

**4300255 – MECÂNICA DOS CORPOS RÍGIDOS E DOS FLUIDOS**  
**4ª Lista de exercícios, abril de 2019 - Conservação do momento angular**

**1. (TIPLER CAP 10, E 17)** Uma partícula percorre, com a velocidade constante  $\vec{v}$ , uma reta que está à distância  $b$  da origem  $O$ . Seja  $dA$  a área varrida pelo vetor posição traçado de  $O$  até a partícula, no intervalo de tempo  $dt$ . Mostrar que  $dA/dt$  é constante no tempo e igual a  $L/2m$ , com  $L$  o momento angular da partícula em relação à origem.

**2. (TIPLER CAP 10, E 19)** Duas partículas de massa  $m_1$  e  $m_2$ , estão localizadas em  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  em relação à origem  $O$ , como mostra a figura ao lado. As partículas exercem forças iguais *em módulo* e opostas, uma sobre a outra. Calcular a resultante dos torques dessas forças internas em relação à origem  $O$  e mostrar que o torque é nulo se as forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  estiverem sobre a reta que une as partículas.

**3. (TIPLER CAP 10, E 23)** Na figura ao lado, o plano inclinado não tem atrito e o fio que une os dois corpos passa pelo centro de massa de cada um deles. O momento de inércia da polia é  $I$  e o raio  $R$ . a) Determinar a resultante dos torques que atuam sobre o sistema (isto é, sobre os dois corpos – o fio e a polia). b) Dar a expressão do momento angular total do sistema em relação ao centro da polia quando a velocidade de cada corpo for  $v$ . c) Calcular a aceleração de cada corpo a partir dos resultados conseguidos em a) e em b), igualando a resultante dos torques à taxa de variação do momento angular do sistema.

**4. (TIPLER CAP 10, E 36)** Um homem está de pé sobre uma plataforma sem atrito que gira com a velocidade angular de 1,5 rev/s. Seus braços estão estendidos e em cada mão ele segura um corpo pesado. O momento de inércia do homem, dos dois corpos e da plataforma é de  $6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . na posição inicial. Quando o homem junta os braços ao corpo, sem largar os pesos, o momento de inércia diminui para  $1,8 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . a) Qual a velocidade angular final da plataforma? b) De quanto variou a energia cinética do sistema? c) Qual a fonte deste aumento de energia?

**5. (TIPLER CAP 10, E 38)** Dois discos, de massas iguais, mas raios diferentes ( $r$  e  $2r$ ) estão montados num eixo comum, sem atrito, e giram com a velocidade angular  $\omega_0$ , porém em sentidos opostos, como pode ser observado na figura ao lado. Os dois discos são lentamente reunidos. A força de atrito entre as duas superfícies acaba por levá-los a uma velocidade angular comum aos dois. Qual o módulo desta velocidade angular final em termos de  $\omega_0$ ?

**6. (TIPLER CAP 10, E 42)** Uma pessoa (massa  $m$ ) encontra uma plataforma girante (raio  $R$  e momento de inércia  $I$ ) que está em movimento. Pula para a borda da plataforma, que passa a girar com velocidade angular de  $7,5 \text{ rad/s}$ . Depois, consegue chegar ao centro da plataforma onde fica em pé, alinhada com o eixo vertical de rotação. Se os momentos de inércia inicial e final da pessoa sejam  $mR^2 = 2,8I$  e  $I/10$ , respectivamente em relação ao eixo de rotação. Qual é a velocidade angular final, desprezando-se os efeitos de atrito?

**7. (TIPLER CAP 10, E 50)** A figura ao lado mostra uma barra delgada de comprimento  $L$  e massa  $M$ , e uma pequena esfera de massa plástica, com a massa  $m$ . O sistema está pousado sobre uma superfície horizontal sem atrito. A massa de plástico desloca-se para a direita, com a velocidade  $v$ , atinge a barra a uma distância  $d$  do respectivo centro de massa e fica colada na barra no ponto de contato. Determinar as expressões da velocidade do centro de massa do sistema e da velocidade angular do sistema na rotação em torno do centro de massa.

**8. (TIPLER CAP 10, E 54)** Um projétil de massa  $m_p$ , com velocidade constante  $\vec{v}_0$ , atinge um disco estacionário de massa  $M$  e raio  $R$  que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por  $O$ , como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância  $b$ , abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto  $B$ . O projétil pode ser considerado

puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular  $L_0$  do projétil e do disco em relação ao eixo  $O$ ? b) qual a velocidade angular  $\omega$  do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

**9.** Um jogador de boliche lança uma bola de raio  $R = 10$  cm na pista com velocidade inicial  $v_0 = 7$  m/s. A bola é lançada de modo que ela escorrega num pequeno trecho antes de começar a rolar. No momento em que ela toca a pista, o movimento é de translação pura e o coeficiente de atrito dinâmico entre a bola e a pista é de 0,4. a) Faça um diagrama de corpo livre da bola e identifique os referenciais com os quais irá analisar as forças e/ou os torques. b) Calcule a aceleração do centro de massa da bola e a aceleração angular em torno do centro de massa quando entra em contato com o solo. c) Determine as equações horárias das velocidades linear e angular da bola enquanto escorrega e escreva a equação da condição de rolamento sem escorregamento. d) Durante quantos segundos a bola escorrega antes de principiar a rolar sem escorregar? e) Calcule as velocidades angular e de translação da bola no instante em que começa a rolar sem escorregar.

**10. (MERIAM, KRAIGE CAP 7, E 95)** Um professor de dinâmica faz uma demonstração dos princípios dos giroscópios aos seus alunos. Ele suspende uma roda que está girando rapidamente através de um fio fixado a uma das extremidades do eixo horizontal da roda. Descreva o movimento de precessão da roda.

**11. (TIPLER CAP 10, E 64)** Uma roda de bicicleta, com 28 cm de raio, está montada no meio de um eixo de 50 cm de comprimento. O pneumático e o aro da roda, em conjunto, pesam 30 N. A roda gira a 12 rev/s, e o eixo está na horizontal, com a ponta apoiada. a) Qual o momento angular do movimento de rotação da roda? (considere a roda como se fosse um aro simples.) b) Qual a velocidade angular de precessão? c) Quanto tempo leva o eixo para dar uma volta de  $360^\circ$  em torno do apoio? d) Qual o momento angular associado ao movimento do centro de massa, isto é, à precessão? Que direção tem esse momento angular?

**12. (TIPLER CAP 10, E 65)** Um disco homogêneo, com 2,5 kg e 6,4 cm de raio, está montado no centro de um eixo de 10 cm e gira a 700 rev/min. O eixo está na horizontal e apoiado por uma ponta num suporte em torno do qual pode girar. A outra ponta do eixo tem, no estado inicial, uma velocidade horizontal que propicia a precessão sem nutação. a) Qual a velocidade angular de precessão? b) Qual a velocidade do centro de massa durante a precessão? c) Que módulo e que direção tem a aceleração do centro de massa? d) Quais as componentes vertical e horizontal da força exercida pelo suporte sobre o eixo de rotação?

**13. (TIPLER CAP 10, E 82)** A segunda lei de Kepler afirma: o raio-vetor do sol até um planeta varre áreas iguais em tempos iguais. Mostrar que esta lei é consequência imediata da lei de conservação do momento angular e de a força de atração gravitacional entre o sol e o planeta agir na direção da reta que une os dois corpos celestes.

**14. (TIPLER CAP 10, E 85)** As calotas polares contêm cerca de  $2,3 \times 10^{19}$  kg de gelo. Esta massa contribui desprezivelmente para o momento de inércia da terra, pois está localizada junto aos pólos, nas proximidades do eixo de rotação. Estimar a variação da duração do dia que seria provocada se as calotas polares fossem fundidas e a água resultante fosse distribuída uniformemente por toda a superfície da terra. (O momento de inércia de casca esférica de massa  $m$  e raio  $r$  é  $2mr^2/3$ .)

**15. (Sears. Física I)** A figura ao lado mostra a vista do topo de um giroscópio cilíndrico que recebeu uma velocidade angular de spin de um motor elétrico. O pivô está no ponto  $O$ , e a massa do eixo é desprezível. a) Visto de cima para baixo, a precessão ocorre no sentido dos ponteiros do relógio ou em sentido contrário? b) Se o giroscópio leva 4,0 s para uma revolução de precessão, Qual deve ser a velocidade angular de spin do volante? ( O vetor indicado sobre o volante representa o sentido de giro do mesmo)