



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

## **PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II**

### **APOSTILA ② – Condução de Calor em Estado Estacionário**

**Prof. Jorge A. W. Gut**

**Prof. José Luís de Paiva**

**Versão 2019**

### **Conteúdo**

|       |                                                                 |    |
|-------|-----------------------------------------------------------------|----|
| 1.    | TRANSPORTE DE CALOR POR CONDUÇÃO .....                          | 2  |
| 1.1   | Condução Unidirecional em Estado Estacionário sem Geração ..... | 2  |
| 1.1.1 | Lei de Resfriamento de Newton.....                              | 5  |
| 1.1.2 | Analogia entre transporte de calor e de eletricidade .....      | 5  |
| 1.2   | Condução Unidirecional em Estado Estacionário com Geração ..... | 7  |
| 1.3   | Condução de Calor em Superfícies Estendidas .....               | 9  |
| 2.    | EXERCÍCIOS .....                                                | 15 |
| 3.    | SÍMBOLOS.....                                                   | 23 |
| 4.    | BIBLIOGRAFIA.....                                               | 24 |

Produção 2013: Caio Luca Joppert, bolsista do Programa de Estímulo ao Ensino de Graduação (PEEG) da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

Revisão 2015: Yuri Nascimento Nariyoshi, bolsista do Programa de Aperfeiçoamento de Ensino (PAE) da CAPES.

## 1. TRANSPORTE DE CALOR POR CONDUÇÃO

O transporte de calor pelo mecanismo de condução é regido pela Lei de Fourier. Ela postula que o vetor fluxo de calor  $\vec{q}''$  é proporcional ao vetor gradiente de energia térmica  $\vec{\nabla}(c_p T)$ , sendo  $\alpha$  a difusividade térmica (vide lista de símbolos). Os vetores têm sentidos opostos, pois a energia térmica difunde da região mais quente para a região mais fria.

$$\vec{q}'' = -\rho\alpha\vec{\nabla}(c_p T)$$

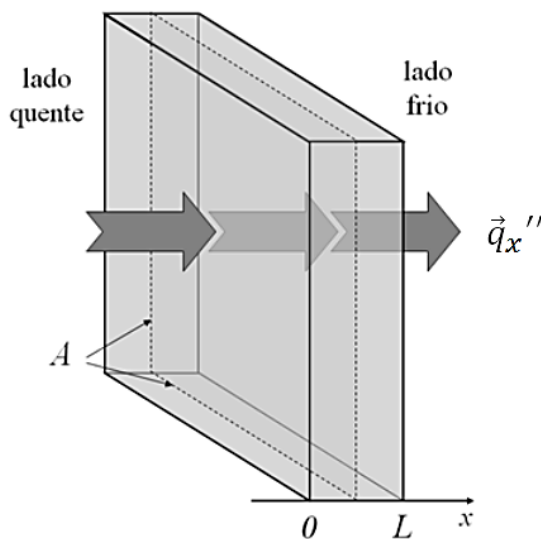
Considerando o calor específico como uniforme dentro do volume de controle (VC), tem-se:

$$\vec{q}'' = -k\vec{\nabla}T$$

sendo  $k = \rho\alpha c_p$  a condutividade térmica do meio.

### 1.1 Condução Unidirecional em Estado Estacionário sem Geração

Caso estudado: condução unidirecional através de uma parede plana, em estado estacionário (regime permanente) e sem geração de energia térmica. VC: parede plana com uma das faces quente e outra face fria (as faces são mantidas nestas temperaturas de maneira uniforme por fontes térmicas), conforme mostrado na **Figura 1**.



**Figura 1:** Volume de controle para o estudo do caso de condução unidirecional em estado estacionário sem geração.

Balço microscópico de energia térmica (deduzida na Apostila 1):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

Aplicando as hipóteses de estado estacionário, sem escoamento ( $\vec{v} = 0$ ), sem geração de calor ( $\dot{q}_V = 0$ ) e transporte difusivo unidirecional na direção x:

$$\alpha \nabla^2 T = 0$$

$$\left[ \frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left( \frac{dT}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left( \frac{dT}{dz} \right) \right] = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) = 0$$

$$\therefore T(x) = C_1 x + C_2$$

(perfil linear de temperatura em uma parede plana)

$C_1$  (K/m) e  $C_2$  (K) são constantes de integração, determinadas a partir das condições de contorno do problema. As condições de contorno mais comuns são:

- Temperatura especificada em algum ponto do sistema (primeira ordem):  $T(x_i) = T_i$
- Fluxo de calor especificado em algum ponto (segunda ordem):  $-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = q_{xi}''$

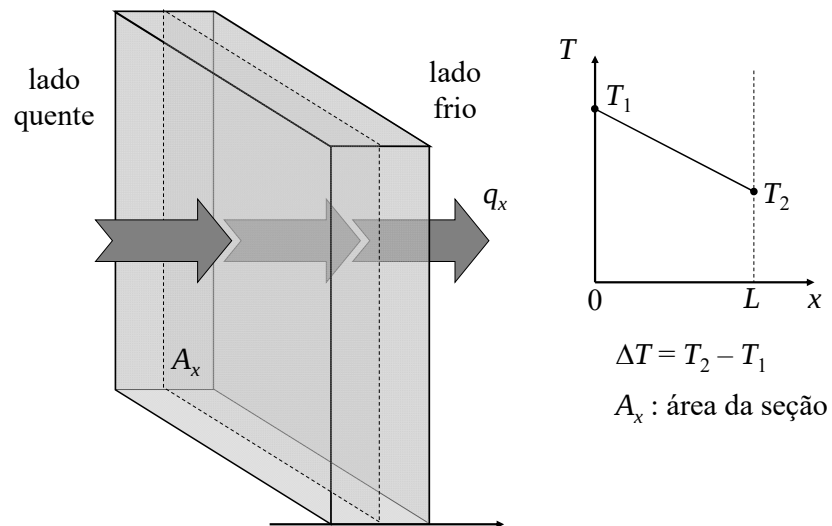
Determinação do fluxo de calor na direção  $x$  (Lei de Fourier):

$$q_x'' = -k \frac{\partial T}{\partial x} = -k \cdot C_1$$

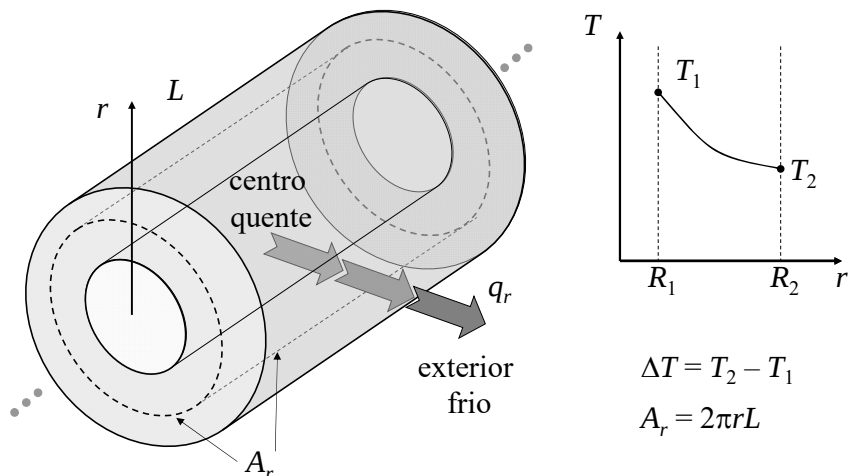
Os resultados para as geometrias mais comuns são mostrados na **Tabela 1**. As **Figuras 2, 3 e 4** ajudam na compreensão das variáveis (para obter estas soluções, as condições de contorno adotadas foram de temperaturas uniformes  $T_1$  e  $T_2$  nas fronteiras do volume de controle, sendo  $\Delta T = (T_2 - T_1)$ ).

**Tabela 1:** Equações para condução unidirecional de calor em estado estacionário sem geração.

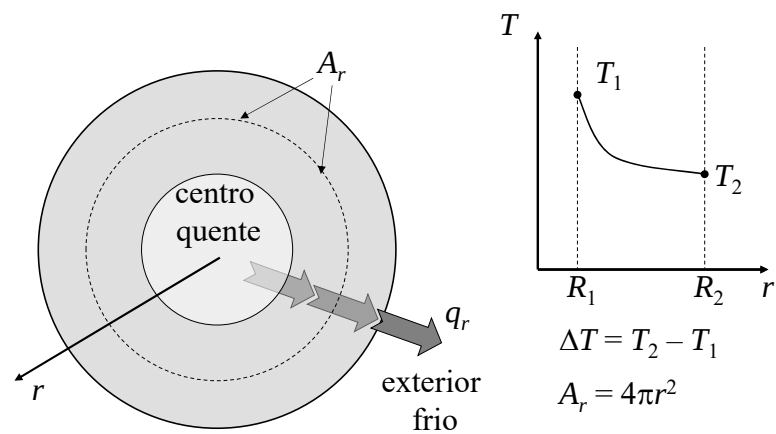
| Geometria         | Equação diferencial                                               | Perfil de temperatura<br>$T(x)$ ou $T(r)$                                      | Fluxo de calor<br>$q_x''$                                              | Calor<br>$q_x$                                        |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Parede plana      | $\frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) = 0$                   | $T_1 + \Delta T \frac{x}{L}$<br>(linear)                                       | $-\frac{k}{L} \Delta T$                                                | $-\frac{k}{L} A_x \Delta T$                           |
| Parede cilíndrica | $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0$     | $T_1 + \Delta T \frac{\ln(r/R_1)}{\ln(R_2/R_1)}$<br>(logarítmico)              | $-\frac{1}{r} \frac{k \cdot \Delta T}{\ln(R_2/R_1)}$                   | $-\frac{2\pi L \cdot k \cdot \Delta T}{\ln(R_2/R_1)}$ |
| Parede esférica   | $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$ | $T_1 + \Delta T \left( \frac{1 - R_1/r}{1 - R_1/R_2} \right)$<br>(hiperbólico) | $-\frac{1}{r^2} \left( \frac{k \cdot \Delta T}{1/R_1 - 1/R_2} \right)$ | $-\frac{4\pi \cdot k \cdot \Delta T}{1/R_1 - 1/R_2}$  |



**Figura 2:** Condução através de uma parede plana. Adaptado de Gut e Song (2015).



**Figura 3:** Condução através de uma parede cilíndrica. Adaptado de Gut e Song (2015).



**Figura 4:** Condução através de uma parede esférica. Adaptado de Gut e Song (2015).

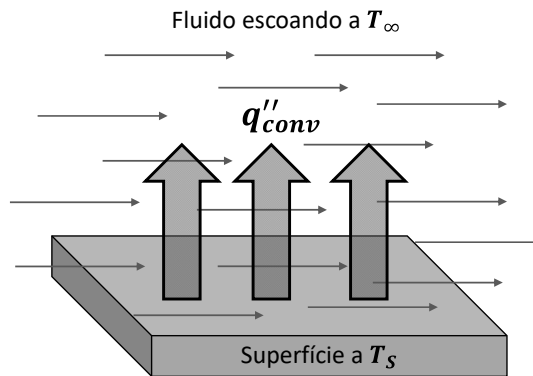
### 1.1.1 Lei de Resfriamento de Newton

Uma condição de contorno comum em problemas de condução em meio sólido é a de fronteira com um meio líquido/gasoso onde ocorre transporte por convecção. A transferência de calor entre a superfície do sólido e o meio pode ser tratada de forma simplificada através da Lei de Resfriamento de Newton, que considera como proporcionais o fluxo de calor na superfície do sólido e a diferença entre a temperatura da superfície e a temperatura do meio fluido em um ponto afastado do sólido (**Figura 5**):

$$q''_{conv} = h \cdot \Delta T$$

$$q_{conv} = h \cdot A_S \cdot \Delta T$$

em que  $\Delta T = (T_S - T_\infty)$  é o potencial térmico para um sólido quente ou  $\Delta T = (T_\infty - T_S)$  para um sólido frio, sendo  $T_S$  a temperatura média da superfície e  $T_\infty$  a temperatura média do meio afastado do sólido. Atenção deve ser tomada ao usar a Lei de Resfriamento de Newton como condição de contorno, pois o fluxo calculado é um número positivo não vetorial, diferente do fluxo calculado pela Lei de Fourier.



**Figura 5:** Esquema da Lei de resfriamento de Newton.

O coeficiente de convecção  $h$  [W/(K.m<sup>2</sup>)] é experimental e depende de diversos fatores como natureza do fluido, velocidade de escoamento e geometria da superfície. Seu valor pode ser obtido através de correlações empíricas. Este assunto será tratado mais adiante no curso.

### 1.1.2 Analogia entre transporte de calor e de eletricidade

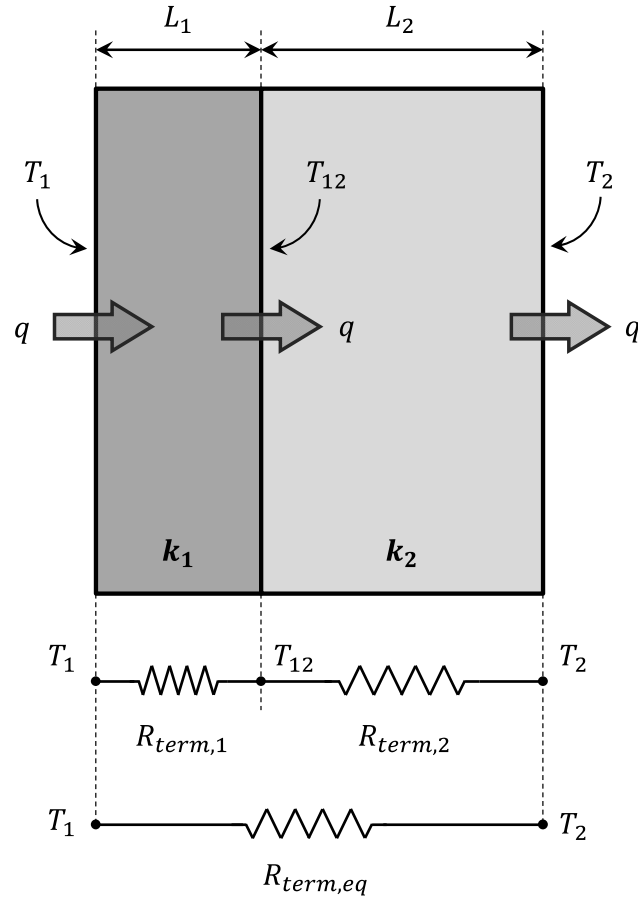
A analogia entre transporte de calor e de eletricidade é útil para problemas de condução unidirecional de calor em estado estacionário e sem geração ou consumo de energia térmica:

- Resistência é oferecida ao transporte de carga elétrica quando um condutor elétrico é atravessado por uma corrente sob uma diferença de potencial elétrico.
- Resistência é oferecida ao transporte de calor quando um condutor térmico é atravessado por um fluxo de calor sob uma diferença de potencial térmico.

Pela Lei de Ohm:  $R_{elet} = \Delta U / i$  (resistência elétrica é a razão entre diferença de potencial elétrico e a taxa de transporte de elétrons). Analogamente, define-se a resistência térmica (razão entre diferença de potencial térmico e taxa de transporte de calor):

$$R_{term} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{\Delta T}{q'' A}$$

Vantagem desta analogia: associar resistências térmicas como se associam resistores em um circuito elétrico. Um problema em que o calor atravessa diferentes meios pode ser resolvido conhecendo apenas as temperaturas das extremidades (potencial térmico total) em vez de resolver o problema por partes com diversos volumes de controle e condições de contorno (**Figura 6**).



**Figura 6:** Exemplo de aplicação da analogia calor-circuito elétrico: paredes justapostas.

Se não há acúmulo, geração ou consumo de energia térmica e as superfícies estão associadas em série, a energia térmica é transportada através de diferentes meios com a mesma taxa  $q$  no “circuito térmico”:

$$q = \frac{\Delta T_1}{R_{term,1}} = \frac{\Delta T_2}{R_{term,2}} = \dots = \frac{\Delta T_n}{R_{term,n}} = \frac{\Delta T_{global}}{R_{term,eq}}$$

mas:  $\Delta T_{global} = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_n$ ; então:

$$q = \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_n}{R_{term,eq}} = q \cdot \frac{(R_{term,1} + R_{term,2} + \dots + R_{term,n})}{R_{term,eq}}$$

$$\therefore R_{term,eq} = R_{term,1} + R_{term,2} + \dots + R_{term,n}$$

(associação em série de resistências térmicas)

$R_{term,eq}$  é a resistência térmica equivalente do circuito. O resultado para associação em paralelo é análogo à associação em paralelo de resistores (soma dos inversos das resistências).

Importante destacar que se o contato entre dois meios sólidos não for perfeito como na Figura 6, as imperfeições superficiais mantêm ar preso e geram uma “resistência de contato” adicional.

A **Tabela 2** apresenta as resistências térmicas de paredes sólidas usando resultados da **Tabela 1** e a resistência térmica convectiva obtida a partir da Lei de Resfriamento de Newton.

**Tabela 2:** Resistências térmicas ao transporte de calor unidirecional, em estado estacionário e sem geração ou consumo de energia térmica.

| Caso                | Parede plana     | Parede cilíndrica              | Parede esférica                    | Superfície com convecção |
|---------------------|------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------|
| Resistência térmica | $\frac{L}{kA_x}$ | $\frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi Lk}$ | $\frac{(1/R_1) - (1/R_2)}{4\pi k}$ | $\frac{1}{h \cdot A_s}$  |

Usualmente a resistência equivalente de um circuito térmico é expressa na forma do coeficiente global de troca térmica  $U$ :

$$q = UA_{ref}\Delta T_{global}$$

em que  $A_{ref}$  é uma área de referência para o fluxo de calor (para paredes planas justapostas é a área da seção transversal da parede, independentemente da posição; para paredes cilíndricas ou esféricas, a área depende da posição radial e costuma-se adotar como referência a área mais externa do meio sólido).

O coeficiente global de troca térmica se relaciona com a resistência térmica equivalente:

$$q = UA_{ref}\Delta T_{global} = \frac{\Delta T_{global}}{R_{term,eq}}$$

$$\therefore UA_{ref} = \frac{1}{R_{term,eq}} \Rightarrow U = \frac{1}{A_{ref} \cdot R_{term,eq}}$$

## 1.2 Condução Unidirecional em Estado Estacionário com Geração

No interior do volume de controle pode haver conversão de energia térmica em outras formas de energia e vice e versa. Estas transformações são contabilizadas pelo termo de geração volumétrica de energia térmica na equação de balanço diferencial. Exemplos de transformações:

- Energia elétrica (efeito Joule)
- Energia química (calor de reação)
- Energia radiante (aquecimento por micro-ondas)
- Energia nuclear (aquecimento de material radioativo)
- Energia mecânica (atrito)

Aplicando o balanço microscópico de energia térmica a um VC homogêneo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

e considerando estado estacionário, meio sólido sem convecção e com geração uniforme de calor:

$$\alpha \nabla^2 T + \frac{\dot{q}_V}{\rho c_P} = 0$$

No caso de condução unidirecional através de uma parede plana:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$$

$$\therefore T(x) = -\frac{\dot{q}_V}{2k} x^2 + C_1 x + C_2$$

(perfil de temperatura na parede plana com geração de energia térmica)

As constantes de integração  $C_1$  (K/m) e  $C_2$  (K) são determinadas a partir das condições de contorno do problema. O fluxo de calor no interior do sólido pode ser determinado usando a Lei de Fourier. A **Tabela 3** resume os resultados da condução unidirecional em estado estacionário com geração uniforme de energia (resultados gerais, não contemplam as condições de contorno do problema, deixando as constantes de integração  $C_1$  e  $C_2$  expostas).

Na **Tabela 4** resumem-se algumas das condições de contorno utilizadas em problemas de condução de calor.

**Tabela 3:** Resultados para condução de calor unidimensional em estado estacionário com geração (sem condições de contorno).

| Geometria         | Equação diferencial                                                                     | Perfil de temperatura                                    | Fluxo de calor                                       |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Parede plana      | $\frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$                   | $T(x) = -\frac{\dot{q}_V}{2k} x^2 + C_1 x + C_2$         | $q''(x) = \dot{q}_V x - C_1 k$                       |
| Parede cilíndrica | $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$     | $T(r) = -\frac{\dot{q}_V}{4k} r^2 + C_1 \ln r + C_2$     | $q''(r) = \frac{\dot{q}_V}{2} r - \frac{C_1 k}{r}$   |
| Parede esférica   | $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}_V}{k} = 0$ | $T(r) = -\frac{\dot{q}_V}{6k} r^2 - \frac{C_1}{r} + C_2$ | $q''(r) = \frac{\dot{q}_V}{3} r - \frac{C_1 k}{r^2}$ |

**Tabela 4:** Condições de contorno comuns em problemas de condução de calor.

| Condição de contorno     | Representação matemática*                                                           |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Temperatura especificada | $T(x_i) = T_i$                                                                      |
| Fronteira adiabática     | $q''(x_i) = -k \frac{dT}{dx} \Big _{x_i} = 0$                                       |
| Convecção na superfície  | $q''(x_i) = -k \frac{dT}{dx} \Big _{x_i} = q''_{conv} = \pm h(T(x_i) - T_{\infty})$ |
| Fluxo especificado       | $q''(x_i) = -k \frac{dT}{dx} \Big _{x_i} = \pm q''_i$                               |
| Condição de simetria     | $\frac{dT}{dx} \Big _{x_i} = 0$                                                     |

\* Contorno definido na posição axial  $x_i$ , mas igualmente válido para uma posição radial  $r_i$ .

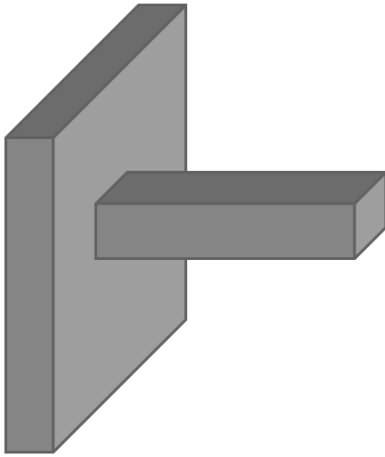
### 1.3 Condução de Calor em Superfícies Estendidas

De acordo com a Tabela 2: a resistência térmica para transferência de calor por convecção a partir de um sólido é  $R_{term} = 1/h \cdot A_S$ . É comum o interesse em reduzir esta resistência para melhorar a eficiência da troca de calor. Há duas estratégias:

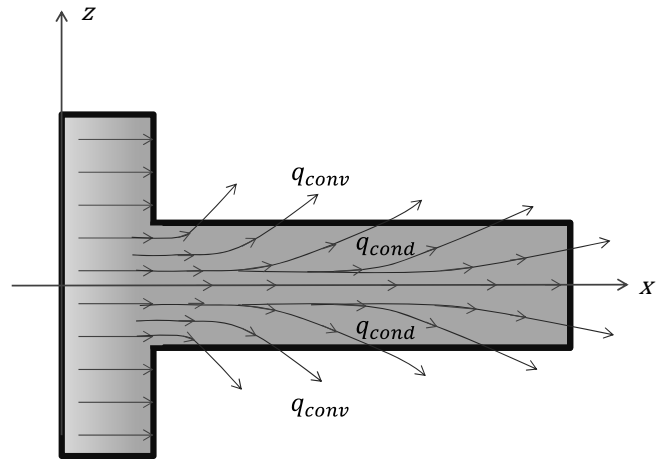
- Elevar o coeficiente de convecção (alterando o escoamento ou as propriedades do fluido);
- Aumentar a área superficial de troca (usando superfície estendidas, chamadas “aletas”).

Exemplo de aleta: um pino de seção retangular estendendo-se a partir da superfície de troca térmica (**Figura 7**). Considera-se, a princípio, que o sólido está quente, de forma que a energia térmica é conduzida ao longo da aleta e transportada por convecção para o fluido através de sua área superficial (**Figura 8**).

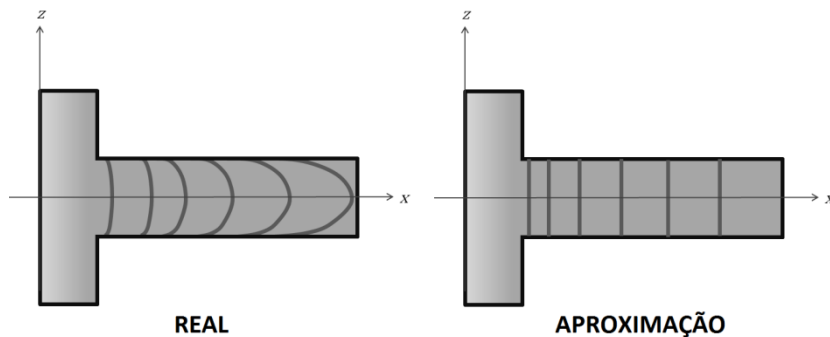
O perfil de temperatura no interior da aleta não é unidirecional. Uma aproximação útil é considerar que o gradiente de temperatura da aleta se dá apenas na direção longitudinal (**Figura 9**).



**Figura 7:** Exemplo de aleta com forma de pino.



**Figura 8:** Fluxo de calor na aleta.



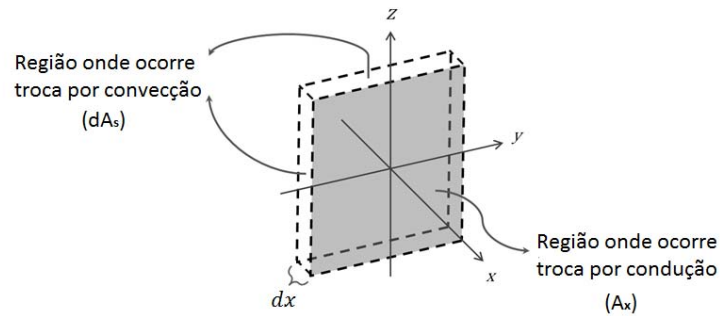
**Figura 9:** Linhas de igual temperatura na aleta: caso real, à esquerda e aproximação, à direita.

Esta hipótese simplifica muito o cálculo do gradiente de temperatura na aleta, mas tem uma implicação séria: o calor difunde somente na direção  $x$ , saindo pela ponta da aleta e não pela sua área lateral. Solução: artificialmente tratar o calor trocado transversalmente (direções  $y$  e  $z$ ) entre a aleta e o fluido como um “consumo” de energia térmica através do termo de geração volumétrica de calor na equação diferencial de balanço ( $\dot{q}_V$ ).

Considere a fatia de espessura  $dx$  da aleta na **Figura 10**. Calor é trocado por:

- Condução na direção longitudinal  $x$  através da área da seção transversal  $A_x$ ;
- Convecção para o fluido através da superfície externa  $dA_S$ . Esta parcela é contabilizada no balanço como uma geração de calor negativa distribuída no volume da aleta:

$$\dot{q}_V = -\frac{dq_{conv}}{dV} = -\frac{h dA_S (T - T_\infty)}{A_x dx}$$



**Figura 10:** Trocas de calor em uma fatia infinitesimal da aleta.

Aplicando o balanço microscópico de energia térmica no VC de uma aleta com área da seção transversal uniforme  $A_x$ , perímetro  $p$  e assumindo estado estacionário com condução unidirecional e “consumo” de energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T - \alpha \nabla^2 T - \frac{\dot{q}_V}{\rho c_p} = 0$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_V}{k}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{h p dx (T - T_\infty)}{k A_x dx}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{h p}{k A_x} (T - T_\infty)$$

Substituições práticas:

$$\theta = T - T_\infty$$

$$m^2 = \frac{hp}{k A_x}$$

Daí, tem-se:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta$$

Este resultado é semelhante à equação diferencial do problema do oscilador harmônico (linear, homogênea, de segunda ordem). A solução geral é, portanto, a mesma do MHS (Movimento Harmônico Simples):

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

As constantes de integração  $C_1$  e  $C_2$  são determinadas a partir das condições de contorno na aleta. Considera-se que a base da aleta ( $x = 0$ ) tem uma temperatura uniforme  $T_b$ :

- Base da aleta:  $\theta(x = 0) = \theta_b = T_b - T_\infty$ ;

Para a ponta da aleta ( $x = L$ ), há quatro opções, sendo a primeira a mais geral:

- Troca de calor por convecção na ponta:  $-k \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = h \cdot \theta_L$ ;
- Temperatura especificada na ponta:  $\theta(x = L) = \theta_L = T_L - T_\infty$ ;
- Aleta muito longa,  $L(\text{m}) \gtrsim 2,65/m$ :  $\theta(x = L) = T_L - T_\infty \approx 0 \Rightarrow \theta(x \rightarrow \infty) = 0$ .
- Ponta da aleta é adiabática:  $\frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = 0$ ;

Na **Tabela 5** encontram-se resumidos os perfis de temperatura para as condições de contorno citadas. A taxa de calor na aleta  $q_a$  foi calculada pela Lei de Fourier na base da aleta ( $x = 0$ ). Embora as equações tenham sido deduzidas para um sólido quente, as mesmas valem para o caso de sólido frio em contato com fluido quente.

**Tabela 5:** Perfis de temperatura e taxas de calor para aletas com área de seção transversal uniforme.

| Condição de contorno na ponta da aleta                 | Perfil de temperatura<br>$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty}$                                | Taxa de calor para a aleta<br>$q_a$                                                                                     |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Convecção                                              | $\frac{\cosh(m(L-x)) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(m(L-x))}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(mL)}$ | $M \frac{\sinh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \cdot \sinh(mL)}$ |
| Temperatura conhecida                                  | $\frac{(\theta_L/\theta_b) \cdot \sinh(mx) + \sinh(m(L-x))}{\sinh(mL)}$                                                       | $M \frac{\sinh(mL) - (\theta_L/\theta_b)}{\sinh(mL)}$                                                                   |
| Adiabática                                             | $\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$                                                                                             | $M \tanh(mL)$                                                                                                           |
| Aleta infinita<br>$L(\text{m}) \gtrsim \frac{2,65}{m}$ | $e^{-mx}$                                                                                                                     | $M$                                                                                                                     |

Substituições:  $m = \sqrt{\frac{hp}{kA_x}}$        $M = \theta_b \sqrt{hpkA_x}$        $\theta_b = T_b - T_\infty$        $\theta_L = T_L - T_\infty$

Na dedução dos perfis citados, surgem somas e diferenças de exponenciais, que são as chamadas Funções Hiperbólicas. A **Tabela 6** apresenta um resumo das funções hiperbólicas que são utilizadas no estudo de aletas e a **Figura 11** apresenta um gráfico com estas funções.

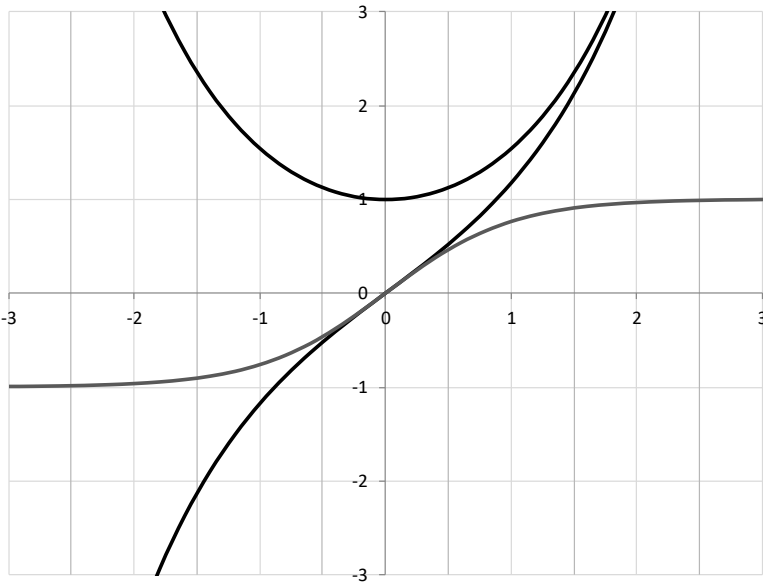
**Tabela 6:** Funções hiperbólicas.

| Função                                    | Definição                           | Derivada         |
|-------------------------------------------|-------------------------------------|------------------|
| <b>Seno hiperbólico</b><br>$\sinh(x)$     | $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$            | $\cosh(x)$       |
| <b>Cosseno hiperbólico</b><br>$\cosh(x)$  | $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$            | $\sinh(x)$       |
| <b>Tangente hiperbólica</b><br>$\tanh(x)$ | $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ | $1 - \tanh^2(x)$ |

Relações importantes

$\sinh^2(x) - \cosh^2(x) = -1$

$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$

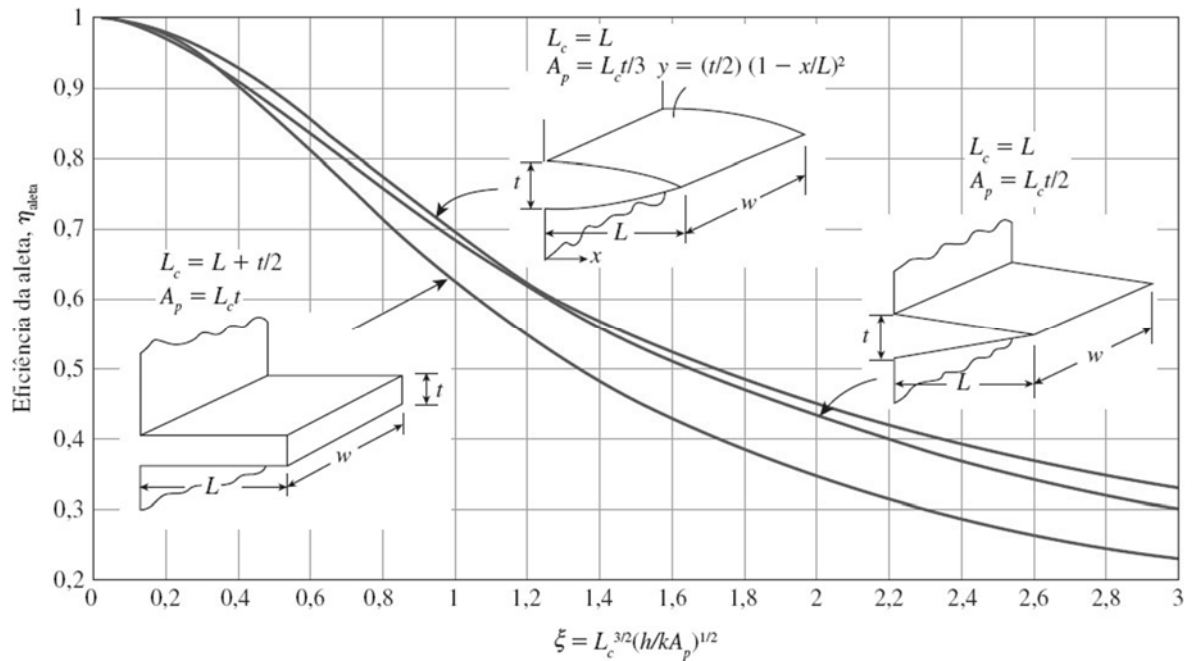


**Figura 11:** Funções hiperbólicas.

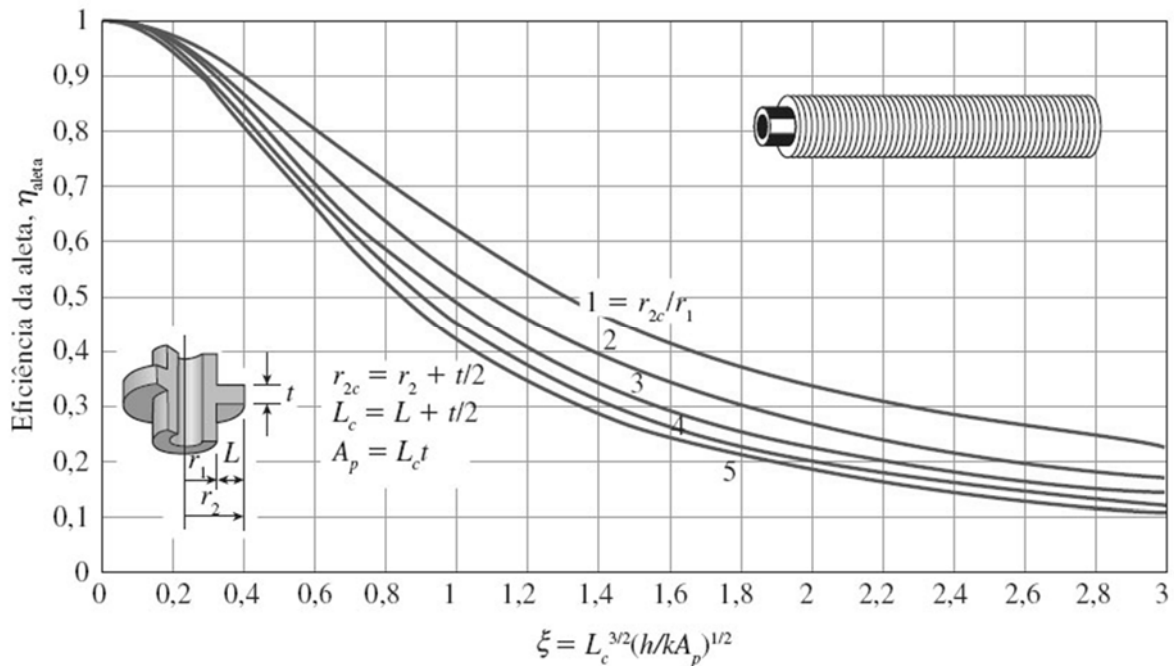
Para aletas de seção transversal não uniforme a variável  $m$  é função da posição, dificultando a solução da equação diferencial. Soluções apresentadas na literatura são expressas em forma adimensional utilizando o conceito da eficiência da aleta ( $\eta_{aleta}$ ). Esta eficiência é definida como a razão entre o calor que a aleta efetivamente troca pelo calor que aleta trocaria se toda sua superfície estivesse na temperatura da base ( $T_b$ ):

$$\eta_{aleta} = \frac{q_{aleta}}{hA_s\theta_b}$$

Apesar do nome “eficiência”, esta variável não pode ser usada para avaliar a troca de calor na aleta, ou seja,  $\eta_{aleta} = 100\%$  não significa que a aleta tenha sido bem dimensionada. As **Figuras 12 e 13** apresentam eficiências de aletas com área de seção transversal não uniforme.



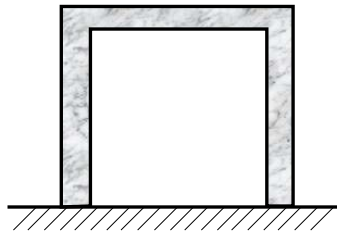
**Figura 12:** Eficiência para aletas planas com perfis retangular, triangular e parabólico.  
(fonte: ÇENGEL e GHAJAR, 4ª edição)



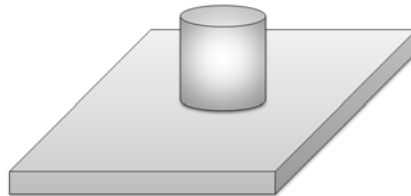
**Figura 13:** Eficiência para aleta anulares de perfil retangular.  
(fonte: ÇENGEL e GHAJAR, 4ª edição)

## 2. EXERCÍCIOS

- 1) Uma câmara de congelamento tem formato cúbico e suas paredes são formadas por duas finas chapas metálicas com preenchimento de isolamento térmico entre as chapas (espuma de poliestireno, com condutividade térmica de  $0,040 \text{ W/K.m}$ ). As arestas do cubo do espaço interno da câmara são de  $2,0 \text{ m}$ . A face do cubo que toca o chão pode ser considerada perfeitamente isolada. Considere que a superfície interna da parede se encontra a  $-15^\circ\text{C}$ , enquanto que a superfície externa tem uma temperatura média de  $30^\circ\text{C}$ . Qual deve ser a espessura mínima do isolamento térmico para que a troca de calor com o ambiente não ultrapasse o valor admissível de  $600 \text{ W}$ ?



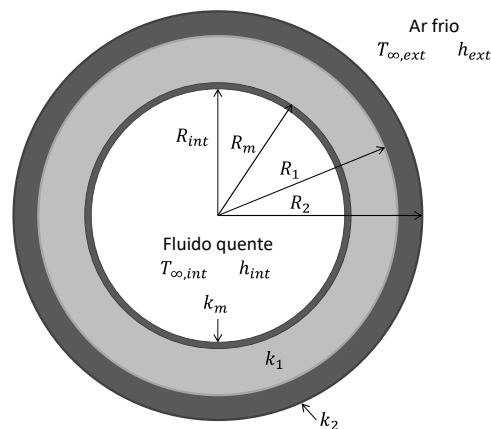
- 2) Um componente eletrônico com formato cilíndrico (altura:  $15 \text{ mm}$ ; diâmetro:  $10 \text{ mm}$ ) está montado sobre uma placa de circuitos. Este componente é revestido com um material que se deteriora em temperaturas superiores a  $90^\circ\text{C}$ . Ele é resfriado por uma corrente de ar à temperatura ambiente ( $25^\circ\text{C}$ ) e com um coeficiente médio de troca térmica por convecção de  $70 \text{ W/m}^2.\text{K}$ . Qual a dissipação de potência máxima admissível de forma que o material que reveste o componente não se deteriore?



- 3) Em dias frios, quando os meteorologistas falam em 'sensação térmica', eles estão considerando, além de outros fatores, a queda na temperatura da pele causada pela maior velocidade do vento, mesmo que a temperatura média do ar não se altere. Considerando que a pele humana tenha uma camada de gordura de  $5 \text{ mm}$  e que a homeostase mantenha a temperatura abaixo desta camada a  $36^\circ\text{C}$  e ainda que o ar ambiente se encontra a  $15^\circ\text{C}$ , estime:
- A razão entre as perdas de calor em um dia sem vento ( $h = 20 \text{ W/K.m}^2$ ) e um dia com vento ( $h = 50 \text{ W/K.m}^2$ ).
  - A temperatura da superfície exterior da pele em dias com e sem vento.
  - A temperatura que o ar deveria ter, num dia sem vento, para que a superfície da pele tenha a mesma temperatura que em um dia com vento.
- 4) Uma janela com folha dupla de vidro confina uma camada de ar estagnado de  $5 \text{ mm}$ . Cada uma das placas de vidro tem  $5 \text{ mm}$  de espessura e dimensões de  $0,8 \text{ m}$  de altura por  $1,0 \text{ m}$  de largura. O interior da residência está a uma temperatura média de  $20^\circ\text{C}$  e conta um coeficiente convectivo de  $10 \text{ W/K.m}^2$  do ar sobre o vidro. Já no lado de fora, o ambiente está com temperatura de  $-5^\circ\text{C}$  e um coeficiente convectivo de  $50 \text{ W/m}^2.\text{K}$  do ar frio sobre a janela.
- Estimar a perda de calor através da janela.

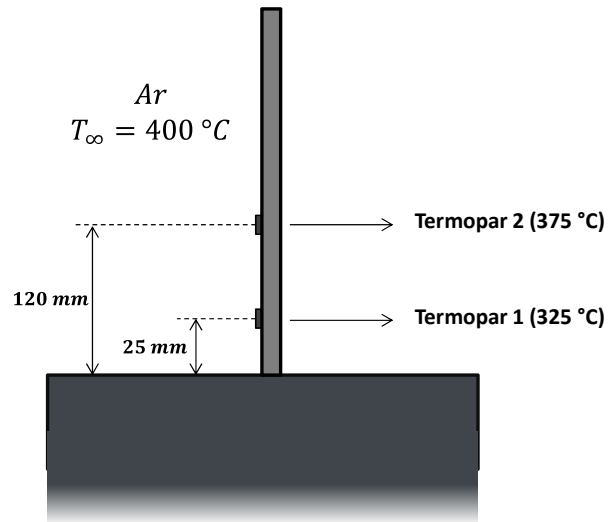
- b) Qual é a temperatura superficial da janela no interior da residência?
- c) Qual seria a perda de calor caso a janela tivesse apenas uma folha de vidro?
- 5) Um tubo metálico de pequena espessura e com 12,0 cm de diâmetro interno é usado para transportar água sob o solo. Estima-se que em condições de inverno rigoroso, a parede metálica do tubo atinja uma temperatura de  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Nestas condições, uma camada de gelo se forma na superfície interna do tubo. Considere que a água que escoar pelo tubo tem temperatura média de  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$  e um coeficiente convectivo estimado de  $1,5 \times 10^3\text{ W/K.m}^2$  sobre a superfície cilíndrica. Estime a espessura que a camada de gelo atingirá no estado estacionário.
- 6) Quando uma camada de isolamento térmico é aplicada sobre um tubo com pequeno diâmetro, um fenômeno curioso pode ocorrer. Como a área superficial do conjunto aumenta com a colocação da camada de isolamento, o sistema passa a ter uma superfície de troca por convecção maior com o ar circundante. Aumentando a espessura da camada isolante, a resistência térmica desta camada aumenta, mas a resistência térmica de convecção diminui. Há situações em que a resistência térmica total do sistema cai com a colocação do isolante, ou seja, a presença do isolamento térmico aumenta a troca térmica do tubo com o ar em vez de diminuí-la. Para estudar um caso como este, considere uma tubulação com 2,0 m de comprimento e 1,0 cm de diâmetro externo. Sua temperatura superficial é mantida a  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$  pelo escoamento interno de um fluido refrigerante. Ar a  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$  circunda o tubo, tendo como coeficiente de convecção  $5,0\text{ W/K.m}^2$ . Estuda-se a colocação de uma camada de lã de vidro (condutividade térmica:  $0,055\text{ W/K.m}$ ) para reduzir a perda de calor com o ambiente.
- a) Com o auxílio de uma planilha eletrônica, calcule a resistência térmica total e o calor trocado entre o tubo e o ambiente para diferentes valores de espessura de isolamento, faça um gráfico para observar a tendência dos resultados.
- b) Mostre que o ponto de inflexão da curva acontece no denominado 'raio crítico de isolamento':  $R_{\text{crítico}} = k/h$ .
- 7) O vaso de um reator químico agitado tem o formato esférico, com diâmetro interno de 1,6 m. A parede do reator é feita de aço inoxidável ( $k = 16\text{ W/K.m}$ ) e tem 2,0 cm de espessura. A superfície externa do reator fica exposta ao ar ambiente, que está a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  e relativamente estagnado ( $h = 10\text{ W/K.m}^2$ ). O interior do reator é agitado e um sistema de aquecimento mantém a mistura a uma temperatura controlada de  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Como a agitação dentro do reator é intensa, pode-se assumir que a superfície interna da parede encontra-se nesta temperatura. Pergunta-se:
- a) Qual é o calor fornecido pelo sistema de aquecimento para manter o reator a  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  (desprezando a contribuição do calor de reação)?
- b) Se uma camada de 3,0 cm de isolamento térmico ( $k = 0,040\text{ W/m.K}$ ) for aplicado na superfície externa do reator e o sistema de aquecimento manter o mesmo aporte de calor (item a), qual será a nova temperatura da mistura reacional?
- c) Aplicando uma estratégia de controle para regular a temperatura do reator no valor ideal de  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ , qual será o novo consumo energético?
- 8) Um tubo por onde escoar um insumo industrial líquido é composto de duas camadas de isolantes térmicos diferentes. O material do tubo metálico tem condutividade térmica  $k_m$ , enquanto os isolantes das camadas 1 e 2 têm, respectivamente, condutividades térmicas  $k_1$  e  $k_2$ , de forma que  $k_m \gg k_2 > k_1$ . No interior do tubo, o fluido de processo tem temperatura  $T_{\infty, \text{int}}$  e coeficiente

convectivo  $h_{int}$ ; no exterior do tubo, o ar está a uma temperatura  $T_{\infty,ext}$  e coeficiente convectivo é  $h_{ext}$ . Construa um 'circuito térmico', explicitando a temperatura de cada ponto e as resistências térmicas de cada trecho. Esboce um gráfico da temperatura em função da posição, do centro do tubo até o ambiente externo.

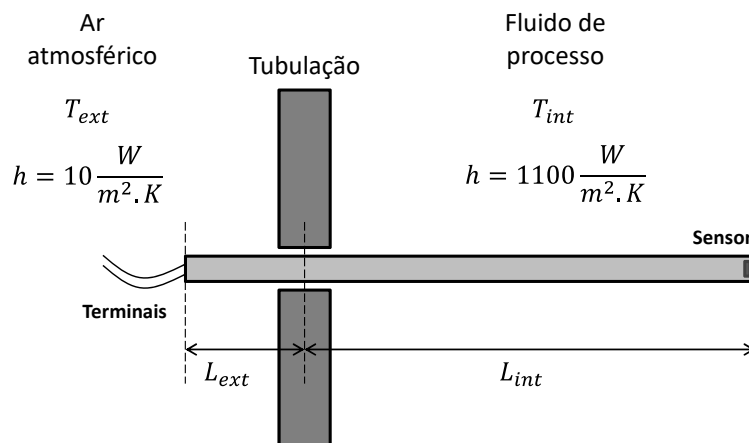


- 9) Considere que uma placa plana metálica com espessura de 10 cm e condutividade térmica de 30 W/K.m tenha uma taxa volumétrica uniforme de geração de calor de 200 kW/m<sup>3</sup> devido à passagem de corrente elétrica. Uma das faces da placa pode ser considerada como perfeitamente isolada termicamente, enquanto que a outra face se encontra em contato com um fluido a 50 °C escoando com coeficiente de transferência de calor por convecção de 200 W/K.m<sup>2</sup>. Para o estado estacionário, determine:
- A temperatura da superfície da placa em contato com o fluido.
  - A temperatura máxima da placa e a posição onde ela ocorre.
- 10) Um longo bastão combustível de Tório, utilizado em reatores nucleares, tem uma geração de calor uniforme em todo seu volume. O bastão cilíndrico tem 2,0 cm de diâmetro e conta com um fino revestimento protetivo de alumínio. A taxa volumétrica de produção de calor neste material é de 750 MW/m<sup>3</sup>. Planeja-se usar o bastão como fonte de calor para o aquecimento e ebulição da água em um sistema que gera vapor para mover turbinas. A temperatura da água de circulação é de 120 °C e o coeficiente de convecção sobre o bastão é 6,0 kW/K.m<sup>2</sup>. Avalie se nestas condições há risco de fusão dos materiais que compõem o bastão.
- 11) Rejeitos radioativos geralmente são armazenados em recipientes metálicos e colocados em grandes piscinas até que sua atividade decaia e estes ofereçam menor risco. É necessário colocar os recipientes nas piscinas pelo fato dos rejeitos liberarem calor. Considere um recipiente esférico de aço inoxidável ( $k = 15$  W/K.m) de raio interno 80 cm e espessura de parede de 10 cm onde se encontram rejeitos radioativos ( $k = 22$  W/K.m) que têm uma taxa volumétrica de geração de calor uniforme de 50 kW/m<sup>3</sup>. O recipiente é armazenado em uma piscina onde a água é mantida a 30 °C e tem-se em coeficiente convectivo médio de  $1,0 \times 10^3$  W/m<sup>2</sup>.K da água sobre a esfera. Para a situação descrita, em regime permanente:
- Qual a temperatura da superfície interna do recipiente?
  - Qual a temperatura da superfície externa do recipiente?
  - Qual a temperatura no centro do recipiente?

- d) Obtenha uma função de distribuição de temperatura do centro do recipiente até a superfície externa do mesmo em função da posição radial e esboce um gráfico desta distribuição.
- 12) Uma peça cerâmica está dentro de um forno com ar a  $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Uma barra metálica está presa a esta peça e a barra possui dois sensores de temperatura (termopares), conforme a figura. Com base nos valores de temperatura registrados pelos termopares, pede-se a estimativa da temperatura na superfície da peça cerâmica. Pode-se assumir um estado pseudo-estacionário (temperaturas praticamente invariantes na cerâmica durante a medição) e que a barra metálica é bastante longa.



- 13) Um termômetro digital com sensor em forma de pino de seção circular é usado para medir a temperatura de um fluido que escoa por uma tubulação industrial. No entanto, parte do pino fica exposta ao ar ambiente, como mostra a figura. Um engenheiro suspeita que isto possa ocasionar um erro de medida, já que pino pode transferir calor entre o fluido e o ar ambiente, alterando o valor da temperatura na extremidade onde está localizado o termopar do sensor.

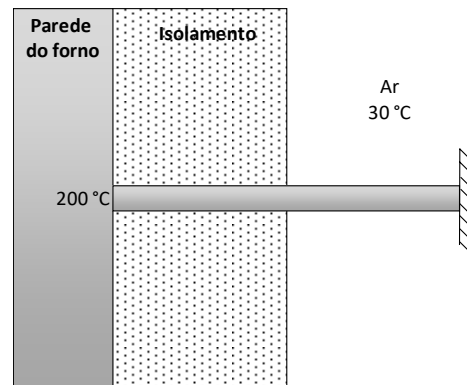


Sabendo que o pino é de uma liga de alumínio ( $k = 160\text{ W/K.m}$ ), tem um comprimento total de 20,0 cm e diâmetro de 1,0 cm, pede-se:

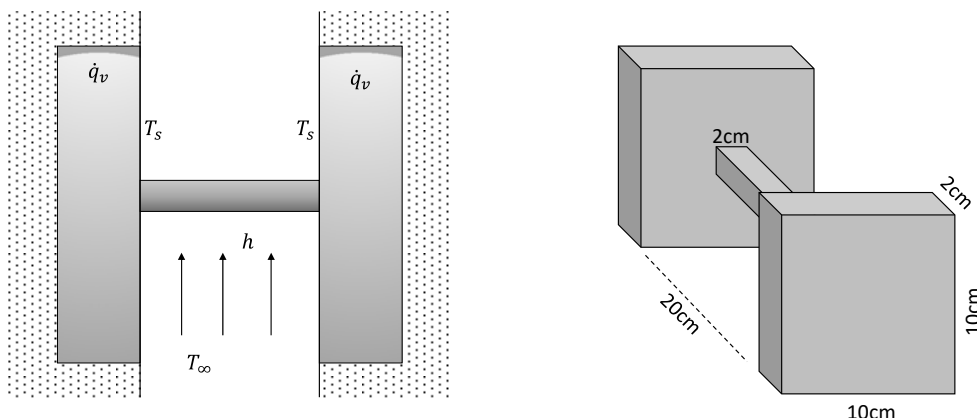
- a) Deduza uma expressão para o erro de leitura do sensor, definido como diferença entre a temperatura na extremidade onde está o termopar e a temperatura do fluido de processo que deseja-se medir.

- b) Se  $T_{ext} = 25\text{ °C}$  e  $T_{int} = 90\text{ °C}$  calcule o erro de medida do sensor para as seguintes relações  $L_{int}/L$ : 0,25; 0,50; 0,75.

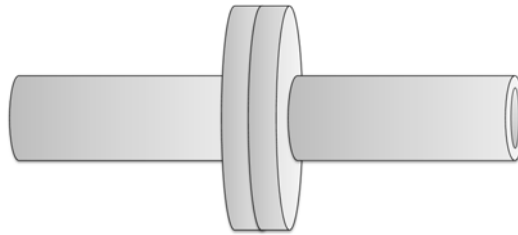
- 14) Um bastão de 40,0 cm, usado para sustentação de cabos de instrumentação, se encontra no exterior de um forno industrial, firmemente soldado à parede deste. Metade de sua extensão está imersa na camada de isolamento térmico que reveste o forno. A outra metade fica exposta ao ar ambiente a  $30\text{ °C}$  com  $h = 15\text{ W/K.m}^2$ , conforme figura. A ponta do bastão em contato com a parede de concreto pode ser considerada isolada termicamente. O bastão tem condutividade térmica de  $50\text{ W/K.m}$  e 3,0 cm de diâmetro. A parede do forno se encontra a  $200\text{ °C}$ . Para que os cabos apoiados não sejam danificados, a temperatura do bastão não deve exceder  $100\text{ °C}$ . Verifique se esta condição é satisfeita. Caso contrário, quais parâmetros poderiam ser alterados?



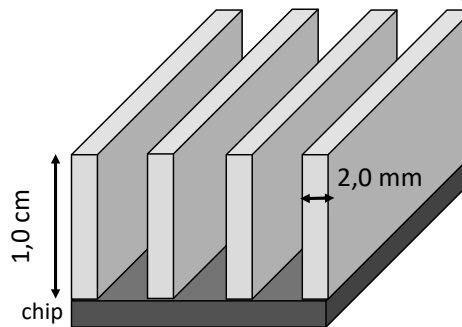
- 15) Dois bastões longos de cobre serão soldados pelas extremidades para ficarem alinhados como uma barra contínua. A solda usada tem ponto de fusão de  $700\text{ °C}$ . Os bastões têm ambos 1,5 cm de diâmetro e encontram-se expostos ao ar ambiente ( $25\text{ °C}$ ,  $h = 20\text{ W/K.m}^2$ ). Qual a mínima potência que deverá ser fornecida ao pedaço de solda para iniciar sua fusão?
- 16) Dois componentes eletrônicos engastados em paredes opostas estão ligados por uma barra que tem como função auxiliar no resfriamento do conjunto. Cada componente tem dimensões  $10 \times 10 \times 2\text{ cm}$ , conforme figura. A barra de seção quadrada (aresta 2,0 cm) tem comprimento de 20 cm. A condutividade térmica da barra  $30\text{ W/K.m}$  enquanto que a dos componentes é  $10\text{ W/K.m}$ . Ar a  $20\text{ °C}$  circula entre os componentes e o coeficiente convectivo estimado do ar sobre o conjunto é de  $25\text{ W/K.m}^2$ . O consumo de potência em cada componente é de  $10\text{ W}$ , uniformemente distribuída no volume. Estime a distribuição de temperatura ao longo dos componentes e da barra.



- 17) Considere uma tubulação de aço usada para o transporte de água quente pressurizada. Diâmetros interno e externo são 12,0 cm e 15,0 cm, respectivamente. Os trechos de tubo são unidos por flanges de seção circular, com raio externo de 25,0 cm e espessura de 1,5 cm (dois flanges juntos têm espessura de 3,0 cm). O escoamento da água mantém a superfície interna do tubo a uma temperatura de 300 °C, enquanto o exterior do tubo fica exposto ao ar ambiente, com temperatura de 20 °C e um coeficiente convectivo médio de 10 W/K.m<sup>2</sup> sobre o conjunto. A condutividade térmica do aço do qual o flange e o tubo são feitos é de 40 W/K.m. Estime a perda de calor para o ambiente através da união em flange. Qual é o aumento na perda pela presença do flange?



- 18) Tem-se um chip eletrônico sobre uma placa de circuito. Sua superfície em contato com o ar é um quadrado de aresta 2,0 cm e sua espessura é diminuta. Quando em funcionamento esse chip dissipa 0,50 W. Considere que a perda do calor gerado no chip ocorra exclusivamente por convecção nesta superfície com um coeficiente convectivo de 20 W/K.m<sup>2</sup> e com ar a 30 °C nas vizinhanças. Determine qual a temperatura média que o chip atingirá após um longo tempo de operação. Qual será a nova temperatura de operação caso quatro aletas alumínio forem colocadas sobre o chip conforme a figura abaixo (assumindo as mesmas condições de convecção)?



- 19) Demonstre os resultados obtidos na Tabela 5. Parta do balanço diferencial microscópico para uma aleta e chegue à equação diferencial geral. Depois, resolva as constantes de integração com as condições de contorno para cada caso e ajuste os resultados utilizando as definições das funções hiperbólicas.

## Exercícios complementares

- 20) Considere uma pessoa em pé em uma sala a 20 °C com uma superfície de pele exposta de 1,7 m<sup>2</sup>. A temperatura corporal interna é 37 °C, e a condutividade térmica do tecido humano perto da pele é cerca de 0,3 W/K.m. O corpo perde calor a taxa de 150 W por convecção natural para o meio envolvente. Tomando a temperatura corporal 0,5 cm abaixo da pele como sendo 37 °C, estime a temperatura superficial da pele da pessoa.

- 21) Para remover a fina camada de gelo aderida à superfície externa do para-brisa de um automóvel, ar quente é soprado sobre sua superfície interna. Considere que o vidro tenha espessura de 5,0 mm e condutividade térmica de 1,4 W/K.m. A temperatura externa ambiente é  $-10^{\circ}\text{C}$  e o coeficiente de transferência de calor por convecção do ar sobre o para-brisa é  $200 \text{ W/K.m}^2$ , enquanto a temperatura no interior do automóvel é  $25^{\circ}\text{C}$ . Determine o valor mínimo do coeficiente de transferência de calor por convecção para o ar quente que sopra sobre a superfície interna do para-brisa necessário para que o gelo acumulado comece a derreter.
- 22) Roupas feitas de várias camadas finas de tecido com ar aprisionado entre elas são usadas em climas frios porque são leves e são isolantes térmicos eficazes. Considere uma jaqueta feita de cinco camadas de tecido sintético ( $k = 0,13 \text{ W/K.m}$ ) de 0,1 mm de espessura com espaço de ar ( $k = 0,026 \text{ W/(m K)}$ ) de cerca de 1,5 mm entre camadas. Pressupondo que a temperatura da superfície interna da jaqueta seja de  $25^{\circ}\text{C}$  e a área superficial seja  $1,25 \text{ m}^2$ , determine a perda de calor através do casaco quando a temperatura do ar exterior é  $0^{\circ}\text{C}$  e o coeficiente convectivo do ar sobre a jaqueta seja  $25 \text{ W/K.m}^2$ . Qual seria sua resposta se a jaqueta fosse feita de uma única camada de 0,75 mm de espessura de tecido sintético? Qual deveria ser a espessura do tecido de lã ( $k = 0,035 \text{ W/K.m}$ ) se a pessoa desejasse atingir o mesmo nível de conforto térmico vestindo um casaco de lã grossa, em vez de um casaco de esqui de cinco camadas?
- 23) A temperatura de ebulição de nitrogênio ao nível do mar é  $-196^{\circ}\text{C}$ . Por isso, ele é comumente usado em estudos científicos a baixa temperatura. A temperatura do nitrogênio líquido em um tanque aberto para atmosfera permanecerá constante em  $-196^{\circ}\text{C}$  (ebulição) até que seja consumido. Qualquer transferência de calor para o reservatório resultará na evaporação de nitrogênio líquido, que tem calor latente de vaporização de  $198 \text{ kJ/kg}$  e densidade de  $810 \text{ kg/m}^3$ . Considere um tanque esférico de 3,0 m de diâmetro cheio com nitrogênio líquido a 1 atm e  $-196^{\circ}\text{C}$ . O reservatório é exposto ao ar ambiente a  $15^{\circ}\text{C}$ , com coeficiente de transferência de calor por convecção de  $35 \text{ W/K.m}^2$ . A temperatura da fina casca do tanque esférico pode ser considerada como a mesma do nitrogênio no interior. Determine a taxa de evaporação de nitrogênio líquido ( $\text{kg/s}$ ) como resultado da transferência de calor do ar ambiente, se o tanque é (a) não isolado, (b) isolado com 5,0 cm de espessura de isolante de fibra de vidro ( $k = 0,035 \text{ W/K.m}$ ).
- 24) Vapor superaquecido a  $450^{\circ}\text{F}$  está fluindo por um tubo de aço ( $k = 8,7 \text{ Btu/(h.ft.}^{\circ}\text{F)}$ ) cujos diâmetros interno e externo são 3,5 e 4,0 ft, respectivamente, em um ambiente a  $55^{\circ}\text{F}$ . O tubo é isolado com isolante de fibra de vidro ( $k = 0,020 \text{ Btu/(h.ft.}^{\circ}\text{F)}$ ) de 2,0 ft de espessura. Se os coeficientes convectivos de transferência de calor interno e externo ao tubo são 30 e 5  $\text{Btu/(h.ft}^2\text{.}^{\circ}\text{F)}$ , respectivamente, determine a taxa de perda de energia a partir do vapor por ft de comprimento do tubo. Qual é o erro envolvido em desprezar a resistência térmica do tubo de aço nos cálculos?
- 25) Considere uma colher de aço inoxidável ( $k = 8,7 \text{ Btu/(h.ft.}^{\circ}\text{F)}$ ) parcialmente imersa em uma panela com água em ebulição a  $200^{\circ}\text{F}$ , em uma cozinha com ar a  $75^{\circ}\text{F}$ . O cabo da colher tem seção transversal retangular de 0,080 in por 0,50 in e se estende por 7,0 in no ar livre a partir da superfície da água. Considerando que o coeficiente de transferência de calor nas superfícies expostas do cabo da colher é de  $3,0 \text{ Btu/(h.ft}^2\text{.}^{\circ}\text{F)}$ , determine a variação de temperatura ao longo do comprimento exposto do cabo da colher. Explique as suas suposições.

## RESPOSTAS

| Exercício | Item | Resposta                                                                                                                                          |
|-----------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1         | -    | 60 mm                                                                                                                                             |
| 2         | -    | 2,50 W                                                                                                                                            |
| 3         | a    | 0,600                                                                                                                                             |
|           | b    | 29,0 °C (sem vento); 24,3 °C (com vento)                                                                                                          |
|           | c    | 1,0 °C                                                                                                                                            |
| 4         | a    | 60,7 W                                                                                                                                            |
|           | b    | 12,4 °C                                                                                                                                           |
|           | c    | 162 W                                                                                                                                             |
| 5         | -    | 6,9 mm                                                                                                                                            |
| 6         | a    | Exemplo: para $e = 10$ mm, tem-se $q = 9,05$ W                                                                                                    |
|           | b    | Desenvolver $d R_{\text{térmica total}} / d r_{\text{isolante}} = 0$                                                                              |
| 7         | a    | 2,92 kW                                                                                                                                           |
|           | b    | 308 °C                                                                                                                                            |
|           | c    | 362 W (redução de 88%)                                                                                                                            |
| 9         | a    | $T(x = L) = 150$ °C                                                                                                                               |
|           | b    | $T(x = 0) = 183$ °C                                                                                                                               |
| 10        | -    | O alumínio fundirá ( $T_{\text{max}} = 1.018$ K)<br>Tório não fundirá ( $T_{\text{max}} = 1.359$ K)                                               |
| 11        | a    | 120 °C                                                                                                                                            |
|           | b    | 41 °C                                                                                                                                             |
|           | c    | 362 °C                                                                                                                                            |
| 12        | -    | $m = 11,56 \text{ m}^{-1}$ ; $T_s = 300$ °C                                                                                                       |
| 13        | b    | $\Delta T_{\text{err}} = -0,48$ °C, $-0,03$ °C e $-0,00$ °C                                                                                       |
| 14        | -    | Os cabos serão danificados, pois a temperatura logo após o isolamento será de 112 °C                                                              |
| 15        | -    | 339 W                                                                                                                                             |
| 16        | -    | $T(0\text{cm}) = 47,8$ °C (fundo do componente)<br>$T(2\text{cm}) = 46,8$ °C (interface/superfície)<br>$T(12\text{cm}) = 33,7$ °C (meio da barra) |
| 17        | -    | Perda de 224 W, aumento de 5,7 vezes                                                                                                              |
| 18        | -    | 92,5 °C e 41,6 °C                                                                                                                                 |
| 20        | -    | 35,5 °C                                                                                                                                           |
| 21        | -    | 112 W/K.m <sup>2</sup>                                                                                                                            |
| 22        | -    | 113 W ; 685 W ; 8,29 mm                                                                                                                           |
| 23        | a    | 1,05 kg/s                                                                                                                                         |

|    |   |                                      |
|----|---|--------------------------------------|
|    | b | 0,0214 kg/s                          |
| 24 | - | 69,9 Btu/h; e 0,035%                 |
| 25 | - | Variação de 125 °F entre base e topo |

### 3. SÍMBOLOS

| Símbolo     | Nome                                     | Modificador               | Unidade (SI)        |
|-------------|------------------------------------------|---------------------------|---------------------|
| $A$         | Área                                     | ref – de referência       | $m^2$               |
|             |                                          | x – da seção transversal  |                     |
|             |                                          | S – da superfície lateral |                     |
| $c_p$       | Calor específico à pressão constante     | -                         | J/kg.K              |
| $h$         | Coeficiente convectivo de troca térmica  | -                         | W/m <sup>2</sup> .K |
| $i$         | Corrente elétrica                        | -                         | A                   |
| $k$         | Condutividade térmica                    | -                         | J/m.K               |
| $L$         | Comprimento                              | -                         | m                   |
| $M, m$      | Parâmetro de aletas                      | -                         | W, m <sup>-1</sup>  |
| $p$         | Perímetro da seção transversal da aleta  | -                         | m                   |
| $q$         | Calor                                    | x – na direção x          | W                   |
|             |                                          | r – na direção radial     |                     |
|             |                                          | cond – de condução        |                     |
|             |                                          | conv – de convecção       |                     |
|             |                                          | aleta – da aleta          |                     |
| $\vec{q}''$ | Fluxo de calor                           | x – na direção x          | W/m <sup>2</sup>    |
|             |                                          | r – na direção radial     |                     |
|             |                                          | conv – de convecção       |                     |
| $\dot{q}_v$ | Geração de volumétrica uniforme de calor | -                         | W/m <sup>3</sup>    |
| $R$         | Raio                                     | -                         | m                   |
| $R_{elet}$  | Resistência elétrica                     | -                         | $\Omega$            |
| $R_{term}$  | Resistência térmica                      | -                         | K.m <sup>2</sup> /W |

|            |                                                 |                                |                     |
|------------|-------------------------------------------------|--------------------------------|---------------------|
| $r$        | Coordenada radial                               | -                              | m                   |
| $T$        | Temperatura                                     | S – da superfície              | K                   |
|            |                                                 | $\infty$ – do “bulk” do fluido |                     |
|            |                                                 | b – da base da aleta           |                     |
|            |                                                 | L – da ponta da aleta          |                     |
| $U$        | Coeficiente global de troca térmica             | -                              | W/m <sup>2</sup> .K |
| $x, y, z$  | Coordenadas cartesianas, posição                | i – qualquer                   | m                   |
|            |                                                 | sim – onde há simetria         |                     |
|            |                                                 | S – superfície                 |                     |
| $\alpha$   | Difusividade térmica                            | -                              | m <sup>2</sup> /s   |
| $\Delta T$ | Diferença de temperatura                        | -                              | K                   |
| $\Delta U$ | Diferença de tensão                             | -                              | V                   |
| $\rho$     | Densidade volumétrica                           | -                              | kg/m <sup>3</sup>   |
| $\eta$     | Eficiência                                      | aleta – da aleta               | Adim.               |
| $\theta$   | Diferença de temperatura entre o bulk do fluido | b – e a base da aleta          | K                   |
|            |                                                 | L – e a ponta da aleta         |                     |

#### 4. BIBLIOGRAFIA

ÇENGEL, Y. A., GHAJAR, A.J. Transferência de Calor e Massa – 4ª Edição – 2012 – AMGH – Porto Alegre, Brasil.

GUT, J.A.W; SONG, T.W. Transferência de calor por condução e convecção. Em: TADINI, C.C. et al. Operações Unitárias na Indústria de Alimentos – V.1 – 2015 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.

INCROPERA, F.P. et al. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa – 6ª Edição – 2008 – LTC – Rio de Janeiro, Brasil.