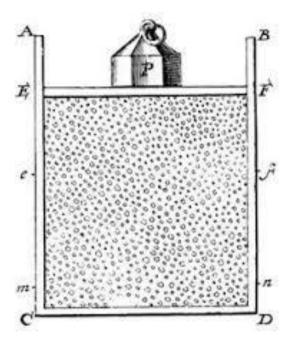
## "A Respeito de Propriedades e Movimentos de Fluidos Elásticos, Mas Especialmente do Ar''

em Hidrodinâmica e Hidráulica, de D. Bernoulli (1738) (tradução livre a partir da versão em "ASource Book in Physics", W. F. Magie, McGraw-Hill, 1935)

- I. Estando prestes a tratar de fluidos elásticos, podemos atribuir a eles uma constituição que coincide com todas as propriedades conhecidas até agora, de forma que, além disso, criemos um caminho para as propriedades pouco exploradas. As propriedades principais dos fluidos elásticos são: (1) eles são pesados, (2) eles se estendem em todas as direções, a não ser que sejam confinados, (3) eles permitem sua compressão contínua, mais e mais à medida que a força de compressão aumenta. O ar, sobre o qual dedicaremos a maioria de nossas considerações, é composto desta maneira.
- §2. Considere um recipiente cilíndrico ABCD, colocado verticalmente (Fig. 56), com uma tampa móvel EF, sobre a qual está um peso P. Suponha que a cavidade ECDF contenha



corpos extremamente pequenos agitados em um movimento muito rápido; assim os pequenos corpos, que chocam-se com a tampa EF, e a seguram com seus contínuos e repetidos impactos, compõem um fluido elástico que se expande se o peso P for removido ou diminuído; e [o fluido] é comprimido se este [o peso P] for aumentado, e gravita sobre a base horizontal CD da mesma forma que o faria se não existisse nenhuma propriedade elástica. De fato, estejam os pequenos corpos em repouso ou agitados, eles não mudam sua gravidade, de forma que a base ou sustenta o peso, ou a elasticidade do fluido. Vamos então substituir o ar por um fluido que seja consistente com as propriedades principais dos fluidos elásticos e poderemos explicar algumas propriedades que já foram encontradas para o ar; vamos depois ilustrar algumas outras que não foram suficientemente investigadas.

§3. Suporemos que os pequenos corpos encerrados na cavidade do cilindro sejam infinitos em número; como ocupam o espaço ECDF, digamos que formam o ar natural, com relação ao qual devemos referir todas as medidas. Assim, o peso P que segura a tampa na posição EF não difere da pressão da Atmosfera que está acima dela, e a partir de agora a designaremos por P.

§4. Procuramos o peso  $\pi$  que pode comprimir o ar em ECDF para eCDf, supondo que as velocidades das partículas do ar (tanto no comprimido quanto no natural) sejam as mesmas; além disso, EC=1 e eC=s; como transferimos a tampa de EF para ef, ela sofre uma pressão maior do fluido de duas maneiras: em primeiro lugar, porque o número de partículas é agora maior em proporção ao espaço em que [as partículas] estão contidas; em segundo, porque qualquer partícula repete o seu ímpeto mais frequentemente. Para efetuarmos corretamente o cálculo do incremento que depende da primeira causa, deixemos as partículas em repouso e consideremos n o número de partículas adjacentes à tampa na posição EF, sendo o número correspondente para a tampa na posição ef dado por  $n/(eC/EC)^{2/3}$ , ou  $n/s^{2/3}$ .

Deve ser notado que não consideramos o fluido mais comprimido na parte inferior do que na parte superior, pois o peso P é infinitamente maior do que o peso do fluido. A partir desta consideração, é claro então que a força do fluido varia na proporção dos números n e  $n/s^{2/3}$ , isto é, de  $s^{2/3}$  para l. Mas aquilo que se relaciona com o incremento associado à *segunda causa* é encontrado observando-se o movimento das partículas; e assim é evidente que os impulsos ocorrem mais frequentemente se as partículas estiverem localizadas mais próximo uma das outras; é claro que o número de impulsos será inversamente proporcional à distância média entre as superfícies das partículas, e essas distâncias médias podem ser determinadas da sequinte maneira:

Supomos que as partículas são esféricas, e designaremos por D a distância média entre as pequenas esferas no caso da posição EF da tampa, e por d o diâmetro das pequenas esferas; assim, a distância média entre as superfícies das pequenas esferas será D-d; mas é evidente que na posição ef da tampa a distância média entre os centros das pequenas esferas será  $Ds^{1/3}$ , portanto a distância média entre as pequenas esferas é  $Ds^{1/3}s$ -d. Então, em relação à segunda causa, a força do ar natural ECDF estará para a força do gás comprimido eCDf como 1/(D-d) está para  $1/(Ds^{1/3}$ -d), ou como  $Ds^{1/3}$ -I está para D-I; no entanto, se reunirmos as duas causas, as forças mencionadas estarão como  $s^{2/3}$ .  $(Ds^{1/3}$ -I) está para D-I0.

Podemos substituir a razão D para d por outra mais inteligível: se considerarmos que a tampa sob um peso infinito desce até a posição mn na qual todas as partículas se tocam, e se designarmos a linha mC por m, D estará para d assim como I está para m, e substituindo esta razão, finalmente, as forças do ar natural ECDF e do ar comprimido eCDf estarão como  $s^{2/3}.(s^{1/3}-m^{1/3})$  está para  $1-m^{1/3}$ , ou como  $s-(mss)^{1/3}$  está para  $1-m^{1/3}$ . Portanto

$$\pi = (1-m^{1/3})P/(s-(mss)^{1/3}).$$

- §5. De todos os fenômenos podemos concluir que o ar pode ser comprimido para um espaço quase infinitamente pequeno; assim, supondo m=0, teremos  $\pi$  igual a P/s, de forma que os pesos que comprimem estão quase em proporção inversa ao espaço ocupado pelo gás quando comprimido de diferentes formas; muitos experimentos confirmam isto. Pode-se certamente aceitar esta regra para o ar mais rarefeito que o natural; mas eu não explorei suficientemente o caso de ar muito mais denso; de fato, não foram feitos experimentos com a precisão necessária nisto; para definir o valor da letra m é necessário fazer apenas um [experimento], mas um que fôsse feito com muita precisão e certamente com ar violentamente comprimido; no entanto, o grau de calor do ar, enquanto ele está sendo comprimido, deve ser mantido constante.
- §6. Entretanto, a elasticidade do ar aumenta não apenas através da compressão, como também através de aumento de calor, e uma vez que estabelecemos que o calor se espalha para todos os lados aumentando o movimento interno das partículas, segue que um aumento da elasticidade do ar sem variação de volume indica um movimento mais intensivo das partículas de ar, o que está em concordância com nossa hipótese; é de fato evidente que quanto maior o peso P necessário para manter o ar na posição ECDF, maior será a velocidade de agitação das partículas. Não é difícil ver que o peso P estará na razão do quadrado desta velocidade, pois tanto o número de impactos quanto sua intensidade crescem igualmente com a velocidade crescente; mas [cada um] separadamente é proporcional ao peso P.

Portanto, se chamarmos a velocidade das partículas de ar de v, o peso que ele [ar] pode suportar, na posição EF da tampa, será vvP, e na posição ef será  $vvP.(1-m^{1/3})/(s-(mss)^{1/3})$ , ou aproximadamente vvP/s, porque, como vimos, m é um número extremamente pequeno com relação à unidade ou ao número s.

.....