Instituto de Física
USP

Física V - Aula 29

Professora: Mazé Bechara

Aula 29 – Características dos auto-estados de energia dos estados ligados. Outras soluções: combinações lineares dos auto-estados de energia

1. As características gerais dos movimentos de estados ligados na mecânica quântica: na função de onda e a nas energias.
2. Um potencial nuclear para a interação de uma partícula alfa com as outras partículas de um núcleo – discussão qualitativa. A possibilidade de existirem núcleos estáveis e os que decaem com emissão de uma alfa.
3. A ortonormalidade dos auto-estados de energia dos estados ligados: uma base para descrever todas as funções de onda (espaço de Hilbert).
4. As combinações lineares de auto-estados de energia: densidade de probabilidade variável no tempo e a possibilidade de emissão de fótons com energia igual a diferença entre a energia de dois estados, como proposto por Bohr.
5. Os estados mistos: a relação entre as constantes e o valor média da energia.

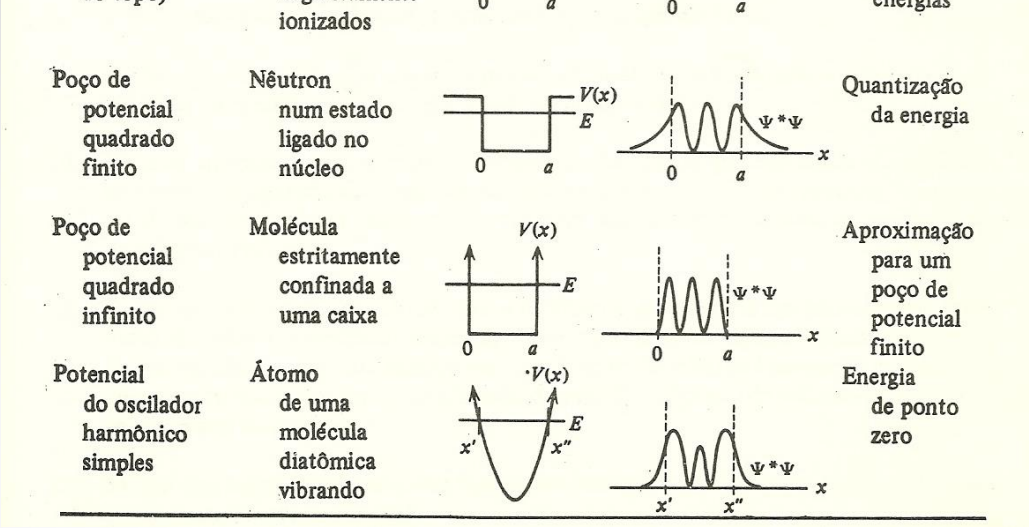
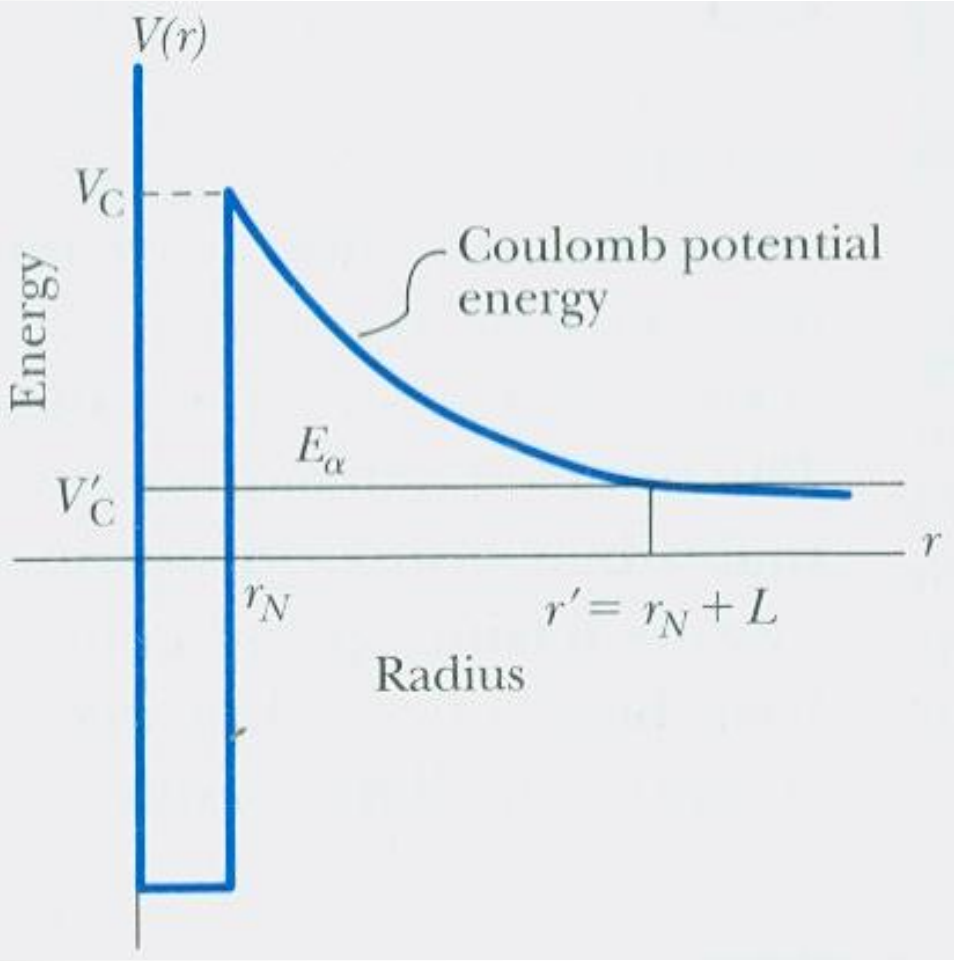


Figura do Eisberg

As **características das densidades de probabilidade** dos estados ligados: ***oscilam na região classicamente permitida e caem rapidamente a zero na região classicamente proibida***.

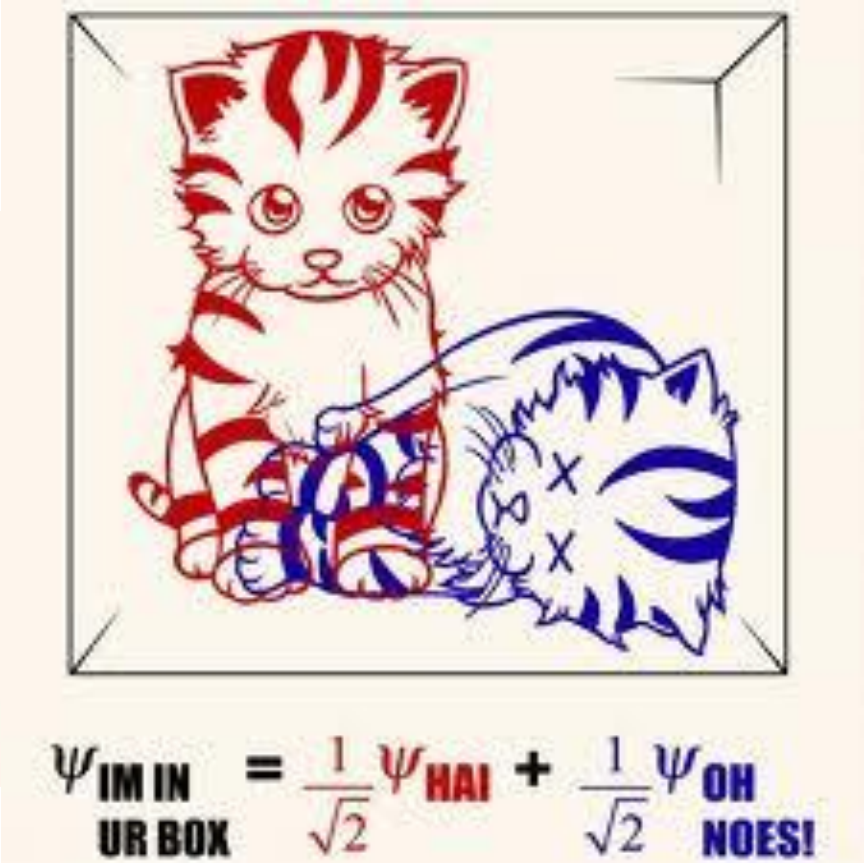
Todos os estados ligados têm funções de onda normalizáveis, parte espacial real e energias quantizadas.

Alfa no interior do núcleo: potencial nuclear atrativo (poço) + coulombiano repulsivo



Se a energia do estado fundamental for positiva, há probabilidade não nula da alfa escapar do núcleo – ele se torna outro núcleo após emissão de uma alfa de energia constante (a que tinha no interior do núcleo.

Estado misto de duas auto-funções.
O gato de Schroedinger - duas representações



A ortonormalidade das auto-funções de energia e os estados mistos

(Ref. Enge, Wehr &Richards - demonstração em aula)

No caso dos estados ligados, as auto-funções de energia são quantizadas, ou seja, há alguns estados possíveis e com energia quantizada, as $\psi_n(x,t)=\varphi(x)\exp(-iE_nt/\hbar)$. Estas auto-funções obedecem a equação:

$$\hat{H}\psi_n(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi_n(x,t) = E_n\psi_n(x,t)$$

- Estas $\psi_n(x,t)$ obedecem à relação: :
- $$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi_n^*(x,t)\psi_{n'}(x,t)dx = \int_{-\infty}^{+\infty}\psi_{n'}^*(x,t)\psi_n(x,t)dx = \delta_{n,n'}$$
- Qualquer combinação linear das auto-funções:

$$\Psi(x,t) = \sum_n a_n\psi_n(x,t)$$

- é solução da equação de Schroedinger para o mesmo hamiltoneano, mas não é uma auto-função de energia, ou seja:
- .

$$\hat{H}\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) \neq E\Psi(x,t)$$

A densidade de probabilidade dos estados mistos e a possibilidade de emissão com frequencia da hipótese de Bohr

- A densidade de probabilidade é que descreve o estadao: as posições da partícula em cada instante, e suas grandezas físicas.
- E esta densidade de probabilidade tem termos de interferência entre os estados estáticos que "compõem" o estado finaal. Não é o resultado da soma das ondas que a compõem.

$$\Psi^*(x,t)\Psi(x,t) = \sum_n a_n^* \psi_n^*(x,t) \sum_n a_n \psi_n(x,t) =$$

$$= \sum_n |a_n|^2 |\varphi_n(x)|^2 + \sum_{n\#n'} a_n^* a_{n'} e^{-it(\frac{E_{n'}-E_n}{\hbar})} + \sum_{n\#n'} a_{n'}^* a_n e^{it(\frac{E_{n'}-E_n}{\hbar})}$$

A normalização e as energias médias dos dos estados mistos (demonstração em aula)

A condição de normalização dos estados mistos exige que:

- $$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sum_n a_n^* \psi_n^*(x,t) \sum_n a_n \psi_n(x,t) \right] dx = 1$$

$$\Rightarrow \sum_n |a_n|^2 = 1$$

- E o valor médio da energia destes estados é dado por:
- $$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x,t)\hat{H}\Psi(x,t)dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sum_n a_n^* \psi_n^*(x,t) \hat{H} \sum_n a_n \psi_n(x,t) \right] dx = \sum_n |a_n|^2 E_n$$

- Cuidado: isto não quer dizer que o estado tem apenas as energias dos estados estacionários!