

Jogos Simultâneos: Encontrando as Melhores Respostas Estratégicas

Com as raposas, devemos bancar raposas.

DR. THOMAS FULLER, MÉDICO BRITÂNICO (1654-1734)

INTRODUÇÃO

A epígrafe deste capítulo nos lembra de que é importante levar em consideração o que os outros pretendem, e algumas vezes também o que eles pensam que nós achamos que eles pretendem e assim por diante. Em outras palavras, precisamos começar a entender como os agentes envolvidos em situações de interação estratégica analisam a situação e tomam suas decisões, para descobrirmos as melhores respostas em um jogo.

Até aqui discutimos apenas como se modela um jogo. Modelar adequadamente uma situação de interação estratégica é de fundamental importância, pois uma modelagem inadequada pode resultar em conclusões equivocadas acerca de que estratégia adotar para obter os melhores resultados. Daí termos visto, em detalhe, os elementos necessários para se modelar uma situação de interação estratégica, assim como os tipos de modelos que podem ser criados.

Agora, contudo, já é tempo de começarmos a discutir como os jogadores tomam suas decisões em situações de interação estratégica, isto é, *como se deve jogar um jogo*. Para isso, precisamos determinar quais serão os resultados mais prováveis do jogo *caso os jogadores ajam racionalmente*. Em outras palavras, agora é o momento de analisarmos um jogo e, nessa análise, a hipótese de que os jogadores escolhem a estratégia que produz os melhores resultados, dados os seus objetivos, possui fundamental importância.

Começaremos nossa análise de jogos examinando neste capítulo *jogos simultâneos*. Ainda que esse tipo de jogo represente uma forma de interação estratégica bastante simples, pode proporcionar resultados bastante interessantes não apenas para ilustrar como muitas vezes se deve proceder em uma situação de interação estratégica, mas também para nos ajudar a entender algumas situações aparentemente paradoxais que encontramos ao estudarmos a economia, estratégias empresariais e muitas outras situações de interação social.

Além disso, adotaremos inicialmente a abordagem clássica de teoria dos jogos, em que é comum assumir que *a estrutura do jogo*, isto é, as estratégias que os jogadores podem adotar e as recompensas que podem obter a partir de cada combinação de estratégias, é de conhecimento comum.



Uma informação do jogo é dita de *conhecimento comum* quando todos os jogadores conhecem a informação, todos os jogadores sabem que todos os jogadores conhecem a informação, todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem que todos os jogadores conhecem a informação e assim por diante, até o infinito.

O leitor pode estar achando estranha essa cadeia de todos sabem que todos sabem que todos sabem... Que se estende até o infinito. No entanto, há uma razão simples para isso: sempre que temos um processo de interação estratégica, em que a escolha de um jogador depende das escolhas de outro jogador, é natural que, antes de tomar suas decisões, um jogador imagine o que o outro jogador imagina que o jogador está imaginando que o outro jogador imagina... E assim por diante, tantas vezes quanto for o processo de interação entre eles. A imposição de que essa cadeia se estenda até o infinito é apenas para dar conta de qualquer processo de interação, por mais longo que seja.¹

Isso não significa que casos de interação estratégica em que as informações relevantes não são de conhecimento comum não podem ser analisados: como veremos mais adiante, existem métodos específicos para lidar com esse tipo de situação. Mas, por enquanto, vamos começar com situações mais simples, em que os jogadores têm conhecimento comum das informações relevantes para o processo de interação estratégica: vamos discutir os jogos de *informação completa*.

¹ Isso vai ficar mais claro quando discutirmos a utilidade da hipótese de conhecimento comum para a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, mais adiante.



Um jogo é dito de *informação completa* quando as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum.

Mas por que é importante definir que as recompensas dos jogadores sejam de conhecimento comum? Como estamos supondo que os jogadores são racionais, ou seja, que adotarão as estratégias que maximizem suas recompensas, afirmar que as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum significa dizer que nenhum dos jogadores possui dúvidas sobre o resultado que os demais estão buscando obter. Assim, cada jogador sabe exatamente com quem está jogando, pois sabe quais são os objetivos dos outros jogadores.

Ao estudarmos jogos simultâneos, nosso interesse será determinar que combinação de estratégias os jogadores poderão adotar, isto é, quais serão suas ações e que consequências essas ações terão para os jogadores, desde que eles ajam racionalmente.

Para poder responder a isso, estudaremos inicialmente o que são estratégias estritamente dominantes e estratégias estritamente dominadas. Em seguida, veremos como os jogadores realizam suas escolhas quando é possível eliminar as estratégias estritamente dominadas e chegar a uma única combinação de estratégias.

Em seguida, discutiremos o importante conceito de equilíbrio de Nash, que nos permite determinar qual será a combinação de estratégias que os jogadores escolherão mesmo que não seja possível eliminar estratégias estritamente dominadas. Veremos várias aplicações interessantes do equilíbrio de Nash.

UMA PRIMEIRA BUSCA DA SOLUÇÃO DO JOGO: ELIMINANDO ESTRATÉGIAS ESTRITAMENTE DOMINADAS

Em alguns casos, os jogadores têm uma ou mais opções de estratégia que proporcionam resultados melhores do que alguma outra estratégia, não importando o que os demais jogadores façam. Nesse caso, a análise do jogo fica bastante facilitada, como veremos em seguida: se uma opção lhe dá um resultado sempre melhor do que outra, por que escolher esta outra, se você for racional? Assim, podemos eliminar várias estratégias que são menos interessantes do que outras.

Considere, por exemplo, a seguinte situação de interação estratégica: a empresa de sabão em pó Limpo tem de decidir se lança, ou não, uma marca biode-

gradável para competir com o produto similar de sua concorrente, a empresa Bonito. Esta última, por sua vez, tem de decidir se aumenta, ou não, os gastos de propaganda com o seu produto. Os lucros de cada empresa são apresentados na forma estratégica na Figura 3.1 a seguir, em milhões de reais.²

Limpo	Bonito	
	Aumentar os Gastos com Publicidade	Não Aumentar os Gastos com Publicidade
Lançar o Produto Biodegradável	5, 5	7, 3
Não Lançar o Produto Biodegradável	2, 4	2, 7

Figura 3.1 Exemplo de Estratégia Estritamente Dominante

Considere inicialmente os lucros da empresa Limpo. Caso a empresa concorrente Bonito decida aumentar seus gastos em publicidade, lançar o produto biodegradável proporcionará lucros no valor de 5 milhões de reais, enquanto a decisão de não lançar o produto biodegradável produzirá lucros menores, no valor de 2 milhões de reais.

Da mesma forma, caso a empresa Bonito decida não aumentar seus gastos em publicidade, lançar o produto biodegradável produzirá lucros maiores (7 milhões) do que não lançar (2 milhões). O que você faria se fosse o presidente da empresa Limpo e tivesse que tomar uma decisão sobre o lançamento do produto biodegradável?

Como você já deve ter percebido, não importa o que a empresa Bonito decida, *é sempre melhor para a empresa Limpo lançar seu produto biodegradável*. Utilizando os termos empregados pela teoria dos jogos, a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} *domina* a estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} no caso do jogador Limpo. Também podemos dizer que o jogador Limpo possui uma *estratégia dominante* {Lançar o Produto Biodegradável}.³ Alternativamente, poderíamos afirmar que a estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} é *dominada* pela estratégia {Lançar o Produto Biodegradável}.

Note que *todas* as recompensas da estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} são *estritamente maiores* do que as recompensas da estratégia {Não Lançar

² Os valores das recompensas têm sempre sentido simbólico: visam apenas a ordenar as preferências dos jogadores.

³ Examine o mesmo caso e veja que a empresa Bonito não possui estratégia dominante.

o Produto Biodegradável}. Nesse caso, diz-se que a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} é *estritamente dominante em relação à estratégia* {Não Lançar o Produto Biodegradável}.

Representa-se isso, algebricamente, da seguinte forma: seja um dado jogador i , cujas estratégias são representadas como s_i . As estratégias dos demais jogadores são representadas como s_{-i} , onde o subíndice $-i$ significa que estamos tratando das estratégias de todos os jogadores que *não* o jogador i . Seja π_i a função de recompensa do jogador i , que especifica uma recompensa para o jogador i de acordo com a estratégia que ele e os demais jogadores adotam.⁴ Se uma dada estratégia do jogador i , denominada s_i^* , é estritamente dominante em relação a uma outra estratégia s_i^{**} , para este jogador, temos que:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}) > \pi_i(s_i^{**}, s_{-i}), \text{ para todo } s_{-i}$$

A desigualdade anterior representa o fato de que a recompensa proporcionada por s_i^* ao jogador i é estritamente superior às recompensas proporcionadas pela estratégia s_i^{**} , que o jogador i pode adotar, quaisquer que sejam as estratégias adotadas pelos demais jogadores.

Mas além de estratégias estritamente dominantes, também podemos ter casos em que uma estratégia é melhor do que outra em pelo menos uma situação, sendo no restante das vezes apenas tão boa quanto esta outra. Veja o mesmo exemplo anterior, ligeiramente reformulado, na Figura 3.2 a seguir:

Lançar o Produto Biodegradável	Não Lançar o Produto Biodegradável	Bonito	
		Aumentar os Gastos com Publicidade	Não Aumentar os Gastos com Publicidade
2, 5	2, 4	7, 3	2, 7

Figura 3.2 Exemplo de Estratégia Fracamente Dominante

No nosso exemplo reformulado, caso a empresa Bonito decida aumentar seus gastos com publicidade {Lançar o Produto Biodegradável} produz resultados tão bons quanto {Não Lançar o Produto Biodegradável}. Contudo, se a empresa Bonito decidir não aumentar seus gastos com publicidade, a empresa Limpo terá lucros maiores caso decida lançar seu detergente biodegradável.

4 Caso tenha qualquer dúvida sobre o conceito de função de recompensa, veja o capítulo anterior.

Nesse caso, em que a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} produz recompensas (lucros) superiores em uma situação, e recompensas tão boas como as recompensas da estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} no restante das vezes, diz-se que a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} é *fracamente dominante em relação à estratégia* {Não Lançar o Produto Biodegradável}, para a empresa Limpo.

Da mesma forma, diz-se que a estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} é *fracamente dominada* pela estratégia {Lançar o Produto Biodegradável}.

Para representar algebricamente a dominância fraca, considere novamente um dado jogador i , cujas estratégias são representadas como s_i . As estratégias dos demais jogadores são, como sempre, representadas como s_{-i} , sendo π_i a função de recompensa do jogador i . Se uma dada estratégia do jogador i , denominada s_i'' , é fracamente dominante em relação a uma outra estratégia s_i' para este mesmo jogador, temos que:

$$\begin{aligned}\pi_i(s_i'', s_{-i}) &\geq \pi_i(s_i', s_{-i}), \text{ para todo } s_{-i}, \text{ e} \\ \pi_i(s_i'', s_{-i}) &> \pi_i(s_i', s_{-i}), \text{ para algum } s_{-i}\end{aligned}$$

Essa desigualdade representa o fato de que a recompensa proporcionada por s_i'' ao jogador i é maior ou igual às recompensas proporcionadas pela estratégia s_i' , quaisquer que sejam as estratégias adotadas pelos demais jogadores e, para pelo menos uma das estratégias que os demais jogadores possam adotar, a estratégia fracamente dominante s_i'' produz recompensas melhores do que s_i' .

Mas nosso interesse não se limita a identificar estratégias dominantes e dominadas. Essa identificação permitirá aplicar o primeiro método para determinar o resultado de um jogo, isto é, que estratégias os jogadores devem escolher para obterem as melhores recompensas. Esse será o nosso próximo assunto.

Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

O método mais simples para se determinar o resultado de um jogo simultâneo é a chamada *eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas*. Para entender como esse método é aplicado, considere a seguinte situação hipotética: duas empresas, a Carro Novo e a Novo Auto, competem no mercado automobilístico. A empresa Carro Novo já tem seu modelo de utilitário, que é um sucesso, enquanto a Novo Auto ainda não oferece nenhum modelo de utilitário.

A Novo Auto tem três opções: (a) importar o utilitário de sua matriz estrangeira; produzir o utilitário nacionalmente; ou simplesmente permanecer fora do segmento de utilitários, decidindo não competir com a Carro Novo. A empresa Car-

ro Novo pode responder às escolhas da Novo Auto de três formas: mantendo o preço do seu modelo; diminuindo o preço do seu modelo; ou lançando uma nova versão do seu modelo.

Vamos supor que ambas as empresas tomam suas decisões ao mesmo tempo, no momento de finalizar seu planejamento anual, sem conhecer as decisões uma da outra. Contudo, como são empresas experientes no mercado e que já competiram entre si em outras oportunidades, conhecem o comportamento dos consumidores e fazem uma estimativa bastante razoável dos seus lucros e dos lucros da rival em cada situação.

A forma estratégica na Figura 3.3 (a) seguinte apresenta as estimativas de lucros (em milhões) de cada combinação de ações das duas empresas, que resultam tanto dos custos de cada opção quanto da reação da demanda a novidades dos produtos e aos preços:

Carro Novo		Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço	Novo Auto		
Lançar Modelo Próprio					1, 4	4, 1	1, 3
Importar da Matriz					2, 2	2, 1	2, 3
Não Competir com a Carro Novo		1, 1	0, 6	1, 0			

Figura 3.3 (a) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (1ª rodada)

O leitor já deve ter percebido que a Carro Novo não possui estratégia estritamente dominante: enquanto {Lançar Nova Versão} é a melhor opção se a Novo Auto lança seu modelo de utilitário (gera um lucro estimado de 4 milhões); a estratégia {Reduzir Preço} é a melhor opção se a Novo Auto decide importar da matriz (lucro estimado de 3 milhões); e {Mantém Preço} é a melhor opção se a Novo Auto decidir não competir com a Carro Novo (6 milhões).

No caso da Novo Auto também não há uma estratégia que seja sempre melhor do que todas as outras, não importando o que a Carro Novo faça. Contudo, para a Novo Auto a estratégia {Não Competir com a Carro Novo} sempre resulta em uma recompensa pior do que {Importar da Matriz}, independente-mente da escolha que a Carro Novo faça: {Não Competir com a Carro Novo} é *estritamente dominada* por {Importar da Matriz}.

Assim, qualquer que seja a escolha da Carro Novo, não competir no mercado de utilitários *sempre* dá um resultado pior para a Novo Auto do que importar um modelo da matriz. Com isso podemos eliminar a estratégia {Não Com-

petir com a Carro Novo}, conforme foi feito na Figura 3.3 (b), ao riscarmos a estratégia {Não Competir com a Carro Novo}.

Novo Auto	Carro Novo		
	Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço
Lançar Modelo Próprio	1, 4	4, 1	1, 3
Importar da Matriz	2, 2	2, 1	2, 3
Não Competir com a Carro Novo	1, 1	0, 6	1, 0

Figura 3.3 (b) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (1ª rodada)

Examinemos agora as opções da Novo Auto para verificarmos se ainda é possível eliminar mais alguma estratégia que seja estritamente dominada. É fácil concluir que não podemos eliminar mais nenhuma opção para a Novo Auto, ao menos por enquanto: enquanto {Lançar Modelo Próprio} dá um resultando melhor do que {Importar da Matriz} se a Carro Novo mantém o preço do seu modelo atual (um lucro previsto de 4 milhões no primeiro caso contra 2 milhões no segundo), caso a Carro Novo decida lançar uma nova versão de seu modelo ou reduzir o preço de seu modelo atual para a Novo Auto é melhor importar da matriz do que lançar uma nova versão de seu próprio modelo.

Vamos examinar agora as opções da Carro Novo na Figura 3.3 (b), após a primeira rodada de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas. É fácil ver agora que, *após termos eliminado a estratégia* {Não Competir com a Carro Novo} da Novo Auto, a estratégia {Manter Preço} da Carro Novo *passou a ser estritamente dominada* tanto por {Lançar Nova Versão} como por {Reduzir Preço}. Isso é uma característica importante do método de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, e que vale a pena ser destacada.



Estratégias que não eram estritamente dominadas para um jogador no jogo original podem ir se tornando estritamente dominadas à medida que estratégias estritamente dominadas de outros jogadores são eliminadas.

Podemos então eliminar a estratégia {Manter Preço} das opções da Carro Novo na segunda rodada de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, como foi feito na Figura 3.3 (c).

Carro Novo	Lançar Nova Versão	2, 2	2, 1
		1, 4	4, 1
	Mantém Preço		2, 3
Novo Auto		Lançar Modelo Próprio	1, 3
		Importar da Matriz	

Figura 3.3 (c) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (2ª rodada)

Após eliminarmos a estratégia {Mantém Preço} devemos examinar se há alguma outra estratégia da Carro Novo que possa ser eliminada. Com efeito, não há nenhuma outra estratégia que possa ser eliminada: para a Carro Novo é melhor lançar uma nova versão do seu utilitário se a Novo Auto lançar seu próprio modelo (lucro previsto de 4 milhões), enquanto é melhor para a Carro Novo reduzir o preço de seu modelo se a Novo Auto decidir importar seu utilitário da matriz (lucro previsto de 3 milhões).

Na Figura 3.3 (d) seguinte representamos o jogo após as duas rodadas de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas:

Carro Novo	Lançar Nova Versão	1, 4	2, 2
		1, 3	
	Reduzir Preço		2, 3
Novo Auto		Lançar Modelo Próprio	
		Importar da Matriz	

Figura 3.3 (d) Estratégias Restantes após duas Rodadas de Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

Na Figura 3.3 (d) é fácil observar que, embora a Carro Novo não possua estratégia estritamente dominada, o mesmo não é verdade para a Novo Auto. Após a eliminação da opção de manter o preço da Carro Novo, a estratégia de lançar seu próprio modelo tornou-se estritamente dominada pela estratégia de importar o utilitário da matriz para a Novo Auto.

Com isso podemos eliminar a estratégia da Novo Auto de lançar seu modelo de utilitário, o que já fizemos diretamente na Figura 3.3 (e) a seguir:

Carro Novo	Lançar Nova Versão	2, 2
	Reduzir Preço	2, 3
Novo Auto		Importar da Matriz

Figura 3.3 (e) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (3ª rodada)



O resultado, a partir da Figura 3.3 (e), é praticamente imediato: considerando apenas a estratégia restante da Novo Auto {Importar da Matriz}, a estratégia {Lançar Nova Versão} é *estritamente dominada* por {Reduzir Preço} para a Carro Novo. Segue-se que o resultado final do jogo entre a Novo Auto e a Carro Novo é dado pela combinação de estratégias (Importar da Matriz, Reduzir Preço). Esse resultado constitui um **equilíbrio em estratégias estritamente dominantes**.



Atividade 3.1: Retorne ao jogo da Figura 3.1 e determine se há algum equilíbrio em estratégias estritamente dominantes.

Estratégias Racionalizáveis e Melhor Resposta

Assim, sempre que conseguirmos obter um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, ou seja, quando a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas nos deixar com apenas uma estratégia para cada jogador, diz-se que o jogo analisado é **solucionável por dominância**.⁵ As estratégias que resultam da eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, mesmo que seja mais do que uma para cada jogador, são chamadas **racionalizáveis**.

Antes de considerarmos o princípio que fundamenta o conceito de **racionalização**, é importante levar em consideração que na eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas estamos supondo que cada jogador é racional, cada jogador sabe que os outros jogadores são racionais e cada jogador sabe que os outros sabem que ele sabe que os outros jogadores são racionais e assim por diante, infinitamente, ou seja, vale a hipótese de que a racionalidade dos jogadores é de *conhecimento comum*.

Assim, a hipótese aplicada para obter a solução do jogo por intermédio da eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas foi a hipótese de **conhecimento comum da racionalidade (CCR)**:



Em teoria dos jogos, quando um fato é de **conhecimento comum**, isso significa que todos os jogadores sabem do fato, todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem do fato, todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem do fato e assim por diante, infinitamente. Quando se supõe que a racionalidade dos jogadores é de conhecimento comum, diz-se que está sendo adotada a hipótese do **conhecimento comum da racionalidade (CCR)**.

⁵ Do inglês, *dominance solvable*.

O pri
jogo sim
rational
guma es
do que t
razão, q
gador j
Para
mos rep

Novo A
Lançar
Import
Não C

Não
Novo p
uma ve
estrégi
Por
que a
vo par
duas o
res. O
colher
Comp
Pod
em tec
rada a
gador

Ler
Assim

O princípio que fundamenta o conceito de racionalização é simples. Em um jogo simultâneo com dois jogadores, digamos i e j , em que a estrutura do jogo e a racionalidade de ambos os jogadores são de conhecimento comum, se nesse jogo alguma estratégia s_i^* do jogador i sempre produz um resultado pior para o jogador i do que todas as outras, não importando o que o jogador j faça, não há nenhuma razão, qualquer que seja a conjectura do jogador i a respeito das estratégias que o jogador j possa querer jogar, que justifique o jogador i escolher a estratégia s_i^* . Para esclarecer o que queremos dizer, considere a Figura 3.3 (a), que estamos reproduzindo novamente:

Carro Novo		Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço	Novo Auto	Lançar Modelo Próprio	Importar da Matriz	Não Competir com a Carro Novo
						1, 4	2, 2	0, 1
						4, 1	2, 1	0, 6
							1, 3	0, 0

Figura 3.3 (a) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

Não há nenhuma conjectura da Novo Auto com relação ao que a Carro Novo possa fazer que justifique escolher {Não Competir com a Carro Novo}, uma vez que a estrutura do jogo (as recompensas por cada combinação de estratégias) e a racionalidade dos jogadores são de conhecimento comum. Por exemplo, ainda que houvesse algum motivo para a Novo Auto acreditar que a Carro Novo pudesse decidir manter o preço, não haveria nenhum motivo para a Novo Auto decidir jogar {Não Competir com a Carro Novo}, pois as duas outras estratégias resultariam, sob essa hipótese, em recompensas maiores. O mesmo ocorreria se a Novo Auto acreditasse que a Carro Novo fosse escolher {Lançar Nova Versão} ou {Reduzir Preço}. Assim, a estratégia {Não Competir com a Carro Novo} não é racionalizável. Podemos formalizar melhor essa ideia com o conceito de melhor resposta em teoria dos jogos. Assim, uma dada estratégia s_i^* de um jogador i é considerada a melhor resposta desse jogador i a uma dada estratégia s_j dos demais jogadores se:

$$\pi_i(s_i^*, s_j) \geq \pi_i(s_i', s_j) \text{ para algum } s_j \text{ e todo } s_i' \neq s_i^*$$

Lembrando sempre que a função π_i é a função de recompensa do jogador i . Assim, afirmar que uma dada estratégia s_i^* de um jogador i é a melhor resposta



ta deste jogador i a uma dada estratégia s_{-i} dos demais jogadores significa afirmar que, se os demais jogadores escolherem a combinação de estratégias s_{-i} , a estratégia s_i^* é a que dá a melhor recompensa ao jogador i quando comparada a qualquer outra estratégia s_i' .

Assim como uma estratégia pode ser a melhor resposta para uma estratégia específica que os outros jogadores possam jogar, *pode acontecer* que uma outra estratégia **nunca seja a melhor resposta para um dado jogador**, qualquer que seja a estratégia que os outros jogadores decidam jogar. Uma estratégia s_i^{**} nunca é a melhor resposta para qualquer outra estratégia que os demais jogadores decidam jogar se:

$$\pi_i(s_i^{**}, s_{-i}) < \pi_i(s_i^*, s_{-i}) \quad \text{para algum } s_i^* \neq s_i^{**} \text{ e todo } s_{-i}$$

Ou seja, se existe sempre *alguma estratégia diferente de s_i^{**}* que dá uma recompensa maior *para todas as estratégias que os demais jogadores possam escolher*, segue-se que s_i^{**} nunca é uma melhor resposta para o jogador i .

É fácil perceber que **uma estratégia que é estritamente dominada para um dado jogador nunca é uma melhor resposta para este jogador**. Como vimos na seção sobre estratégias estritamente e fracamente dominantes, se uma estratégia s_i^{**} é estritamente dominada por outra estratégia s_i^* , isso significa que a estratégia s_i^* é estritamente dominante em relação a s_i^{**} , ou que:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}) > \pi_i(s_i^{**}, s_{-i}) \quad \text{para todo } s_{-i}$$

Como uma estratégia s_i^{**} nunca é a melhor resposta se $\pi_i(s_i^*, s_{-i}) > \pi_i(s_i^{**}, s_{-i})$ para *algum* $s_i^* \neq s_i^{**}$ e todo s_{-i} , isto é, s_i^{**} nunca é a melhor resposta se existe *alguma outra* estratégia s_i^* que sempre resulta em uma recompensa maior do que s_i^{**} ; caso a estratégia s_i^{**} seja estritamente dominada por s_i^* garantimos que seja satisfeita a condição “para *algum* $s_i^* \neq s_i^{**}$, ou seja, que existe *alguma outra* estratégia (no caso, s_i^*) que sempre resulta em uma recompensa maior do que s_i^{**} . Logo, se uma dada estratégia é estritamente dominada, ela nunca é a melhor resposta para um jogador.

Se uma estratégia nunca é a melhor resposta para um dado jogador i , não há qualquer crença do jogador i a respeito do que os demais jogadores possam fazer que justifique o jogador i jogar a estratégia que nunca é a melhor resposta. Assim, a estratégia estritamente dominada s_i^{**} não é uma estratégia **racionalizável**, no sentido de que, dada a hipótese de CCR, não há nenhuma crença por parte do jogador i que justifique jogar s_i^{**} . Assim temos que:



A Lim
de Es

Não c
estrít
gos ap

Co
empre
merca

qual c
do co

O

merc

dinde

de pr
do su

juízo

dução

paci

Po

cidad

larga

repre

cado

estra

Emj

Inve

Não

6 Os
dor, n



As estratégias que restam em um processo de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas são chamadas estratégias racionalizáveis.

A Limitação do Método de Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

Não obstante a simplicidade do método de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, ele apresenta uma grave limitação: nem todos os jogos apresentam estratégias estritamente dominadas.

Considere, por exemplo, a seguinte situação de interação estratégica: uma empresa, a qual chamaremos de Entrante Potencial, tem de decidir se entra no mercado brasileiro de produtos siderúrgicos, no qual outra empresa nacional a qual chamaremos de empresa Dominante, já domina uma parcela significativa do comércio desses produtos.

O problema é que a Entrante deve tomar sua decisão de exportar para o mercado brasileiro sem saber se a empresa Dominante decidiu investir, expandindo sua capacidade produtiva e tornando viável responder com uma guerra de preços a um aumento das importações de produtos siderúrgicos, aumentando de suas vendas internas de forma a reduzir o preço no mercado e provocar prejuízos às exportações da Entrante Potencial para o Brasil, ainda que com a redução de seu próprio lucro; ou se a empresa Dominante decidiu manter sua capacidade produtiva como está.

Por outro lado, a empresa Dominante tem de decidir se expande ou não sua capacidade produtiva sem saber se a Entrante Potencial decidiu exportar para o Brasil em larga escala, em pequena escala ou não exportar para o Brasil. A Figura 3.4 a seguir representa esse tipo de situação, no chamado *Jogo de Prevenção da Entrada no Mercado Nacional*, apresentando os ganhos de cada empresa para cada combinação de estratégias da Entrante Potencial e da empresa Dominante, em valores simbólicos:⁶

Entrante Potencial	Empresa Dominante	
	Investe	Não Investe
Exporta em Pequena Escala	2, 1	1, 0
Exporta em Larga Escala	0, -1	-1, 2

Figura 3.4 O Jogo de Prevenção da Entrada no Mercado Nacional

6 Os valores estabelecidos como recompensas para os jogadores não expressam diretamente os lucros de cada jogador, mas apenas o ordenamento das preferências dos jogadores.



Basta um rápido exame do jogo para ver que o método da eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas é inútil: não há nenhuma estratégia estritamente dominada para ser eliminada por nenhum jogador.

Com efeito, para a empresa Dominante {Investe} é melhor do que {Não Investe} se a Entrante Potencial não exporta, pois não ampliar sua capacidade de produção, ainda que uma outra empresa não ingresse no mercado brasileiro, sinaliza fraqueza e pode atrair novos exportadores interessados em ocupar o espaço deixado pela empresa Dominante.

Contudo, se a empresa Dominante tivesse certeza de que a Entrante Potencial exportaria em pequena escala, o melhor para a empresa Dominante seria não investir, pois a entrada da Entrante Potencial em pequena escala seria suficiente para ocupar todas as possibilidades de venda lucrativas no mercado, “fechando” assim o mercado para novas entradas e dispensando o investimento, com o custo potencial da necessidade de manter capacidade ociosa para prevenir entradas futuras no mercado brasileiro.

Por outro lado, caso a Entrante Potencial decida ingressar no mercado nacional com exportações em larga escala, para a empresa Dominante possuir capacidade produtiva disponível para aumentar a sua oferta e reduzir preços, causando prejuízos à rival estrangeira, novamente se torna uma opção melhor do que ser obrigada a acomodar a entrada por não dispor de capacidade produtiva para expandir significativamente sua oferta no mercado.

Isso porque não apenas a guerra de preços causa prejuízos à empresa que direcionou uma parte significativa de sua produção ao Brasil, como também sinaliza para outras empresas que no futuro venham a planejar ingressar no mercado brasileiro que a empresa Dominante é um competidor agressivo. Logo, para a empresa Dominante não há uma estratégia estritamente dominada.

Para o caso de a empresa Dominante decidir investir, a melhor resposta para a Entrante Potencial é não exportar. Entretanto, se a empresa Dominante decide não investir, a melhor resposta para a Entrante Potencial se torna exportar para o Brasil em larga escala. Assim, as estratégias {Não Exporta} e {Exporta em Larga Escala} não são estritamente dominadas.

Por outro lado, a estratégia {Exporta em Pequena Escala} gera uma recompensa maior do que {Não Exporta} se a empresa Dominante não investe, e maior do que {Exporta em Grande Escala} se a empresa Dominante decide investir. Dessa maneira, também não há uma estratégia estritamente dominante para a Entrante Potencial.

Portanto, não há um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes. Precisamos de um outro método para determinar o resultado desse jogo. Esse mé-

todo terá
gias estrit

Nem
Proce
Domi

SOLUC

Necess
permit
e que,
estritar
tificar





todo terá de ser mais geral do que o método de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas. Precisamos conhecer o equilíbrio de Nash.

Nem Todas as Estratégias que não Podem Ser Eliminadas em um Processo de Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas São, Necessariamente, Racionalizáveis.

Como vimos, as estratégias que sobrevivem em um processo de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas são chamadas *estratégias racionalizáveis*. O inverso, contudo, não é necessariamente verdade: *nem toda estratégia que não pode ser eliminada em um processo de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas é, necessariamente, racionalizável*.

Considere novamente o jogo da Figura 3.4. Dada a definição de estratégias racionalizáveis, não existe nenhuma crença racional que justifique a Entrada Potencial jogar {Exporta em Pequena Escala}: se a Dominante escolher investir, a melhor resposta para a empresa Entrada é {Não Exporta}; caso a Dominante decida não investir, a melhor resposta para a Entrada Potencial é {Exporta em Grande Escala}. Dessa forma, poderíamos eliminar {Exporta em Pequena Escala} das estratégias racionalizáveis do jogo da Figura 3.4, embora {Exporta em Pequena Escala} não seja estritamente dominada por nenhuma outra estratégia, pois *ela nunca é a melhor resposta para a empresa Entrada*.

No entanto, não poderíamos eliminar as estratégias {Não Exporta} e {Exporta em Grande Escala}, pois ambas são racionalizáveis: {Não Exporta} é a melhor resposta para a decisão da Dominante de lutar, e {Exporta em Grande Escala} é a melhor resposta para a escolha de Dominante de acomodar.

SOLUCIONANDO UM JOGO SIMULTÂNEO: O EQUILÍBRIO DE NASH

Necessitamos de um conceito mais geral de solução de jogos simultâneos que permita tratar tanto de jogos que possuem estratégias estritamente dominadas e que, portanto, podem ser resolvidos pela eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, *como também* de jogos nos quais não é possível identificar estratégias dominadas. Esse conceito é o chamado *equilíbrio de Nash*:



Diz-se que uma combinação de estratégias constitui um equilíbrio de Nash quando *cada* estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores, e isso é verdade para todos os jogadores.



Vimos anteriormente que uma dada estratégia s_i^* de um jogador i é considerada a melhor resposta desse jogador i a uma dada estratégia s_{-i} dos demais jogadores se: $\pi_i(s_i^*, s_{-i}) \geq \pi_i(s'_i, s_{-i})$ para algum s_{-i} e todo $s'_i \neq s_i^*$ isto é, se não há outra estratégia disponível para o jogador i que produza uma recompensa mais elevada do que s_i^* , quando uma dada combinação de estratégias s_{-i} é jogada pelos demais jogadores.

O que a definição que apresentamos do equilíbrio de Nash está exigindo é que *todas* as estratégias adotadas por *todos* os jogadores sejam as melhores respostas às estratégias dos demais. Em termos um pouco mais formais, para que uma dada combinação de estratégias seja considerada um equilíbrio de Nash é necessário que, para cada estratégia s_i^* que pertença à combinação, tenhamos:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \pi_i(s_i, s_{-i}^*) \text{ para todo } s_i \text{ e todo } i$$

Onde, como sempre, π_i representa a função de recompensas de um jogador i , s_i é uma dada estratégia do jogador i , s_{-i} é uma dada estratégia dos demais jogadores que não i , e o sinal de asterisco indica que a estratégia faz parte de um equilíbrio de Nash.

Vejamos um exemplo para melhor visualizarmos as características de um equilíbrio de Nash. Nesse caso, nosso exemplo será o jogo de prevenção de entrada no mercado nacional, que analisamos anteriormente como um exemplo de jogo que não possui equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, e que reproduzimos novamente:

Empresa Dominante	Entrante Potencial		
	Não Exporta	Exporta em Pequena Escala	Exporta em Larga Escala
Investe	2, 1	1, 0	0, -1
Não Investe	1, 0	2, 1	-1, 2

Figura 3.4 O Jogo de Prevenção da Entrada no Comércio Nacional

Nesse jogo, a visualização do equilíbrio de Nash não é imediata. Por exemplo, se a empresa Dominante não investe, a melhor resposta para a Entrante Potencial é {Exporta em Larga Escala}. Contudo, a recíproca não é verdadeira: {Não Investe} não é a melhor resposta a {Exporta em Larga Escala} – {Não Investe} resulta em uma recompensa de -1 para a empresa Dominante caso a Entrante Potencial jogue {Exporta em Larga Escala}, enquanto {Investe} resultaria em uma recom-

pensa de
tisfeita.

Se a e
presa D
deixa de
ção do e

Na ve
ção do e
combina
se a em
tem a fa
não exp

Conti
da Figu
brio de
identific
adotar a
equilíbri

A ide
lhor res
dos os j
rápido
esse cri

Algo
de Nas
melhor
cesso p
nação e
vice-ve

Uma
recom
estraté
rêntese
dor qu
Esse pr
tado n



pença de 0 na mesma situação. Assim, a condição do equilíbrio de Nash não é satisfaita.

Se a empresa Entrante exporta em larga escala, a melhor resposta para a empresa Dominante é {Investe}. Novamente, {Exporta em Larga Escala} deixa de ser a melhor resposta para a Entrante Potencial, e mais uma vez a condição do equilíbrio de Nash não é satisfeita.

Na verdade, há somente uma combinação de estratégias que satisfaz a condição do equilíbrio de Nash de serem as melhores respostas umas às outras: a combinação de estratégias formada pelo par ordenado (Investe, Não Exporta): se a empresa Dominante decidir investir, o melhor que a Entrante Potencial tem a fazer é não exportar, e uma vez que a Entrante Potencial tenha decidido não exportar, o melhor para a empresa Dominante é investir.

Contudo, mesmo em uma forma estratégica relativamente simples como a da Figura 3.4, pode-se levar algum tempo para identificar se há algum equilíbrio de Nash. No caso de jogos envolvendo um maior número de estratégias, a identificação pode se tornar ainda mais demorada. Pode ser prático, portanto, adotar algum artifício que ajude a visualizar com maior rapidez se há algum equilíbrio de Nash em uma forma estratégica.

A ideia do equilíbrio de Nash é a de que cada jogador está adotando a melhor resposta ao que os demais jogadores estão fazendo, e isso é válido para todos os jogadores ao mesmo tempo. Temos apenas de encontrar um meio mais rápido de identificar se há alguma combinação de estratégias que satisfaça a esse critério.

Algo que poderia facilitar muito no momento de identificar o equilíbrio de Nash seria indicar, *dada a estratégia adotada pelo outro jogador*, qual a melhor escolha para o jogador em questão. Em seguida, repetiríamos o processo para o outro jogador, até que conseguíssemos identificar uma combinação de estratégias em que cada uma delas fosse a melhor resposta à outra e vice-versa.

Uma das formas de fazer isso seria indicar a estratégia que resulta na maior recompensa ao jogador que está nas linhas, para cada uma das colunas da forma *estratégica*. Poderíamos fazer isso, por exemplo, colocando a letra “I” entre parênteses (I) ao lado da recompensa que corresponde à melhor resposta do jogador que está nas linhas para o que o jogador que está nas colunas está fazendo. Esse procedimento seria repetido para cada estratégia que o jogador representado nas colunas pode adotar. Isso foi feito na Figura 3.4 (a).



Empresa Dominante	Entrante Potencial		
	Não Exporta	Exporta em Pequena Escala	Exporta em Larga Escala
Investe	(l) 2, 1	1, 0	(l) 0, -1
Não Investe	1, 0	(l) 2, 1	-1, 2

Figura 3.4 (a) O Jogo de Prevenção da Entrada no Comércio Nacional – A Melhor Resposta da Empresa Dominante

A indicação (l) na recompensa para o jogador que está nas linhas (empresa Dominante) na combinação de estratégias (Investe, Não Exporta) significa que a melhor resposta da empresa Dominante para a estratégia {Não Exporta} da Entrante Potencial é {Investe}, pois essa escolha dá uma recompensa superior (no caso, 2) à recompensa resultante da adoção de {Não Investe} (no caso, 1). O mesmo raciocínio se aplica às combinações assinaladas: (Não Investe, Exporta em Pequena Escala) e (Investe, Exporta em Larga Escala).

O passo seguinte no nosso artifício de determinação do equilíbrio de Nash consiste em proceder da mesma forma com as estratégias do jogador que se encontra nas colunas. Para isso, assinalamos com a letra “c” entre parênteses (c) a maior recompensa, para o jogador que está nas colunas, que corresponde a uma dada linha e que identifica a melhor resposta do jogador que está nas colunas para uma dada estratégia do jogador que está nas linhas.

O processo de identificação da melhor resposta é repetido, agora para cada uma das linhas. Com isso indicaremos as melhores respostas do jogador que está nas colunas para cada uma das estratégias que o jogador que se encontra nas linhas pode vir a escolher.

A aplicação desse método ao Jogo de Prevenção da Entrada no Comércio Nacional pode ser visto na Figura 3.4 (b):

Empresa Dominante	Entrante Potencial		
	Não Exporta	Exporta em Pequena Escala	Exporta em Larga Escala
Investe	(l) 2, 1 (c)	1, 0	(l) 0, -1
Não Investe	1, 0	(l) 2, 1	-1, 2 (c)

Figura 3.4 (b) O Jogo de Prevenção da Entrada no Comércio Nacional – A Melhor Resposta para a Entrante Potencial

Assim, a indicação (c) na recompensa para o jogador que está nas colunas (Entrante Potencial) na combinação de estratégias (Investe, Não Exporta) sig-

nifica que a empresa da Entrante Potencial que essa estratégia é a melhor resposta da ad que {Expo

O mesmo raciocínio se aplica às combinações assinaladas: (Não Investe, Exporta em Pequena Escala) e (Investe, Exporta em Larga Escala).

Observa-se que a escolha de (Investe, Não Exporta) satisfaz à condição de Nash, pois não há nenhuma outra estratégia que possa melhorar a situação de nenhum dos jogadores.

Após a identificação da melhor resposta para cada uma das linhas e colunas, podemos determinar o equilíbrio de Nash do jogo.

Equilíbrio

nifica que a melhor resposta da Entrante Potencial para a estratégia {Investe} da empresa Dominante é {Não Exporta}. {Não Exporta} é a melhor resposta da Entrante Potencial para a estratégia {Investe} da empresa Dominante por-que essa escolhe da uma recompensa superior (no caso, 1) à recompensa resul- tante da adoção de {Exporta em Pequena Escala} (no caso, 0) e ainda maior do que {Exporta em Larga Escala} (no caso, -1).

O mesmo raciocínio se aplica quando consideramos a melhor resposta da Entrante Potencial à adoção, pela empresa Dominante, da estratégia {Não Investe}: assinalamos a opção de exportar em larga escala que fornece uma recompensa melhor do que exportar em pequena escala, e melhor ainda do que não exportar.

Observando a Figura 3.4 (b), vemos que a combinação de estratégias que sa- tisfaz a condição do equilíbrio de Nash de serem as melhores respostas umas às outras, ou seja, a combinação de estratégias formada pelo par ordenado (Inves- te, Não Exporta) é a única que se encontra assinalada tanto com um (I) como com um (c). Assim, encontramos nosso método de identificação de equilíbrios de Nash.

Após aplicarmos o método de assinalar com (I) a melhor resposta do jogador nas linhas para cada estratégia do jogador nas colunas, e assinalar com um (c) a melhor resposta do jogador nas colunas para cada estratégia do jogador nas li- nhas, sempre que uma combinação de estratégias estiver assinalada simultanea- mente com (I) e (c), essa combinação de estratégias será um equilíbrio de Nash.

Equilíbrio de Nash no Mercado Internacional de Petróleo?

Em seu artigo "An Economic Analysis of Aspects of Petroleum and Military Security in the Persian Gulf" (*Contemporary Economic Policy*, vol. 19, n. 4, October 2001, p. 371-381), Duane Chapman e Neha Khanna propõem explicar a estabilidade do preço internacional do petróleo entre 1986 e 1999, quando este se situou de forma estável entre US\$15 e US\$20.

Os autores afirmam que o custo de produção do petróleo nos países produtores de baixo custo (Arábia Saudita e Iraque, principalmente) muito provavelmente se situa em torno de US\$5. Assim, se o mercado internacional de petróleo fosse um mercado competitivo no período por eles analisado, o preço se situaria em torno desse valor.

Por outro lado, pelos cálculos de Chapman e Khanna, se o mercado fosse mono- polizado, o preço internacional do petróleo se situaria em torno de US\$30. No entan- to, o preço se manteve por todo aquele período em um valor intermediário entre o preço competitivo e o preço de monopólio.

Chapman e Khanna apresentam uma explicação para essa estabilidade. Segundo eles, essa faixa de preço que se manteve estável entre US\$15 e US\$20 corresponde-



ria, no período que vai de 1986 a 1999, a um *equilíbrio de Nash*: uma situação em que nenhuma parte conseguiria melhorar sua situação alterando sua estratégia. De acordo com Chapman e Khanna, esse equilíbrio de Nash era a melhor resposta possível tanto para os países desenvolvidos quanto para os países produtores do Oriente Médio.

Para os países desenvolvidos, a faixa de preço entre US\$15 e US\$20 representava um preço suficientemente alto para evitar que a produção nos Estados Unidos e no Mar do Norte fosse abandonada, sem ser tão elevado a ponto de gerar uma inflação indesejável. Segundo Chapman e Khanna, o custo da produção de Petróleo nos Estados Unidos e no Mar do Norte é pelo menos três vezes maior do que em um produtor do Golfo Pérsico de baixo custo, e um preço do petróleo muito baixo inviabilizaria a produção nessas áreas, além de aumentar o consumo e com isso a dependência desses países.

Já para os países produtores, um preço do petróleo entre US\$15 e US\$20 seria suficientemente alto para financiar seus gastos militares, dada a instabilidade da região. Um preço mais elevado enfrentaria resistência dos países desenvolvidos, e um preço mais baixo não permitiria a esses países investirem o necessário em sua segurança.

Equilíbrio de Nash Estrito

O equilíbrio de Nash que estudamos no jogo de prevenção da entrada no mercado nacional é um equilíbrio em que, dado o que o outro jogador estiver fazendo, não há nenhuma estratégia que seja pelo menos tão boa quanto a estratégia que os jogadores estão jogando no equilíbrio de Nash. Cada jogador está jogando a estratégia, no equilíbrio de Nash que acabamos de ver, que lhe dá uma recompensa estritamente superior às demais.

Assim, uma vez que o Entrante Potencial tenha decidido jogar {Não Exporta}, a sua estratégia no equilíbrio de Nash do jogo, não há nenhuma outra estratégia que dê um resultado pelo menos tão bom quanto {Investe} para a empresa Dominante. Por outro lado, uma vez que a empresa Dominante tenha decidido investir, não há nenhuma estratégia que dê um resultado tão bom para o Entrante Potencial quanto {Não Exporta}. Nesse caso, diz-se que a combinação de estratégias (Investe, Não Exporta) constitui um *equilíbrio de Nash estrito*.

Mais formalmente, um equilíbrio de Nash estrito exige que:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) > \pi_i(s_i, s_{-i}^*), \text{ para todo } s_i \text{ e todo } i$$

Contudo, o equilíbrio de Nash não exige que as estratégias jogadas resultem em recompensas estritamente superiores às demais recompensas. Quando es-

crevemos qu
de “≥”, estar
gere uma re

Assim, sup
vesse suas re
guinte, em q
obtenha a m
exportar:

Empresa Don

Investe

Não Investe

Fig

Nesse caso
do o equilíbri
ta na mesma
Potencial qu
{Não Expor

Equilíbrio e Equilíbrio

Acabamos c
mente domi
fazer a perg
dominantes

Para resp
chamaremos
tro. Tanto c
importações
do), ou ado

Obviame
suas import
uma vez qu

ELSEVIER
situação em
estratégia. De
postos pos-
es do Orien-
representava
Unidos e no
uma inflação
eo nos Esta-
um produtor
viabilizaria a
ndência des-
20 seria sufi-
te da região.
e um preço
segurança.



crevemos que $\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \pi_i(s_i, s_{-i}^*)$, para todo s_i e todo i , e empregamos o sinal de “ $\geq$ ”, estamos apenas exigindo que não haja nenhuma outra estratégia s_i que gere uma recompensa superior a s_i^* , dada a estratégia s_{-i}^* do outro jogador. Assim, suponha que o jogo de prevenção da entrada no mercado nacional tivesse suas recompensas ligeiramente alteradas na forma da Figura 3.4 (c) seguinte, em que aumentamos a recompensa da empresa Dominante para que ela obtenha a mesma recompensa, quer invista ou não, caso a Entrante decida não exportar:

Entrante Potencial	Empresa Dominante		Sem Equilíbrio de Nash Estrito	
	Exporta em Pequena Escala	Não Exporta	Investe	Não Investe
Exporta em Larga Escala	2, 1	2, 1	0, -1	-1, 2
Exporta em Pequena Escala	2, 1	2, 0		

Figura 3.4 (c) O Jogo de Prevenção da Entrada no Comércio Nacional – Sem Equilíbrio de Nash Estrito

Nesse caso, a combinação de estratégias {Investe, Não Exporta} continua sendo o equilíbrio de Nash do jogo. Todavia, agora a estratégia {Não Investe} resulta na mesma recompensa da estratégia {Investe} para a estratégia da Entrante Potencial que irá compor o equilíbrio de Nash do jogo (no caso, a estratégia {Não Exporta}). Nesse caso, diz-se que não há um equilíbrio de Nash estrito.

Equilíbrio em Estratégias Estritamente Dominantes e Equilíbrio de Nash Estrito

Acabamos de ver que, mesmo que não haja equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, pode haver um equilíbrio de Nash no jogo. Isso nos leva a fazer a pergunta inversa: se houver um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, ele será também um equilíbrio de Nash?

Para responder a isso, considere o seguinte jogo: suponha dois países, aos quais chamaremos de A e B, ambos exportando produtos agropecuários um para o outro. Tanto o país A quanto o país B têm apenas duas opções para tributar suas importações: ou adotam tarifas baixas (5% sobre o valor do produto importado), ou adotam tarifas elevadas (40% sobre o valor do produto importado). Obviamente, na prática, os países têm um contínuo de opções para tributar suas importações, mas vamos ignorar esse fato para simplificar nossa análise, uma vez que supor apenas dois níveis tarifários não altera a essência do exem-



plo, útil para entender impasses comuns no comércio internacional. A forma estratégica na Figura 3.5 ilustra as recompensas de cada país de acordo com as tarifas escolhidas, recompensas essas que podem ser entendidas como os ganhos ou perdas dos produtores de A e B, em milhares de dólares:

País A	País B	
	Tarifa Alta	Tarifa Baixa
Tarifa Alta	800, 800	2.300, (700)
Tarifa Baixa	(700), 2.300	1.700, 1.700

Figura 3.5 O Jogo do Comércio Internacional

Vemos que se os dois países adotam tarifas baixas, tanto os produtores de A como os de B obtêm um ganho substantivo (1 milhão e 700 mil dólares cada um). Se ambos adotam tarifas elevadas, os ganhos se reduzem substancialmente (800 mil dólares cada um). Contudo, se um país adota uma tarifa elevada enquanto o outro adota uma tarifa baixa, o país que adota a tarifa elevada lucra 2 milhões e 300 mil dólares à custa do outro, que amarga um prejuízo de 700 mil dólares (o valor negativo é indicado entre parênteses). Como poderíamos analisar esse jogo?

Um primeiro passo seria investigar a presença de estratégias estritamente dominadas e eliminá-las do jogo. Com efeito, basta uma rápida investigação para verificarmos que a estratégia {Tarifa Baixa} é estritamente dominada pela estratégia {Tarifa Alta} para os dois países. Segue-se assim que há um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, em que os dois países adotam tarifas altas, como podemos ver na Figura 3.5 (a), na qual eliminamos as estratégias dominadas dos dois países:

País A	País B	
	Tarifa Alta	Tarifa Baixa
Tarifa Alta	800, 800	2.300, (700)
Tarifa Baixa	(700), 2.300	1.700, 1.700

Figura 3.5 (a) O Jogo do Comércio Internacional –
Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

Vejamos agora se existe um equilíbrio de Nash no jogo do comércio internacional. Aplicamos o método anteriormente descrito a esse jogo, que consiste em assinalar (I) para a melhor resposta do jogador que se encontra na linha (país A)

para cada esc
(c) para a me
cada escolha

País A
Tarifa Alta
Tarifa Baixa

Ao empre
mesma célul
mo obtido c
(Tarifa Alta,
Nash estrito

Esse resul
nacional, na
gias estritan
um equilibri
belece que:

Ou seja, o
jogador (rep
maior do qu
das as estrat
verdade para

Já no caso
estratégias e
minada s_i^* , c
de um equil
que sempre
tratégia do j
tratégias jog
verdade par



para cada escolha do jogador que se encontra na coluna (país B), e em assinalar (c) para a melhor resposta do jogador que se encontra na coluna (país B) para cada escolha do jogador que se encontra na linha (país A), na Figura 3.5 (b):

País A	País B	
	Tarifa Alta	Tarifa Baixa
Tarifa Alta	(I) 800, 800 (c)	(I) 2.300, (700)
Tarifa Baixa	(700), 2.300 (c)	1.700, 1.700

Figura 3.5 (b) O Jogo do Comércio Internacional – A Determinação do Equilíbrio de Nash

Ao empregar nosso artifício, teremos um equilíbrio de Nash sempre que na mesma célula houver um (c) e um (I). É fácil observar que o resultado é o mesmo obtido com a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas: (Tarifa Alta, Tarifa Alta). Mais especificamente, trata-se de um equilíbrio de Nash estrito.

Esse resultado, obtido para o caso específico do jogo do comércio internacional, na verdade é *geral*: se um jogo apresenta um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, esse equilíbrio é, necessariamente, também um equilíbrio de Nash estrito. Isso porque o equilíbrio de Nash estrito estabelece que:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) > \pi_i(s_i, s_{-i}^*), \text{ para todo } s_i \text{ e todo } i$$

Ou seja, o equilíbrio de Nash estrito estabelece que uma dada estratégia de um jogador (representada por s_i^*) deve resultar em uma recompensa estritamente maior do que qualquer outra estratégia desse jogador (representada por s_i), *das as estratégias dos demais jogadores* (representadas por s_{-i}^*), e isso deve ser verdade para todos os jogadores.

Já no caso em que uma combinação de estratégias constitui um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, uma dada estratégia do jogador i , denominada s_i^* , deve resultar em uma recompensa estritamente maior, pois se trata de um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, ou seja, estratégias que sempre dão um resultado estritamente melhor do que qualquer outra estratégia do jogador (novamente representada por s_i), *quaisquer que sejam as estratégias jogadas pelos demais jogadores* (representadas por s_{-i}^*), e isso deve ser verdade para todos os jogadores. Algebricamente temos de:

interna-
siste em
(país A)

res de A
cada
alme
rada en-
lucra 2
700 mil
os anali-
ente do-
ção para
pela es-
quilíbrio
n tarifas
ratégias

a forma
com as
os ga-



$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}) > \pi_i(s_i, s_{-i}) \text{ para todo } s_i, \text{ todo } s_{-i} \text{ e todo } i$$

Assim, se for verdade que uma estratégia é o melhor para um jogador, não importando qual estratégia os outros jogadores escolham, e isso for verdade para todos os jogadores – o que é a condição do equilíbrio em estratégias estritamente dominantes –, obviamente essa mesma estratégia de cada jogador também terá de ser a melhor resposta para uma dada estratégia específica dos outros jogadores, que é a condição do equilíbrio de Nash.

Em outras palavras, como a condição do equilíbrio em estratégias estritamente dominantes é muito mais restritiva do que a condição de equilíbrio de Nash estrito, segue-se que todo equilíbrio em estratégias estritamente dominantes é também um equilíbrio de Nash estrito.



Atividade 3.2: Quando eliminamos estratégias estritamente dominadas, se chegarmos a um equilíbrio, ele será também um equilíbrio de Nash estrito. Contudo, ao eliminarmos estratégias *fracamente* dominadas, também podemos eliminar equilíbrios de Nash que não são estritos! Vá até o exercício 3.2 no final deste capítulo e teste a afirmação que acabamos de fazer.

Outra pergunta interessante a ser feita é se, na medida em que cada jogador está adotando as melhores respostas às escolhas dos demais jogadores, a combinação de estratégias que resulta do equilíbrio de Nash é a melhor para todos. Para responder a isso é necessário conhecer o conceito de eficiência de Pareto, ou eficiência paretiana, que será nosso próximo assunto.

Equilíbrio de Nash e Ótimo de Pareto

Quando a situação de pelo menos um agente melhora, sem que a situação de nenhum dos outros agentes piore, diz-se que houve uma *melhoria paretiana*, ou uma *melhoria no sentido de Pareto*.⁷ Da mesma forma, se em uma dada situação não é mais possível melhorar a situação de um agente sem piorar a de outro, diz-se que essa situação é um *ótimo de Pareto*, o que significa que, dadas as circunstâncias, ganhos de eficiência não são mais possíveis.

O conceito de melhoria paretiana é muito importante para a teoria econômica, uma vez que permite identificar possibilidades de aumento de eficiência que não teriam, em princípio, razão para enfrentar nenhum tipo de oposição: se, em virtude de alguma mudança, alguém melhora sem que ninguém

⁷ Conceito assim denominado em homenagem ao economista italiano que o formulou, Vilfredo Pareto (1848-1923).

piore, por eficiência?

O conceito adote a melhor situação resultante. Por medir que as respostas compensam (Baixa), em jogadores com ganhos

O problema de Pareto: as escolhas dos jogadores tomadas em

Com eficiência pode ser ótima. Implica que países podem prejudicar

É isso que o conceito de resposta eficiente – não irá depender

Todavia, Esse será o

Um Caso

Com eficiência até mesmo Se os jogadores estratégias podem acontecer

Vejamos mais de um

pior, por que alguém haveria de se opor a essa mudança que produz maior eficiência?

O conceito de equilíbrio de Nash exige que cada jogador individualmente adote a melhor resposta às estratégias dos demais, mas isso não implica que a situação resultante das decisões conjuntas dos jogadores será a melhor possível. Por meio de uma rápida inspeção no jogo da Figura 3.5, podemos observar que as recompensas do equilíbrio de Nash (800, 800) são inferiores às recompensas que resultam da combinação de estratégias (Tarifa Baixa, Tarifa Baixa), em que os jogadores obtêm as recompensas (1.700, 1.700). Se os dois jogadores concordassem em reduzir suas tarifas simultaneamente, ambos sairiam ganhando.

O problema é que o equilíbrio de Nash nada tem a ver com a noção de ótimo de Pareto: o fato de que os jogadores estão adotando as melhores respostas às escolhas dos demais não significa, necessariamente, que suas decisões, quando tomadas em conjunto, resultam na melhor situação possível.

Com efeito, uma escolha que, do ponto de vista de um agente isoladamente pode ser ótima, caso seja adotada pelos outros agentes pode se revelar um problema. Importar uma tarifa elevada sobre as importações que chegam de outro país pode parecer uma boa ideia para um país isoladamente, mas se todos os países tomam a mesma decisão, o comércio internacional se reduz e todos saem prejudicados.

É isso que o jogo do comércio internacional da Figura 3.5 ilustra: como o conceito de equilíbrio de Nash exige apenas que cada jogador adote a melhor resposta em relação aos demais, sem investigar a natureza da interação resultante – não há por que esperar que o resultado seja um ótimo de Pareto: tudo irá depender da natureza da interação entre os jogadores.

Todavia, muitas vezes podemos encontrar mais de um equilíbrio de Nash. Esse será o nosso próximo assunto.

Um Caso de Mais do que um Equilíbrio de Nash

Com efeito, pode acontecer que haja mais do que um equilíbrio de Nash (ou até mesmo que não haja um equilíbrio de Nash, como veremos mais adiante). Se os jogadores não alternam suas estratégias aleatoriamente (isto é, adotam estratégias puras – conceito que será discutido no Capítulo 5), pode muito bem acontecer que não haja um equilíbrio de Nash.

Vejamos um exemplo de cada um desses casos, começando pelo em que há mais de um equilíbrio de Nash. Considere o jogo a seguir:



SysOp	AntiVírus	
	Atualizar	Não Atualizar
Desenvolver	2, 1	-1, -2
Não Desenvolver	0, -1	1, 2

Figura 3.6 O Jogo de Coordenação do Padrão Tecnológico

O jogo da Figura 3.6 representa uma situação de interação estratégica em que um fabricante de sistemas operacionais (SysOp) tem de decidir se desenvolve ou não uma nova ferramenta em seu sistema operacional, e uma empresa que produz software antivírus (AntiVírus) tem de decidir, simultaneamente, se atualiza seu software para a nova ferramenta a ser introduzida no sistema operacional.

Nesse jogo, embora as empresas não mantenham contato para coordenar suas decisões, ambas têm interesse em uma solução conjunta: decisões divergentes (se a SysOp desenvolve a nova ferramenta e a AntiVírus não atualiza seu programa, ou se a SysOp não desenvolve a nova ferramenta enquanto a AntiVírus atualiza seu programa) trazem prejuízos para ambas (representados simbolicamente pelas recompensas com sinal negativo).

A presença de mais de um equilíbrio de Nash é o que ocorre no jogo de coordenação do padrão tecnológico da Figura 3.6. Assim como temos um equilíbrio de Nash na combinação de estratégias (Desenvolver, Atualizar), temos outro equilíbrio de Nash na combinação (Não Desenvolver, Não Atualizar) (o leitor deve investigar por que essa combinação também é um equilíbrio de Nash).

Em qualquer dos dois casos, as estratégias são as melhores respostas umas às outras. Contudo, é óbvio que as duas coisas não podem ocorrer ao mesmo tempo: ou bem a SysOp desenvolve sua ferramenta e a AntiVírus atualiza seu software, ou bem nem a SysOp desenvolve sua ferramenta, nem a AntiVírus atualiza seu software. Será que isso significa que o equilíbrio de Nash não é útil?

O conceito do equilíbrio de Nash permanece útil para a compreensão e análise de jogos simultâneos, ainda que não produza um único resultado. De fato, sabemos que em uma série de situações concretas existem várias possibilidades de equilíbrio, no sentido preciso de situações em que os agentes não possuem qualquer estímulo para mudar suas decisões.

Por sinal, é exatamente isso que o conceito de equilíbrio de Nash procura captar: *situações em que os agentes não teriam estímulos para mudar suas decisões*. E muitas vezes há mais de uma situação em que os agentes podem se “acomodar”, sem que necessariamente seja a melhor situação possível para alguns deles.

Outro exemplo de situações indesejáveis

Refrescos S.A.

Adota Campanha

Não Adota Campanha

Na Figura 3.6, a situação em que duas empresas adotam, ou não, uma campanha de marketing é quando os custos são elevados por cada uma das empresas. Se uma empresa adota uma campanha e a outra não, ambas sofrem prejuízos de 2.

Se uma empresa adota uma campanha e a outra não, ambas sofrem prejuízos de 2. Se ambas adotam, ou ambas não adotam, não há prejuízos.

Analizando o jogo, vemos que há dois equilíbrios de Nash: (Adota Campanha, Adota Campanha) e (Não Adota Campanha, Não Adota Campanha).

Isso porque, se uma empresa adota uma campanha e a outra não, ambas sofrem prejuízos de 2. Se ambas adotam, ou ambas não adotam, não há prejuízos.

O problema da campanha de marketing é que, se uma empresa adota uma campanha e a outra não, ambas sofrem prejuízos de 2. Se ambas adotam, ou ambas não adotam, não há prejuízos.

vel para al-
s podem se
lar suas de-
sh procura
to possuem
ssibilidades
to. De fato,
nsão e ana-
to é útil?
/irus atuali-
za seu soft-
nesmo tem-
tas umas as
o de Nash).
lizar) (o lei-
, temos ou-
um equili-
go de coor-
ntados sim-
anto a Anti-
atualiza seu
ções diver-
i coordenar
istema ope-
eamente, se
ma empresa
lir se desen-
ratégica em

2
-2
alizer

ELSEVIER



Outro exemplo pode ilustrar a importância de analisar previamente situações indesejadas. Considere o jogo a seguir:

Figura 3.7 O Jogo da Campanha Publicitária

Bebidas S.A.	Retrescos S.A.	
	Adota Campanha Agressiva	Não Adota Campanha Agressiva
Adota Campanha Agressiva	-20, -20	-10, 10
Não Adota Campanha Agressiva	10, -10	0, 0

Na Figura 3.7, temos a representação de uma situação de interação estratégica em que duas empresas, a Retrescos S.A. e a Bebidas S.A., têm de decidir se adotam, ou evitam, campanhas publicitárias agressivas. A pior situação para as duas é quando ambas decidem adotar campanhas publicitárias agressivas: os gastos são elevados e não há alteração significativa na parcela de mercado atendida por cada empresa, de tal forma que as empresas acabam arcando com um prejuízo de 20 milhões de reais cada uma.

Se uma das empresas adota a estratégia da campanha agressiva, enquanto a outra evita o confronto, a empresa que adotou a campanha agressiva tem lucro substanciais (10 milhões de reais), enquanto a empresa que evitou o confronto sofre perda de 10 milhões de reais. Finalmente, se nenhuma das duas adota campanhas agressivas, tudo fica inalterado, e as empresas não têm lucros ou perdas.

Analisando essa situação a partir do conceito de equilíbrio de Nash chegamos a um resultado muito interessante. Temos novamente dois equilíbrios de Nash: (Ado- ta Campanha Agressiva, Não Adota Campanha Agressiva) e (Não Adota Campanha Agressiva, Adota Campanha Agressiva).

Isso porque a melhor resposta a uma campanha agressiva é não responder a ela, sob pena de aumentar suas perdas (tanto quanto as do seu competidor). É a melhor resposta a um competidor que não adota uma campanha agressiva é, justamente, adotar uma campanha agressiva, que irá aumentar seus ganhos até o máximo de 10 milhões de reais.

O problema aqui é que não sabemos qual das empresas irá ceder a iniciativa da campanha publicitária agressiva para outra. Sem um mecanismo que in- flueencie as decisões, de forma a evitar o resultado indesejável, dados os ganhos envolvidos, corre-se o risco de que as duas empresas decidam adotar campa- nhas agressivas maximizando seus prejuízos.



Não cabe, portanto, exigir do conceito de equilíbrio de Nash a determinação a respeito de em que situação específica os agentes irão se “acomodar”, uma vez que isso provavelmente será determinado por fatores circunstanciais. Por outro lado, esses fatores circunstanciais vêm cada vez mais atraindo a atenção dos teóricos de jogos.

Isso se deu especialmente a partir dos trabalhos de Thomas C. Schelling, um dos ganhadores do Prêmio Nobel de Economia de 2005. Foi Schelling quem primeiro desenvolveu uma das ferramentas mais importantes para estudar como pode se dar o processo de seleção entre múltiplos equilíbrios de Nash na prática, quando os agentes têm interesse em coordenar suas decisões, como no caso do jogo de coordenação do padrão tecnológico da Figura 3.6: o conceito de ponto focal, que passamos a discutir brevemente agora.

Selecionando entre Vários Equilíbrios de Nash na Prática: O Conceito de Ponto Focal

Considere novamente o jogo de coordenação do padrão tecnológico da Figura 3.6. Obviamente, na medida em que determinados resultados sejam melhores para todos os agentes, abre-se espaço para a possibilidade de cooperação entre eles, no sentido preciso de coordenar suas ações de forma a garantir o melhor resultado possível para todos.

Será justamente na análise da possibilidade de coordenação de agentes como forma de obter soluções cooperativas, que será definido o conceito de *ponto focal*:



Um **ponto focal** é um elemento que se destaca de um contexto, e que permite aos jogadores coordenarem suas decisões em um dentre vários equilíbrios de Nash possíveis.

Como exemplo de ponto focal, considere o seguinte: imagine dois paraquedistas que, encarregados de uma missão de sabotagem, tenham saltado em determinada região, sem que um saiba onde o outro se localiza, sem equipamentos de comunicação (transmissões de rádio podem estar sendo rastreadas) e sem que tenham acordado antecipadamente onde iriam se encontrar. Apenas sabem que ambos têm a mesma missão e o mesmo mapa (conhecimento da região).

Ainda assim, é razoável supor que os dois paraquedistas terminariam se encontrando, desde que houvesse um elemento do ambiente em que os dois se encontram que se diferenciassse ou se destacasse dos demais, pois, para facilitar

o encontro, se
co e não ambí

Imagine ent
tagem em uma
rias casas mais
uma igreja, a e
por ser única,

Mas note qu
de conhecimen
que algum ele
mum entre os
não apenas o
mesma forma

Em outros
denação dos
periências ter
supor que os
proeminência
os mesmos.

Dessa form
ordenação esp
pos, dada a ne
ragem. E essa
comuns. Não
gum sucesso,
concentrados

Vamos ret
Figura 3.6, q

SysOp

Desenvolver

Não Desenvol

Um exem
zado em uma



o encontro, sendo racionais, os paraqueuistas escolheriam um referencial único e não ambíguo na região. Imagine então que os dois paraqueuistas devem executar sua missão de sabotagem em uma pequena cidade, próxima de onde saltaram. Se a cidade tiver várias casas mais ou menos parecidas, duas escolas também semelhantes e apenas uma igreja, a escolha mais natural é que ambos se encaminhem para a igreja que, por ser única, se destaca do contexto.

Mas note que isso só é possível se os paraqueuistas *conhecem a cidade e isso é de conhecimento comum*, ou seja, é do conhecimento de ambos. Isso significa que algum elemento tornou as características da região de conhecimento comum entre os jogadores. Possivelmente, um regime de instrução e treinamento não apenas orientou os paraqueuistas a interpretar o mapa da cidade da mesma forma, como tornou isso de conhecimento de ambos.

Em outros termos, a efetividade do ponto focal como referência para a coordenação dos agentes exige o *compartilhamento de experiências*. Sem que as experiências tenham sido compartilhadas entre os agentes, não há razão para se supor que os diferentes elementos que compõem um dado contexto terão sua proeminência avaliada da mesma forma e que os pontos focais escolhidos serão os mesmos.

Dessa forma, conclui-se que o *conceito de ponto focal como elemento de coordenação espontânea dos agentes se restringe essencialmente a pequenos grupos*, dada a necessidade da familiaridade na interpretação do meio em que interagem. E essa familiaridade pode ser obtida por meio de experiências comuns. Não é por acaso que a ideia de ponto focal tem sido aplicada, com algum sucesso, à interação de pequenos grupos, como o de empresas em setores concentrados na formação de um cartel.

Vamos retornar ao caso do jogo de coordenação do padrão tecnológico da Figura 3.6, que reproduzimos novamente, para facilitar a exposição:

Antivírus	Atualizar	2, 1	0, -1
	Não Atualizar	-1, -2	1, 2
		Desenvolver	Não Desenvolver

Figura 3.6 O jogo de Coordenação do Padrão Tecnológico

Um exemplo de ponto focal, nesse caso, poderia ser um colunista especializado em uma revista internacional de novidades em tecnologia de informação,



que fosse famoso o suficiente para ser lido por funcionários de ambas as empresas em seus países.

Ao divulgar informações a respeito, por exemplo, do desenvolvimento de novas ferramentas, poderia induzir a coordenação das duas empresas na combinação de estratégias em que a SysOp desenvolveria sua ferramenta e a AntiVírus atualizaria seu programa antivírus. Sendo nosso hipotético colunista internacionalmente famoso, ele se tornaria um ponto focal para as empresas coordenarem suas decisões.

Um Caso em que Não Há Equilíbrio de Nash

Vejam agora um caso em que não há equilíbrio de Nash. Como exemplo de um jogo em que não há equilíbrio de Nash, considere o jogo conhecido como *jogo de combinar moedas* (*matching pennies*). Nesse jogo, dois jogadores exibem, ao mesmo tempo, a moeda que cada um esconde em sua mão. Se ambas as moedas apresentam cara ou coroa, o segundo jogador dá a sua moeda para o primeiro. Se uma das moedas apresenta cara, enquanto a outra apresenta coroa, é a vez do primeiro jogador dar a sua moeda para o segundo. Esse jogo está representado a seguir:

Jogador 1	Jogador 2	
	Cara	Coroa
Cara	1, -1	-1, 1
Coroa	-1, 1	1, -1

Figura 3.8 O Jogo de Combinar Moedas

Não é difícil perceber que no jogo de combinar moedas não há combinação de estratégias que atenda aos requisitos do equilíbrio de Nash. Apenas para citar um exemplo, embora jogar Cara seja a melhor resposta para o Jogador 1 no caso de o Jogador 2 jogar Cara, jogar Cara não é a melhor resposta para o Jogador 2 se o Jogador 1 jogar Cara. A mesma situação se repete em todas as outras combinações de estratégias.⁸

O que isso significa?

⁸ Essa ausência de equilíbrio de Nash resulta do fato de que não estamos admitindo, por enquanto, a possibilidade de estratégias mistas, ou seja, de estratégias em que há uma probabilidade de o jogador mostrar cara ou coroa. Ao tratarmos de estratégias mistas mais adiante neste livro veremos que, quando estratégias mistas são admitidas, sempre poderemos encontrar um equilíbrio de Nash.

Podemos
Nash de fi
possibilid
estratégia
modados
de conflit
que sejam

Nem se
vo ou jog
o método
petitivos
maximin.

ALGUNS

É muito c
tégica de
pregar ex
ou “aque
talha dos

Em ou
as caracte
lelos entr
pos de jo

A Batalha com Vár

Existem
suas deci
sexos” (u
mas que

Supon
grama qu
coisa pas
prefere ir
po da par
problema
poderem

A forn



Podemos entender esse tipo de jogo, no qual não se verifica um equilíbrio de Nash de forma imediata, como representando aquelas situações em que não há possibilidade de os jogadores se conformarem com uma dada combinação de estratégias. Assim, não haveria possibilidade de os jogadores terminarem acordados com algum tipo de solução, ainda que imediatamente: esse é um jogo de conflito permanente e não há como, diretamente, determinar estratégias que sejam reciprocamente as melhores respostas para cada jogador.

Nem sempre esse tipo de jogo, conhecido como jogo estritamente competitivo ou jogo de soma zero, deixa de apresentar um equilíbrio de Nash. Contudo, o método de determinação do equilíbrio de Nash em jogos estritamente competitivos é diferente e exige um método específico conhecido como *minimax* – discutiremos jogos estritamente competitivos no Capítulo 5.

ALGUNS JOGOS IMPORTANTES

É muito comum padronizar determinados tipos de situação de interação estratégica de forma a simplificar e facilitar a sua análise. Desse modo, é comum empregar expressões como “essa é uma situação do tipo dilema dos prisioneiros”, ou “aquelas empresas estão vivendo um problema de coordenação como na batalha dos sexos” etc.

Em outras palavras, empregam-se determinados jogos clássicos para resumir as características de alguma situação de interação estratégica, tratando-se para eles entre esses jogos clássicos e a situação em análise. Eis, portanto, alguns tipos de jogos muito úteis para analisar situações de interação estratégica.

A Batalha dos Sexos: o Problema da Coordenação com Várias Opções

Existem jogos em que os dois jogadores ganham se conseguirem coordenar suas decisões. Um importante jogo de coordenação é a chamada “batalha dos sexos” (um nome inadequado e que se revela infiel ao próprio sentido do jogo, mas que se popularizou na literatura de jogos).

Suponha que um casal está decidindo onde irá se encontrar e qual será o programa que farão para passar a noite. Ambos valorizam mais do que qualquer outra coisa passar juntos a noite, mas Ele (vamos chamar um dos jogadores dessa forma) prefere ir ao futebol a ir ao show de música popular que acontece ao mesmo tempo da partida, enquanto que Ela (o outro jogador) prefere ir ao show de música. O problema é que ambos têm de tentar se encontrar em um desses dois eventos, sem poderem se comunicar (suponha que ambos perderam seus celulares).

A forma estratégica dessa interação pode ser observada na Figura 3.9.

possibilidade
cora. Ao tra-
idas, sempre

abinação
nas para
ogador 1
ta para o
todas as

emplo de
do como
lores exi-
ambas as
ta para o
senta co-
jogo está

as em-
mento de
presas na
nenta e a
ico colu-
ra as em-

ELSEVIER



Ela	Ele	
	Futebol	Show
Futebol	1, 2	-1, -1
Show	-1, -1	2, 1

Figura 3.9 A Batalha dos Sexos

No jogo da batalha dos sexos, os jogadores obtêm uma recompensa maior caso escolham o mesmo programa e consigam se encontrar, ainda que Ela prefira ir ao show a ir ao futebol, e Ele prefira o futebol ao show. O fato é que nenhum dos dois quer fazer seu programa predileto sozinho e, assim, Ele ainda prefere ir ao show com Ela a ir ao futebol sozinho e Ela, da mesma forma, prefere ir ao futebol com Ele a ir sozinha ao show.

O leitor já deve ter percebido que esse jogo apresenta a mesma estrutura do jogo de coordenação do padrão tecnológico, apresentado na Figura 3.6. De fato, o jogo da batalha dos sexos serve como representação geral daquelas situações de interação estratégica em que os jogadores ganham sempre que coordenam suas decisões, mas têm preferências distintas sobre que tipo de coordenação deve ser adotada. Assim, conforme já foi observado, o jogo da batalha dos sexos possui dois equilíbrios de Nash: (Futebol, Futebol) e (Show, Show).

O Dilema dos Prisoneiros: Cooperação Versus Interesse Próprio

O dilema dos prisioneiros é, provavelmente, o tipo de jogo mais popular da teoria dos jogos. Suponha que dois ladrões foram presos pela polícia, com algumas evidências circunstanciais (foram vistos rondando de forma suspeita o local do roubo na noite do crime), mas nada muito definitivo.

A polícia então isola cada suspeito em uma sala e faz a cada um dos suspeitos a seguinte proposta: se ele confessar o roubo e seu parceiro não confessar, ele será libertado em razão de sua cooperação com a polícia, enquanto seu parceiro (que não confessou) irá amargar quatro anos na penitenciária estadual.

Se, ao contrário, ele não confessar, mas seu parceiro o fizer, será ele a enfrentar os quatro anos na penitenciária estadual, enquanto seu parceiro será libertado. Caso ambos confessem, a cooperação individual de um deles perde o valor como denúncia do comparsa e ambos enfrentam uma pena de dois anos na prisão estadual (menor do que quatro anos em função da confissão de ambos). Finalmente, embora a polícia não os informe a esse respeito, eles sabem que se nenhum dos dois confessar, ambos serão soltos após um ano de detenção, por vadiagem.

Ladrão 1

Confessa

Não Confessa

Vamos aplicar a lógica mais provável de resposta que {Confessa} de {Confessa} quatro anos.

Logo, os dois escolhem a pena confessar.

É interessante derivado da dessemelhança, estabelecida.

Se ambos nenhum dos dois comprar o resultado do cooperativo.



maior caso
fira ir ao
dos dois
ao show
bol com
De fato,
ituações
ordenam
denaçaõ
dos se-
v).

cular da
com al-
aspeto o
uspitos
ssar, ele
parcei-
lual.
nfrentar
bertado.
or como
são esta-
almente,
um dos
em.



Dadas as características desse processo de interação estratégica, será que algum dos dois ladrões confessará? Para determinar o resultado mais provável do jogo, considere a forma estratégica abaixo, que descreve as recompensas em meses a serem passados na prisão (com sinal negativo para enfatizar o fato de que o tempo na prisão é algo que os ladrões querem minimizar).

Ladrão 2	Ladrão 1	
	Confessa	Não Confessa
Confessa	-2, -2	0, -4
Não Confessa	-4, 0	-1, -1

Figura 3.10 O Dilema dos Prisioneiros

Vamos aplicar o conceito de equilíbrio de Nash para determinar o resultado mais provável do jogo representado na Figura 3.10. Podemos ver que a melhor resposta que qualquer um dos dois ladrões pode adotar para a estratégia {Não Confessa} do outro é {Confessa}. Por outro lado, a melhor resposta à estratégia {Confessa} é, também, {Confessa} (que produz dois anos na cadeia, contra quatro anos no caso de {Não Confessa}).

Logo, os dois ladrões, se agirem racionalmente, confessarão o roubo: se um deles escolhesse não confessar, seria prejudicado pelo outro, que anularia sua pena confessando.

É interessante perceber que o resultado obtido no dilema dos prisioneiros é derivado da condição de que os prisioneiros não podem se comunicar. Se pudessem se comunicar, todo o resultado do jogo dependeria de eles poderem, ou não, estabelecer compromissos que pudessem ser garantidos. Se ambos pudessem estabelecer compromissos garantidos, provavelmente nenhum dos dois confessaria. Pode-se perceber que a possibilidade de estabelecer compromissos garantidos é muito importante para a determinação do resultado do jogo, e nos fornece o critério para distinguir entre jogos não-cooperativos e jogos cooperativos.



Um jogo é dito **não-cooperativo** quando os jogadores não podem estabelecer compromissos garantidos. Caso contrário, se os jogadores podem estabelecer compromissos, e esses compromissos possuem garantias efetivas, diz-se que o jogo é **cooperativo**.



O dilema dos prisioneiros é o melhor exemplo de que, em determinados processos de interação estratégica, o fato de cada jogador buscar o melhor para si leva a uma situação que não é a melhor para todos. Já vimos um exemplo desses quando discutimos o jogo do comércio internacional: o dilema do prisioneiro nos ajuda a entender as dificuldades enfrentadas quando se tenta reduzir o protecionismo entre países.

O Jogo do "Galinha": Quando a Competição É Destrutiva

O jogo do "galinha" é uma representação esquemática de uma modalidade perigosa de competição entre os adolescentes norte-americanos nos anos 1950, e que foi popularizada no filme de James Dean, *Rebelde sem causa* (1955), embora a descrição mais fiel (ao jogo) seja a do filme *Footloose* (1984), com Kevin Bacon.⁹

Imagine dois adolescentes, James e John, que dirigem seus carros em alta velocidade, um em direção ao outro. O objetivo do jogo é identificar quem desvia primeiro: este será o covarde a ser apelidado de "galinha" pelos companheiros, resultando daí o nome do jogo. O que não se desvia fica com a fama de "durão" (em inglês, *tough*).

Se ambos desviam ao mesmo tempo, ninguém perde o jogo. Porém, se ambos são "durões" e nenhum se desvia, ambos sofrem um acidente gravíssimo, pondo em risco suas próprias vidas. As recompensas simbólicas desse jogo estão descritas na matriz da Figura 3.11:

James	John	
	Não Desvia	Desvia
Não Desvia	-2, -2	2, -1
Desvia	-1, 2	0, 0

Figura 3.11 O Jogo do "Galinha"

As recompensas do jogo do "galinha" na Figura 3.11 procuram apenas ordenar as preferências dos jogadores, uma vez que é obviamente muito difícil estabelecer valores quando estão envolvidas vidas em risco. Assim, cada jogador prefere não desviar, se o outro desvia. A opção que é preferível em seguida é desviar se o outro também desvia. Pior do que essa escolha é desviar se o outro não desvia, mas a pior combinação de estratégias de todas é não desviar se o

⁹ Vários autores chamam a atenção para o fato de que, por razões óbvias, esse tipo de jogo era muito mais popular entre os diretores de cinema do que entre os próprios adolescentes.

outro tam
que há doi
tro jogado
desviar é c

O leitor
campanha
irá se desvi
os jogador

O jogo
ções no m
também fo
antiga Uni
a necessid

O Jogo d

O jogo da
tas sociais
mulação s
embora R
do jogo d

Na seg
Desiguald
volviment
nando-lhe
manas", c
ções raras
de seus se
fazer com

Caso h
uniam-se
situação,
tunidade

¹⁰ Como exe
de Pareto.

¹¹ Em sua co
viver em socie
vel a vida em

¹² Estamos e
Os Homens, c

outro também não desvia. Aplicando o conceito de equilíbrio de Nash vê-se que há dois equilíbrios: (Não Desvia, Desvia) e (Desvia, Não Desvia): se o outro jogador desvia, a melhor resposta é não desviar, e a melhor resposta a não desviar é desviar.¹⁰

O leitor deve estar recordando que já tratamos de um jogo parecido: o jogo da campanha publicitária da Figura 3.7. Aqui, como lá, falta algo que indique quem irá se desviar, uma vez que não há nenhuma indicação nesse jogo quanto a como os jogadores podem coordenar suas decisões de forma a evitar uma colisão.

O jogo do “galinha” tem sido empregado não apenas para descrever situações no mundo econômico mas quais é melhor evitar o enfrentamento, como também foi muito popular na época da guerra fria entre os Estados Unidos e a antiga União Soviética, para descrever os riscos de um conflito termonuclear e a necessidade de mecanismos que evitassem o confronto.

O Jogo da Caça ao Cervo: O Dilema do Contrato Social

O jogo da caça ao cervo vem se tornando uma forma muito popular entre cientistas sociais que estudam o contrato social¹¹ por meio da teoria dos jogos. Sua formação se deve ao filósofo franco-suíço Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), embora Rousseau não tenha apresentado a situação que deu origem ao chamado jogo da caça ao cervo como um “jogo”, e sim como um problema.

Na segunda parte de sua obra *Discurso sobre a Origem e os Fundamentos da Desigualdade do Homem* (1754-55), Rousseau discute os primórdios do desenvolvimento da cooperação entre os homens. De acordo com Rousseau, “Ensi- nando-lhe a experiência ser o amor ao bem-estar o único móvel das ações hu- manas”, o espírito humano “encontrou-se em situação de distinguir as situa- ções raras em que o interesse comum poderia fazê-lo contar com a assistência de seus semelhantes e aquelas, mais raras ainda, em que a concorrência deveria fazer com que desconfiasse deles”.¹²

Caso houvesse a possibilidade de ganhos pela cooperação mútua, os homens uniam-se em bandos, ou qualquer outro tipo de associação. Os vínculos nessa situação, todavia, eram frágeis: a cooperação durava apenas enquanto a oportu- nidade que lhe dera origem existia. O imediatismo prevalecia sobre o planeja-

¹⁰ Como exercício ao leitor, pede-se demonstrar que esses dois equilíbrios são, cada um deles isoladamente, ótimos de Pareto.

¹¹ Em sua concepção mais usual, o contrato social designa o “contrato” que os indivíduos fariam implicitamente para viver em sociedade. Nesse contrato implícito os indivíduos definiriam seus direitos e deveres de forma a tornar possí- vel a vida em sociedade. O Estado seria o agente encarregado de garantir contrato social.

¹² Estamos empregando a edição brasileira do *Discurso sobre a Origem e os Fundamentos da Desigualdade entre Os Homens*, da Coleção Os Pensadores (São Paulo, Abril Cultural, 1978). As passagens citadas estão na página 261.



mento a longo prazo e, assim, “longe de se preocuparem com um futuro distante, não pensavam nem mesmo no dia de amanhã”.

Desse modo, se o objetivo fosse caçar um cervo, “cada um sentia que para tanto devia ficar em seu lugar, mas, se uma lebre passava ao alcance de um deles, não há dúvida de que ele a perseguiria sem escrúpulos e, tendo alcançado sua presa, pouco se lhe dava faltar a dos companheiros”.

A passagem é muito breve, mas deu origem a um jogo muito popular entre os estudiosos da cooperação social. Suponha que dois caçadores se reuniram para caçar um cervo. Sendo um animal de grande porte e muito rápido e ágil, nenhum dos dois caçadores tem qualquer chance de caçá-lo sozinho, necessitando assim da ajuda do outro caçador. Na verdade, na época de Rousseau eram necessários mais do que apenas dois caçadores para caçar um cervo, mas isso não altera o problema que estamos estudando e assim podemos simplificar, supondo que são apenas dois os caçadores envolvidos.

Para que a caçada tenha sucesso, é preciso que cada caçador ocupe sua posição no bosque e mantenha a atenção no cervo. Ocorre que cada caçador também pode aproveitar seu tempo no bosque para caçar uma lebre. A lebre é uma caça mais fácil do que o cervo, pois pode ser capturada por um caçador apenas. Porém, é também uma caça de muito menor valor: uma lebre representa uma quantidade de carne muito menor do que a metade de um cervo.

Por último, se qualquer um dos dois caçadores opta por perseguir a lebre, ele abandona seu posto e o cervo escapa, mas o caçador que capturou a lebre não é obrigado a dividi-la com o outro caçador. Podemos supor que, sendo a lebre pequena, o caçador que a capturou é capaz de ocultá-la do outro caçador com sucesso. Como podemos representar esse jogo?

Vamos supor que metade de um cervo possui três vezes mais valor para os caçadores, dados a quantidade de carne e seu sabor, do que uma lebre. Podemos ver a representação das recompensas de cada jogador para cada combinação de estratégias na forma estratégica da Figura 3.12:

Caçador A	Caçador B	
	Cervo	Lebre
Cervo	3, 3	0, 1
Lebre	1, 0	1, 1

Figura 3.12 O Jogo da Caça ao Cervo

No jogo da caça ao cervo, representado na forma estratégica da Figura 3.12, se ambos os caçadores permanecem em seus postos atentos ao cervo a caçada é

bem-sucedidas simbólicas.

Se qualquer um dos caçadores abandona seu posto, o cervo escapa e o caçador que saiu do posto não recebe recompensa. Isso equivale a dizer que a caça ao cervo é um jogo de soma zero.

O leitoiro também pode caçar a lebre. Se o leitoiro caça ao cervo, ele recebe recompensa. Se o leitoiro caça a lebre, ele também recebe recompensa.

O jogo da caça ao cervo é um jogo estratégico.

- O m
- Se al
- man

Há várias maneiras de caçar o cervo. Se o caçador não for capaz de caçar o cervo sozinho, ele pode tentar caçar o cervo com o outro caçador. Isso equivale a dizer que a caça ao cervo é um jogo de soma zero.

O jogo da caça ao cervo é um jogo estratégico. Se o caçador não for capaz de caçar o cervo sozinho, ele pode tentar caçar o cervo com o outro caçador. Isso equivale a dizer que a caça ao cervo é um jogo de soma zero.

Há várias maneiras de caçar o cervo. Se o caçador não for capaz de caçar o cervo sozinho, ele pode tentar caçar o cervo com o outro caçador. Isso equivale a dizer que a caça ao cervo é um jogo de soma zero.



bem-sucedida e cada um deles tem uma recompensa de 3 (as recompensas são

simbólicas, como sempre).

Se qualquer um dos dois deixa o seu posto para caçar uma lebre, enquanto o

outro caçador permanece em seu posto vigiando o cervo, o caçador que per-

maneceu em seu posto nada caça (recompensa de 0), ao passo que o caçador

que saiu do seu posto para caçar a lebre consegue caçá-la, obtendo uma recom-

pensa de 1 (estamos supondo que para qualquer um dos dois caçadores a lebre

equivale a 1/3 do valor do cervo). Por fim, se os dois deixam seus postos para

caçar lebres, ambos retornam para casa com uma lebre cada um.

O leitor já deve ter percebido que há dois equilíbrios de Nash no jogo da

caça ao cervo: ou os dois caçadores se mantêm fiéis a seus postos e cada um ob-

tém uma grande recompensa (metade do cervo), ou os dois abandonam seus

postos, e cada um obtém uma recompensa significativamente menor (uma le-

bre cada um).

O jogo da caça ao cervo representa, portanto, aquelas situações de interação

estratégica em que:

- O melhor resultado depende da cooperação de todos.

- Se alguém buscar um resultado individual mais imediato, aqueles que se

mantiverem fiéis ao compromisso inicial serão prejudicados.

Há várias situações na sociedade que podem ser descritas como um jogo de

caça ao cervo. Considere uma sociedade comercial entre dois sócios. Se o leitor

fosse um dos sócios dessa hipotética sociedade comercial, muito provavelmente

admitiria que somente valeria a pena se esforçar pelo sucesso da sociedade se o

outro sócio também se esforçar. Se a expectativa for de que outro sócio não irá

se esforçar muito, provavelmente o leitor rapidamente concluirá que não vale a

pena se esforçar além do mínimo necessário, ainda que isso signifique um menor

ganho para ambos. Sendo sócio racional, o outro sócio seguiria o mesmo raciocínio.

O jogo da caça aos cervos indica assim situações nas quais o melhor resulta-

do para todos somente é conseguido quando todos acreditam que todos irão se

esforçar de acordo com o compromisso original, em vez de buscar ganhos ime-

diatos que podem prejudicar aqueles que se mantiverem fiéis ao que foi acor-

dado inicialmente. É fácil ver que dos dois equilíbrios de Nash do jogo de caça

aos cervos da Figura 3.12, apenas aquele em que os dois jogadores optam por

permanecerem fiéis ao compromisso de caça ao cervo é um ótimo de Pareto.

Há vários outros tipos de jogos além da batalha dos sexos, do dilema dos pri-

sioneiros, do jogo do “galinha” e do jogo de caça ao cervo. Esses tipos que aca-

bamos de ver, contudo, são imprescindíveis para a análise econômica e social.