

ELETROMAGNETISMO II (4302304) - LISTA 2b

1. Os dois hemisférios de uma casca esférica metálica de raio R são separados por uma fina camada de isolante. Potenciais alternados são aplicados aos dois hemisférios $\pm V_0 \cos(\omega t)$. No limite de grandes comprimentos de onda, determine, na zona de radiação:
 - (a) os campos elétrico e magnético; R: $\mathbf{E} \simeq -\frac{3}{2} \frac{\omega^2 R^2}{c^2} V_0 \cos(\omega t) \frac{\sin \theta}{r} \hat{\boldsymbol{\theta}}$
 - (b) a distribuição angular da potência média emitida; R: $\frac{dP}{d\Omega} = \frac{9}{8} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} V_0^2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 R^4 \sin^2 \theta$
 - (c) a potência total média irradiada pela casca esférica.

2. Determine a *resistência de radiação* do fio que une as duas cargas elétricas oscilantes do dipolo visto em aula. Esta é a resistência que dissiparia na forma de calor a mesma potência média que o dipolo emite na forma de radiação. Mostre que $R = 790(d/\lambda) \Omega$, onde λ é o comprimento de onda da radiação. Para os fios de rádio comum ($d \simeq 5$ cm), é preciso se preocupar com a contribuição da radiação à resistência total?

3. Calcule os campos elétrico e magnético de um dipolo magnético oscilante sem fazer uso da aproximação $r \gg c/\omega$. Compare sua solução com a do problema 8 da lista 1b. Determine o vetor de Poynting e mostre que a intensidade da radiação é exatamente aquela obtida com a aproximação $r \gg c/\omega$.

4. Calcule a resistência de radiação para o dipolo magnético oscilante visto em aula. Expresse sua resposta em termos de λ e b e compare com a correspondente resistência do dipolo elétrico. R: $3 \times 10^5 (b/\lambda)^4 \Omega$.

5. Um anel circular de raio b feito de material isolante encontra-se no plano xy , centrado na origem. O anel possui densidade linear de carga $\lambda = \lambda_0 \sin \phi$, onde λ_0 é constante e ϕ é o ângulo azimutal. O anel é posto a girar com velocidade angular constante ω em torno do eixo z . Calcule a potência irradiada.

6. Uma corrente $I(t)$ flui ao longo de um anel circular. Deduza a fórmula geral para a potência irradiada, expressando sua resposta em termos do momento de dipolo magnético $m(t)$ do circuito. R: $P = \frac{\mu_0 \dot{m}^2}{6\pi c^3}$.

7. (a) Suponha um elétron desacelerado a uma taxa constante a a partir de uma dada velocidade inicial v_0 até parar. Que fração da sua energia cinética inicial é emitida em radiação? O restante é absorvido pelo mecanismo responsável pela aceleração constante. Assuma que $v_0 \ll c$, de forma que a fórmula de Larmor possa ser usada.
 - (b) Suponha que a velocidade inicial é térmica (em torno de 10^5 m/s) e a distância percorrida pelo elétron é de 30 \AA . O que você pode concluir sobre as perdas de radiação do elétron num condutor?

8. Calcule o ângulo θ_{max} no qual a emissão de radiação é máxima para o caso de uma partícula com velocidade \mathbf{v} e aceleração \mathbf{a} alinhadas. Mostre que para velocidades ultra-relativísticas, $\theta_{max} \simeq \sqrt{(1 - \beta)/2}$.

9. Quando uma partícula carregada se aproxima (ou se afasta) de uma superfície condutora, radiação é emitida devido à variação no tempo do momento de dipolo da carga e da sua imagem. Se a partícula tem massa m e carga q , determine a potência total irradiada como função da altura z acima do plano. R: $P = \left(\frac{\mu_0 c q^2}{4\pi}\right)^3 \frac{1}{6m^2 z^4}$.
10. Assumindo que acrílico tem um índice de refração $n = 1.5$ na região do visível:
- (a) Calcule o ângulo de emissão de radiação Cherenkov para elétrons e prótons como função da energia cinética K dessas partículas. Faça gráficos no computador de θ_c em graus versus $x = K/mc^2$. R: $\cos \theta_c = \frac{1+x}{n\sqrt{x(2+x)}}$.
- (b) Determine quantos fótons com comprimento de onda entre 4000 e 6000 Å são emitidos por centímetro ao longo da trajetória de um elétron de 1 MeV, de um próton de 500 MeV e de um próton de 5 GeV de energia cinética. R: 130, 58, 140 fótons / cm, respectivamente.
- Atenção: os comprimentos de onda acima são aqueles medidos dentro do acrílico e não no vácuo.