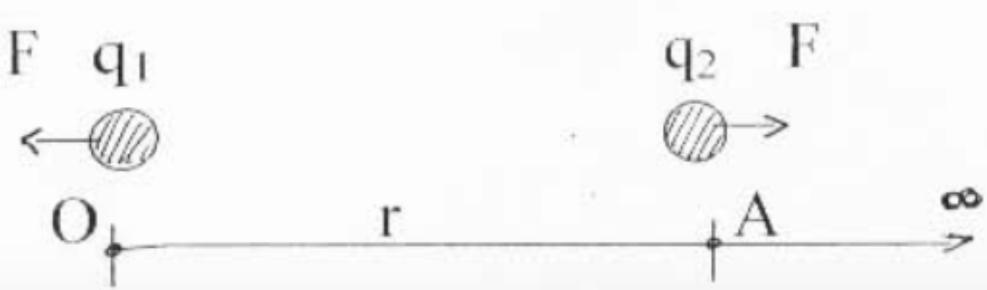
PEA 2290 – ELETROTÉCNICA GERAL
CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA.
CONCEITOS BÁSICOS.

1. Lei de Coulomb e Potencial Elétrico.

Força entre duas cargas pontuais. (Coulomb).

$$F = \frac{q_1.q_2}{4.\pi.\varepsilon.r^2}$$

onde: F = força em N (Newton)
q_1, q_2 = cargas elétricas em C (Coulomb)
r = distância entre cargas em m.
ε = constante do meio em F/m (Faraday/m)



Campo Elétrico: Podemos escrever:

$$F = \frac{q_1 . q_2}{4.\pi.\varepsilon..r^2} = \frac{q_1}{4.\pi.\varepsilon..r^2} \cdot q_2 \;\; = E_1 \cdot q_2$$

Onde E_1 é o campo elétrico provocado pela carga q_1.

$$E_1 = \frac{q_1}{4.\pi.\varepsilon..r^2} \qquad \text{Volt/m}$$

F é grandeza vetorial e, portanto, E_1 também é.

Potencial elétrico.

O trabalho realizado pela carga q_2 desde um ponto muito distante até A de q_1 é:

$$W = -\int_{\infty}^{A} \vec{F}.d\vec{r} = -\int_{\infty}^{A} q_2.\vec{E_1}.d\vec{r} = -q_2.\int_{\infty}^{A} \vec{E_1}.d\vec{r}.$$

O Potencial elétrico é uma grandeza escalar definida como sendo o trabalho W por unidade de carga, ou seja:

$$V_A = \frac{W}{q_2} = -\int_{\infty}^{A} \vec{E_1}.d\vec{r}$$ em Volt (V).

Obs: O potencial elétrico independe da carga.

2. Diferença de potencial, Tensão ou d.d.p.

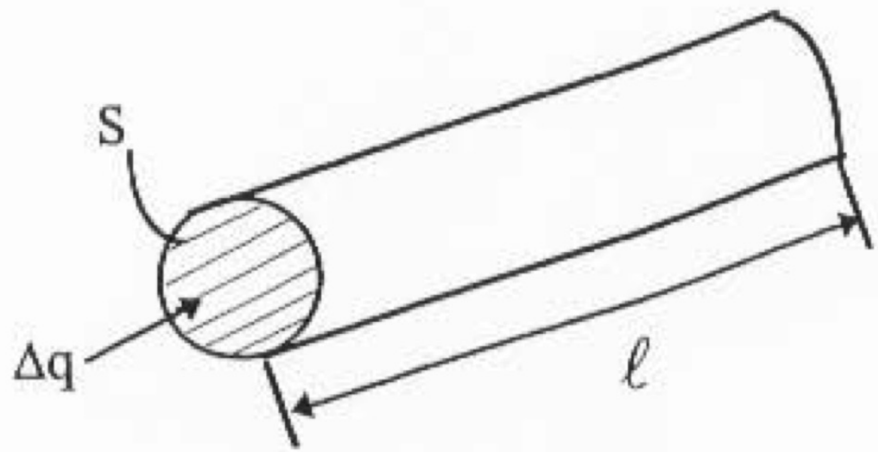
A partir deste conceito podemos calcular o trabalho para deslocar a carga q_2 de A até outro ponto B:

$$W_{AB} = -\int_A^B q_2.\overrightarrow{E_1}.\overrightarrow{dr} = -\int_A^\infty q_2.\overrightarrow{E_1}.\overrightarrow{dr} - \int_\infty^B q_2.\overrightarrow{E_1}.\overrightarrow{dr} = q_2.(V_B - V_A)$$

Portanto a tensão entre os pontos A e B é o trabalho realizado para se deslocar a unidade de carga de A até B

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

Corrente Elétrica



$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$ em A (ampere =C/s).

3. Lei de Joule e Resistência elétrica.

A lei de Joule estabelece que a energia W dissipada num condutor é dada por:

$$W = R.I^2.t$$

Onde: W = energia dissipada em J (joule);

i = corrente elétrica em A;

R = resistência elétrica do condutor em Ω.

Obs: R depende basicamente das características geométricas e do material do condutor:

$$R = \rho \cdot \frac{\lambda}{S}$$

Potência Elétrica

Potência Elétrica é a energia dissipada por unidade de tempo.

$$P = \frac{W}{t} = R.I^2 \qquad \text{W (watt = joule/s)}$$

4. Lei de OHM

Vimos que: $W = R.I^2.t = R.I.I.t$

como $q = I.t$

resulta: $W = R.I.q$

Como a energia pode ser dada por: $W = V.q$
ou seja, a diferença de potencial (tensão) entre dois pontos vezes a carga elétrica que circula entre esses pontos, resulta:

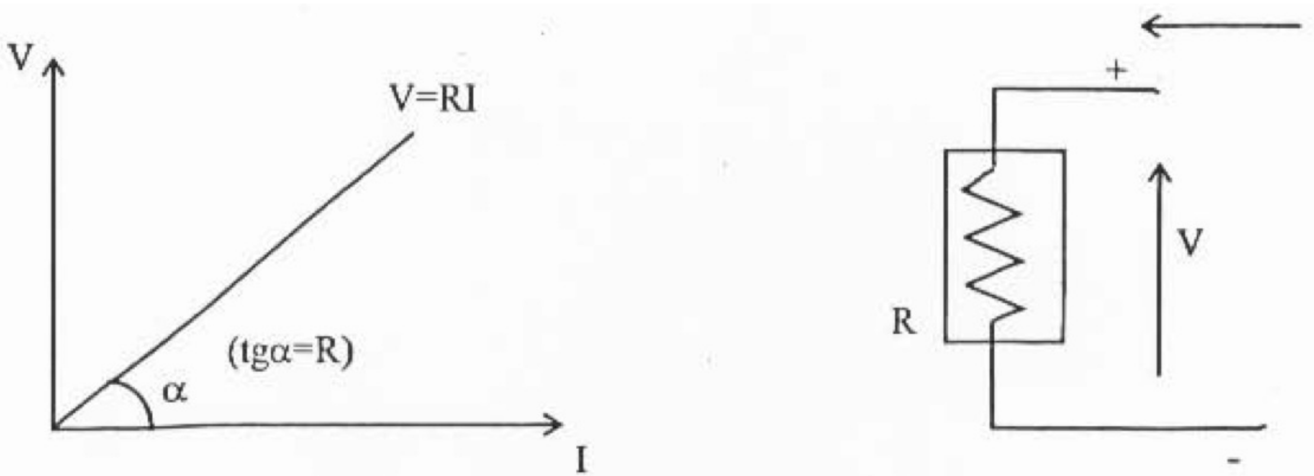
A diferença de potencial pode ser calculada por (lei de Ohm):

$$V = R.I$$

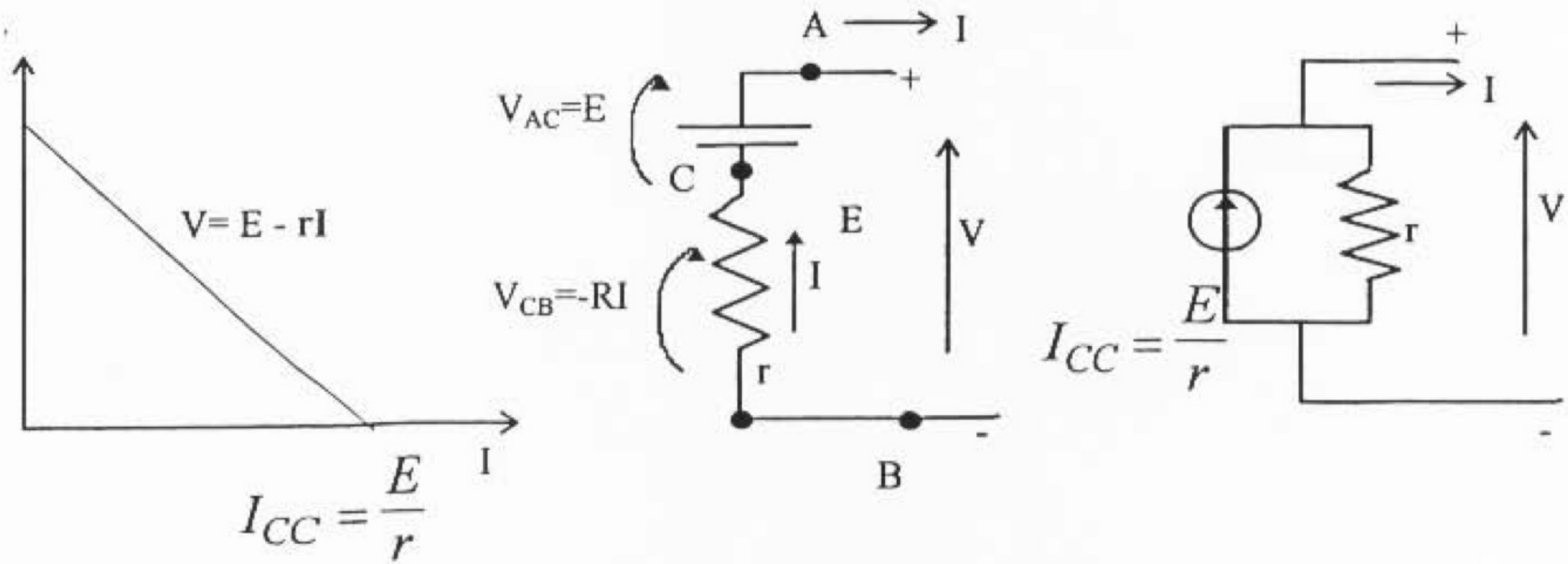
5. BIPOLOS

Def. Bipolo é qualquer dispositivo elétrico com dois terminais acessíveis, mediante os quais pode ser feita sua ligação a um circuito.

Classificação:	ativos	lineares
	passivos	não lineares



a - bipolo passivo

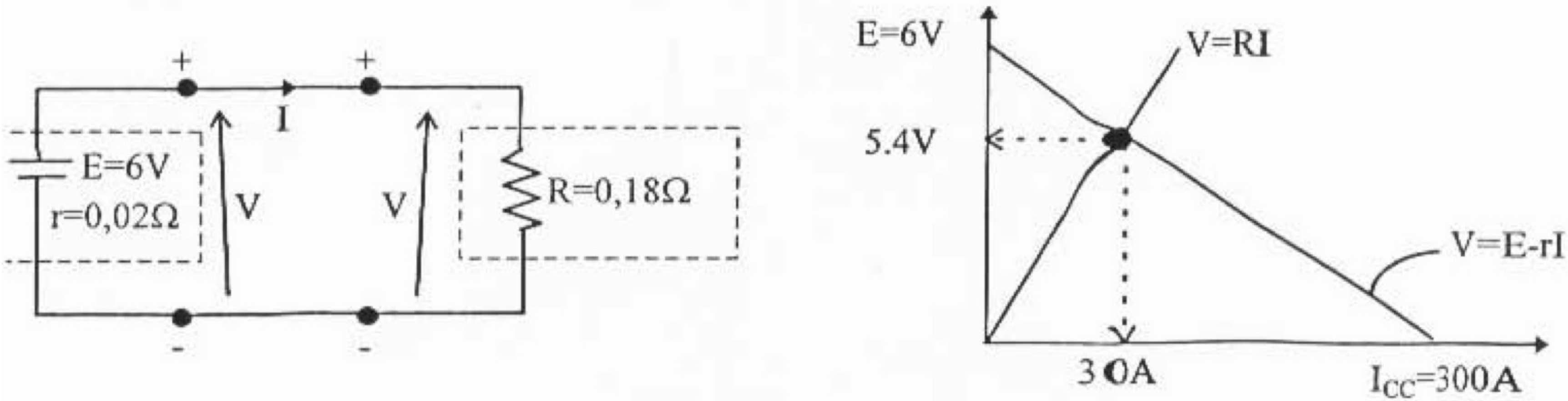


b - bipolos ativos

Figura 4 - Características Externas de Bipolos Elétricos

EXEMPLO: uma bateria real (figura 4).

Bipolo ativo linear real.



a) Circuito do Exemplo **b) Resolução Gráfica**

Resolução analítica;

bipolo ativo $V = E - r.I = 6 - 0,02.I$

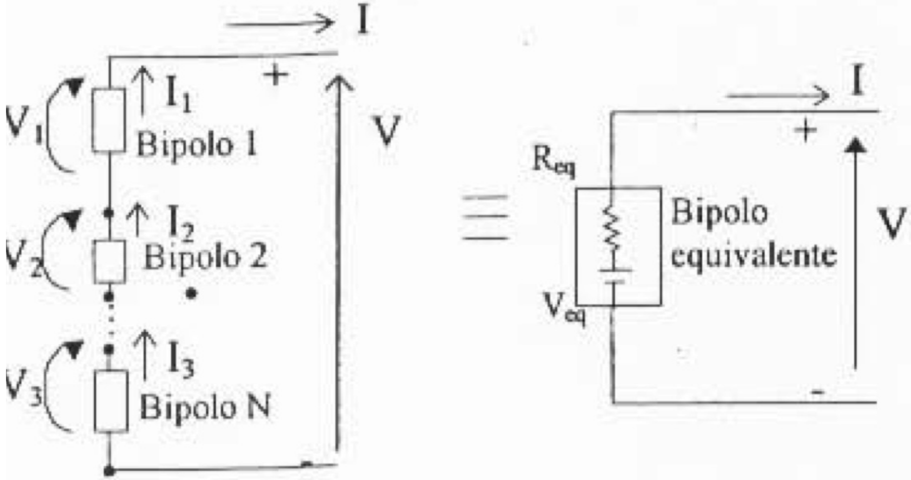
bipolo passivo $V = R.I = 0,18.I$

igualando as duas expressões, resulta:

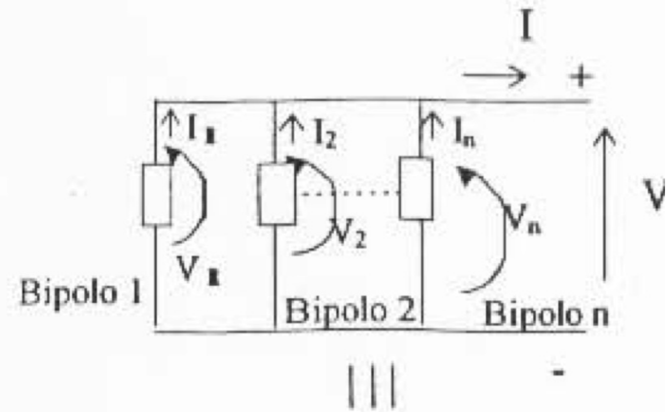
$$V = 0,18.30 = 5,4\ V$$

Associação de Bipolos

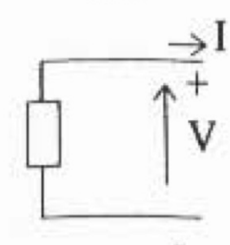
- série
- paralelo



a - em série



b- em paralelo



6. Rede de Bipolos

- **Definição:** Uma rede de bipolos é um conjunto de bipolos ligados entre si.
- Define-se para uma rede:
  - **Nó:** Um ponto qualquer da rede em que unem-se **3** ou mais bipolos distintos;
  - **Ramo (ou lado)**: qualquer bipolo (ou associação em série) com terminais ligados a nós distintos;
  - **Malha:** Qualquer circuito fechado da rede.

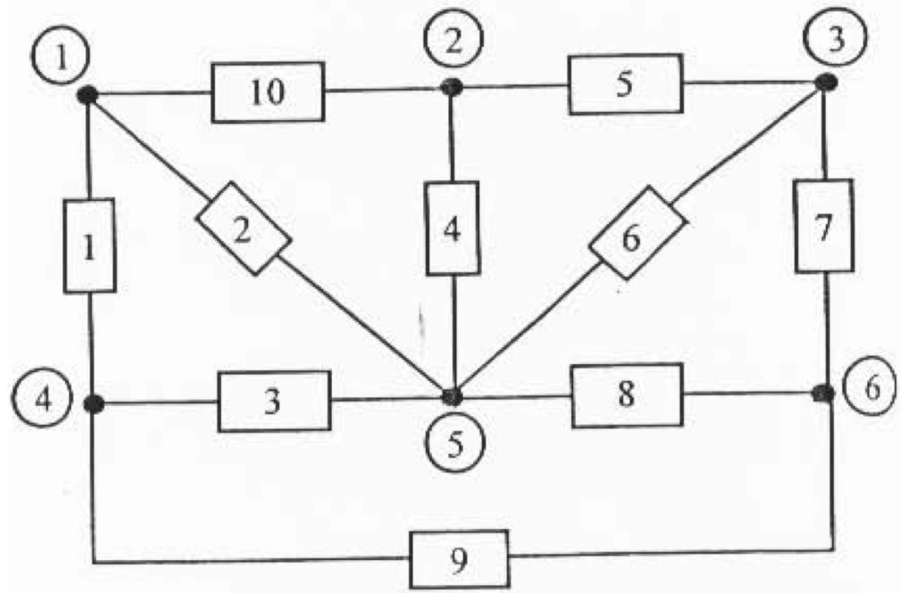
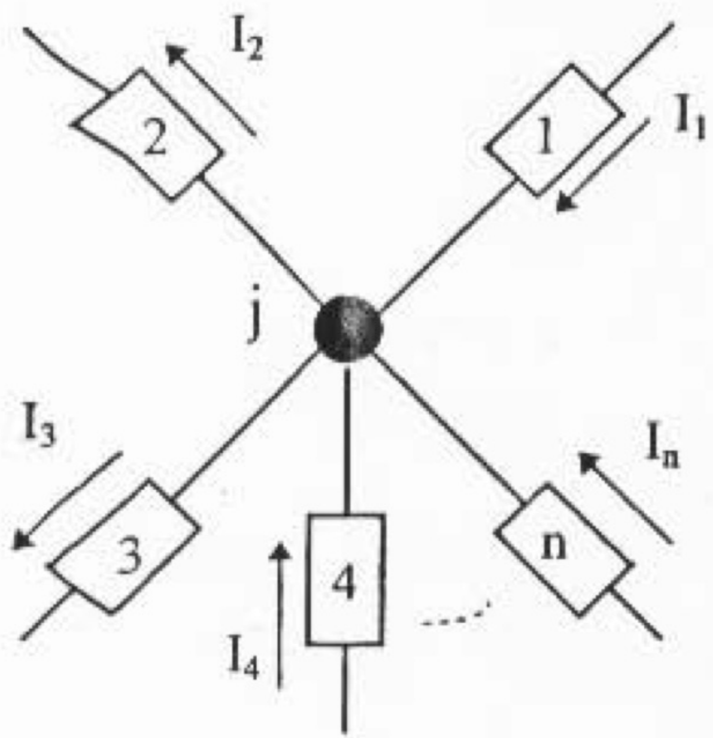


Figura 10 - Exemplo de Rede de Bipolos

7. LEIS DE KIRCHHOFF.

1ª. Lei: Lei dos Nós $\qquad \sum I_i = 0$



$\Sigma I_i = 0$

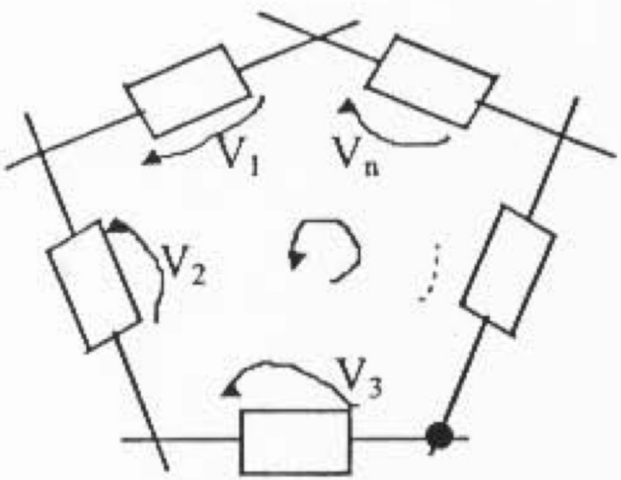
$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + \ldots + I_n = 0$

Figura 11 - 1ª Lei de Kirchhoff no Nó j

7. LEIS DE KIRCHHOFF

2ª. Lei: Lei das Tensões em Malhas

$$\sum V_i = 0$$



$\Sigma V_i = 0$

$V_1 - V_2 - V_3 + \ldots V_n = 0$

Figura 12 - 2ª Lei de Kirchhoff em uma Malha Genérica da Rede

8. RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS DE CORRENTE CONTÍNUA.

8.1. Aplicação das Leis de Kirchhoff

A solução de uma rede de bipolos significa determinar as tensões e as correntes em todos os seus ramos.

Portanto numa rede de bipolos com **r** ramos o número de incógnitas será **2.r.** (**r** correntes e **r** tensões) e conseqüentemente o número de equações necessárias.

Suponhamos uma rede com **n** nós, **r** ramos e um um número de malhas quaisquer.

Pela aplicação da Lei de Ohm aos **r** ramos da rede teremos **r** equações independentes.

Pela 1.ª Lei de Kirchhoff (dos nós) resulta um sistema de **n–1** equações independentes.

Portanto para compor o sistema de **2r** equações para a solução do problema, necessitaremos de mais **m** equações que serão obtidas pela aplicação da 2.ª Lei de Kirchhoff (das malhas).

Assim teremos: Incógnitas = 2r e

pela Lei de Ohm: r equações

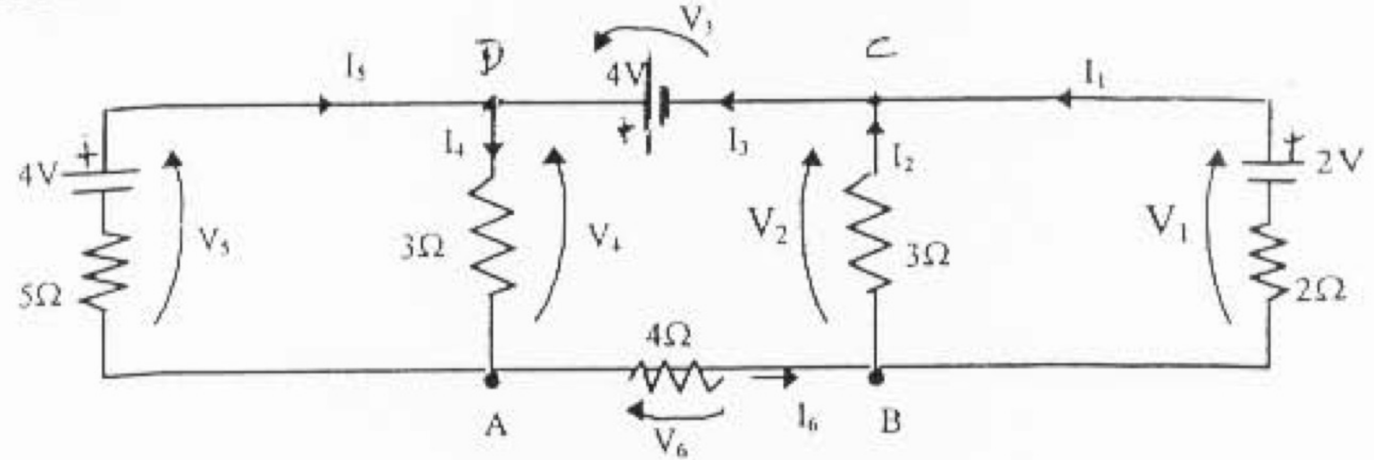
pela Lei de nós: n-1 equações.

pela Lei de malhas: $m = 2r - r - -(n - 1)$

$$\mathbf{m = r - n + 1} \quad \text{equações.}$$

Exemplo.

Resolva o circuito abaixo aplicando as leis de Ohm e de Kirchhoff.



número de ramos **r = 6**;

portanto, serão, necessárias: 12 equações

pela lei de Ohm temos: 6 equações

número de nós **n = 4**

pela 1.ª lei de Kirchhoff : $4 - 1 = 3$ equações

Serão, portanto, necessárias: (2.ª lei de Kirchhoff)

$$\mathbf{m = 12 - 6 - 4 + 1 = 3}$$ equações de malhas.

Obtém-se destas equações as correntes nos ramos. Em seguida, usando a lei de Ohm para cada ramo obtém-se as tensões respectivas.

No nó A: $I_4 - I_5 - I_6 = 0$ (1)

nó B: $-I_1 - I_2 + I_6 = 0$ (2)

nó C: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ (3)

Na malha: DAA': $V_4 - V_5 = 0$

Aplicando Ohm: $3.I_3 - 5.I_5 - 4 = 0$ (4)

Na malha: DCBA $\quad V_3 + V2 - V_6 - V_4 = 0$

$$+4 - 3.I_2 - 4.I_6 - 3.I_4 = 0 \qquad (5)$$

Na malha : CC'B $\quad V_1 - V_2 = 0$

$$+2 - 2.I_1 + 3.I_2 = 0 \qquad (6)$$

Resolvendo:

$I_1 = 0{,}713A$; $I_2 = -0{,}189A$; $I_3 = 0{,}524A$;

$I_4 = 0{,}828A$; $I_5 = 0{,}304A$; $I_6 = 0{,}524A$

$V_1 = V_2 = 0{,}574V$; $V_3 = 4V$;

$V_4 = V_5 = 2{,}484V$; $V_6 = 2{,}096V$

8.2. Método das Correntes Fictícias de Maxwell

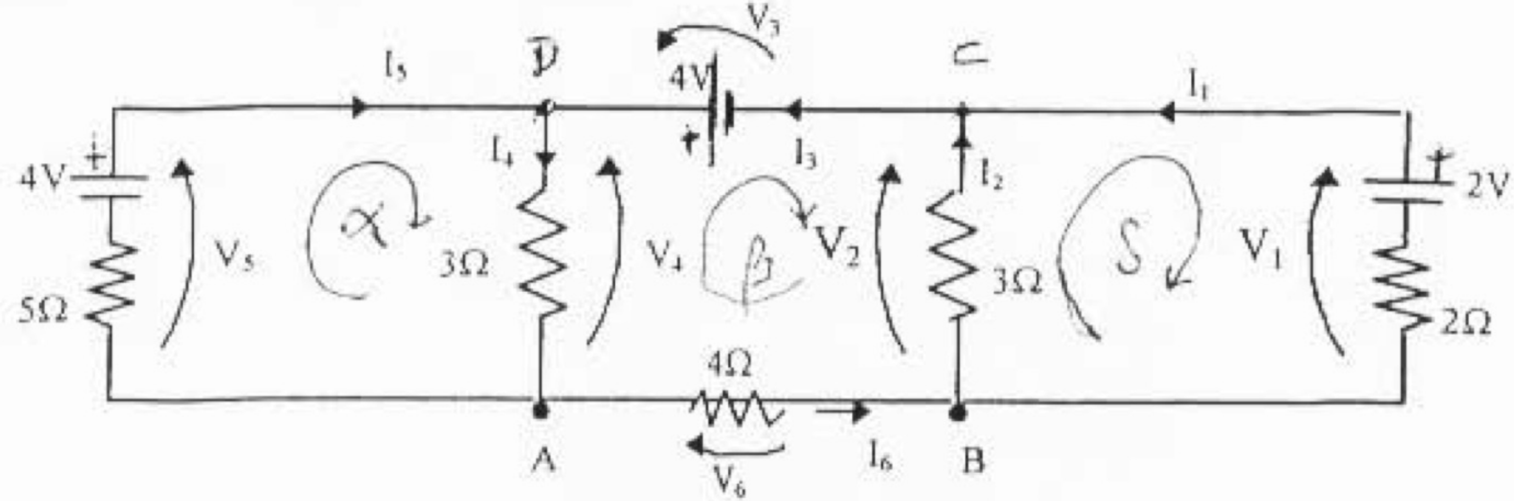
- É uma simplificação do método anterior;
- Determinamos o número de nós da mesma forma:

$$\mathbf{m = r - n + 1}$$

- e fixamos uma **corrente ficitícia** para cada uma;
- A corrente em cada ramo é a soma algébrica das correntes fictícias que percorrem este ramo.
- A 1a. Lei de Kirchhoff fica automaticamente verificada
- Aplica-se a 2a. Lei de Kirchhoff para as m malhas e obtem-se m equações a m incognitas (as correntes fictícias)
- Destas equações obtem-se as correntes fictícias
- As correntes reais são as somas algébricas das correntes em cada ramos
- Para obter as tensões aplica-se a Lei de Ohm em cada ramo.

Exemplo:

Resolva o circuito anterior pelo método das correntes fictícias de Maxwell.



$$(5 + 3).\alpha - 3.\beta - 4 = 0 \qquad (1)$$

$$(3 + 3 + 4).\beta - 3.\alpha - 3.\delta + 4 = 0 \qquad (2)$$

$$(3 + 2).\delta - 3.\beta + 2 = 0 \qquad (3)$$

Resolvendo, obtemos:

$$\alpha = 0{,}304A; \quad \beta = -\,0{,}524A; \quad \delta = -\,0{,}713A$$

E portanto:

$$I_1 = -\,\delta = 0{,}713A; I_2 = \beta - \delta = -\,0{,}189A;$$

$$I_3 = -\,\beta = 0{,}524A; I_4 = \alpha - \beta = 0{,}828A;$$

$$I_5 = \alpha = 0{,}304A; \; I_6 = -\,\beta = 0{,}524A$$

$$V_1 = V_2 = 0{,}574V; \quad V_3 = 4V;$$

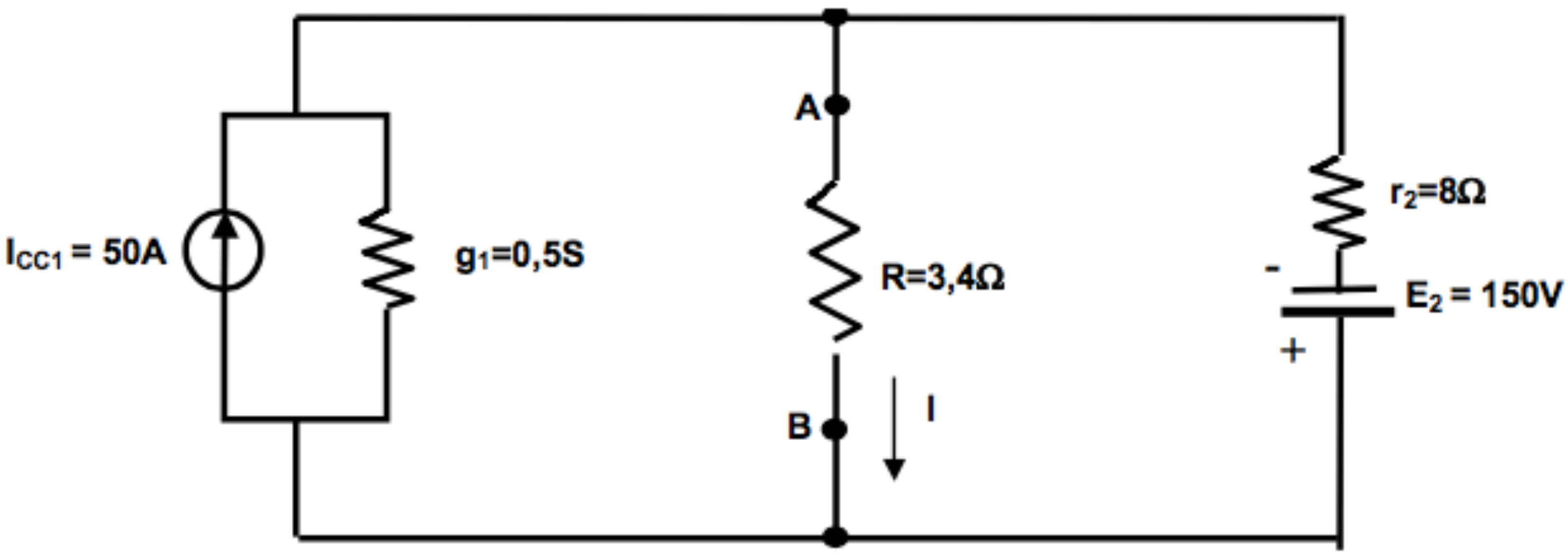
$$V_4 = V_5 = 2{,}484V; \quad V_6 = 2{,}096$$

PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DE EFEITOS

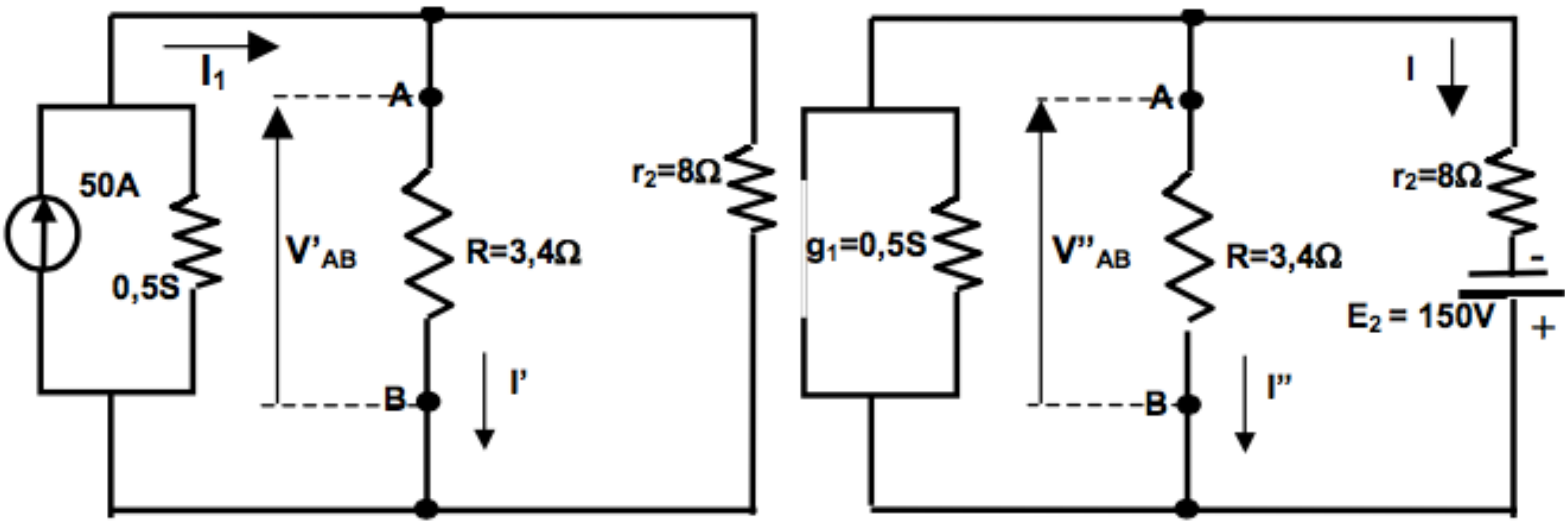
- **Def.:** Corrente (ou tensão) num ramo da rede de **bipolos lineares** = Σ das correntes (ou tensões) nesse ramo de cada gerador da malha, com os outros geradores inativos”
- Gerador inativado significa:
  - gerador de tensão, sua f.e.m. é curto-circuitada, permanecendo no circuito, somente a resistência interna;
  - gerador de corrente, o gerador ideal é aberto, permanecendo no circuito sua condutância interna .
- Decorre da linearidade das equações de Kirchhoff .

PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DE EFEITOS

- Ex. 2.5.: Determinar, pelo método da superposição, a corrente no resistor R da rede da Figura.



PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DE EFEITOS



a) Cálculo de I'= … = 16 A

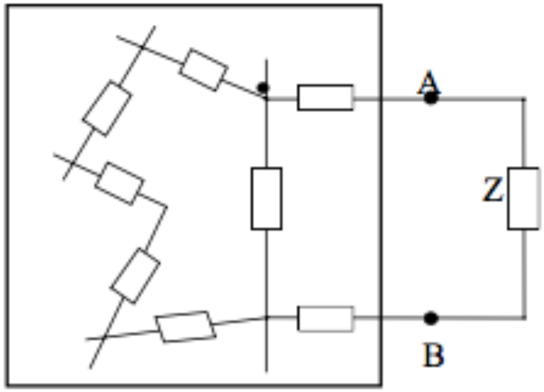
b) Cálculo de I''= … = −6 A

c) Cálculo de I = I' + I'' => I = 16 − 6 = 10A

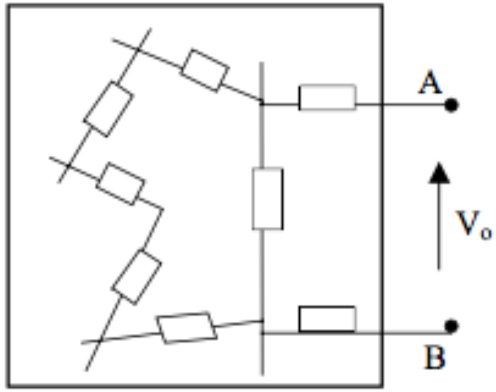
GERADORES EQUIVALENTES DE THÉVENIN E NORTON

- **Gerador Equivalente de Thévenin**: substitui-se uma parte de uma rede de bipolos lineares por um gerador de tensão ideal em série com uma resistência.
- **Gerador Equivalente de Norton**: substitui-se uma parte de uma rede de bipolos lineares por um gerador de corrente ideal em paralelo com uma condutância.

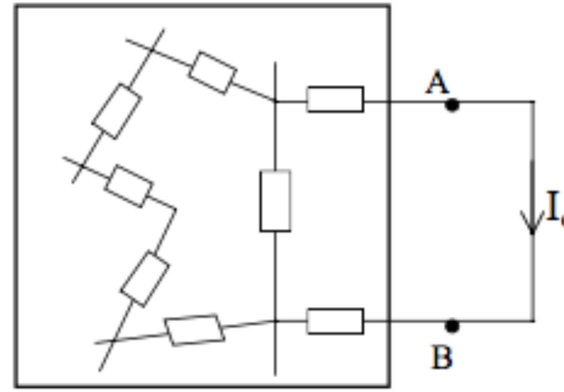
GERADORES EQUIVALENTES DE THÉVENIN E NORTON



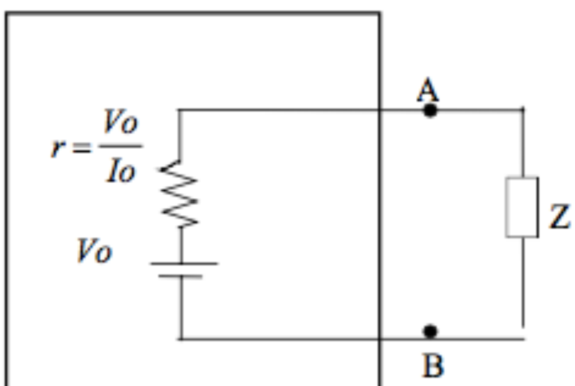
a) rede de bipolos lineares + bipolo Z



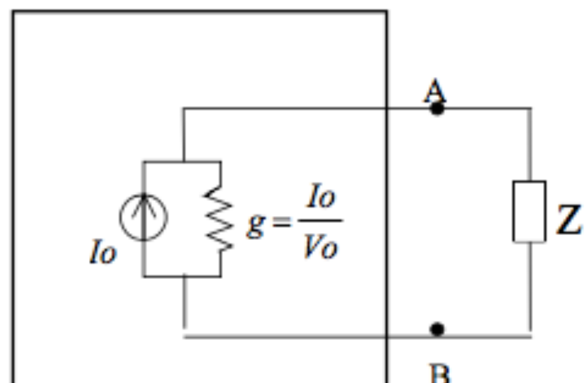
b) determinação da f.e.m. equivalente



c) determinação da corrente de curto circuito equivalente



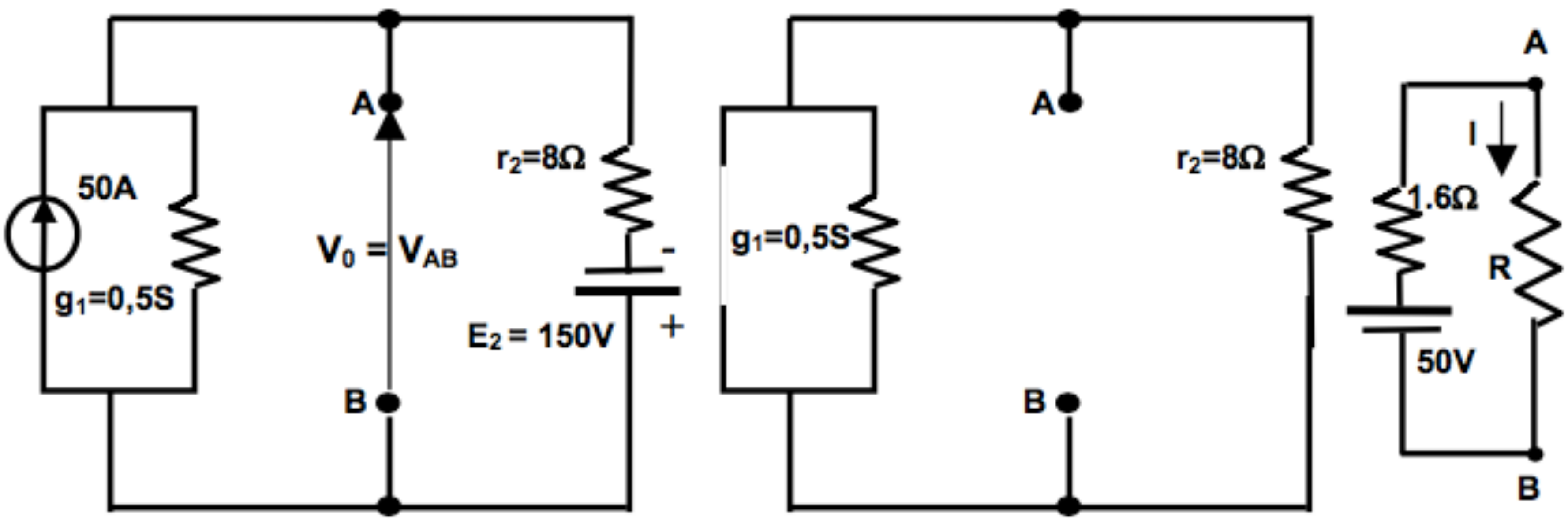
d) gerador equivalente de Thévenin



e) gerador equivalente de Norton

GERADORES EQUIVALENTES DE THÉVENIN E NORTON

- Para a rede do Exemplo 2.5 determinar o gerador equivalente de Thévenin, visto dos pontos A e B, que fornecerá a corrente I para a resistência R.



a.Tensão de vazio b. Resistência equivalente c.Ger.eq.

GERADORES EQUIVALENTES DE THÉVENIN E NORTON

- A tensão V_0 pode ser facilmente calculada transformando-se o gerador 1 em gerador de tensão (E1=100V e r1=2Ω). A corrente I_1 de circulação, Figura.a, e, consequentemente, a tensão Vo são:

$$I_1 = \frac{100+150}{8+2} = 25\,A \quad e \quad V_0 = 8\times 25 - 150 = 50\,V$$

- A resistência de Thévenin é obtida pelo paralelo das resistências, Figura.b:

$$r_0 = \frac{2\times 8}{2+8} = 1,6\,\Omega$$

- Substituindo-se a parte da rede vista dos pontos A e B pelo gerador equivalente de Thévenin, resulta o circuito da Figura.c, onde o valor da corrente I é dado por:

$$I = \frac{50}{1,6+3,4} = 10\,A$$

- que é o mesmo valor obtido no exemplo anterior, onde foi aplicado o princípio da superposição de efeitos.