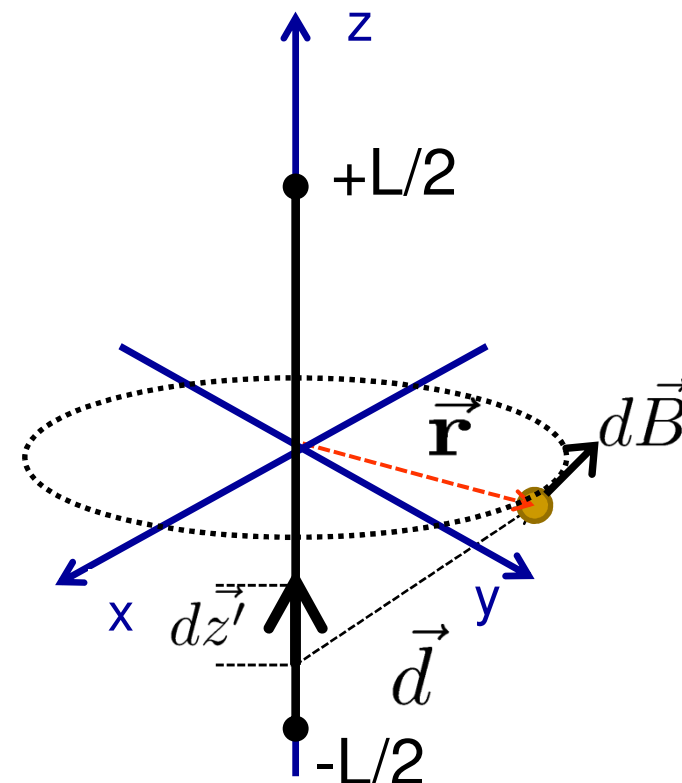
Calcule o campo magnético $B(\rho)$ no plano $z=0$ produzido por uma corrente I na direção z (use unidades em que $\mu_0 \cdot I = 1$).

- Considere um “fio” de comprimento L
- Integre z' entre $-L/2 \leq z' \leq L/2$ (por quê?) usando a regra 1/3 de Simpson (se quiser, compare com a regra do trapézio).
- Faça gráficos de $B(\rho)$ vs ρ para cada $L, \Delta z'$.
- Varie L e $\Delta z'$ até obter convergência.

Responda (comentário no script):

1) Qual a direção do campo? Por quê?

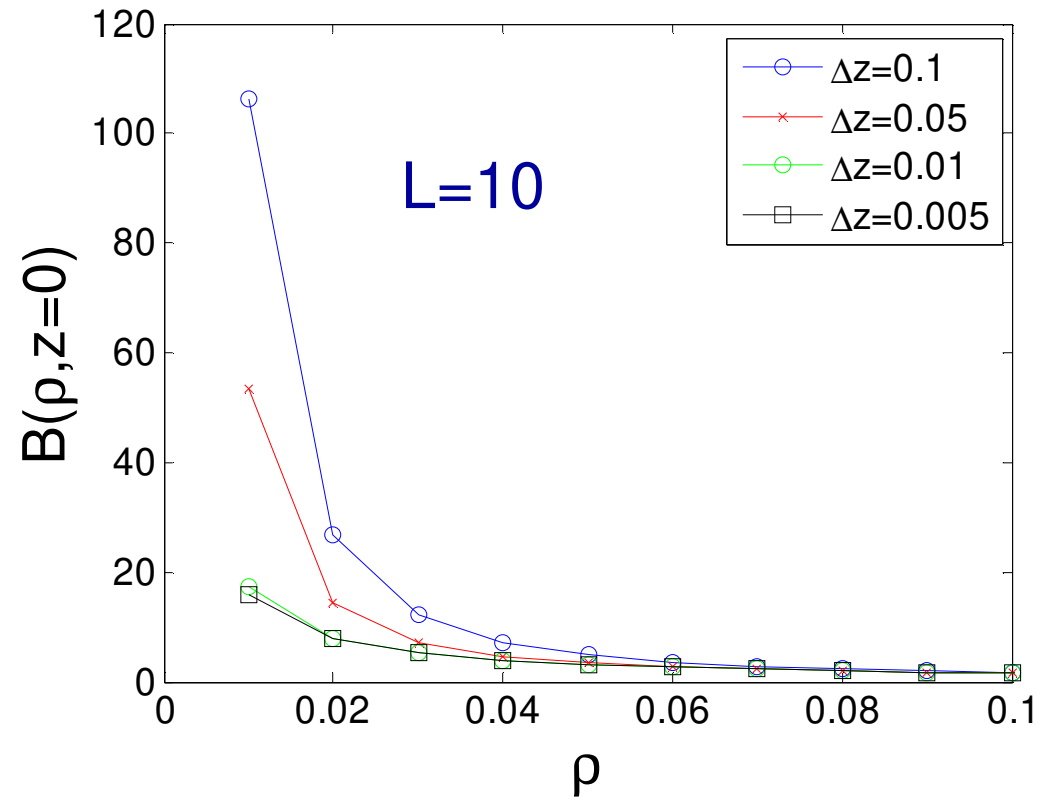
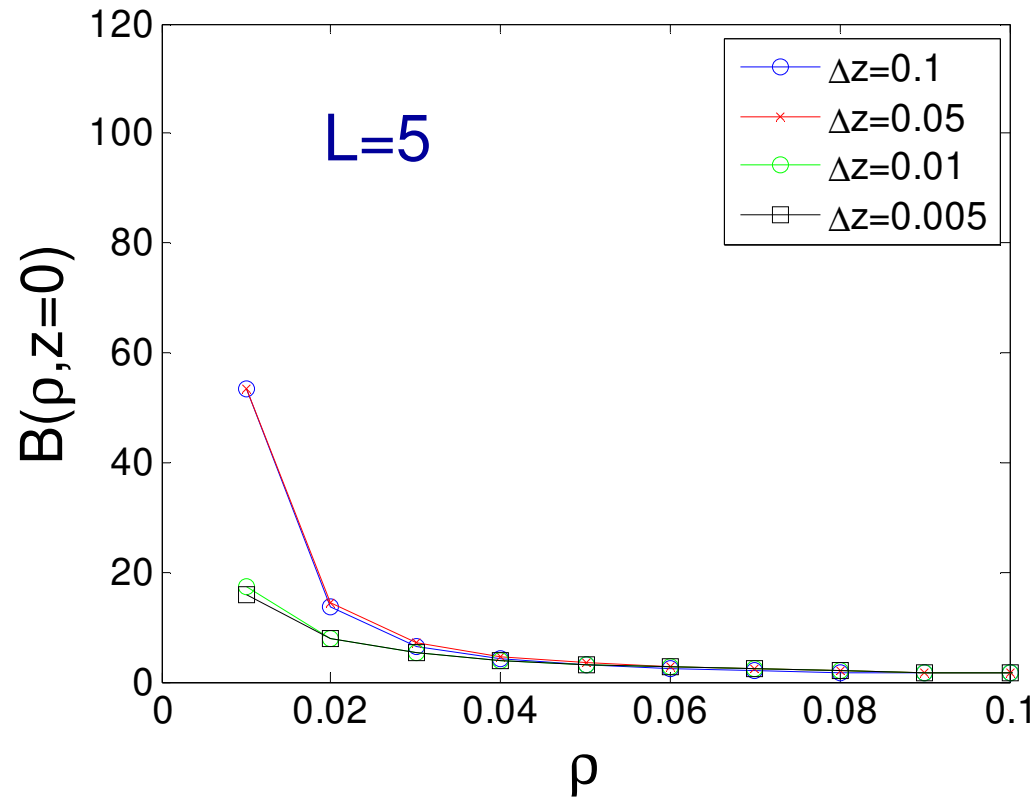
2) O módulo do campo depende do ângulo? Por quê?



$$\vec{r} = \rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z$$

Campo magnético – Tarefa - Debug

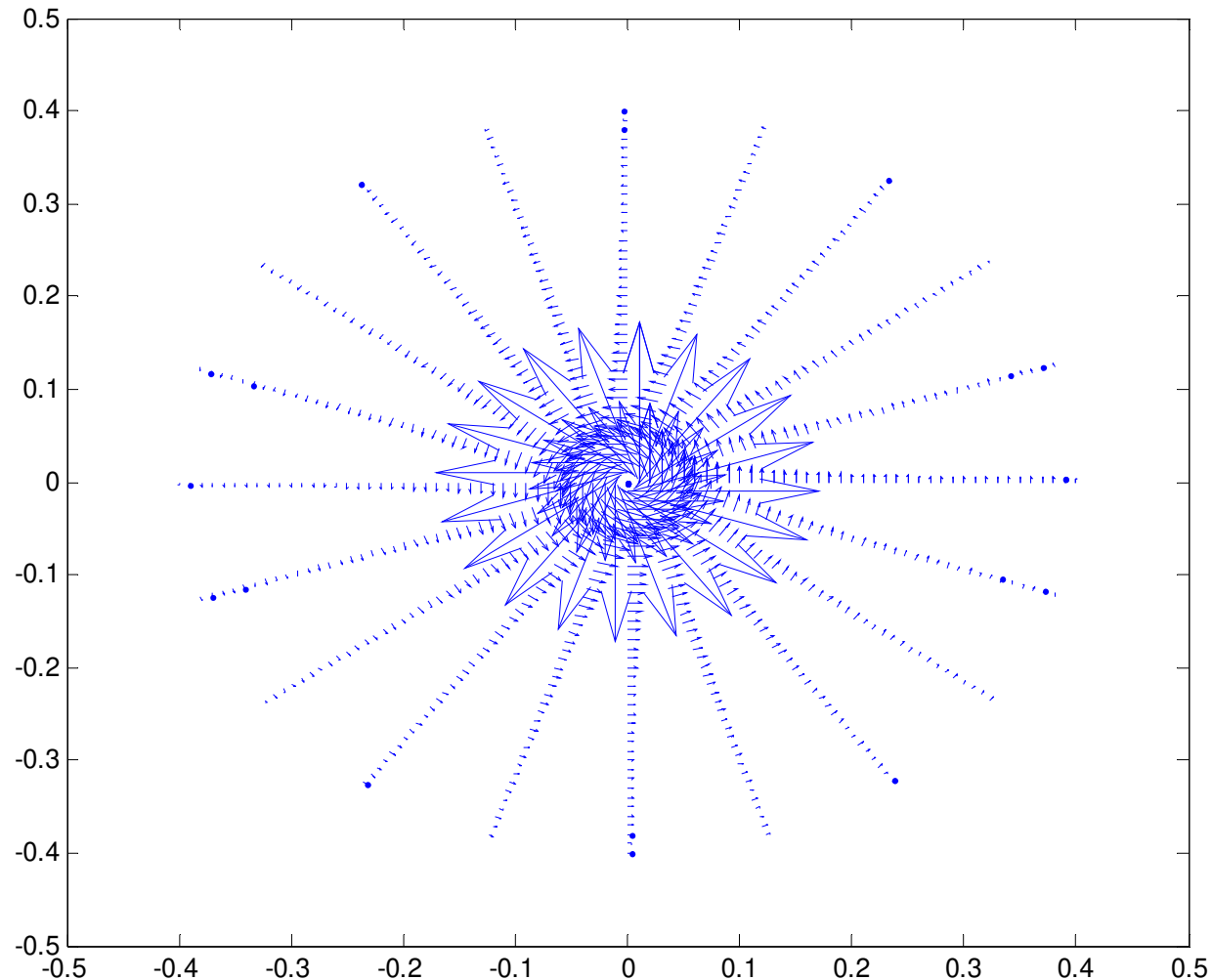
- *Debug: $L=5$ e $L=10$, diferentes $\Delta z'$*



```
Debug: Deltaz = 0.1000 Bmag(rho=0.0100) = 106.2451
Debug: Deltaz = 0.0500 Bmag(rho=0.0100) = 53.5996
Debug: Deltaz = 0.0100 Bmag(rho=0.0100) = 17.2473
Debug: Deltaz = 0.0050 Bmag(rho=0.0100) = 15.9818
```

Campo magnético – Tarefa - Dicas

- *Campo vetorial em função de ρ (usando `quiver(x,y,Bx',By',4);`)*



L=10