

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

**A SIGNIFICAÇÃO DO CONCEITO MATEMÁTICO DE ÁREA EXPRESSA POR  
ESTUDANTES PROVENIENTE DE UMA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO**

**CYBELLE CRISTINA FERREIRA DO AMARAL**

BAURU  
2018

**CYBELLE CRISTINA FERREIRA DO AMARAL**

**A SIGNIFICAÇÃO DO CONCEITO MATEMÁTICO DE ÁREA EXPRESSO POR  
ESTUDANTES PROVENIENTE DE UMA DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE  
ENSINO**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Faculdade de Ciências, Campus de Bauru – Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, sob orientação da Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marisa da Silva Dias.

BAURU  
2018

*Dedico este trabalho, com todo o meu amor, ao meu esposo, Renato, e aos meus filhos Renan e Murilo, pela cumplicidade, pelo carinho, pela compreensão, pela paciência e por estarem sempre ao meu lado, em todos os momentos.*

## **Meus agradecimentos...**

Primeiramente a Deus, por me conceder esta oportunidade de crescimento e amadurecimento pessoal, acadêmico e profissional, dando-me sabedoria para compreender que tudo ocorre ao seu tempo e sob seu comando, mesmo nos momentos difíceis que estiveram presentes nesta caminhada.

Ao meu amado e querido esposo, Renato, que nunca deixou de acreditar em mim, apoiando-me e me incentivando naquilo que sempre gostei de fazer, desde que nos conhecemos, que é estudar. Minha gratidão eterna por estar sempre ao meu lado, cuidando dos nossos filhos, oferecendo-me seu ombro nos momentos de dificuldades e me mostrando sempre, pacientemente, que tudo acabaria bem.

Aos meus tesouros Renan e Murilo, razões do meu viver, que sempre me ofereceram uma palavra de coragem e força, me auxiliaram com os afazeres, me davam aquele abraço e aquele olhar, depois de um dia todo longe de casa, compreendendo as minhas ausências e minha rotina acelerada, entre idas e vindas de um lugar para outro, mas sempre os carregando no meu coração e no pensamento diário.

À minha mãe, Fátima, irmãos Cylene, Cinthia e Vinícius, avós Anna e Olinda e sobrinhos Maria Eduarda, Arthur, Guilherme e Manuela, por entenderem quando não pude estar presente ou tive de ficar por pouco tempo nas reuniões da família, mas sempre me recebendo com palavras de incentivo e apoio, no decorrer desta caminhada.

Aos meus sogros, Odete e Alécio, que me deram o suporte necessário, cuidando e amparando meus “meninos”, quando precisei me debruçar intensamente no processo de desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

À minha querida orientadora, Marisa da Silva Dias, que, desde o início, quando ainda não era sua “orientanda”, depositou sua confiança em mim, me agradeceu com sua amizade e me honrou com seus ensinamentos e conhecimentos matemáticos, contribuindo para o meu desenvolvimento acadêmico e profissional. Assim, minha permanente gratidão por tudo que me ensinou e por acreditar sempre na minha potencialidade, quando nem eu mesma acreditava que seria capaz de realizar tudo que fizemos juntas, formando em mim um novo sentido enquanto professora e pesquisadora.

Aos professores Manoel Oriosvaldo de Moura e Flávia da Silva Ferreira Asbahr, por fazerem parte da minha vida, neste momento tão especial e rico em aprendizagens. Além das importantes contribuições para com esta pesquisa, enriquecendo os meus estudos, eles me fazem acreditar que é possível transformar a realidade educacional quando temos professores, como vocês, preocupados com a aprendizagem dos nossos estudantes e que ensinar e aprender nos fortalece e nos faz superar as dificuldades da profissão.

Ao professor Rony, por prontamente aceitar o desafio em revisar este trabalho em um curto espaço de tempo e contribuir, de forma tão sábia, para o aperfeiçoamento da escrita nesta pesquisa.

Às minhas eternas amigas Marli Nabeiro, Andreia Melanda, Marcia Nabeiro, Fabiana Telli e Márcia Carvalho, pelo apoio para a realização deste trabalho e por estarem sempre me confortando com a alegria e as palavras entusiasmadas de incentivo e perseverança.

À Suzana Maria, Michelle Di Flora, Jackeline Medrado, Ana Paula Minhano e Ana Lydia Perrone (que foram e são orientandas da Professora Marisa), pela amizade construída e por sempre estarem por perto quando mais precisei de auxílio.

À Luciana Apolônio, Salma Attuy, Marta Corrêa e Mary Stela Sakamoto, pelos momentos de aprendizagem nas disciplinas cursadas, pelos momentos dos “lanchinhos” regados de estudos, de companheirismo e de cumplicidade, ao compartilhar os conhecimentos de cada uma e, sobretudo, pela amizade construída no decorrer deste processo. Vocês foram muito importantes para o meu crescimento!

Aos demais amigos da turma do Mestrado Profissional, meus sinceros agradecimentos ao compartilharmos tantos momentos juntos, nas disciplinas cursadas, nas apresentações em Congressos, com as orientações acerca dos trâmites de documentos e nas etapas a serem percorridas.

Aos membros do grupo de estudo HEEMa, pela consideração e apoio desde quando era apenas uma “aluna-ouvinte” na disciplina que cursamos juntos. Aprendi muito com vocês e sempre serão meus mestres especiais.

Às coordenadoras e aos bolsistas do PIBID de Pedagogia da Universidade do Sagrado Coração – Bauru, pela confiança, pelo apoio, pela parceria e pela aprendizagem, no decorrer deste processo de estudo e formação. Vocês foram muito importantes para a minha formação profissional e

consolidaram o meu desejo em querer sempre ser uma professora melhor. Em especial, meu agradecimento à Tanisy Jacinto, por se interessar pelo meu trabalho, auxiliar-me e me acompanhar, no desenvolvimento da sequência didática, compartilhando as ideias e o conhecimento sobre a teoria, bem como pelas palavras de incentivo e apoio, ao longo do processo de elaboração deste trabalho.

A todas às minhas colegas de profissão, à equipe gestora e a todas as funcionárias que integraram e ainda fazem parte da EMEF Professor Geraldo Arone, pela compreensão nas minhas ausências, pelos constantes incentivos, palavras de apoio e encorajamento para percorrer este caminho. Minhas considerações especiais à Marta Faria, Erika Leandro, Rosana Cruz, Luciane Kanako, Karina Rampazzo, Beatriz Brasil, Josiane Faxina e Bárbara Takatama, pela amizade, pela parceria, pela compreensão e pelas carinhosas conversas e palavras de incentivo, de força e coragem, e por entenderem minhas recusas, minhas ausências, em diversos momentos, decorrentes da intensa dedicação para a conclusão deste trabalho.

Um agradecimento, em especial, aos pais dos meus estimados estudantes, os quais, durante estes dois últimos anos, me apoiaram, dando todo o amparo para que este estudo fosse concretizado e me confiaram esta missão em poder fazer parte da formação dos seus filhos. Sem vocês, nada disso teria sido possível.

A vocês, meus queridos e “pequenos-grandes” alunos, que compreenderam minha ausência, no dia da dispensa “para estudar” (como sempre diziam), proporcionando-me, no decorrer deste tempo, muita satisfação por ter sido a professora de vocês... Meu muito obrigada!!!

O valor das coisas não está no tempo que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso, existem momentos inesquecíveis, coisas inexplicáveis e pessoas incomparáveis.

*Fernando Pessoa*

AMARAL, Cybelle C. F. do. **A significação do conceito matemático de área exposto por estudantes proveniente de uma da Atividade Orientadora de Ensino.** 2018. 188f. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência para Educação Básica) - UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2018.

## RESUMO

Este estudo se ampara nos pressupostos teóricos da Psicologia Histórico-Cultural e nos caminhos metodológicos do materialismo histórico-dialético. O objetivo: compreender as significações manifestas por estudantes de um 5º ano do Ensino Fundamental, na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, a partir no movimento lógico-histórico desse conceito. Os procedimentos metodológicos pautam-se nos elementos estruturantes da Teoria da Atividade, por considerar a pesquisa uma atividade singular, com a finalidade de compreender o fenômeno educativo, delineando, como ações, a pesquisa e o estudo mais aprofundado acerca dos fundamentos teóricos e históricos basilares nesta investigação, bem como o levantamento bibliográfico, a elaboração das situações desencadeadoras de aprendizagem apoiadas nos nexos conceituais, a organização e o desenvolvimento da AOE. Dentre as operações, destacam-se: a coleta dos dados, por meio de gravações audiovisuais e das produções dos estudantes, a transcrição e organização desses dados para sua análise. A realização da AOE junto aos estudantes permitiu a análise do movimento do pensamento relacionado à significação desse conceito, em situação de ensino e aprendizagem. Os dados receberam uma análise qualitativa, considerando o processo de desenvolvimento do pensamento teórico constituído nos nexos internos e externos do conceito de área, como a delimitação da superfície, a divisão da superfície delimitada, a mensuração da área por unidade discreta e a padronização da unidade de medida. Os resultados indicam que as significações, enquanto processo de apropriação do conceito área, foram elaboradas no decorrer das situações desencadeadoras de aprendizagem articuladas aos nexos conceituais. Espera-se – respeitados os limites deste estudo – colaborar para a formação continuada de docentes, almejando a superação da sua prática pedagógica.

**Palavras-chave:** Conceito de Área. Lógico-Histórico. Histórico-Cultural. Atividade Orientadora de Ensino. Significação.

AMARAL, Cybelle C. F. do. **A significação do conceito matemático de área exposto por estudantes proveniente de uma da Atividade Orientadora de Ensino.** 2018. 188f. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência para Educação Básica) - UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2018.

## **ABSTRACT**

This study is based on theoretical assumptions Historical-Cultural Psychology and in the methodological paths of historical-dialectical materialism. The objective: to understand the meanings expressed by students of a 5th grade elementary school, in the learning of the mathematical concept of area, through a Teaching Activity, starting from the logical-historical movement of this concept. The methodological procedures are based on the structuring elements of the Theory of Activity, considering the research a unique activity, with the purpose of understanding the educational phenomenon, outlining, as actions, the research and the more detailed study about the basic theoretical and historical foundations in this investigation, as well as the bibliographic survey, the elaboration of the situations triggering learning supported in the conceptual links, the organization and the development of the AOE. Among the operations, the following stand out: the collection of data, through audiovisual recordings and students productions, the transcription and organization of these data for analysis. The realization of the AOE with the students allowed the analysis of the thought movement related to the meaning of this concept, in a teaching and learning situation. The data received a qualitative analysis, considering the process of development of the theoretical thought constituted in the internal and external nexuses of the concept of area, as the delimitation of the surface, the division of the delimited surface, the measurement of the area by discrete unit and the standardization of the unit of measurement. The results indicate that meanings, as process of appropriation of the concept area, were elaborated in the course of the situations triggering learning articulated to the conceptual links. It is hoped - respecting the limits of this study - to collaborate for the continuous training of teachers, aiming at overcoming their pedagogical practice.

Key-words: Area Concept. Logical-Historical. Historical-Cultural. Teaching Activity. Significance.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-	Altar em formato de falcão .....	70
Figura 2-	Estandarte de Ur	73
Figura 3-	Portal de Ishitar .....	74
Figura 4-	Como o homem aprendeu a medir área .....	75
Figura 5-	Rios Tigre e Eufrates .....	109
Figura 6-	Apresentação do contexto histórico, cultural e social da Atividade Orientadora de Ensino .....	117
Figura 7-	Explicação da História Virtual e o 1º problema desencadeador .....	118
Figura 8-	Distribuição dos estudantes por meio das subtrações sucessivas. ....	119
Figura 9-	Organizando os corredores para delimitarem o terreno .....	121
Figura 10-	Semelhança na organização dos corredores para delimitação da terra.....	123
Figura 11-	O estudante utilizando o barbante para confirmar a medição realizada com a mão. ....	124
Figura 12-	Radi calculando a largura da porção de terra para encontrar a metade da dimensão. ....	126
Figura 13-	Maliki manipulando o barbante e verificando os procedimentos adotados por Radi para encontrar a metade obtida na largura do terreno.....	127
Figura 14-	Rachid tentando encontrar o ponto de simetria na porção de terra, utilizando as mãos.....	127
Figura 15-	Chibli estica o barbante de um corredor a outro mostrando a Rachid como confirmar se sua marcação é equivalente à metade da extensão do barbante.....	128
Figura 16-	Mahmud mostrando como calcular a metade do comprimento do seu terreno.....	129
Figura 17-	Hariri espalhando as sementes de forma aleatória para cobrir a porção de terra.....	132

Figura 18-	Mensuração por grãos da porção de terra	134
	.....	
Figura 19-	Painel de registro do Rei com a medição por grão	135
	.....	
Figura 20-	Outra possibilidade de organização dos tijolos na parte do terreno para a construção da plataforma.....	138
Figura 21-	Juzai contando com um único tijolo por projeção e demarcação.....	139
Figura 22-	Sari calculando quantas peças de ladrilhos cobrem a peça do tijolo.....	142
Figura 23-	Juzai calculando a quantidade de ladrilhos.....	144
Figura 24-	Registro das medições por grãos, tijolos e ladrilhos.....	146
Figura 25-	Saleh faz seu ladrilhamento certificando o que havia manifestado.....	147
Figura 26-	Utilizando a tabuleta quadriculada de 1cm.....	148
Figura 27-	Produções da tabuleta de Juzai e Sulagh, respectivamente..	149
Figura 28-	Representação da tabuleta de Juzai e Sulagh.....	150
Figura 29-	Produção da tabuleta de Zebari.....	150
Figura 30-	Representação da tabuleta de Zebari.....	151
Figura 31-	Representação dos algoritmos de Juzai, Zebari e Sulagh.....	151
Figura 32-	Mensurações de Safi, Radi e Rachid, respectivamente, da superfície da tabuleta.....	153
Figura 33-	Hariri realizando o cálculo da área coberta pela figura do avestruz.....	159
Figura 34-	Montagem e cálculo de Zebari e Hariri, respectivamente.....	160
Figura 35-	Jogo “Descobrimo por trás da imagem”.....	160
Figura 36-	Safi terminou em primeiro, seguida de Radi e Wahid, na montagem do elefante na 2ª rodada.....	162
Figura 37-	Ajustes sugeridos pelos estudantes Juzai, Wahid e Safi, respectivamente.....	163

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Levantamento inicial das produções acadêmicas no Banco de Dados da CAPES .....	93
TABELA 2 - Levantamento inicial das produções acadêmicas no Banco de Dados do SciELO.....	94
TABELA 3 - Levantamento inicial das produções acadêmicas no Banco de Dados da BDTD.....	95
TABELA 4 - Quantidade de trabalhos selecionados após a leitura dos títulos.....	96
TABELA 5 - Trabalhos selecionados após a leitura dos resumos e metodologia .....	97

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 -	Organização da Atividade Orientadora de Ensino .....	50
QUADRO 2 -	Relação de trabalhos selecionados por um estudo pormenorizado .....	98
QUADRO 3 -	Sobrenomes comuns da região da Mesopotâmia (Iraque) .....	109

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
ATPC	Atividade de Trabalho Pedagógico Coletivo
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCEF	Currículo Comum do Ensino Fundamental
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
DM	Dissertação de Mestrado
DMP	Dissertação de Mestrado Profissional
DPPPE	Departamento de Planejamento, Projetos e Pesquisas Educacionais
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PHC	Psicologia Histórico-Cultural
PUC - SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
TA	Teoria da Atividade
TD	Tese de Doutorado
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UnB	Universidade de Brasília
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
USP	Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2. O CONTEXTO DA PESQUISA.....</b>	<b>23</b>
2.1. O CURRÍCULO COMUM DO ENSINO FUNDAMENTAL NO SISTEMA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO DE BAURU .....	<b>25</b>
2.2. A CONVERSA ENTRE OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS E O CURRÍCULO COMUM DE BAURU .....	<b>29</b>
2.3. COMPREENDENDO OS CONCEITOS DE GRANDEZAS E MEDIDAS.....	<b>35</b>
<b>3. A ATIVIDADE DE PESQUISA SOB A LUZ DA TEORIA DA ATIVIDADE: UMA ORGANIZAÇÃO NO PROCESSO DE INVESTIGAÇÃO .....</b>	<b>41</b>
3.1. O MATERIALISMO HISTÓRICO-DIALÉTICO ENQUANTO MÉTODO DESTA INVESTIGAÇÃO.....	<b>42</b>
3.2 A ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE DE PESQUISA: A METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO... ..	<b>44</b>
<b>4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>56</b>
4.1. MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE ÁREA .....	<b>57</b>
4.2. A PSICOLOGIA HISTÓRICO-CULTURAL (PHC) E A TEORIA DA ATIVIDADE (TA): UMA BREVE CONSIDERAÇÃO SOBRE SUAS CONTRIBUIÇÕES .....	<b>78</b>
4.3. A ATIVIDADE DE ESTUDO: UMA REFLEXÃO SOBRE <i>NEM TODA ATIVIDADE PODE SER CONSIDERADA UMA ATIVIDADE</i> .....	<b>79</b>
4.4. SENTIDO, SIGNIFICADO E SIGNIFICAÇÃO: O MOVIMENTO CONTÍNUO DOS PENSAMENTOS EMPÍRICO E TEÓRICO.....	<b>85</b>
<b>5. LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO: CONHECENDO O OBJETO DE PESQUISA E O MOTIVO COM QUE ELA SE MATERIALIZA.....</b>	<b>92</b>
<b>6. A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO COMO ORGANIZADORA DO ENSINO PARA APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA.....</b>	<b>105</b>
<b>7. COLETA DE DADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>116</b>
<b>8. CONSIDERAÇÕES .....</b>	<b>165</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>170</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>178</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>189</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O presente estudo busca alicerçar um conhecimento mais aprofundado e específico em relação ao processo de ensino e aprendizagem, na área de Matemática, com o eixo de Grandezas e Medidas, por meio do conceito de área. Motivado pelas inquietações desta professora, as quais transitam sob a prática docente enquanto professora dos anos finais do Ensino Fundamental I – 4º e 5º ano, desde 2007, no Sistema Municipal de Ensino de Bauru, este se configura como uma etapa importante em sua trajetória profissional e acadêmica.

Desde então, as inquietações permearam reflexões em relação ao ensino do conceito de área, a partir da concepção histórica e cultural, que pudessem superar as práticas de natureza memorística, mecânica e superficial propostas pelos livros didáticos e nas atividades comumente desenvolvidas em sala de aula, como a memorização de fórmulas, resolução de listas e repetições de exercícios de fixação, as quais exigem apenas a operacionalização de algoritmos que envolvem o conteúdo curricular de área, conduzindo o estudante a questionar-se: “O que significa esta fórmula?” e “Por que devo aprender isso?”

Mediante essa busca aos referidos estudos acerca do conceito de área e, inicialmente, compreendendo-o como uma grandeza que permite medir uma superfície por meio da relação entre duas grandezas de comprimento, as problemáticas existentes sob o ponto de vista da aprendizagem dos estudantes se constituíram em: (I) Quais são as dificuldades de aprendizagem quanto à grandeza de comprimento? (II) Como os estudantes compreendem o conceito de área? (III) Que relações os alunos estabelecem, no ensino desse conceito? E, por fim: (IV) Como organizar o ensino desse objeto de aprendizagem de tal modo que promova a formação do pensamento teórico dos estudantes?

Atualmente, enquanto professora de estudantes de 5º ano e participante de formações continuadas voltadas ao ensino matemático, oferecidas pelo Sistema Municipal de Ensino de Bauru, assim como dos estudos no Mestrado Profissional de Docência em Educação Básica na FC-UNESP/Bauru, pude aproximar-me dos estudos concernentes ao Desenvolvimento do Psiquismo, sob a luz da Psicologia Histórico-Cultural.

Essa aproximação teórica iniciou-se em 2011, com as oportunidades de estudos oferecidas no decorrer da formação continuada em Atividade de

Trabalho Pedagógico Coletivo - ATPC - na unidade escolar em que atuo, desde esse período, denominada PESF – Projeto de Educação Sem Fronteira, coordenado inicialmente pela Professora Dr.<sup>a</sup> Marisa Eugênia Mellilo Meira e, atualmente, pela Professora Dr.<sup>a</sup> Flávia da Silva Asbahr Ferreira, ambas do curso de Psicologia da UNESP- Bauru, para oferta de cursos de formação de professores voltados à apropriação dos pressupostos e articulação dos conceitos fundamentais dessa concepção com a prática de ensino, no ambiente escolar.

As aproximações teóricas decorrentes no processo de formação continuada na prática docente desencadearam um aprofundamento acerca do suporte teórico que embasa esta pesquisa, na esteira dos estudos de Lev Semenovitch Vygotsky<sup>1</sup> e de seus colaboradores, Alexander Luria e Alexis N. Leontiev, os quais contribuíram com seus estudos dirigidos ao desenvolvimento do psiquismo humano.

No contexto da Psicologia Histórico-Cultural, cada um desses estudiosos delineou seus estudos a respeito de uma questão que envolve o desenvolvimento humano. Vigotski (2007, 2008, 2010, 2017) desenvolveu estudos direcionados à mediação social para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, por meio dos signos e símbolos. Já Luria (2017) se dedicou ao processo de formação do pensamento e da linguagem, enquanto que Leontiev (1978, 1984) arqueou-se sobre as relações entre a atividade, consciência e personalidade.

Sob essa mesma linha, Davydov<sup>2</sup> (1982,1988) também ofereceu suas contribuições acerca da formação do pensamento teórico e, por fim, Elkonin (2009) sistematizou e organizou os estudos até então desenvolvidos, com enfoque na periodização do desenvolvimento humano.

Essa perspectiva psicológica tem como pressupostos de cunho epistemológico e filosófico as concepções marxistas de trabalho, atividade, educação e conhecimento, a partir dos princípios do materialismo histórico-dialético e das suas categorias, para conduzirem os seus pensamentos sobre o

---

<sup>1</sup> A maneira como foi escrito Vygotsky somente será adotada, *a priori*, de tal forma, tendo em vista os documentos inicialmente traduzidos da Psicologia Histórico-Cultural. No entanto, no decorrer deste estudo, optou-se em utilizar a forma escrita “Vigotski”, por se empregar outras traduções de suas obras e trabalhos acadêmicos, os quais se basearam nelas.

<sup>2</sup> O nome de Vasili Vasilevich Davydov aparece nas publicações ora como Davydov ora como Davidov. Optou-sei pela primeira forma, Davydov, em virtude de ser essa a grafia utilizada na principal obra consultada para a elaboração deste texto.

desenvolvimento do psiquismo humano. A busca por esses estudos relativos ao ensino da Matemática, foi iniciada com a formação continuada supracitada, consolidou-se após o ingresso no Programa de Mestrado, em que foi possível propor uma articulação entre os estudos referentes à perspectiva histórico-cultural, à Teoria da Atividade e à prática docente. Portanto, esta pesquisa objetiva compreender as significações manifestadas por estudantes de um 5º ano, na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino e do movimento lógico-histórico desse conceito.

Assim, esta investigação apresenta a elaboração de um plano de ação para uma intervenção didática, a fim de subsidiar o processo de ensino-aprendizagem que visa à apropriação do conceito de área, junto aos 19 estudantes com faixa etária de 9 e 10 anos, de uma escola do Sistema Municipal de Ensino de Bauru, onde esta professora atua.

Em tal contexto, trabalha-se uma proposta de ensino com o conceito de área e uma reflexão sobre a aprendizagem desse objeto de ensino, à luz da perspectiva histórico cultural, da Teoria da Atividade e da Atividade Orientadora de Ensino formulada por Moura (1996, 2001, 2010) e estudada por Asbahr (2005, 2006), Araújo (2013), Cedro et al. (2010), Dias (2007), Moretti et al. (2010) e Nascimento (2010), entre outros membros do grupo GEPAPe.<sup>3</sup>

Para delinear os processos desenvolvidos nesta pesquisa, tendo em vista o alcance do seu objetivo, este estudo está estruturado em sete capítulos. No primeiro capítulo, intitulado “*Introdução*”, apresenta-se um breve percurso profissional e acadêmico desta professora, bem como exposta a necessidade e o motivo que a conduziram à escolha do tema desta investigação e ao desenvolvimento deste estudo, enquanto atividade de pesquisa.

No segundo capítulo, denominado “*O contexto da pesquisa*”, apresenta-se uma reflexão a respeito do Currículo Comum do Ensino Fundamental (CCEF) do Sistema de Municipal de Ensino da cidade de Bauru, trazendo à tona algumas considerações sobre o processo de reelaboração da

---

<sup>3</sup> GEPAPe - O Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica, da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (GEPAPe), coordenado pelo Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura e pela Prof.ª Dr.ª Elaine Sampaio Araújo, reúne docentes e pós-graduandos, tendo como objetivos: a) Estudar e pesquisar a atividade pedagógica, tomando como referência os princípios teórico-metodológicos da perspectiva histórico-cultural; b) Produzir bibliografia sobre as ações formativas contínuas de professores; c) Assessorar os sistemas de ensino, contribuindo por meio da divulgação de publicações e produções acadêmicas. Disponível em: <http://www2.fe.usp.br/~gepape>. Acesso em: 31 jan. 2017.

proposta curricular alinhada aos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural e da Pedagogia Histórico-Crítica: como esse documento está organizado, no que tange aos conteúdos e, principalmente, como tal organização funciona, do ponto de vista da concepção do ensino do conhecimento matemático, a fim de promover um diálogo entre a organização do ensino definida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - BRASIL (1998) e a organização proposta pela própria Matemática, quanto aos eixos de Grandeza e Medidas e Espaço e Forma para o ensino do conceito de área.

Essa estruturação permeia o processo de constituição da organização curricular em que o conhecimento matemático se consolida, nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Sistema Municipal de Ensino de Bauru, buscando subsídios, na fundamentação teórica, com respeito às condições para compreender o processo de ensino-aprendizagem do conceito matemático.

Ainda nesse contexto, o estudo aborda uma reflexão referente ao ensino do conceito de área, a partir da problemática inicial, ressaltando a relação desse eixo com o conhecimento geométrico disposto nas situações de aprendizagem, a fim de promover um diálogo sobre a organização de ensino dos eixos matemáticos de Grandezas e Medidas, bem como de Espaço e Forma, definidos pelos PCN e a organização da Matemática, enquanto eixos de Álgebra, Aritmética e Geometria.

Como forma de garantir uma elaboração metodológica coesa dos aportes teóricos, o terceiro capítulo, denominado “*A atividade de pesquisa sob a luz da Teoria da Atividade: uma organização no processo de investigação*”, aborda os procedimentos metodológicos com base na estrutura da Teoria da Atividade, tendo em vista os elementos estruturantes da atividade humana, ao considerar este estudo como uma atividade de pesquisa.

Sob esse movimento, tal procedimento assume como estratégia metodológica a abordagem qualitativa na pesquisa, apoiando-se nos estudos de Borba e Araújo (2013), de sorte a abarcar o pesquisador, no decorrer da sua própria prática docente, com os demais membros envolvidos da pesquisa, integrando-os numa relação entre pesquisador-grupo pesquisado e fornecendo-lhe informações mais descritivas, durante todo o processo de investigação, para posterior análise do processo de significação do conceito de área, ao longo do desenvolvimento da Atividade Orientadora de Ensino.

Ainda quanto ao contexto metodológico, esta pesquisa fundamenta-se nos pressupostos do materialismo histórico-dialético, sedimentados por Kopnin (1978) e Davydov (1988), ao considerar seus principais conceitos – lógico, histórico e dialético – ao considerá-los como eixos fundamentais no processo de constituição de apropriação do conhecimento científico pelo indivíduo, no âmbito educacional.

Em relação ao quarto capítulo, “*Fundamentação Teórica*”, a pesquisa envereda pelas discussões do aparato teórico, por meio da compreensão do processo de ensino e aprendizagem, com base nos pressupostos histórico-culturais, configurando-se como um estudo aprofundado sobre o percurso histórico do conceito de área, enquanto grandeza, a fim de se apropriar do seu movimento lógico-histórico, buscando na história, principalmente, a necessidade humana na qual se estabeleceu o processo de medição de uma superfície.

Sob essa perspectiva, esse capítulo aborda os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural, pautando-se nas principais concepções do desenvolvimento humano, bem como das funções psicológicas superiores, com base nos estudos de Vigotski (2007, 2008, 2009), Vigotskii (2017), Luria (2009) e Leontiev (1984), tendo como marco as contribuições da Teoria da Atividade para o campo educacional, desenvolvida por este último estudioso. Por conseguinte, desenvolveu-se um estudo pautado em uma Atividade Orientadora de Ensino - AOE, enquanto uma organização da atividade docente na área da Matemática, formulada e proposta por Moura (1996, 2001, 2010) e estudada por pesquisadores da área, como Dias (2007, 2011), Cedro (2004, 2010), Sousa (2004, 2009), Lopes (2010, 2012) e Santos (2016), entre outros. Tal embasamento direciona este estudo acerca dos conceitos de sentidos pessoais, significados e significação que Leontiev (1984) aborda, em sua teoria, e se ampara em outros estudos, como os de Moura (2010), Serrão (2006) e Asbahr (2005, 2011, 2014, 2017).

Por fim, ao apoiar-se nesses pressupostos sobre o processo de desenvolvimento, através da atividade de estudo, buscaram-se subsídios para compreender esses processos, dentro da educação escolar, pautados nos estudos de Davídov (1988) e Asbahr (2017), articulados com a tessitura de Davydov (1982) a propósito dos conceitos do pensamento empírico e do pensamento teórico, para apreender o fenômeno.

Na sequência, o quinto capítulo, “*Levantamento Bibliográfico: Conhecendo o universo do objeto de pesquisa e o motivo que ela se materializa*”, tem como intuito conhecer o universo das produções acadêmicas que abordam o objeto do conhecimento em questão, fundamentando-se nas contribuições históricas do conceito matemático de área, a partir da concepção da Teoria da Atividade como fundamento teórico-metodológico desta investigação, bem como na proposta da organização do ensino, pautada na Atividade Orientadora de Ensino.

O percurso trilhado nesse capítulo busca, com o estudo e a análise das produções acadêmicas e científicas apontadas nesse levantamento, a partir dos principais bancos de dados, como Scielo, Banco Digital de Teses e Dissertações - BDTD, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (até 1974, Conselho Nacional de Pesquisas, cuja sigla, CNPq, se manteve), Google Acadêmico, Banco de Dados da UFRGS – integrado ao BDTD - LUME, Athena e os repositórios das instituições Universidade Estadual Paulista (UNESP), Universidade de São Paulo (USP), Universidade de Santa Maria (UFSM) e Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

No sexto capítulo, intitulado “*A Atividade Orientadora de Ensino como organizadora do ensino para apropriação do conceito de área*”, expõe-se um plano de ações, elaborado de forma pormenorizada, compondo o produto resultante desta investigação, em forma de um caderno didático, contendo as orientações didático-metodológicas para a atividade de ensino do conceito de área, formada pela fundamentação teórica que a embasa e uma proposta de um jogo com propósito pedagógico, cujo objetivo é colaborar para a sistematização do ensino e a apropriação do conhecimento do referido conceito matemático.

Por fim, este estudo culmina no processo de constituição dos dados e análise dos resultados coletados, a partir das situações desencadeadoras de aprendizagem, organizadas e desenvolvidas como parte integrante desta pesquisa, com o objetivo compreender as significações manifestas por estudantes de um 5º ano na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma atividade orientadora de ensino, a partir no movimento lógico-histórico *desse conceito*. assim, o sétimo capítulo, denominado “Coleta dos dados e análise dos resultados”, desenvolveu-se em função das análises das

produções dos estudantes no processo de desenvolvimento da Atividade Orientadora de Ensino e, posteriormente, das reflexões acerca dos seus resultados, com base nos fundamentos adotados.

Em suma, a referida pesquisa, identificada como “*A significação do conceito matemático de área expressa por estudantes proveniente de uma Atividade Orientadora de Ensino*”, torna-se o resultado da reflexão sobre a prática pedagógica, e a potencialidade de uma Atividade Orientadora de Ensino, que permite analisar as significações do conceito de área, enquanto processo, manifestadas pelos estudantes, a partir de situações que expressam a necessidade humana, ao longo da história, em suas relações comerciais e sociais, as quais ainda permanecem presentes nas práticas sociais.

## 2. O CONTEXTO DA PESQUISA

A busca por conhecimentos teóricos acerca do ensino da Matemática, tendo como objeto de investigação o ensino e a aprendizagem do conceito matemático de área, tornou-se inevitável, em face das inquietações provocadas no decorrer da prática docente, ao organizar o ensino desse objeto do conhecimento e no desenvolvimento acadêmico da professora, conforme mencionado anteriormente, materializando-a na forma deste estudo.

Tudo efetivamente foi motivado quando, em 2016, lecionando para uma turma de 4º ano, os estudantes apresentaram dificuldades em compreender o que era comprimento, enquanto grandeza, como identificá-la em situações do dia a dia, como utilizar os instrumentos de medida padronizados ligados ao comprimento, reconhecer e identificar as unidades de medidas e seus submúltiplos, em situações cotidianas.

Diante das produções dos estudantes, a defasagem desse conhecimento para a formação do conceito tornou-se um dos desafios didáticos mais notórios que comprometeriam o desenvolvimento da formação do conceito de área, proposto inicialmente nessa etapa da escolaridade e aprofundado no ano seguinte.

Mediante esse contexto, organizar o ensino do conceito de área ficava problemático, pois a falta de subsídios teóricos que fundamentassem a prática desta professora, acerca do ensino da Matemática em relação a esse conceito, se tornava evidente. Nesse momento, surge a primeira inquietação: como desenvolver práticas de ensino que contribuam para aprendizagem do conceito matemático de área, enquanto uma grandeza de superfície, com fundamento nos pressupostos teóricos da Psicologia Histórico-Cultural?

Tendo em vista tal inquietação, a busca por conhecimentos que poderiam embasar a prática na sala de aula sobre o ensino da Matemática foi sendo traçada por meio da aproximação com os estudos da Psicologia Histórico-Cultural, oferecidos pela Secretaria Municipal de Educação de Bauru, tendo como vertentes o desenvolvimento humano, as funções psicológicas superiores e a Teoria da Atividade.

Paralelamente a esse cenário, as participações em formações continuadas promovidas pelo Departamento de Planejamento, Projetos e Pesquisas Educacionais da Secretaria Municipal de Educação de Bauru,

alinhadas à Teoria da Psicologia Histórico-Cultural e aos pressupostos da Pedagogia Histórico-Crítica, foram ao encontro dos anseios e indagações desta professora, mostrando-se como uma possibilidade em oferecer ao estudante as melhores condições de aprendizagem que contribuíssem para seu desenvolvimento e, ao mesmo tempo, disponibilizando para o professor o suporte teórico necessário para que pudesse exercer sua atividade principal: organizar o ensino.

Com isso, os estudos individuais foram se consolidando e dando subsídios para promover, mesmo de forma ainda bem preliminar, a reelaboração da organização do ensino matemático atinente ao eixo de grandezas e medidas, com o conteúdo curricular de medidas de comprimento, cujo objetivo era atender às defasagens apresentadas e oferecer condições de aprendizagem que pudessem contribuir para a formação do conceito de área proposta para o ano seguinte.

Dando continuidade à atividade docente com a mesma turma de estudantes, atualmente no 5º ano, o trabalho com grandeza de comprimento foi retomado no 1º semestre de 2017, a fim de diminuir as defasagens quanto ao conhecimento de medidas de comprimento, resgatando junto aos alunos todo o processo percorrido para sua apropriação. Com as produções e manifestações dos estudantes, foi possível constatar que, mesmo necessitando de alguns ajustes e um aprofundamento teórico mais efetivo, por parte da professora, a organização de ensino proposta tornou-se uma possibilidade legítima para a superação de um ensino pautado numa perspectiva lógico-formal.

Foi então que, ao ingressar no Mestrado Profissional do Programa em Docência para Educação Básica na UNESP/Bauru, foi possível consolidar a busca sistematizada por conhecimentos que subsidiassem a atividade docente em sala de aula, efetivando a relação entre a teoria e prática, com o ensino da Matemática com o eixo de grandezas e medidas, na perspectiva histórico-cultural.

A essa altura, surge a questão central deste estudo: quais significações de área de um grupo de estudantes do 5º ano do ensino fundamental se pode inferir sobre o conceito matemático de área a partir de uma AOE fundamentada na Psicologia Histórico-Cultural e no movimento lógico-histórico desse conceito matemático?

## **2.1. O Currículo Comum do Ensino Fundamental no Sistema Municipal de Educação de Bauru**

Esta proposta se contextualiza em uma das unidades escolares de Ensino Fundamental que compõem o Sistema Municipal de Ensino de Bauru, tendo como objeto de estudo o ensino do conceito de área, pautado na organização curricular destinada ao 5º ano do Ensino Fundamental I. Sob esse cenário, buscou-se delinear uma reflexão acerca do ensino desse conceito matemático, conforme o diálogo efetivado entre os eixos de Grandezas e Medidas e Espaço e Forma.

Esse diálogo se efetiva, ao se considerar o caráter geométrico com que a grandeza de área foi se constituindo historicamente, com as figuras geométricas planas como forma de se mensurar a superfície. Dessa maneira, infere-se que a organização curricular desse conteúdo estaria na relação entre o eixo de Espaço e Forma e o eixo de Grandezas e Medidas. Haja vista que, somente neste último, a abordagem dada a esse conteúdo se volta meramente para a identificação dessa grandeza, suas unidades de medidas e a própria medição de uma superfície, com a aplicação e a resolução de fórmulas.

Com base nos pressupostos teóricos e históricos, essa tessitura possibilita mostrar os elementos matemáticos que a compõem, permitindo ao professor direcionar a sua ação na organização do ensino, a fim de formar nos estudantes o pensamento teórico do conceito e produzir neles os sentidos, ao longo do processo de aprendizagem.

Com efeito, desde 2012, o Sistema Municipal de Ensino de Bauru vinha se debruçando sobre a materialização de uma proposta curricular que viesse ao encontro dos anseios dos professores, coordenadores pedagógicos, gestores e coordenadores de área, e fosse alinhada aos propósitos de estudos das formações continuadas amparadas na Psicologia Histórico-Cultural e na Pedagogia Histórico-Crítica.

Desde a implantação do Currículo Comum do Ensino Fundamental – CCEF, um processo de estudos, acompanhamentos e de avaliação foi formulado pelo Departamento de Planejamento, Projetos e Pesquisas Educacionais – DPPPE – da Secretaria Municipal de Educação, com o intuito de identificar as possíveis divergências teóricas e inconsistências conceituais das concepções psicológicas e pedagógicas e da organização curricular que o sistema de ensino se propôs desenvolver, junto às suas Unidades Escolares.

Em 2015, com base nesses apontamentos e com a participação democrática de todos os envolvidos, as considerações salientaram a necessidade de uma reelaboração textual que estivesse alinhada aos aportes teóricos adotados. Essa reorganização transitou pela apresentação das diversas áreas do conhecimento e dos conteúdos curriculares, os quais atendessem às necessidades de cada segmento. Assim, resultou em uma explanação pormenorizada a propósito das concepções teóricas adotadas, de maneira que estivessem relacionadas às orientações didático-metodológicas e aos procedimentos avaliativos, nas modalidades de ensino oferecidas pelo Sistema Municipal de Ensino de Bauru como o Ensino Fundamental I, o Ensino Fundamental II, por meio da Educação Especial e Inclusiva e Educação de Jovens e Adultos.

Esse diálogo tornou-se o fio condutor dos Grupos de Trabalhos para Reelaboração do CCEF, por se entender, por esses estudos, que o indivíduo atendido perpassa por uma ou mais dessas etapas da escolarização, por um determinado tempo histórico, de sorte que a consonância teórica se torna fundamental à prática pedagógica, sustentando as ações docentes a cada período do desenvolvimento humano, desde seu ingresso no ambiente escolar, no Ensino Fundamental, como acontece na modalidade da Educação Infantil, através da Proposta Curricular e Pedagógica da Educação Infantil (2016).

Após um ano de encontros para estudos dos textos teóricos, produções científicas, discussões e reescritas, ao final de 2016, as novas diretrizes curriculares para o Ensino Fundamental do Sistema Municipal foram entregues às unidades escolares, consistindo em um texto introdutório e considerações teóricas com o objetivo de dialogar com todos os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, a respeito da importância das concepções de homem, educação, currículo, ensino e aprendizagem, as quais permeiam as bases teóricas que fundamentam tal documento.

Nessa perspectiva, o documento propõe o diálogo entre os fundamentos teóricos, metodológicos e os conteúdos escolares com a matriz curricular das diferentes áreas do conhecimento.

Sob essas duas vertentes, os fundamentos teóricos implicados estão relacionados às concepções psicológicas e pedagógicas direcionadas ao processo educativo, a partir do ingresso ao 1º ano do Ensino Fundamental, explanando sobre as atividades-guia ou dominantes, presentes em cada

período do desenvolvimento humano, bem como a propósito das funções psicológicas superiores, com as devidas orientações didático-metodológicas no tratamento a ser dado aos conteúdos curriculares.

Martins (2016, p. 41) destaca a articulação entre as duas concepções, para o campo educacional:

A psicologia histórico-cultural vem ganhando significativa expressão no campo educacional, haja vista suas inúmeras contribuições potenciais para a requalificação da prática pedagógica, especialmente, pelo tratamento que dispensa à relação entre o ensino, sobretudo de conceitos científicos, e o desenvolvimento do psiquismo humano. Não obstante, há que se reconhecê-la como uma teoria psicológica e não como uma teoria pedagógica, de sorte que sua transposição para o campo da educação escolar exija articulações com preceitos pedagógicos coerentes com os princípios que veicula.

Assim, a fundamentação teórica desse documento procura promover um diálogo entre a Psicologia Histórico-Cultural e a Pedagogia Histórico-Crítica, a fim de que os professores do sistema municipal de ensino compreendam as interfaces entre os princípios básicos de tais concepções e consolidem uma unidade teórico-metodológica, na sua prática de sala de aula.

Teixeira e Agudo (2016, p. 149) assinalam a importância de o professor compreender os fundamentos epistemológicos que subsidiam o método, para

[...] superar a lógica formal no processo de compreensão da pedagogia histórico-crítica enquanto método pedagógico. Em outras palavras, isso significa ir além da compreensão do método pedagógico como passos estanques e sequenciais que devem ser seguidos linearmente.

Desse modo, a proposta explicitada nesse documento visa a fomentar a prática docente pautada no movimento histórico e dialético dos conhecimentos científicos para a formação do psiquismo dos estudantes, no decorrer da educação escolar, desprendendo-se de procedimentos descontextualizados e desconexos entre si, focalizados em outras concepções educacionais.

Por fim, quanto aos conteúdos curriculares, o documento introduz a reflexão acerca do papel da escola, enquanto um espaço privilegiado e responsável em socializar os conhecimentos científicos, de forma sistematizada e organizada, oferecendo as condições de os alunos se apropriarem de tais conhecimentos, de forma plena e efetiva, tendo como ponto norteador o professor, enquanto mediador desse processo.

Para tanto, o tratamento a ser dado aos conteúdos escolares, sob essa concepção, precisa atrelar o processo de apropriação do conhecimento científico ao desenvolvimento do psiquismo humano, com mediações pontuais do professor e uma organização do ensino adequada a cada etapa escolar.

Nessa linha de organização curricular, o referido documento indica a sua segunda vertente, elencando as matrizes curriculares das diversas áreas do conhecimento, bem como as Diretrizes Gerais para o Ensino Fundamental na atuação da Educação Especial e Inclusiva, estruturada por eixos e por bimestres.

Para tal organização, os estudos dos conteúdos escolares desenvolvem-se a partir da articulação entre os elementos que compõem a tríade forma-conteúdo-destinatário, no processo educativo proposto no referido documento.

De acordo com Martins (2013, p. 297), “[...] a tríade forma-conteúdo-destinatário se impõe como exigência primeira no planejamento de ensino. Como tal, nenhum desses elementos, esvaziados das conexões que os vinculam podem, de fato, orientar o trabalho pedagógico.” Nessa tríade, subentende-se a forma como a organização dos meios mais adequados para se atingir o objetivo; o conteúdo, como os elementos culturais que precisam ser apropriados pelo homem, durante o seu processo de humanização e, por fim, o destinatário, como o sujeito aprendiz que está no processo de desenvolvimento do seu psiquismo. Logo, essa tríade se apresenta como uma particularidade que estrutura a organização de ensino, com o objetivo de formar as bases do pensamento teórico no processo do desenvolvimento do psiquismo, desde o início da sua vida escolar.

Contudo, no caso desta pesquisa, as reflexões pautam-se na organização dos conteúdos matemáticos e na sua matriz curricular, instaurando a reflexão sobre os Eixos de Grandezas e Medidas e Espaço e Forma, tecendo considerações em relação ao conceito de área, definida nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e adotada pelo Currículo de Bauru (2016), contrapondo-se à organização dos eixos.

No decorrer da prática docente, a vivência e a reprodução de alguns procedimentos mecanizados e superficiais encontrados nos livros didáticos para o ensino do conceito de área foram gerando inquietações sobre os mesmos, por verificar e constatar que tal conhecimento não era apropriado

pelos estudantes, de tal modo que fizesse sentido no processo de aprendizagem. Tais situações, provavelmente, sejam provocadas por uma lacuna existente na formação docente inicial e continuada e não oferecer os conhecimentos metodológicos necessários para a superação dessa prática tão presente nas salas de aula.

Frente a esse contraponto, tal reflexão desenvolveu-se de forma pormenorizada acerca da articulação entre o conceito de área e os conhecimentos geométricos presentes nas necessidades humanas e que contribuíram para sua constituição, enquanto uma grandeza de superfície.

Ora, buscando aprofundamento teórico no Mestrado Profissional que pudesse dar subsídios necessários para uma organização de ensino capaz de promover a apropriação desse conceito matemático, as reflexões foram se estruturando com base nas concepções de dialética, lógico e histórico, com o desenvolvimento do processo educativo a partir da perspectiva histórico-cultural.

## **2.2. A conversa entre os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Currículo Comum de Bauru**

Assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), o documento curricular municipal apresenta-se com um texto introdutório e suas considerações teóricas, juntamente com orientações didático-metodológicas, direcionado às diferentes áreas do conhecimento. No caso específico desta pesquisa, o foco direcionado, nesses documentos, é o concernente à área de Matemática, principalmente do ciclo I do Ensino Fundamental, para os anos finais dessa etapa de ensino (4ª série, hoje denominado 5º ano).

Comparando tais documentos, é possível perceber que a organização documental se mostra a partir do objetivo geral/competências para o ensino da Matemática. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN –, os objetivos estão elencados de forma que atendam aos campos/eixos matemáticos, cujos conteúdos conceituais estão dispostos. Por sua vez, pode-se ressaltar que o Currículo Comum do Ensino Fundamental do município apresentou um único objetivo, contemplando uma formação integral do sujeito, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, sem deixar de abranger os aspectos

essenciais dos campos/eixos matemáticos para os quais os conteúdos conceituais são propostos.

Conforme já se frisou, os conteúdos curriculares elencados nesses documentos estão repartidos em eixos/campos matemáticos. Os PCN apresentam os blocos de eixos matemáticos como Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma e Tratamento de Informações, assim como o Currículo Comum do Ensino Fundamental.

Além disso, é possível destacar que os conteúdos conceituais considerados fundamentais para o ensino da Matemática enfocados nos PCN e no CCEF não diferem.

Na verdade, tal organização não exclui a possibilidade de se desenvolver, na prática docente, ações articuladas entre os conteúdos que constituem os eixos matemáticos de Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma e Tratamento de Informações, de modo contextualizado:

**[...] a separação em Blocos não implica a abordagem estanque de tais conteúdos**, sendo imprescindível o professor possibilitar ao estudante a **construção de um pensamento 'global' da Matemática**, ou seja, que lhe permita **estabelecer relações entre os diversos pensamentos matemáticos** (aritmético, geométrico, métrico, estatístico, combinatório e probabilístico) **a serem utilizadas nas diversas situações-problema abordadas**. Além dos aspectos salientados, faz-se importante a utilização da **lógica em espiral ao tratamento dos conteúdos matemáticos**, ou seja, os conteúdos abordados no 1º Bimestre devem ser retomados e ampliados no 2º Bimestre, e assim sucessivamente. (BAURU, 2016, p. 845-846, grifo nosso).

Assim, ao analisar os conteúdos no CCEF (BAURU, 2016), sob o ponto de vista da organização curricular, especificamente voltada ao conceito de área, pode-se observar que esse objeto de ensino está contemplado a partir do quarto ano, no eixo de Grandezas e Medidas. Em face desse apontamento, é possível inferir que o encaminhamento desse conteúdo, nos anos subsequentes, precisa ser subsidiado pelos nexos conceituais de linearidade, extensão e medida, que envolvem a grandeza de comprimento para a apropriação do conceito matemático de área.

As questões metodológicas, comuns nesses documentos, configuram-se na concretização do trabalho pedagógico pautado na Resolução de Problemas, no decorrer do ensino da Matemática, haja vista que tal proposta visa a desenvolver nos estudantes as estratégias para resolução de situações-

problema, que, por muitas vezes, ocorre de forma imaginada, mas que não impede de serem trabalhadas por questões reais do cotidiano, para a compreensão do conceito matemático.

Tal procedimento metodológico torna-se uma estratégia, pela qual o professor permite que o estudante possa formular, empregar, interpretar e avaliar os procedimentos, de sorte a se alcançar o objetivo proposto.

Outro aspecto desses dois documentos pertence ao âmbito das orientações didático-metodológicas, em relação à História da Matemática, enquanto recurso que auxilia o professor a mediar o processo de ensino-aprendizagem, de maneira investigativa e instigante para o estudante. Ela, por sua vez, torna-se uma ferramenta que pode auxiliar no processo de apropriação dos conceitos matemáticos, de forma reflexiva, enquanto resultado de necessidades humanas que foram sendo construídos na história da Humanidade.

Frente a essa perspectiva, tanto os PCN (BRASIL, 1998) como o CCEF (BAURU, 2016) se mostram em consonância, quando explanam:

Ao revelar a Matemática como **uma criação humana**, ao **mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos**, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a **possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático**. (BRASIL, 1998, p. 45, grifo nosso).

Pautar-se em uma perspectiva Histórico-Cultural, requer entendimento de que o **processo de produção do saber matemático foi elaborado pelo homem, na busca de transformar a natureza, resultado das necessidades do sujeito de compreender e atuar no seu mundo**, constituindo-se como ser humano. Pensar **em educação nesta perspectiva significa considerá-la como um processo de desenvolvimento humano**, no qual os sujeitos se **apropriam dos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade**. Esta apropriação permite o desenvolvimento das novas gerações. (BAURU, 2016, p. 385, grifo nosso).

Destarte, pode-se inferir que ambos os documentos em estudo propõem a incorporação da História da Matemática na organização do ensino, a fim de favorecer a apropriação do conhecimento dos conceitos matemáticos, por tratar-se de algo que traz em si significados sociais enquanto resultados de produções humanas.

O diálogo entre tais documentos elenca, no processo de ensino-aprendizagem, a questão da avaliação, enquanto uma etapa final, porém, não

menos importante, pois, a partir desse momento o professor retoma para si sua prática, analisando e refletindo sobre suas ações, munindo-se de condições de investigar, intervir e replanejar os procedimentos pedagógicos necessários à apropriação dos conhecimentos pelos estudantes.

Pode-se perceber que, após a reelaboração de tal proposta, a consistência teórica se consolidou no documento de Bauru (2016), superando as inconsistências teóricas apontadas por Santos (2016), ao constatar que o currículo anterior (BAURU, 2012) trazia contradições no texto referentes às orientações metodológicas, em diferentes momentos e áreas do conhecimento.

Essas contradições teórico-metodológicas foram evidenciadas principalmente na área do conhecimento matemático, ao referir-se ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Nessas contradições, uma em especial chama a atenção, quando se leva em conta o trabalho pedagógico, com base em uma abordagem construtivista, contradizendo assim a proposta inicial de elaboração, na qual o aporte teórico adotado para nortear as atividades pedagógicas, no Sistema Municipal do Ensino Fundamental, estaria pautado na perspectiva histórico-cultural.

Em relação ao papel do docente, os PCN destacam que cabe ao professor um permanente exercício de análise e interpretação dos resultados produzidos pelos estudantes, de tal forma que esses indícios sejam subsídios para uma reorganização da atividade pedagógica.

Essa propositura também esteve explícita no CCEF (BAURU, 2016), porém, com a fundamentação teórica da Psicologia Histórico-Cultural e da Pedagogia Histórico-Crítica, essa análise possibilita ao docente reconhecer o processo de transformação da zona do desenvolvimento iminente para a zona do desenvolvimento real dos estudantes, a partir da apropriação do conceito. Para Vigotski (2007, p. 95), esse processo consiste em “[...] descobrir as relações reais entre o processo de desenvolvimento e a capacidade de aprendizado.”

No que concerne à zona do desenvolvimento iminente, Vigotski (2007) chama a atenção sobre a distância entre o desenvolvimento real, que se caracteriza pelo domínio do conhecimento para ações independentes, e a zona de desenvolvimento proximal, a qual se reporta às ações do indivíduo, apoiando-se na intervenção de um adulto ou na colaboração de um sujeito com mais condições de resolver determinada situação.

Sob essa perspectiva e pautando-se nos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural, o documento de Bauru pressupõe a compreensão do professor a propósito da zona de desenvolvimento iminente, ou seja, quando o aluno ainda precisa de intervenção de outra pessoa para apropriar-se do conhecimento, e da zona de desenvolvimento real, isto é, aquilo de que o aluno se apropriou e tem condições de agir sozinho.

Dessa forma, o professor planeja a sua ação com o objetivo de elevar o nível conhecimento do aluno, problematizando e instrumentalizando-o com os conhecimentos necessários para que incorpore ao já apropriado e supere essa condição, deixando de lado o senso comum e o conhecimento cotidiano e apropriando-se do conteúdo científico elaborado pela humanidade. (BAURU, 2016, p.197).

Mediante esses aspectos relevantes, no processo de ensino-aprendizagem, o motivo que fundamenta “a conversa”, neste estudo, firma-se principalmente sob a concepção de ensino em ambos os documentos, explicitada evidentemente de forma distinta.

Isso se deve ao fato de o documento nacional apresentar um entendimento de que o ensino da Matemática parte das necessidades práticas dos estudantes, restringindo a organização do ensino somente àquilo que seja útil para a vida cotidiana e a resolução de situações-problema, exigindo apenas a aplicação de procedimentos matemáticos, ou seja, “[...] os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos” (BRASIL, 1998, p. 42), a partir de uma concepção empírica sobre o ensino do conhecimento matemático.

Nesse sentido, o ensino da matemática se afasta diretamente nas práticas docentes descontextualizadas, capazes de induzir uma estruturação do ensino que favoreça apenas o cumprimento linear do currículo, sem ao menos estabelecer as relações entre os conceitos matemáticos a serem ensinados.

Quanto ao documento municipal (BAURU, 2016), a concepção de ensino preconiza

“[...] uma compreensão de conhecimento escolar para além da dimensão empírica, o exercício de definir quais são os conhecimentos essenciais em cada área que possam garantir o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, a relação entre currículo e o desenvolvimento psicológico dos estudantes de ensino fundamental.” (BAURU, 2016, p. 24).

A discussão proposta neste capítulo busca promover a superação da concepção utilitarista dada ao ensino da Matemática, mobilizando práticas docentes voltadas ao desenvolvimento das funções psíquicas superiores e viabilizando a formação e a apropriação dos conceitos, nas atividades humanas que foram desenvolvidas e as suas necessidades que contribuíram para a constituição dos conhecimentos matemáticos, no decorrer da história da humanidade.

Concordamos com Piovesan e Zanardini (2008, p. 7), quando assevera que

[...] a aprendizagem da matemática não consiste apenas em desenvolver habilidades, como calcular e resolver problemas ou fixar conceitos pela memorização ou listas de exercícios, mas criar estratégias que possibilitam ao aluno atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

Sob essa concepção de ensino, o Sistema Municipal de Bauru, por meio do seu documento curricular, apresenta-se como uma referência teórica e didático-metodológica para o professor que, ao organizar o ensino direciona suas ações e suas operações, viabilizando a reflexão sobre a formação da criança enquanto um ser social integrante do processo de humanização, no ambiente escolar, ao apropriar-se de conhecimentos científicos organizados e sistematizados para a formação do pensamento teórico.

A discussão a ser internalizada neste estudo concebe que, embora os dois documentos curriculares contemplem uma organização de conteúdos semelhante, a forma como esta se materializa caminha em sentidos diferenciados, pois o ensino pautado na concepção teórica da Psicologia Histórico-Cultural é aquele no qual, segundo Vigotski (2007, p. 117-118),

[...] o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança.

Logo, com base nessa concepção de ensino, é possível depreender que o avanço dado pelo Sistema Municipal de Ensino de Bauru, por meio do CCEF (BAURU, 2016) colabora para consolidação de uma educação de qualidade, materializando na articulação entre a teoria e prática a constituição

da atividade docente, enquanto práxis pedagógica direcionada à transformação do contexto escolar, dos professores e dos seus estudantes.

### **2.3. Compreendendo os conceitos de Grandezas e Medidas**

Ao propor este estudo acerca do ensino da Matemática por meio do conceito de área, foi preciso realizar um levantamento bibliográfico referente às produções acadêmicas e científicas efetuadas tendo como base teórica a perspectiva histórico-cultural, para compreender como esse objeto estava sendo estudado e implementado, no âmbito acadêmico e científico.

Para tanto, algumas pesquisas e produções foram apontadas, porém, nenhuma delas estava necessariamente fundamentada na referida concepção teórica, ainda que esses trabalhos pudessem oferecer algumas contribuições relacionadas ao conceito matemático de Grandezas e Medidas.

Isso posto, esta reflexão foi concretizada com base nas produções de Lanner de Moura (1995), a qual aborda o conceito de medida na fase pré-escolar; Catalani (2002), que traz um estudo acerca da grandeza contínua, através do conceito de fração; Dias (2007), que apresenta reflexões com a ajuda do laboratório de medidas, para a formação do pensamento teórico de tais conceitos junto aos professores; Cunha (2008), ao desenvolver o conceito de medida mediante as elaborações feitas por professores em atividade de ensino; e Lima e Bellemain (2010), os quais esboçam uma reflexão sobre o ensino de grandezas e medidas, abordando as grandezas contínuas e discretas e suas relações no processo de ensino-aprendizagem.

Caraça (2010, p. 29-30) sintetiza que “[...] medir consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.” Esse autor ainda ressalta que “[...] há no problema da medida, três fases e três aspectos distintos – escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação por um número.”

Bellemain e Lima (2002, p. 88) aludem ao conceito de grandeza da seguinte forma:

[...] chamamos grandeza tudo o que é susceptível de aumento e diminuição. A Matemática é a ciência das grandezas. Adotado este ponto de vista, tudo seria do domínio da Matemática, pois tudo é susceptível de aumento e diminuição; mas a Matemática trata apenas das grandezas mensuráveis. O gênio, a coragem e a bondade escapam, pela sua própria natureza, de qualquer procedimento exato de medição.

As grandezas podem ser classificadas como discretas e contínuas. As primeiras podem ser compreendidas como aquelas que se realizam pela contagem, com objetos que podem ser quantificados, ou seja, são passíveis de ser contados, como pedras, sementes, palitos, tampinhas etc., enquanto as contínuas ocorrem de tal maneira que precisam ser mensuradas de outra maneira, como a distância de um ponto a outro, a largura e o comprimento de uma sala. A superfície é uma grandeza contínua e, logo, se supõe sua mensuração por grandeza contínua, porém, a história nos mostra que inicialmente não foi assim.

Em síntese, infere-se que, no decorrer do processo histórico do conceito de área, inicialmente, as civilizações antigas pautavam suas atividades práticas de medição de uma determinada superfície delimitada a partir de grandeza discreta, quando os homens contabilizavam a medida pelo perímetro, por meio da mensuração realizada pelos estiradores de cordas. Posteriormente, isso se fez pela quantidade de grãos, após a revolução agrícola, mesmo que, de modo impreciso, fosse perpassando pela utilização de peças quadriculadas usadas em mosaicos babilônicos para se chegar à forma sistematizada e padronizada conhecida até os dias de hoje, resultando, assim, na concepção de grandeza contínua.

De acordo com Catalani (2002, p. 86), tais grandezas estão diretamente associadas, tendo em vista que,

[...] diante da necessidade de quantificar aspectos contínuos dos objetos, a humanidade reelaborou o princípio da relação biunívoca, criando a unidade de medida à semelhança das unidades naturalmente separadas. Sendo assim, a nova unidade – artificialmente criada – permitiu o restabelecimento da relação biunívoca, agora para relação dos conjuntos dos números naturais, é reutilizada nos contextos de medição.

Com o desenvolvimento do homem, as suas relações sociais de comunicação e de comercialização foram ficando cada vez mais complexas, assim como as suas necessidades. Dessa forma, sua relação com o conceito de medição foi se expandindo para as diferentes situações do cotidiano.

Lanner de Moura (1995, p. 43) salienta:

É nas relações do dia-a-dia que a medida aparece impregnada dos significados culturais das relações humanas que representa e comunica, assim como: a beleza na arte e arquitetura, o equilíbrio na

engenharia, a comunicação de fenômenos sociais nas estatísticas e outras.

A abordagem sistematizada da relação entre as dimensões de comprimento, largura, bem como a grandeza de área, no contexto escolar, precisa ser trabalhada dentro de um processo de ensino-aprendizagem, no qual a construção de cada uma percorra a contextualização histórica da necessidade de medir essas grandezas até a necessidade social de padronização das unidades de medida.

Nesse sentido, o professor, enquanto mediador do processo ensino-aprendizagem, pode encontrar no eixo de grandezas e medidas um campo rico de aplicação da Matemática às práticas sociais, resgatando e valorizando os conhecimentos que a criança traz da sua vivência e enriquecendo-os com outras situações de aprendizagem, de sorte a conduzir progressivamente a esses conhecimentos sistematizados.

Assim, conforme Giardinetto (2010, p. 763),

[...] a importância da apropriação dos conhecimentos científicos e das demais objetivações para-si está em ser instrumento para cada indivíduo ter uma reflexão sobre os fenômenos que povoam sua vida cotidiana para além da mera opinião ou experiência de vida.

Dessa forma, as grandezas e medidas tornam-se objetos de estudo que estão diretamente ligados às práticas sociais e presentes nas atividades humanas das mais variadas culturas. Lima e Bellemain (2010, p. 175-176) destacam que “[...] é possível desenvolver inúmeras atividades de comparação de grandezas, sem medição [...] e podem ser trabalhadas com materiais concretos de vários tipos.” No entanto, há momentos nas atividades humanas que se faz necessário medir grandezas, tornando esse processo mais complexo. A escolha de uma unidade de medida quase sempre está atrelada ao uso de instrumentos graduados e, conseqüentemente, atribui-se um número à grandeza que se torna a medida, a partir de uma unidade escolhida.

Lanner de Moura (1995, p.67) ressalta:

Fazendo uma analogia entre o elemento humano que está na origem do número e aquele que pode estar na origem da medida, podemos dizer que, assim como a necessidade de controlar a variação das quantidades levou o homem a criar o número, a necessidade de controlar as variações das dimensões dos objetos levou-o a medir o espaço. Este elemento, que surge das relações dos homens entre si e com a natureza ao construir a medida, considerou como sendo um princípio orientador de como colocar o problema de medir para a criança.

Caraça (2010, p. 108-109, grifo nosso) refere-se a um nexos conceitual da medida:

A quantidade aparece-nos, assim, como um atributo da qualidade. [...] Na linguagem científica e filosófica, o termo quantidade é empregado, muitas vezes com sentidos diferentes. Aristóteles definiu quantidade como aquilo que é divisível em dois ou mais elementos integrantes, dos quais cada um é, por natureza, uma coisa uma e determinada. [...] toma-se como quantidade como aquilo que é objecto de medida, ou pelo menos, **aquilo que, por natureza, admite ser medido, ainda que não possam representá-lo efectivamente por um número.** [...] Considerarmos a **quantidade como um atributo da qualidade e não como um objecto, nem sequer exigimos que haja possibilidade de medir para falarmos em quantidade.**

Cunha (2008) explana que os aspectos discreto e contínuo podem ser estudados, estabelecendo-se uma relação entre estes dois e que, no entanto, dificilmente as medições, ao se comparar grandezas de mesma espécie, são trabalhadas nas salas de aula. Para compreender essa relação entre quantidade-qualidade, a referida autora exemplifica:

[...] uma mesma grandeza pode ser estudada sob os dois aspectos: sob o aspecto contínuo ou o aspecto discreto. Uma maçã, sob o aspecto da contagem é uma grandeza discreta, sob o aspecto contínuo a maçã pode ser pesada ou ainda podemos determinar seu volume. O grão de feijão é um grão do ponto de vista discreto; entretanto, ao comprarmos o feijão, fazemo-lo sob seu aspecto contínuo: o peso em quilos ou em gramas. Comparar quantidades implica no estabelecimento de comparações quanto ao aspecto discreto e contínuo. Ao compararmos “quantidades”, como o caso de um elefante com 100 formigas, qual quantidade é maior? A resposta a essa questão deve levar em conta os aspectos discretos e contínuos. Sob o aspecto discreto a quantidade 100 formigas é maior que a de um elefante, no entanto, sob o aspecto contínuo, ao compararmos o peso do elefante com 100 formigas, com o do elefante é muito maior. Portanto para se comparar quantitativamente grandezas é preciso definir que qualidade da grandeza está sendo considerada. (CUNHA, 2008, p. 33).

Este estudo indica que o conceito de área, sob o ponto de vista de sua constituição histórica inicial, foi-se consolidando, primeiramente, pela necessidade de se delimitar a superfície para a cobrança de impostos. No decorrer da história, outras necessidades foram surgindo para a formação do conceito, entre as quais está a possibilidade de se atribuir, por meio da quantificação necessária dos grãos para plantio e cultivo, a cobertura total do espaço, a fim de estabelecer as relações entre os grãos utilizados como instrumento de medição da superfície (aspecto discreto/quantitativo).

Nesse movimento, surge também a necessidade histórica que envolvesse a medição de uma mesma grandeza (superfície), a qual correspondesse ao espaço utilizado ou pavimentado como a base para a construção dos protetores, das pirâmides, entre outros espaços, transformando o processo de medição com tijolos retangulares e com o uso dos ladrilhos quadriculados como unidades de medida (aspecto contínuo/qualitativo) de pavimentação dessas superfícies.

Ao se deparar com muitas dessas situações históricas de previsões e estimativas acerca das grandezas, o homem nem percebe que tal ação foi contribuindo para a familiarização das unidades padronizadas, oportunizando uma escolha para a unidade mais adequada a uma determinada medição.

Sob esse aspecto, o professor pode oferecer várias estratégias sistematizadas e intencionais que contribuam para o desenvolvimento da noção de medidas estimadas, associando unidades padronizadas a objetos ou fenômenos familiares às crianças, de modo que as “medições mentais” possam ser realizadas, como, por exemplo, para a medida de um determinado espaço delimitado, deve-se recorrer ao centímetro, metro ou quilômetro.

Por estar tão presente na vida cotidiana, o eixo de grandezas e medidas possibilita ao professor oportunidades de desafiar seus alunos, refletir com eles, intervir de modo pontual, mediando o processo de aprendizagem e possibilitando aos estudantes condições de encontrarem soluções para as questões que enfrentam, na vida diária.

Nessa linha, o aprendizado dos conhecimentos matemáticos relativos a esse eixo pressupõe atividades que incluam a comparação e a ordenação de grandezas, bem como a sua composição e decomposição, tornando-se um facilitador para a apropriação do conceito de grandeza.

Moretti e Souza (2015) enfatizam que o estudante precisa desenvolver o senso de medida relacionada às grandezas, a partir das noções como mais perto, mais longe, mais leve, mais pesado, mais quente, mais frio etc., presentes nos anos iniciais da sua vida social e escolar. Tais situações, que exploram principalmente a percepção, a representação e o conceito, abarcando inicialmente o processo de generalização elementar, se efetivam no processo educativo, para a formação do pensamento teórico do referido conceito matemático.

Para tais atividades, professores e estudantes podem usar recursos didáticos variados, de origem natural ou manufaturados, como gravetos, pedras, água, areia, borracha, lápis, bola, corda, tesoura, tampinhas, palitos etc., com o intuito de analisar quais grandezas podem ser encontradas em cada objeto apresentado.

Mediante essa possibilidade didática, Dias (2007, p. 101) assinala que

[...] o conceito de estimativa tem sido muito utilizado por muitos meios como os livros didáticos e os Parâmetros Curriculares Nacionais. Essa forma de construção da solução, juntamente com outras, como “mão cheia”, “polegada pequena”, massa de areia de “10 prendedores” serviu-nos para ilustrar a discussão posterior sobre o senso de grandeza, a percepção da quantidade de grandeza de objetos ou fenômenos por meio das sensações. A repetição de processos de pensamento em diversos contextos, como a estimativa, pode impedir a criação e certas apropriações.

Em relação a estimativa há de se inferir que a prática pedagógica sob essa perspectiva para o ensino da Matemática se torna fundamental no início do processo, porém, não se pode fundamentar somente nela, pois, dessa forma, se trabalha apenas com as generalizações elementares pautadas apenas na percepção e na sensação, e com isso não promove o salto qualitativo na formação do pensamento. Logo, há de se organizar o ensino, utilizando recursos que ampliem tal conhecimento e se constitua o pensamento teórico de medição do espaço, de maneira mais precisa e padronizada.

Com tais premissas, o trabalho com as medidas passa a ter um novo significado, tendo em vista que estas quantificam as grandezas em qualquer lugar e diversas situações, as quais o estudante estiver vivenciando, exigindo sua interpretação e possibilitando uma abordagem interdisciplinar com as outras áreas do conhecimento, como as Ciências Naturais, por exemplo. Para tanto, compreender a noção de unidade, de estimativa e o uso dos diversos instrumentos de medição das distintas grandezas contínuas torna-se fundamental para a efetivação dos trabalhos que abordam as relações entre as unidades, os sistemas de medidas e a noção de aproximação, como, por exemplo, os números decimais.

### **3. A ATIVIDADE DE PESQUISA SOB A LUZ DA TEORIA DA ATIVIDADE: UMA ORGANIZAÇÃO NO PROCESSO DE INVESTIGAÇÃO**

Este capítulo tem como objetivo apresentar a organização da pesquisa, considerando-a como uma atividade humana singular. O aporte teórico-metodológico adotado nessa organização pauta-se na Teoria da Atividade, tendo como seu principal estudioso A. Leontiev (1984), que, juntamente com Vigotski e Luria (2009), incorporaram em seus estudos os princípios marxistas do método de investigação científica do materialismo histórico-dialético.

Em consonância a esse subsídio teórico-metodológico, este estudo firma-se no método materialista histórico e dialético<sup>4</sup>, por compreender que ele “[...] está vinculado a uma concepção de realidade, de mundo e de vida no seu conjunto [...] constitui-se numa espécie de mediação no processo de apreender, revelar e expor a estruturação, o desenvolvimento e transformação dos fenômenos sociais.” (FRIGOTTO, 2000, p. 77).

Com efeito, o caráter qualitativo deste estudo concebe-se enquanto uma estratégia metodológica para a apreensão do movimento do fenômeno em estudo. Sob essa concepção, concorda-se com Martins (2013, p. 3), ao considerá-la “[...] como instrumento lógico de interpretação da realidade”, constituindo em sua essência a lógica-dialética para essa interpretação.

Baseando-se em Kopnin (1978), Martins (2013, p. 5) expressa que a lógica-dialética configura-se no “[...] movimento progressivo, ascendente, que supera por contradição o simples em direção ao complexo” .

Em síntese, apreende-se que a estratégia metodológica adotada na pesquisa não se configura apenas em descrever empiricamente como o fenômeno educativo se desenvolveu, mas compreendê-lo de forma que sua essência seja desvelada, com base nas mediações para a formação das significações e, conseqüentemente, do pensamento teórico acerca do conceito matemático em estudo.

---

<sup>4</sup> Para um estudo mais aprofundado acerca do método materialista histórico-dialético, vide por exemplo Kopnin (1978) e Davidov (1988).

### **3.1. O materialismo histórico-dialético enquanto método desta investigação**

O processo de investigação científica do processo educativo, a partir da perspectiva histórico-cultural, requer do pesquisador uma postura dialética a propósito do objeto de estudo, considerando as relações entre a realidade objetiva e a atividade humana em que está inserida.

Essa propositura é consonante a afirmação de Frigotto (2000), que tal postura se apoia na essência, no mundo real, no conceito, na consciência real, na teoria e na ciência, sob as categorias da totalidade, mediação e práxis.

Nesse sentido, o método materialista histórico-dialético torna-se o instrumento organizador deste estudo, em função dos elementos: ponto de partida, problema, objetivo, hipótese e, por fim, a verificação e a demonstração da hipótese e da teoria, corroborando nesse processo de investigação do fenômeno para alcançar o objetivo proposto.

A princípio, Kopnin (1978, p. 229) destaca que a investigação científica deve ser vista como o processo de atividade especial do homem, em que a teoria permeie seu processo de formação, ou seja, torna-se “[...] um elemento basilar de investigação científica que nos leve à teoria e sirva de linha de compreensão do surgimento e evolução desta.” Com base nessa afirmação, compreende-se como ponto de partida os questionamentos acerca do processo de ensino e aprendizagem relacionados ao conceito matemático de área, enquanto uma grandeza de superfície. .

Nesse contexto, a questão delineada foi denominada, enquanto problema, por Kopnin (1978, p. 230-231), “[...] como aquilo que não foi apreendido pelo homem, mas que é necessário apreender” e que “[...] compreende necessariamente o conhecimento das vias de sua solução”, orientando assim todo o processo de investigação. Por isso, esta pesquisa propõe investigar, por meio de uma intervenção pedagógica, as significações expressas por estudantes na aprendizagem do conceito matemático de área fundamentada no movimento lógico-histórico desse conceito.

Tendo como norte o objetivo supracitado neste estudo, é possível associar o que Kopnin (1978) expõe sobre a sistematização do conhecimento enquanto uma síntese na sua forma superior, ou seja, a pesquisa apresenta, no seu desenvolvimento, a compreensão acerca da essência do conhecimento teórico-científico e de suas formas vinculadas à interpretação do objeto em

estudo: as significações e a organização do ensino do conceito matemático de área, inerentes ao processo educativo, a partir da perspectiva histórico-cultural e do movimento lógico-histórico do conceito em questão.

No processo de pesquisa, a análise e a síntese configuram-se essenciais. Esses dois elementos, Kopnin (1978, p. 236) descreve que “[...] análise e a síntese têm caráter criativo e seu resultado é o avanço do nosso conhecimento”. Sendo assim, a análise e síntese constituem os processos mediadores do conhecimento pregresso com o conhecimento futuro que se materializam no texto argumentativo.

Destarte, é possível inferir que tal relação se consolida neste estudo por meio do suporte teórico da Psicologia Histórico-Cultural e do movimento lógico-histórico acerca do objeto de ensino, configurado no desenvolvimento de uma Atividade Orientadora de Ensino, a qual preconiza como eixo central do conhecimento a gênese/essência do conceito de área materializado pela atividade prática do homem, em busca de atender às suas necessidades, ao longo da história da humanidade.

Para Kopnin (1978, p. 239) a teoria

[...] é a forma do conhecimento que pode servir de escala para a avaliação da maturidade de todos os outros sistemas. A investigação científica já se manifesta desde o início (...) desde a colocação do problema, como certo arquétipo da teoria, seu embrião. [...] a resposta à pergunta contida no problema não será “sim” nem “não” mas “provavelmente”, e o próprio sistema de conhecimento assumirá em conformidade com isto a forma de hipótese.

Nessa linha, o estudo pauta-se no elemento da hipótese para configurar a análise e a síntese acerca do objeto de estudo. Para tanto, esta investigação propõe, como hipótese: uma AOE desenvolvida a partir de um processo lógico-histórico rico sobre área pode contribuir para a formação da significação de área coerente com o movimento lógico-histórico desse conceito?

Assim,

[...] na hipótese como se sabe, a suposição ocupa outro lugar e exerce função inteiramente diversa. Constitui o centro, o foco da hipótese, para ela se volta a atenção do estudioso, à base dela ocorre o sucessivo o movimento do pensamento, o descobrimento de novos fatos e leis.” (KOPNIN, 1978, p. 257).

Outro elemento apontado por Kopnin (1978) refere-se à verificação e à demonstração da hipótese e da teoria. Nesse processo, conforme esse autor, o movimento de transformação da hipótese em uma determinada teoria só pode ocorrer por meio da prática. Por prática, o referido autor entende o

princípio-base a ser considerado “[...] na transformação da hipótese em teoria autêntica.” (KOPNIN, 1978, p. 288).

Sob esse aspecto, pode-se apreender que este estudo retrata esse processo por meio da organização e do desenvolvimento da AOE junto aos estudantes, bem como a materialização dos elementos estruturantes o processo se refere a hipótese.

Como forma de efetivar a possível relação entre a hipótese e a produção de conhecimento sobre objeto de estudo, o processo de análise e síntese dos resultados configuram-se na constituição desta produção científica.

### **3.2 A organização da Atividade de Pesquisa: a metodologia da investigação**

Como forma de organização da atividade de pesquisa, os componentes norteadores da Teoria da Atividade, apresentados por Leontiev (1984), tornam-se elementos essenciais na maneira de organizar e estruturar um plano de ação deste estudo: a necessidade, o motivo, o objetivo, as ações desenvolvidas e as operações manifestadas.

Desse modo, este capítulo tem como eixos norteadores da atividade de pesquisa elementos da Teoria da Atividade, explicitando-se a necessidade de compreender as significações manifestadas por estudantes de um 5º ano, na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, amparada no movimento lógico-histórico desse conceito.

Moura (2017, p. 56) considera a pesquisa, enquanto atividade, quando reflete uma “[...] síntese de um projeto coletivo; ter uma necessidade coletiva; ter um plano de ação coordenado; coincidir motivo com objeto e, sobretudo, ser dos sujeitos”.

Essa necessidade não é individualista, nem quanto aos sujeitos nem quanto ao conceito, mas coletiva, tendo em vista que um professor é um representante social de sua categoria de trabalho e coaduna por sua atividade principal com o objetivo de outros professores se indagarem sobre o processo de ensino-aprendizagem. Analogamente os estudantes, no direito de exercerem sua atividade de estudo.

Nesse sentido, essa necessidade não assume o caráter prático e imediato. Ela conduz a um levantamento de hipóteses e à busca de uma solução teórico-prática recorrente do sujeito.

Devido à especificidade do próprio fenômeno a ser investigado e da necessidade explicitada anteriormente, a abordagem, nesse processo, tem o caráter qualitativo.

O plano de ação constitui-se de uma sistematização de estudos sobre o objeto de investigação, pela apreensão do aspecto lógico-histórico do conceito de área, por um levantamento bibliográfico destinado a identificar o universo das produções acadêmicas sobre esse conhecimento matemático, tendo como base a concepção teórica adotada, por uma intervenção didática junto a um grupo de estudantes e pela coleta e análise das produções desse grupo.

Os procedimentos iniciais de busca em bancos de dados e produções acadêmicas objetivou-se conhecer, por meio da leitura preliminar dos títulos e resumos, como o objeto de estudo tem sido desenvolvido, no universo acadêmico. Em face dessas informações, efetua-se uma análise fundada na realização da leitura do resumo e da metodologia, elencando as possíveis produções que poderiam colaborar ou não com este estudo, apontando os elementos que justificassem a materialização e a relevância desta investigação.

São úteis as indicações de Araújo e Moraes (2017, p. 60):

Temos, assim, o objeto (conteúdo) e o método da pesquisa (forma), apresentados em um primeiro momento da investigação, pelo conhecimento, pela intervenção do pesquisador sobre o fenômeno, o qual irá se estruturar e se apresentar em uma forma mais desenvolvida, em uma nova síntese. Isto resulta em considerar o objeto da pesquisa, bem como o conhecimento já produzido em torno dele, na dimensão lógico-histórica, como atividade humana objetivada na realidade prática e no conhecimento sobre essa realidade. Essa posição permite, potencialmente, compreender o fenômeno para além de sua aparência.

Posteriormente, aprofundou-se os estudos nas obras dos teóricos em destaque, nas fundamentações teóricas e históricas, assim como nas produções provenientes desses pressupostos, de sorte a subsidiar sua compreensão quanto à organização do ensino que preconiza a formação do pensamento teórico, a partir movimento lógico-histórico com a Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

Ainda incorporado a esse componente metodológico, propõe-se a elaboração de uma AOE, enquanto uma atividade pedagógica, que contemple

tanto a atividade de ensino do professor como a de aprendizagem para o estudante.

O objetivo da intervenção é observar o fenômeno no ensino-aprendizagem no próprio ambiente em que ocorre, na escola, na sala de aula, de modo a evidenciar o movimento das significações que compreende o conceito de área.

[...] servir de meios para se destacar determinadas abstrações e generalizações do fenômeno em questão: produz-se abstrações teóricas com base naquelas dimensões singulares e particulares do fenômeno empírico. Contudo, mesmo que tais abstrações possam ser referidas à dimensão genérica do fenômeno, este se dissolve em sua existência abstratamente formal. Para superar tanto a imediaticidade empírica do fenômeno (sua condição singular imediata) quanto a sua genericidade abstrata (sua condição genérica formal) é preciso apreender o fenômeno em seu movimento constante e objetivo entre esses traços singulares e gerais que o constituem. (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 61).

Os sujeitos envolvidos são constituídos pela professora e um grupo de 19 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Bauru, os quais apresentaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndices A e B) assinados pelos seus responsáveis, autorizando-os a participar da pesquisa. Inicialmente, a turma era composta por 20 estudantes, no entanto, no decorrer do desenvolvimento da AOE, um deles foi transferido para outra unidade escolar em outro município.

Mesmo tendo tal documentação assinada, foram utilizados sobrenomes comuns do contexto geográfico em que a AOE está fundamentada, para se referir aos estudantes; ademais, nas imagens reproduzidas, seus rostos não ficaram nítidos, procurando-se assegurar a privacidade, no que concerne à identidade das crianças.

Como reportado, o uso de diferentes instrumentos e recursos metodológicos aconteceu com o objetivo de compreender o fenômeno em estudo, na sua totalidade, evitando-se a fragmentação no processo de coleta de dados e possibilitando a apreensão do movimento que constituiu o objeto de estudo. Dessa maneira, concluiu-se essa etapa da coleta de dados, acumulando-se aproximadamente 5 horas de gravações de áudio de cada um dos 5 grupos de estudantes, totalizando quase 25 horas de registros e por volta de 30 horas de registros de vídeo, captando o movimento das atividades efetivadas no espaço da sala de aula e/ou na particularidade dos grupos.

O procedimento de coleta de dados pautou-se nos registros produzidos pelos estudantes, no decorrer das atividades propostas, a fim de se ter em mãos o máximo de informações sobre cada etapa de apropriação do conceito de cada estudante, das gravações de áudio e de vídeo no processo de desenvolvimento da AOE coordenada pela professora, com o auxílio operacional de uma estudante de Pedagogia e o registro pessoal do processo de desenvolvimento da AOE.

Para explicitar o movimento do fenômeno constituiu-se 12 episódios associados à proposição da situação desencadeadora de aprendizagem, organizada a partir de quatro nexos conceituais: a delimitação da porção de terra, a divisão dessa porção de terra delimitada pela metade, a mensuração por meio de grãos, tijolos e ladrilhos (aspecto discreto) e, por fim, o registro da medição da porção de terra, apoiando-se na medição métrica padronizada e usando a unidade de medida universal (aspecto contínuo) materializados nas manifestações dos grupos de estudantes.

Nesse movimento de análise, será possível conhecer o objeto de estudo, ou seja, as significações manifestadas por estudantes de um 5º ano, na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, a partir no movimento lógico-histórico desse conceito. Moura (2016, p. 155) refere-se a seleção dos episódios como sendo “[...] o modo ou procedimento de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo”. Nesse sentido, esse ponto de seleção dos episódios de ensino pode ser considerado uma ação de pesquisa, apoiando-se também no conceito de episódios, proposto por Moura (2016), considerando-os como momentos de ensino que refletem os saltos qualitativos dos estudantes, no processo de aprendizagem, demonstrando a situação de conflito para a formação do novo conhecimento.

Esse processo permite compreender as significações que os estudantes foram produzindo, no decorrer da atividade de estudo, com o conhecimento matemático de área. Esses episódios podem ser configurados como as situações em que a fala, seus gestos e expressões, revelam como os sujeitos estão elaborando seus pensamentos, assim como as manifestações escritas que podem desvendar os aspectos substanciais no processo de compreensão do conceito de área.

Com relação aos episódios, Araújo e Moraes (2017, p. 68) explicitam:

Nesse sentido, os episódios se relacionam com os isolados, há coincidência, mas não identidade, ou seja, em uma unidade dialética, os isolados se configuram como conteúdos de análise e os episódios como forma de expor a análise de modo a evidenciar as unidades de análise que permitiram compreender o fenômeno em seu processo de mudança. Em termos de estrutura, os episódios podem se organizar por meio de cenas que buscam revelar as múltiplas determinações, as relações essenciais que possibilitam.

Sob essa perspectiva, entende-se que

[...] um isolado é, portanto, uma seção da realidade, nela recortada arbitrariamente. [...] Mas é de bom senso do observador recortar o seu isolado de estudo, de modo a compreender nele todos os factores dominantes, isto é, todos aqueles cuja acção de interdependência influi sensivelmente no fenómeno a estudar. (CARAÇA, 2010, p. 105).

Assim, a pesquisa, enquanto atividade efetiva-se quando as operações, desenvolvidas buscam, na forma dos materiais coletados, os conteúdos que se articulam e consolidam o encaminhamento do estudo ao seu objetivo principal.

Esse componente, conforme Araújo e Moraes (2017, p. 61), representam uma

[...] compreensão do papel dos fenômenos empíricos no processo investigativo, no qual tais fenômenos são captados por um determinado procedimento investigativo (por exemplo, observação, entrevistas, experimentos ou análise documental) e “utilizados” de modo mais ou menos direto para a análise.

Nesse movimento da Teoria da Atividade, é possível inferir que, por meio das operações delineadas na atividade de pesquisa, se pode apreender a realidade com que o objeto de estudo se apresenta, no decorrer das transcrições das gravações audiovisuais, na captação de imagens que materializam o movimento dialético da objetivação-apropriação do conceito matemático de área, na coleta das produções dos estudantes ao longo da AOE, na seleção dos episódios, no levantamento bibliográfico e no estudo teórico. Com tais materiais, a operação também se consolida no processo de organização desses dados coletados para sua análise, definidos pelos princípios teórico-metodológicos determinantes, a fim de sintetizar os aspectos essenciais no processo de generalização do conceito pelo estudante.

Sobre o processo de objetivação-apropriação do conceito, Moura et al (2011) disserta como sendo o processo em que os homens se formam, por meio das atividades práticas, produzindo meios/instrumentos que satisfaçam

suas necessidades, promovidas pelas suas relações sociais, objetivando nesses produtos materiais ou ideais o seu conteúdo e a sua forma, de acordo com atividade a ser desenvolvida. Através desse processo de objetivação, os homens constituem e modificam a cultura humana, na história da humanidade, além de se apropriarem dos elementos da cultura historicamente acumulada, considerando-os como elementos mediadores no processo de sua formação enquanto gênero humano.

No âmbito desta pesquisa acerca do processo educativo, estabelecer a relação dialética entre objetivação e apropriação e a AOE nesta investigação contribuirá no processo de compreensão das significações manifestadas por estudantes de um 5º ano, na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, a partir no movimento lógico-histórico desse conceito.

Dentre as ações da pesquisa está a organização de uma AOE. O quadro 1 mostra uma síntese dessa elaboração separando-a em 4 momentos pelos nexos conceituais, as ações planejadas. Essa estruturação serviu instrumento norteador para a busca de episódios que evidenciasse cada momento. As situações desencadeadoras de aprendizagem (apresentadas após o quadro 1) foram elaboradas a partir do movimento lógico-histórico do conceito matemático de área, apoiando-se nos nexos conceituais constituídos nas atividades humanas que contribuíram para a formação do conceito, enquanto uma grandeza de superfície.

### QUADRO 1 – ORGANIZAÇÃO DA ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

MO MEN TO	NEXO CONCEITUAL	OBJETIVO	AÇÃO	OPERAÇÃO (episódios)
1	DELIMITAÇÃO DA SUPERFÍCIE	Conhecer o contexto histórico, geográfico, social e cultural da história virtual e sua problematização inicial: delimitação da porção de terra.	Apresentação da proposta. Apresentação do contexto histórico, social e cultural. Escolha dos sobrenomes (pseudônimos). Divisão dos grupos, utilizando a técnica de subtração sucessiva. Apresentação da história virtual, com o 1º problema desencadeador: delimitação da porção de terra. Socialização das possíveis estratégias.	Transcrição dos diálogos entre todos os estudantes e da professora acerca da contextualização histórica da AOE. Captação de imagem da divisão dos estudantes em grupos, pela técnica de subtração sucessiva. Coleta e análise dos episódios 1 ao 5 com base nas elaborações dos estudantes, no decorrer do desenvolvimento da situação desencadeadora de aprendizagem
2	DIVISÃO DE ÁREA	Buscar uma unidade de medida para mensurar uma superfície.	Entrega de uma representação da base dos terrenos com o rio (papel pardo), para delimitação dos terrenos e divisão da porção de terra pela metade. Apresentação da história virtual, com o 2º problema desencadeador: dividir o terreno pela metade para plantar os grãos e, na outra metade, construir a plataforma de tijolos de seus protetores. Resolução coletiva da situação-problema.	Transcrição do diálogo e imagem das estratégias utilizadas pelos estudantes acerca do 1º problema desencadeador. Transcrição do diálogo e imagem das estratégias utilizadas pelos estudantes acerca do 2º problema desencadeador. Coleta e análise dos episódios 6 e 7 com base nas elaborações e produções dos estudantes, no decorrer do desenvolvimento da situação desencadeadora de aprendizagem.
3	MEDIÇÃO DE ÁREA	Calcular a área, utilizando uma unidade discreta (projeção ortogonal das sementes de abóbora).	Apresentação da história virtual com 3º problema desencadeador: medindo área com sementes de abóboras. Medição e registro das áreas com grãos.	Transcrição do diálogo e imagem das estratégias usadas pelos estudantes acerca do 3º problema desencadeador, com o uso de grãos de abóbora como instrumento de medição.

			<p>Apresentação da história virtual, com o 4º problema desencadeador: medindo área com tijolos.</p> <p>Resolução da situação-problema com tijolos.</p> <p>Socialização das estratégias e registro das áreas.</p> <p>Apresentação da história virtual, com o 5º problema desencadeador: medindo área com ladrilhos quadrangulares.</p>	<p>Transcrição do diálogo e imagem das estratégias empregadas pelos estudantes acerca do 4º problema.</p> <p>Transcrição do diálogo e imagem das estratégias usadas pelos estudantes acerca do 5º problema.</p> <p>Coleta e análise dos episódios 8 a 10 com base nas elaborações e produções dos estudantes, no decorrer do desenvolvimento da situação desencadeadora de aprendizagem.</p>
4	PADRONIZAÇÃO DA UNIDADE DE ÁREA	Conhecer a padronização na da unidade de área.	<p>Apresentação da história virtual, com o 6º problema desencadeador: registro da área do terreno por meio da tabuleta quadriculada.</p> <p>Resolução da situação-problema, com o uso de tabuleta quadriculada como representação do terreno para o Rei.</p> <p>Socialização das estratégias e registro.</p> <p>Síntese dos estudantes.</p> <p>Apresentação e realização do jogo “Descobrimo por trás da imagem” e suas regras.</p> <p>Participação dos estudantes com o jogo.</p>	<p>Transcrição do diálogo e imagem das estratégias usadas pelos estudantes acerca do 6º problema.</p> <p>Transcrição do diálogo entre os estudantes, a partir da medição dos animais montados com as peças de pentaminós.</p> <p>Coleta e análise dos episódios 11 e 12 nas elaborações e nas produções dos estudantes, no decorrer do desenvolvimento da situação desencadeadora de aprendizagem.</p>

**Fonte:** Elaborado pela autora.

As situações desencadeadoras de aprendizagem se configuraram como histórias virtuais, enquanto um recurso metodológico referenciado por Moura (2010, p. 120),

[...] como uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade.

No primeiro momento, o nexos conceitual se refere às atividades humanas que motivaram a necessidade do homem em delimitar a porção de terra para mensurar a superfície das terras. A história virtual inicialmente proposta, a partir da 1ª situação desencadeadora de aprendizagem, desenvolve-se pelo seguinte contexto:

*Um grupo de agricultores foi convocado pelo Rei da cidade de Ur, na Mesopotâmia, que, ao observar as terras à margem do Rio Tigre, percebeu que, como eram muito férteis e propícias para o cultivo de grãos e sementes, precisava distribuí-las em porções iguais a todos os presentes. No entanto, era preciso que os agricultores delimitassem as porções de terra de modo que todas tivessem a mesma superfície.*

Após essa situação, o segundo momento refere-se ao nexos conceitual da divisão da porção de terra pela metade, considerando que, naquele momento histórico, ainda não havia meios padronizados para que os agricultores realizassem tal operação. Perante tal nexos, os estudantes se depararam com a 2ª situação desencadeadora:

*Para que se tornassem proprietários efetivos dessas terras e pudessem se instalar nesses terrenos, a fim de transformá-los espaços produtivos, por meio do trabalho agrícola, era preciso ainda que cada um dos agricultores dividisse a porção de terra recebida em duas partes iguais, de maneira que a primeira metade fosse destinada à plantação e ao cultivo de grãos, na outra metade, se construísse uma plataforma de tijolos cozidos, evitando a invasão das águas do rio, no período das inundações, em seus protetores.*

Por sua vez, no terceiro momento, com base no nexos conceitual voltado ao processo de medição, com o auxílio de uma unidade de medida discreta, como as sementes de abóboras, a 3ª situação desencadeadora de aprendizagem configura-se no seguinte contexto:

*Os agricultores, mediante as suas porções de terra, estimam quantos grãos ou sementes (nesse caso, as sementes de abóbora) são necessários para serem comprados junto ao rei. Nesse contexto, cada agricultor solicita uma quantidade estimada junto ao Rei, que a disponibiliza e, sobrepondo-as sobre a base do papel pardo (representação do terreno delimitado e com formato geométrico definido na etapa anterior), realiza a contagem das sementes que cobrem a superfície*

Em seguida, registra-se a quantidade de sementes (unidades discretas) utilizadas que cobriram a superfície do terreno e, posteriormente, depara-se com a 4ª situação desencadeadora:

*Surge a necessidade de encontrar uma unidade de área que pudesse superar tal dificuldade e obter uma mesma medida entre os agricultores. Nesse contexto, desponta a possibilidade sugerida por um dos conselheiros do Rei, que tinha certa experiência com produção de tijolos retangulares cozidos.*

Posteriormente, tem-se a 5ª situação desencadeadora de aprendizagem envolvendo a medição da superfície e empregando peças de cerâmicas quadriculadas:

*Mediante a construção da plataforma de tijolos de barro cozido para edificarem a base dos protetores, foi solicitado aos agricultores que pavimentassem tal base, usando os ladrilhos decorados, cujo formato teria a mesma dimensão (lados) no seu comprimento e na sua largura. Para tanto, seria preciso que os agricultores fizessem um único pedido das peças, a partir da plataforma de tijolos que haviam construído.*

No quarto momento, segundo o nexos conceitual, a necessidade em se encontrar uma forma padronizada de calcular a superfície, de modo que houvesse a cobertura total da porção de terra por meio de uma unidade de medida contínua. Assim, propõe-se a 6ª situação desencadeadora:

*Por meio da entrega de uma tabuleta quadriculada, cujo quadrado mede 1cmx1cm, permite a cada agricultor registrar a medição da superfície da sua porção de terra, tendo como base a quantidade de ladrilhos utilizados na pavimentação de cada plataforma. Desse modo, utilizando 1 como unidade da área quadrada da tabuleta, os agricultores puderam calcular a medida da superfície da plataforma ladrilhada e do terreno todo.*

Como forma de sistematização do conceito de área, nesse momento, é oferecido aos estudantes o jogo “*Descobrimo por trás da imagem*”, com a proposta de atividade de montagem de imagens de animais utilizando peças de pentaminós inspirados nos elementos que constituíram o movimento lógico-histórico, relacionado à confecção de mosaicos como o Portal de Ishtar, a qual tem materializados em suas paredes, animais montados com tijolos.

Toda a organização de ensino será pormenorizada no Capítulo 6 deste estudo que, também constituirá o produto educacional com as orientações didático-metodológicas e o jogo pedagógico.

Os recortes dessa realidade são expostos, nesta pesquisa, pelo uso da sigla GA, para se referirem às manifestações orais dos estudantes agrupados em cada base, transcritas a partir das gravações de áudio. Como forma de identificar cada grupo, as gravações são identificadas pelas siglas GA1 (grupo de agricultores 1), GA2 (grupo de agricultores 2), GA3 (grupo de agricultores 3), GA4 (grupo de agricultores 4) e GA5 (grupo de agricultores 5).

Para as gravações audiovisuais, usa-se a sigla AV, indicando a fala dos estudantes em momentos de socialização coletiva. A intervenção da professora em alguns momentos pela palavra PROFESSORA e em outros pela palavra REI para representar o personagem da história virtual com o uso de uma coroa.. Os registros escritos dos estudantes serão identificados pelos sobrenomes escolhidos no início da AOE.

Como forma de manter o sigilo dos dados, foi atribuído um código numérico ao episódio selecionado, representando a data do desenvolvimento da AOE, com o intuito de compor a sequência lógica dos fatos, como, por exemplo, 14082017. Tendo em vista a possibilidade em identificar mais de um episódio no decorrer da mesma gravação audiovisual, foi atribuído o código #, seguido do número cardinal em ordem crescente, de modo que seja possível

identificar o fenômeno em análise na gravação, como por exemplo, AV\_25082017#1 e AV\_25082017#2.

Por conseguinte, destaca-se neste texto a organização da Atividade Orientadora de Ensino, caracterizada em um caderno didático para o professor, com orientações teórico-metodológicas, juntamente com os encartes do jogo “Descobrimo por trás da imagem”, enquanto produto educacional como requisito do Programa de Pós Graduação em Docência para Educação Básica da Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru caracterizando assim, o Mestrado Profissional.

## 4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Uma construção não começa pela cúpula.  
A ela chegar-se-á com tempo e persistência;  
se os alicerces forem bem lançados.  
Irmã Arminda Sbríssia (1921-1965).

Este capítulo delineou-se sobre algumas considerações acerca do movimento dialético lógico-histórico do conceito de área a fim de compreender como as atividades práticas humanas foram se constituindo no decorrer da história da humanidade em relação a esse conceito matemático.

Com o propósito de desenvolver um estudo pautado na relação entre a atividade pedagógica e o desenvolvimento humano a partir da Psicologia Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, desenvolve-se algumas considerações sobre a atividade dominante do público de estudantes envolvidos, como a atividade de estudo como a forma de promover a apropriação do conhecimento científico e o desenvolvimento do pensamento teórico apoiando-se em conceitos inerentes à essas perspectivas teóricas como sentido, significado e significação.

Ao inferir que o ensino fundamentado em práticas memorísticas, superficiais e repetitivas que exijam do estudante apenas a memorização e operação mecanizada dos procedimentos matemáticos não contribui efetivamente para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e a formação do conceito teórico, este capítulo configura-se também com considerações acerca da Atividade Orientadora de Ensino, enquanto um instrumento de unidade de formação tanto para o professor como estudante, por proporcionar o processo de apropriação do conhecimento a partir da gênese do conceito, ou seja, que se constitui a partir de uma atividade humana, que se destaca como conhecimento científico dentro do ambiente escolar.

Conceber a atividade pedagógica como uma atividade humana no processo de produção de conhecimento, demanda considerá-la como resultado da produção do homem encarnada dos elementos lógico-históricos que o constitui tornando-a a força propulsora que pode promover o desenvolvimento humano no ambiente escolar.

#### 4.1. Movimento lógico-histórico do conceito de área

Ao considerar que nas mais antigas civilizações, o homem necessitou medir coisas e teve que buscar meios para realizar tais medições. Inicialmente, acreditava-se que esse ato de medir era intuitivo e se relacionava com a necessidade de se alimentar, em função do novo modo de vida, deixando o caráter nômade de sobrevivência pela fixação em determinado espaço, para desenvolver a agricultura e a domesticação de animais, resultando na necessidade de se armazenar tudo aquilo que se produzia em excesso.

Nesse período, o homem lançou mão das partes do seu corpo, utilizando os pés, a palma da mão, os passos, a largura da mão, a grossura do dedo como instrumentos para medir o comprimento. Essas estratégias de medição não se apresentavam de modo preciso e exato, variando de homem para homem, gerando conflitos nas relações comerciais e pessoais de comunicação. A partir do momento em que o homem começou a viver em comunidade, houve a necessidade de se criar estratégias de medição que viabilizasse a vida em sociedade, a comercialização de produtos e as cobranças de impostos que fossem justas e precisas, em qualquer lugar do mundo. A necessidade de se determinar padrões referentes às grandezas e às medidas motivou o homem a pensar na comparação entre as grandezas de uma mesma natureza, resultando, assim, nas ideias associadas às medidas geométricas.

Com base nesse contexto, este estudo buscou percorrer a trajetória histórica da atividade humana, impulsionada pela necessidade humana que foi constituindo o conceito de área aplicado com os conhecimentos matemáticos.

Com o intuito de refletir sobre o processo histórico desse conhecimento matemático e trazê-lo à tona, como um recurso ao organizar o ensino, de tal modo que possa contribuir com o processo de ensino-aprendizagem, esta pesquisa buscou nos estudos de Boyer (1974), Eves (2011), Smith (1958), Hogben (1970) e Childe (1978), assim como na dissertação de Facco (2003) e na tese de Santos (2014), subsídios teóricos que abordassem os aspectos históricos da atividade humana voltada à concepção de área. Tais subsídios colaboraram efetivamente para o desenvolvimento deste estudo, tendo em vista que puderam ampliar os conhecimentos, superando os procedimentos

didático-metodológicos de ensino empírico, técnico e lógico-formal, encontrados em algumas práticas pedagógicas.

Por entender que, para superar tais práticas, é necessário procurar novos elementos teóricos capazes de cooperar com o ensino de Matemática, uma das maneiras possíveis foi compreender o processo histórico e a necessidade humana pela qual esse conceito foi se constituindo, ao longo da evolução das relações sociais. No entanto, a preocupação dessa investigação não foi organizar cronologicamente os fatos, suas datas e seus personagens, mas compreender e analisar como as necessidades humanas foram se desenvolvendo, em diferentes contextos sociais e culturais, permitindo-nos refletir sobre os elementos que foram consolidando o conceito de área em que todos os sujeitos, enquanto seres históricos estavam envolvidos.

Destarte, esta pesquisa reúne reflexões acerca do processo educativo, debruçando-se sobre a organização do ensino e aprendizagem da Matemática, por meio da Atividade Orientadora de Ensino, a partir do movimento dialético lógico-histórico.

Para tanto, os conceitos de fluência e interdependência entre os conceitos se tornam evidentes, ao referir-se à concepção de área enquanto uma grandeza.

Tal reflexão ancora-se em Caraça (2010), que destaca duas características fundamentais nesse processo de estudo, a fluência e a interdependência, as quais ensejam esse movimento a propósito do conceito matemático em questão. Por fluência compreende-se um processo constante da atividade humana: tudo que está ao redor do sujeito se transforma, seja o espaço, seja o tempo, os instrumentos, as relações sociais. Dessa forma, deu-se a constituição do conceito de área, assim tão conhecido no âmbito escolar, através dos cálculos, para obtê-la, sem, contudo, se ter a ênfase em sua constituição enquanto pensamento teórico.

Nesse sentido, Caraça (2010, p. 103) recupera a afirmação de Heráclito de Éfeso: “O mundo está em permanente evolução, todas as coisas, a todo o momento, se transformam, tudo flui, tudo devém.”

Assim, o que se pode inferir em relação ao conceito matemático de área, durante a história da Humanidade, é que as necessidades humanas, como a divisão de terras, a cobrança de impostos, a produção têxtil, a confecção de mosaicos e a pavimentação de superfícies planas, foram se

articulando de acordo com as condições existentes em determinados momentos e contextos sociais, econômicos e culturais.

Para Caraça (2010, p.103), o conceito de interdependência remete à ideia de que

[...] todas as coisas estão relacionadas umas com as outras, o Mundo, toda esta realidade em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam todos da vida uns dos outros.

Isso posto, a interdependência se reflete, por meio desse percurso histórico, quando, ao compor o conceito de área sob o movimento lógico-histórico, articula e inter-relaciona as necessidades humanas, nos diferentes contextos, no decorrer da História.

Mesmo diante desse movimento de fluência e interdependência, este estudo tem-se apoiado na concepção de isolado, defendido por Caraça (2010), por fazer um recorte de todo o movimento de constituição do conceito, da totalidade, ao ater-se ao processo lógico com que o conceito se constituiu, pela perspectiva de mensuração de uma superfície plana.

O movimento apresentado na história, em relação aos procedimentos humanos, com o intuito de se atender à necessidade de se mensurar uma superfície, foi perpassando algumas situações da atividade humana específica, que direcionou a humanidade para chegar a uma unidade de medida padrão que temos hoje.

Todavia, por adotar tais conceitos, cujo olhar lógico-histórico se aproxima, infere-se que a prática educativa sobre o ensino da Matemática contrapõe-se às práticas educativas memorísticas e superficiais, possíveis de serem encontradas na sala de aula, haja vista que essas organizações de ensino impedem que o aluno reflita sobre o porquê do conhecimento que está sendo ensinado e dificultando sua compreensão sobre o processo de como se chegou a essa definição matemática, à qual esse conceito se refere.

Mediante esse movimento lógico-histórico do conceito, o embasamento teórico-metodológico que fundamenta esta pesquisa pauta-se nos pressupostos do método materialista histórico e dialético, tendo como fio condutor de investigação o viés lógico-histórico. Tal embasamento tem, como aporte teórico principal, Kopnin (1972, 1978) e pesquisas e produções científicas que se apoiam em seus estudos, como aponta Rezende (2015, p. 30), citando os trabalhos de Duarte (1987), Moisés (1999), Sousa (2004), Dias

(2007), Amorim (2007), Cunha (2008), Panossian (2008), Rosa (2009), Peres (2010), Lemes (2012), Panossian (2014).

Autores como Sousa (2004), Dias (2007), Cunha (2008) e Panossian (2014), têm apresentado a perspectiva lógico-histórica como uma teoria que permite o rompimento com o reducionismo formalista e tecnicista, ainda muito marcante no ensino de matemática brasileiro, e que prioriza o produto em detrimento do processo, deixando de lado as questões históricas e humanas que estão implícitas nos conceitos matemáticos. (REZENDE, 2015, p. 20).

Em face dessas produções apontadas por Rezende (2015), esta pesquisa apoiou-se nesses quatro autores supracitados, respaldando-se na perspectiva do movimento lógico-histórico, para compreender o processo de constituição do conceito matemático, na organização do ensino e da aprendizagem.

Com base nos estudos de Kopnin (1972, 1978), é necessário compreender, primeiramente, os conceitos de lógico e histórico, dentro de um movimento dialético cujas premissas fundamentais se concretizam com o marxismo, por meio do método do materialismo histórico-dialético, enquanto um dos pares das categorias empregadas para compreender o movimento do conhecimento científico e a formação do pensamento.

Amparando-se nas ideias do autor, para se compreender o processo de constituição do conceito de área desenvolvido pela atividade humana, em diferentes contextos e necessidades, infere-se que tal processo precisa partir de uma organização racional das ações humanas decorrentes do trabalho, da produção e da vida em sociedade.

Nesse sentido, o referido autor considera o aspecto lógico nesse processo de compreensão como sendo

[...] o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. (KOPNIN, 1978, p.183).

Com esse fato se pode justificar que os elementos de história da Matemática podem contribuir para seu ensino, tendo em vista a possibilidade de compreender o processo com que o homem foi constituindo o conceito, por meio da utilização prática. Nesse sentido, concorda-se com Dias (2007, p. 21), quando assevera que “[...] é na atividade humana que podemos compreender as singularidades das formações dos conceitos científicos.”

Kopnin (1978, p.183) acrescenta que, por histórico,

[...] subentende-se como o processo de mudanças do objeto as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade.

Com efeito, compreende-se como histórico todo o contexto social, econômico e cultural, ou seja, a realidade com a qual a atividade humana foi estruturando a formação do conceito, a partir de uma necessidade.

Segundo Kopnin (1978, p. 207), “[...] não se pode entender a essência do conceito sem examinar o processo de sua formação e desenvolvimento.” Isso posto, infere-se que não há como se construir um conceito, como o de área, se não se compreender como o processo de constituição ocorreu ou ainda ocorre para a formação do conhecimento científico.

Nesse mesmo direcionamento, Panossian (2014) entende que essência pode ser compreendida como uma síntese do processo de várias abstrações, no decorrer do desenvolvimento do conhecimento científico.

Por isso, o olhar sobre o conceito de área se direciona sob um movimento dialético de sua formação, em que “[...] ela estabelece, antes de tudo, que a fonte objetiva da formação e desenvolvimento dos conceitos é o mundo real, sendo a base material constituída pela prática histórico-social dos homens.” (KOPNIN, 1978, p. 208).

Assim, como se ressaltou anteriormente, os conceitos lógico e histórico não podem ser compreendidos como unidades isoladas, na formação do conhecimento científico, mas como uma unidade dialética que busca sintetizar toda a história da instauração dos conceitos, principalmente os matemáticos.

Logo, a intenção deste estudo não está em apenas realizar uma abordagem histórica e cronológica do conceito matemático de área, mas “[...] revelar a essência do objeto” (KOPNIN, 1978, p. 184), através da constituição do processo histórico de seu desenvolvimento, tendo pleno conhecimento de sua essência. Desse modo, o lógico é “[...] o histórico libertado das casualidades que o perturbam.” (KOPNIN, 1978, p.184).

Partindo dessa concepção, a escolha pelo encaminhamento deste estudo, a partir da perspectiva lógico-histórica, se materializou devido à possibilidade de abordar o conteúdo matemático baseado nessa categoria de análise do movimento do pensamento teórico, para a formação do conceito de

área, enquanto uma grandeza relacionada ao pensamento geométrico de superfícies planas.

Nesse percurso, Sousa (2009) vem subsidiar o esclarecimento da lógica dialética da superação por incorporação, salientando que o sujeito, por meio desse movimento de abstrações, transforma o conteúdo concreto em abstrato, estando sempre pronto a elaborar novos conceitos.

Para tal, essa autora destaca que,

[...] sem conseguir se desprender das raízes que o compuseram, pois para termos coragem de navegar e enfrentar o desconhecido é necessário estarmos ligados ao já conhecido, aos conceitos concebidos momentaneamente fixos, verdades sólidas a partir das quais damos o impulso para o mutável, para o novo. (SOUSA, 2009, p.86).

Esta pesquisa apoia-se também nos estudos de Davydov (1982), quando discorre sobre as formas do pensamento com a formação do pensamento teórico e conseqüentemente, o desenvolvimento psíquico do estudante. Posto isso, o referido autor assinala que, quando se demonstra compreensão da realidade, por meio dos conceitos, apropria-se do conhecimento e, conseqüentemente, forma-se o pensamento teórico.

Dessa maneira, Davídov (1988, p. 73) enfatiza:

O conteúdo específico do pensamento teórico é a existência mediatizada, refletida, essencial. O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral das pessoas como experimentação objetual sensorial peculiar. Depois, este experimento adquire cada vez mais um caráter cognoscitivo, permitindo às pessoas passar, com o tempo, aos experimentos realizados mentalmente.

Essa propositura vem ainda contrapor-se à percepção incômoda sobre o modo superficial e mecanizado do ensino, ao se observar o ensino da Matemática desenvolvido nas salas de aula. No fundo, o que se infere é que tal organização de ensino reflete apenas o pensamento empírico, imediato e externo.

A esse contraponto, Cedro et al. (2010, p. 431) vêm reiterar tal incômodo, ressaltando que

[...] é imprescindível a substituição do ensino memorístico, mecânico, reprodutivo e superficial, por um ensino que se fundamente nos conhecimentos científicos dessa área do saber e que coloque o estudante como sujeito do seu conhecimento.

Nesse sentido, a intenção deste estudo não está em somente reproduzir a criação e o desenvolvimento do conceito de área, mas depreender o conhecimento científico que o mesmo envolve, trazendo à cena novos elementos e novas relações que podem surgir, no movimento de constituição do conceito, a fim de contribuir com novas possibilidades didáticas para a organização do ensino, como a Atividade Orientadora de Ensino.

Tendo com aporte teórico-metodológico os pressupostos do método materialismo histórico-dialético e o ponto de vista do movimento lógico-histórico, esta pesquisa buscou reconstruir um percurso histórico de constituição do conceito matemático de área, delineando as atividades humanas que puderam atender às suas necessidades, dentro do contexto social, econômico, cultural e religioso, no qual a prática humana exigia tal conhecimento.

Com base nos estudos da História da Matemática, a partir das obras de Boyer (1974), Eves (2011), Smith (1958) e Hogben (1970), constatou-se que o processo histórico desse conceito foi sendo construído pela humanidade e desenvolvido, em diversos lugares do planeta, sob diversas condições sociais, culturais e econômicas que cada povo vivenciava, na mesma época ou em épocas muito próximas.

Na obra de Euclides (2009) a ideia de área está relacionada ao conceito de igualdade entre as figuras, por equivalência. Tal fato se concretiza quando menciona que triângulos com bases iguais situados entre as mesmas paralelas são figuras iguais ou equivalentes e que os paralelogramos com bases iguais situadas entre as mesmas paralelas também são figuras iguais, isto é, duas figuras são equivalentes, quando têm a mesma grandeza, ou seja, a mesma área.

Boyer (1974) e Eves (2011) apontam que um dos primeiros documentos históricos a abordar o conceito de área foi o Papiro de Rhind, apresentando-se em forma de problemas e desafios, organizados por campos matemáticos, como números, geometria e trigonometria, para o desenvolvimento dos fundamentos geométricos, principalmente sobre área de figuras planas dos triângulos, quadriláteros e círculos. Tal documento explicita os problemas de números 48 a 52, demonstrando tal conceito apenas por meio de imagens e representações matemáticas, sem um pronunciamento histórico sobre a atividade humana que mobilizou tais cálculos.

Boyer (1974, p. 9) descreve tal documento como

[...] o mais extenso papiro de natureza matemática, preservado até nossos dias. Tem cerca de 30 centímetros de altura e 5 metros de comprimento, pertence ao Museu Britânico, exceto por alguns de seus fragmentos que estão no Museu do Brooklin. O documento foi adquirido em 1858 em uma cidade à beira do Nilo por um antiquário escocês chamado Henry Rhind e por isso o papiro leva seu nome. Também é conhecido como Papiro de Ahmes por ser esse o nome do escriba que o copiou de um trabalho mais antigo em 1650 a.C.

Em Caraça (2010), a possibilidade do surgimento do conceito de área sob um olhar da Geometria é indicado por uma premissa de Heródoto (485 a 420 a.C.), que foi considerado o pai da História e que, no século V antes de Cristo, escreve sobre a história dos egípcios, no que se refere à origem da Geometria:

Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios e que tinha dado a cada um uma porção igual e rectangular de terra com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela seria diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos. (CARAÇA, 2010, p. 32).

Com base nessa citação, Boyer (1974) destaca também que Heródoto se refere aos desaparecimentos das demarcações pelas inundações do Rio Nilo como o resultado da necessidade de haver os mensuradores ou estiradores de cordas egípcios, e que os mesmos já demonstravam certo conhecimento acerca das ideias do Teorema de Pitágoras, embora, nos papiros conhecidos, segundo o autor, não havia nada evidenciado nos problemas.

Portanto, em face de tais evidências, os documentos mostram que não há uma atividade humana diretamente ligada e descrita que pudesse comprovar a constituição do conceito de área, sob essa circunstância. Tais evidências indicavam uma familiaridade com as ideias de área de uma superfície plana.

Esse fato tem como base a afirmação de Eves (2011, p. 60-61):

[...] de numerosos exemplos concretos infere-se que os babilônios do período 2000 a.C a 1600 a.C deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área do triângulo genérico), da área do trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-

retângulo e mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal.

Perante esse contexto, surge a seguinte questão: Como os mensuradores poderiam estar familiarizados com a ideia de área?

Mediante essa indagação, pôde-se encontrar em Brito e Carvalho (2009) a expressão “medida de terra” como a origem empírica para esse campo do saber, ou seja, a necessidade humana em se medir a terra, para depois dividi-la, resultou nas medições envolvidas na construção arquitetônica e no armazenamento de cereais.

Dessa maneira, esses autores ainda ressaltam:

Mesmo nas especulações matemáticas da Grécia Antiga, o cálculo de área esteve entre as grandes preocupações, como podemos observar pelos problemas acerca da quadratura de lúnulas e do círculo e pelos estudos de Arquimedes sobre a área delimitada por curvas. (BRITO; CARVALHO, 2009, p. 21).

Partindo da hipótese sobre as construções arquitetônicas, Eves (2011) e Boyer (1974) relatam que a preocupação dos estiradores de cordas, ao projetarem a construção das pirâmides, versava, principalmente, sobre o raciocínio em calcular o volume de pedras a serem utilizadas na base quadrada da pirâmide, bem como o tronco das mesmas, para que seus lados triangulares pudessem se sustentar.

Nesse sentido, Mol (2013) reforça a ideia, argumentando que tais construções preservavam em suas dimensões sinais de um conhecimento matemático ainda mais desenvolvido. Embora a pirâmide de Quéops tenha sido propositalmente formada a partir da razão entre o perímetro da base e sua altura fosse de  $2\pi$ , de forma possivelmente equivocada, há elementos que levam a perceber que as necessidades humanas resultantes da engenharia estimularam a produção de novos conhecimentos matemáticos, na civilização egípcia.

Diante desse contexto, surgem mais duas inquietações: i) Quantas pedras foram usadas para levantar o lado da pirâmide de Guizé ou Quéops? ii) As pedras foram utilizadas como unidades de medidas para formar a base quadrangular da pirâmide de Quéops? Com base nessas indagações, é possível depreender que surge, nesse momento, a necessidade de se calcular a área do quadrado.

Frente a tais questionamentos, o papiro de Moscou, escrito por volta de 1850 a.C. e, portanto, mais antigo que o Papiro Rhind, mostra-se sob a configuração de 25 problemas de Aritmética e Geometria; em um deles, o problema 14, aparece a fórmula para o cálculo de volume do tronco de uma pirâmide. Em face dessa constatação, Eves (2011) e Boyer (1974) alegam, em seus estudos, que tal papiro apenas demonstrava o “passo-a-passo” de como se aplicar a fórmula de maneira descontextualizada em relação às necessidades humanas que a constituíram.

Esses autores ainda ressaltam que ambos os papiros revelam que seus problemas surgiram a partir das necessidades práticas, estimulando o desenvolvimento da Matemática egípcia, porém, as suas prescrições apresentavam-se de maneira restrita à aplicação das fórmulas.

Em relação a essa situação Childe (1978, p. 193) também faz referência às construções: “A superstição egípcia exigia extrema precisão na construção das pirâmides: o canteiro tinha de saber as medidas dos blocos individuais que devia cortar para tais monumentos”.

De acordo com Childe (1978), o processo de irrigação tornou-se muito favorável ao cultivo de cereais e, nesse caso, as condições e regularidades das cheias do Rio Nilo foram fatores que contribuíram para o cultivo desses tipos de alimentos.

Mediante a necessidade dos homens em se fixarem em um determinado lugar, deixando de serem nômades e passando a produzir o próprio alimento, com a plantação, tem-se o desenvolvimento da agricultura, que transformou a postura do sujeito frente ao cultivo da terra, deixando, *a priori*, de ser utilizada para atender apenas à subsistência e assumindo outra visão de produção em excesso, com as divisões de terra próximas ao Rio Nilo, e por tratar-se de um espaço fértil que favorecia a produção de grãos como o trigo e a cevada, além das necessidades dos envolvidos.

Com isso, o homem, ao perceber que sua produtividade aumentara e que necessitava desenvolver algo onde pudesse armazenar sua produção, após a colheita, construiu os silos com formatos circulares ou retangulares, fato evidenciado por Mol (2013), que apenas apresenta o pronunciamento do problema 48 do Papiro, ao se calcular o volume das formas geométricas dos silos, que exigiam, assim, um conhecimento matemático de se calcular o volume desses lugares para o armazenamento de grãos excedentes, como

uma necessidade daquele momento histórico em que os homens, ao se fixarem nas terras, tinham mais tempo para se dedicar ao plantio e cultivo de grãos que superassem suas necessidades de subsistência, gerando as primeiras relações de troca entre os produtores.

De acordo com Childe (1978, p. 114-115),

[à] medida que as obras produtivas da comunidade se tornavam mais ambiciosas, também aumentava a necessidade de um estoque acumulado de excedente de alimentos. Essa acumulação era condição preliminar para o crescimento da aldeia até transformar-se em cidade, conquistando novos territórios à sua volta.

Eves (2011, p. 57) também descreve esse momento:

Em suma, o período de 3000 a 525 a.C. testemunhou o nascimento de uma nova civilização humana cuja centelha foi uma Revolução Agrícola. Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiram das névoas da Idade da Pedra nos vales dos rios Nilo, Amarelo, Indo e Tigre e Eufrates. Esses povos criaram escritos; trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio; e geraram classes superiores que tinham tempo bastante de lazer para se deter e considerar os mistérios da natureza. Depois de milhões de anos, afinal a humanidade tomava a trilha das realizações científicas.

Ademais, tal autor destaca que a Matemática surgiu de uma necessidade prática. Devido à proximidade destes, nas demarcações de terras, os períodos de inundações e o uso da terra para o plantio e cultivo de grãos, a preocupação com as drenagens, o controle das inundações e o processo de irrigação tornou-se cerne dos propósitos para o desenvolvimento das atividades humanas, na transformação desses espaços em regiões agricultáveis e produtivas. Tais fatos foram se constituindo no decorrer da história, tendo como contexto os grandes rios dos continentes africano e asiático, como o Nilo (África), o Tigre e o Eufrates (Ásia Ocidental), o Indo e o Ganges (sul da Ásia Central) e o Howang Ho e o Yangtze (Ásia Oriental).

Assim, o referido autor destaca:

Essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis. (EVES, 2011, p. 57).

Segundo Hogben (1970), as contribuições chinesas ilustradas e mencionadas no livro *Chou-Pei Suan-King* ou *Suan-Ching*, com data provável do século XII a.C., mostram um diagrama, sem anotações e/ou qualquer elucidação matemática histórica, que permite perceber que se trata de uma demonstração geral do que, hoje, se conhece por Teorema de Pitágoras.

Boyer (1974) faz algumas considerações acerca dessa obra, a saber:

A obra tem a forma de um diálogo entre um príncipe e seu ministro sobre o calendário, o ministro diz ao governante que a arte dos números deriva do círculo e do quadrado, o quadrado pertencendo à terra e o círculo aos céus. O Chou Pei indica que na China, como Heródoto dizia do Egito, a geometria derivou da mensuração; e, como na Babilônia, a geometria chinesa era essencialmente um exercício de aritmética ou álgebra. Há aparentemente, indicações no Chou Pei do teorema de Pitágoras, um teorema que os chineses tratavam algebricamente. (BOYER, 1974, p. 143).

Além disso, esse mesmo autor sublinha a importância do livro de Matemática chinesa *Chui-Chang Suan-Shu*, ou “Os Nove capítulos da arte matemática”, cuja data provável é de 200 a.C., considerado tão influente quanto o *Chou Pei*.

O livro está dividido em nove capítulos, cada um dos quais abordando um tema específico. Na sua organização, há 246 problemas referentes à mensuração de campos, agricultura, comércio, sociedades, engenharia, impostos, cálculo e equações.

Smith (1958) destaca que o primeiro tópico refere-se à medição de área quadrada, voltada à topografia, cujas regras corretas para a área do triângulo, trapézio e círculo apontavam para o valor aproximado de  $\pi$  de 3.

Com isso, os problemas apresentados abarcam o cálculo de área de campos quadrados, triangulares, retangulares, trapezoidais, circulares e semicirculares, sendo a unidade de medida, empregada para área, o “fang” (que significa unidade quadrada). Assim, infere-se que a proposta de se medir área remete o indivíduo a calcular quantas vezes a unidade quadrada caberia nas superfícies.

De acordo com Yan e Shíran (1987 apud SANTOS, 2014), a mensuração de campo apresenta-se por meio de exemplos práticos desenvolvidos naqueles tempos em relação à agrimensura, aos tamanhos dos campos, à construção de aterros, valas e armazéns. Destarte, percebe-se que

tais aplicações estavam intrinsecamente ligadas às necessidades do dia a dia daquele contexto e período histórico.

Segundo Santos (2014), as contribuições matemáticas indianas acerca das construções dos templos e altares religiosos versam sobre a transformação de um quadrado em um retângulo. A autora mostra que os Sulbasutras, (753 a. C) eram documentos escritos importantes, que se referiam aos processos matemáticos utilizados para as construções de templos pelos indianos, assim, uma referência ao conceito de área.

O nome desses documentos significa regras de corda, tendo como unidade de medida de área a “purusha quadrado”, provinda da unidade de comprimento “purusha”, que significa a altura de um homem com os braços levantados.

Os Sulbasutras compreendem medições e construções de altares para sacrifícios por meio da elaboração de linhas traçadas de leste para oeste, de perpendiculares, de quadrados, de retângulos, de trapézios, de triângulos e losangos, iguais em área, a um determinado quadrado. Então apresentavam a transformação de quadrado em retângulos e vice-versa, de quadrados em círculos e vice-versa, ou seja, as figuras eram transformadas em quadrados de mesma área. (SANTOS et al., 2015, p. 31).

Por meio desse documento, percebe-se que os Sulbasutras poderiam ter certo conhecimento da Matemática desenvolvida pela Índia Antiga. Os principais pronunciamentos matemáticos estão em quatro escritos produzidos por Baudhayana, Manava, Apastamba e Katyayana, com datas prováveis de 800 anos a.C. a 200 anos a.C., sendo que no mais antigo deles, o de Baudhayana, alguns conhecimentos tratados por ele se baseiam em produções encontradas antes de 1500 a.C.

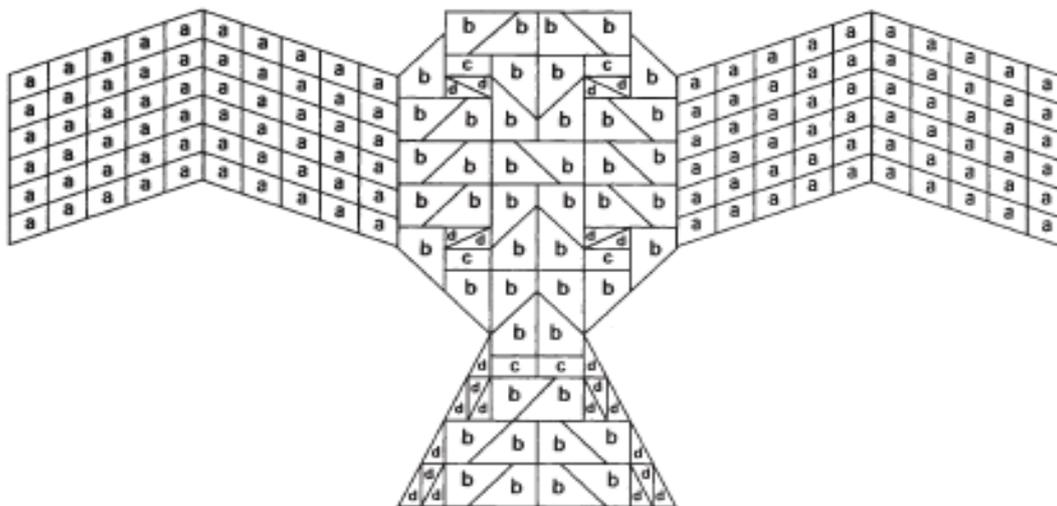
Santos et al. (2015, p. 33) afirmam que Baudhayana foi um matemático indiano que escreveu os primeiros textos acerca da construção dos altares. Ao construir seus altares a partir desses formatos geométricos do quadrado e do retângulo, associava-se o primeiro aos deuses e os formatos retangulares, aos humanos.

Infere-se que tanto a cultura indiana, com seus costumes religiosos, como a construção dos altares, quanto a Grécia, utilizavam a mesma estratégia de composição e decomposição de figuras planas com triângulos, posteriormente com retângulos e por último com quadrados. Esse método de cálculo voltado ao conceito de área foi contribuindo e consolidando o pensamento geométrico, reforçando a seguinte ideia: “Daí, surge a expressão

‘quadrar’ para referir-se ao cálculo da área de uma figura.” (MIGUEL et al., 2009, p. 22). Nesse contexto religioso, a geometria começa a ficar conhecida como a Geometria Sagrada.

De acordo com Santos et al. (2015, p. 75), os altares eram concebidos por diferentes formas em sua estrutura, utilizando-se de diferentes formas de tijolos e respectivas quantidades. Essa variação de tijolos, quanto aos formatos e tamanhos, estava ligada aos dons que o sacrificador gostaria de receber dos deuses. Aqueles que desejassem voar deveriam construir o seu altar com o formato de falcão (Figura 1), por acreditarem ser uma ave veloz. Entretanto, se a construção do altar tivesse o formato de tartaruga, isso expressaria o desejo do indivíduo em conquistar o mundo do deus Brahman, designando que, para destruir os inimigos, era preciso ter a forma de losango na formação do seu corpo.

FIGURA 1 – Altar em formato de falcão



Fonte: Joseph (2000, p.325)

Segundo Joseph (2000), esse altar tem na sua primeira camada o formato do falcão, cujas asas são feitas cada uma de 60 tijolos do tipo a (paralelogramos), e o corpo de 46 do tipo b (trapézios), 6 do tipo c (retângulos) e 24 do tipo d (triângulos) como formas usadas para composição.

Santos et al. (2015, p. 76) explicitam que

[...] dos altares encontrados nos Sulbasutras em forma de falcão, o retangular é o mais antigo e possuía o corpo em forma de um quadrado  $2 \times 2$  (constituindo assim 4 purushas quadradas), as asas e a cauda tinham a forma de um quadrado, cada um com medida de uma purusha. Para que o altar realmente tivesse a forma de um pássaro (falcão), foi necessário que a cauda e as asas fossem alongadas. Esse alongamento correspondeu a  $1/5$  de uma purusha<sup>5</sup> para as asas e a  $1/10$  para a cauda.

Assim como nesse episódio histórico, não há evidências comprovadas de que tenha sido a partir daí que se definiu a escolha do uso do quadrado como unidade de medida de área, mas trouxe algumas contribuições acerca das ideias relacionadas ao Teorema de Pitágoras.

Hogben (1970) faz inferências relativas à possibilidade de a aplicação desse formato quadrangular estar relacionada à maneira com a qual se tecia uma cesta, arte que antecedeu a fiação.

Outra hipótese encontrada nas produções científicas voltadas ao conceito de área, quanto à escolha do quadrado, está na cultura chinesa associada aos conceitos matemáticos, conforme apontado por Hogben (1970), ao abordar os mosaicos como instrumentos de pavimentação de uma superfície plana. A utilização dos mosaicos para ornamentação de objetos mobilizou os conhecimentos sobre o cálculo de área, empregando pedaços de cerâmicas regulares (em formato de quadrado) para montagem da superfície.

O uso de ladrilhos de mosaico ou sugerido pelos padrões quadriculados que ornavam a velha cerâmica babilônica. Há razões para crer que uma das primeiras descobertas sobre área foi feita, quando se começou a pavimentar assoalhos com ladrilhos quadrados. (HOGBEN, 1970, p. 67).

Ao referir-se aos mosaicos, o autor destaca que um dos primeiros descobertos na China sugere uma ilustração pautada no Teorema de Pitágoras, antes mesmo de os chineses saberem quem era o matemático grego.

Em tal investigação e busca por indícios históricos que pudessem consolidar tal hipótese, Hogben (1970) e Childe (1978) apresentam aspectos semelhantes que podem ter contribuído para a constituição do conceito de área, na evolução da atividade humana na história.

---

Em relação ao uso dos retângulos como unidades de área na formação dos mosaicos, é possível inferir que a utilização desse formato pode ter sofrido influências culturais da construção do Estandarte de Ur. Segundo o Museu Britânico (2017), em Londres, alguns historiadores o consideram como sendo o primeiro mosaico construído pelo homem:

"The Standard of Ur", decorado em quatro lados com cenas de mosaico embutidas feitas de casca, calcário vermelho e lápis lázuli, inseridas em betume. Um lado mostra uma cena de guerra; Um exército sumério com vagões com rodas e infantaria carrega o inimigo; Os prisioneiros são trazidos diante de um indivíduo maior, que é acompanhado por guardas e tem seu próprio vagão esperando atrás dele. O inverso mostra cenas de homens estão trazendo animais, peixes, etc., possivelmente como saque ou tributo; No topo dos mesmos grandes banquetes individuais com outros homens; Eles são entretidos à direita por um cantor e um homem tocando uma lira. Os painéis finais triangulares mostram outras cenas; O objeto foi encontrado esmagado, mas desde então foi restaurado, e amostras mantidas. (MUSEU BRITÂNICO, 2017).

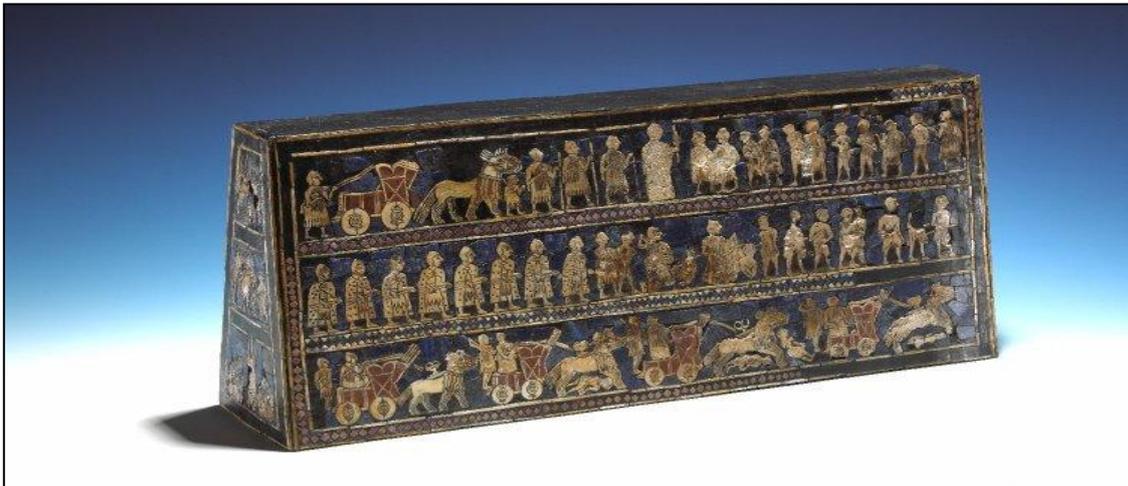
Tal objeto foi encontrado nas escavações de Sir Leonard Woolley, no Iraque, entre 1927 e 1928; acredita-se que, através dos estudos históricos do museu, a obra tem data provável entre 2600 - 2400 a.C. e foi encontrada em um dos maiores túmulos nobres de Ur, de alguém conhecido como Ur-Pabilsag, morto por volta de 2550 a.C.

Em relação à origem do nome, MacGregor (2013, p. 89) explicita algumas hipóteses, quais sejam:

Woolley deu-lhe o nome de Estandarte de Ur por achar que podia ter sido um estandarte de batalha, desses que se carregam em um mastro durante uma procissão ou no percurso para a batalha. O nome ficou, mas é difícil imaginar que possa ter sido um estandarte, pois está claro que as cenas devem ser observadas bem de perto. Alguns especialistas supõem que pode ter sido um instrumento musical ou talvez uma caixa para guardar objetos preciosos, mas o fato é que não se sabe.

O referido objeto apresenta as seguintes características e dimensões: tem um formato de caixa trapezoidal, com altura de 21,7 centímetros, comprimento de 50,4 centímetros, largura de 11,6 centímetros (fim, base) e largura de 5,6 centímetros (fim, topo).

Figura 2 – Estandarte de Ur.



Fonte: Museu Britânico (2017).

Outra possível contribuição apontada no decorrer desta investigação histórica, a respeito da influência do uso dos mosaicos para a constituição do conceito de área, está na construção do Portal de Ishtar, cuja réplica, atualmente, pode ser encontrada no *Staatliche Museen zu Berlin*, na Alemanha, além de algumas outras partes da construção estarem expostas também em outros museus, como o Museu do Louvre, em Paris, no Museu *Arkeoloji Müzeleri*, em Istambul e no Museu de Arte Metropolitana, em Nova York.

O material utilizado nessa construção se deve ao fato de que, naquele local, próximo às margens do Rio Eufrates, não havia pedras e, por necessidade humana, os indivíduos começaram a produzir e utilizar os tijolos cozidos e esmaltados, em suas construções. Assim, a construção frontal do Portal de Ishtar foi toda ornamentada com tais tijolos, apresenta uma sequência de animais, como dragões e touros, confeccionados com tijolos amarelos e marrons, envoltos de tijolos azuis, advindos de uma rocha metamórfica chamada Lápis-Lazúli.

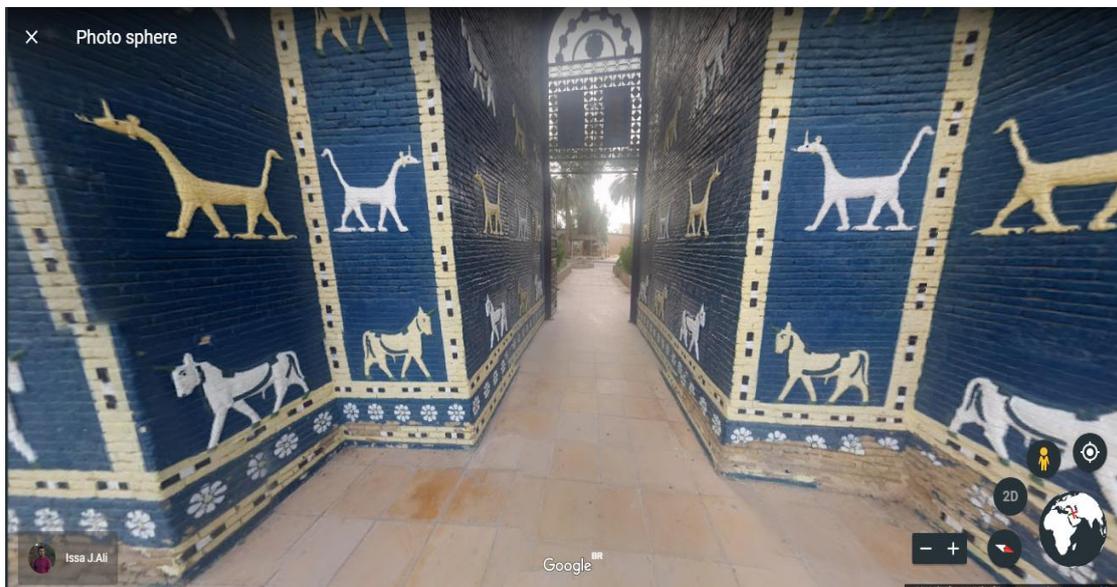
O Museu de Berlin (2017) assim se refere a tal construção:

O Processional Way, a Porta de Ishtar e a fachada sala do trono do rei Nabucodonosor II (604-562 a.C). Usando os tijolos vitrificados, os quais foram feitos de numerosos fragmentos, partes das construções foram reconstruídas em tamanhos quase originais. Nas paredes representações de leões, touros e dragões encontrar simbolizam os principais deuses da Babilônia.

Segundo esse museu, tal construção tem data provável de 575 a.C., tornando-se a abertura principal no lado norte da cidade da Babilônia. Ela foi

construída com a ordem do Rei Nabucodonosor II, que lhe atribuiu esse nome como forma de homenagear a deusa do amor, da guerra, da fertilidade e da sexualidade.

Figura 3 - Porta de Ishtar.



Fonte: *Google Earth* (2017).

Diante desse aspecto relacionado à técnica do mosaico como recurso de ornamentações das superfícies, há também referências ao conhecimento necessário que o representante da nobreza teria que ter, em relação ao cálculo de áreas dos campos, em decorrência do uso aproximado de sementes necessárias para semeadura.

Nesse sentido, Childe (1978, p. 199) constata que, para esses representantes, “[...] tais estimativas e cálculos era desnecessária a exatidão absoluta: o bailio queria apenas saber aproximadamente que quantidade de cereal atribuir a cada campo; o coletor de impostos precisava ter uma ideia geral do rendimento a ser esperado.”

Pela proximidade de ideias sobre o conceito de área e a cobrança de impostos, Hogben (1970, p. 71) também destaca que “[...] o valor da terra era computado, a princípio, pela quantidade de cevada ou de arroz que nela podia plantar.”

Childe (1978, p. 189) reforça tal ideia, enfatizando:

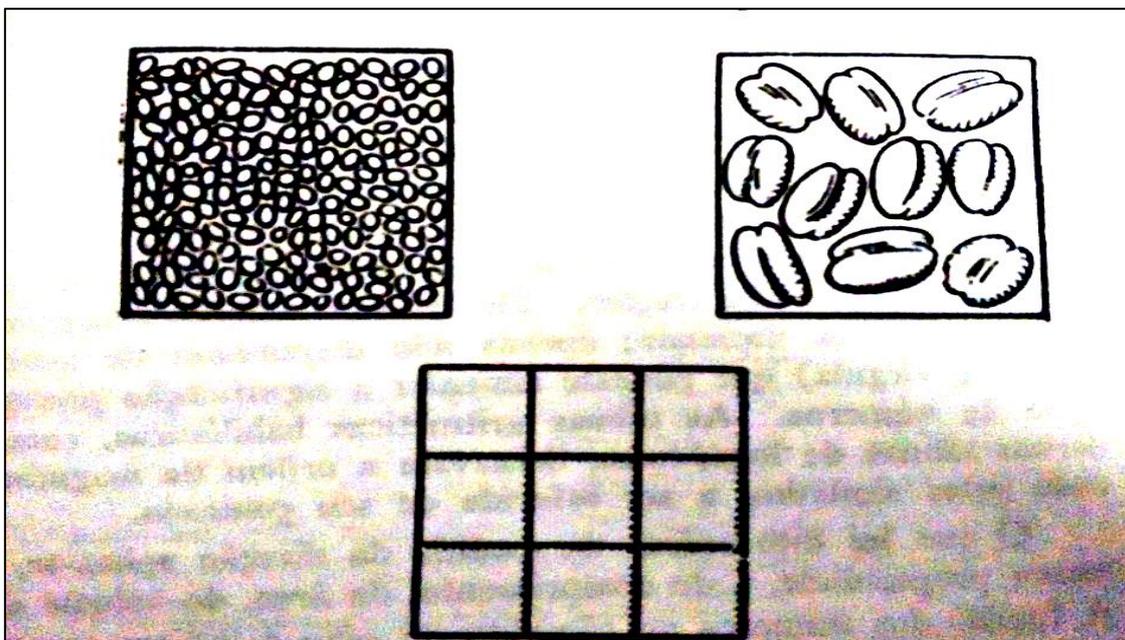
As antigas medidas sumerianas de área têm, em certos casos, os mesmos nomes das medidas de peso; em particular, a menor unidade em ambas é o se, ou grão. Em outras palavras, a “ medida

“quadrada” sumeriana era originalmente uma medida de sementes. O interesse dos sumerianos era a quantidade de semente necessária para o seu campo. Consideravam o campo não como ocupando um “espaço vazio”, mas como necessitando de determinada quantidade de sementes.

Logo, percebe-se que ambos os autores se referem ao cálculo de área relacionado à quantidade de grãos como unidades de medida para se realizar essa mensuração, no entanto, é necessário ressaltar que, naquele período, a necessidade humana em se ter um valor exato e preciso ainda não se havia consolidado.

Em decorrência dessa necessidade, Hogben (1970) explicita que o valor da terra era calculado, a princípio, pela quantidade de grãos que nela poderia ser plantada. Para tanto, a quantificação dos grãos era passível de variação, considerando-se que a natureza não produz as espigas e os grãos de cevada do mesmo tamanho, ficando impossível se calcular o valor exatamente.

Figura 4 - Como o homem aprendeu a medir área.



Fonte: Hogben (1970, p.71)

A Figura 5 mostra, à esquerda, a representação de uma superfície delimitada na forma de um quadrado com sementes agrupadas, indicando o intuito de cobrir tal espaço. Em imagem ampliada à direita, é possível perceber que, embora os grãos estejam alocados uns ao lado dos outros, ainda há espaços que não cobrem a superfície, na totalidade. Tal fato justifica que esse

processo, ao se constatar o modo como o cálculo de área era realizado por grãos, não era considerado preciso.

Infere-se que, ao longo da história, o homem, ao produzir as cestas e os mosaicos, foi adquirindo conhecimentos que lhe permitiram produzir ladrilhos quadriculados, por entender tal formato como o mais adequado para cobrir uma superfície de forma congruente à área a ser pavimentada, favorecendo uma sobreposição dos mesmos, ajustados de maneira mais precisa à superfície a ser mensurada:

Se se fizer um quadrado com  $n$  ladrilhos (na figura,  $n$  é 3) de lado, o comprimento de cada lado será  $n$  vezes o comprimento do lado de cada ladrilho. O número de ladrilhos que entraram na composição do quadrado na composição do quadrado é  $n$  filas de  $n$  ladrilhos, isto é,  $n$  vezes  $n$  ladrilhos. Eis por que chamamos o  $n$  multiplicado por si mesmo de  $n$  ao quadrado  $n^2$ . (HOGBEN, 1970, p. 71).

Assim, mediante o delinear desse percurso lógico-histórico a respeito da constituição do conceito de área, é possível destacar a relação concreta da atividade humana prática com a agricultura, o manuseio e o armazenamento dos grãos oriundos da plantação e a fixação do homem, em um determinado espaço que precisa ser delimitado.

Ao longo deste estudo, a busca por elementos históricos que constituíssem o movimento lógico-histórico do conceito matemático de área trouxe indícios de que a distância foi um dos primeiros conceitos geométricos de comprimento, enquanto grandeza, a ser desenvolvido e, seguidamente, a necessidade de delimitar terras direcionou o homem à formação de figuras geométricas simples, tais como triângulos, retângulos e quadrados.

Como foi possível constatar, nesse movimento, a Geo-metria surgiu às margens do rio Nilo, mediante a necessidade humana em medir, redistribuir e repartir superfícies, como as porções terras que estavam às margens dos rios, os quais, em decorrência das cheias, provocavam destruição e perdas aos agricultores que ali se fixavam.

Outro aspecto que nos traz elementos sobre a produção do conhecimento acerca do conceito de área reflete-se sobre aqueles homens que trabalhavam com medições de terra, conhecidos como agrimensores, os quais mostravam, naquela época, como na prática se poderia calcular a área das porções de terra.

No entanto, na Matemática grega, essa situação não ficou tão explícita e a estratégia utilizada foi a da comparação. Para isso, o modo que encontraram para resolver a situação foi transformar os formatos geométricos bidimensionais aquilo que as superfícies apresentavam, em quadrados equivalentes, comparando-os se tinham o mesmo tamanho, tamanhos diferentes ou ainda se havia proporcionalidade entre os mesmos.

Tal fato direciona as reflexões deste estudo, inferindo que o uso do quadrado enquanto unidade de área foi incorporado ao ensino, que hoje vivenciamos de maneira privilegiada, por considerá-lo uma forma geométrica cujas dimensões de comprimento e largura são equivalentes e possibilitam a cobertura de toda uma superfície, favorecendo a agilidade nos cálculos e justificando, pois, o emprego do papel quadriculado e do Geoplano, como recursos didáticos que contribuem para a formação do conceito.

Há de se ressaltar que, com o movimento lógico-histórico, foi possível encontrar elementos que mostram outras formas geométricas, como o trapézio, podem ser utilizadas como unidade de medida de área, na atividade humana.. No caso da atividade de ensino e da atividade de estudo, essa unidade de medida de área pode provocar, no estudante, a busca por estratégias de medição de área e, conseqüentemente, contribuir para a formação do conceito.

Em vista de tais considerações, a atividade de ensino voltada ao processo de apropriação do conhecimento matemático sobre área se materializa na organização de ensino fundamentada no movimento lógico-histórico do conceito, no que concerne ao desenvolvimento da atividade humana, a partir da relação do homem com o processo de produção agrícola e a relação econômica diretamente ligada à mensuração da superfície a ser ocupada, percorrendo a evolução da atividade humana em criar mecanismos que pudessem realizar a mensuração da superfície, inicialmente por meio de grãos ou sementes, perpassando pela adoção de instrumentos não padronizados, seguidos de objetos criados pelo homem com formatos retangulares e quadriculadas (papel quadriculado), referenciando-os como unidades de medidas discretas, até se chegar à forma mais desenvolvida de medição de superfície, por meio de instrumentos padronizados existentes nos dias atuais, com o uso da unidade de medida contínua.

#### **4.2. A Psicologia Histórico-Cultural (PHC) e a Teoria da Atividade (TA): uma breve consideração sobre suas contribuições**

A Psicologia Histórico-Cultural<sup>6</sup> foi inicialmente desenvolvida por Vigotski (2007,2008, 2009), Vigotskii (2017) e seus principais colaboradores, Leontiev (1978, 1984) e Luria (2017), aspirando a uma “nova psicologia” que explicasse o desenvolvimento do psiquismo humano e das funções psicológicas superiores. Suas conclusões indicam que o desenvolvimento humano não apenas se fundamenta nos aparatos biológicos e inatos que o sujeito traz consigo, ao nascer, mas também pela relação do ser humano com o meio cultural e social em que ele está inserido.

A Psicologia Histórico-Cultural (PHC) foi sendo constituída por esses estudiosos, na Rússia, durante um contexto social e econômico conflituoso, baseando-se no aporte filosófico e epistemológico do materialismo histórico-dialético, enquanto método sistematizado proposto por Marx (1983), que, por sua vez, amparou-se nos princípios norteadores da dialética hegeliana.

Em relação ao conceito de *histórico*, depreende-se que o sujeito não é um ser atemporal e a-histórico, mas fruto de um processo de transformações e de conhecimento acumulado que foi sendo desenvolvido ao longo da história da humanidade (filogênese). Por fim, essas transformações são mediadas pelos signos/instrumentos culturais elaborados pelo homem, no decorrer da história, numa relação de objetivação-apropriação e superação por incorporação desses conhecimentos produzidos no processo histórico, com o intuito de atender às suas necessidades (VIGOTSKI, 2007).

Nessa perspectiva, esta pesquisa apoiou-se nas contribuições de Vigotski (2007, 2010) e Vigotskii (2010), acerca do desenvolvimento humano e das funções psíquicas superiores, como também nos pressupostos teóricos de Leontiev (1978,1984), Davydov (1982) e Davídov (1988), em relação aos seus estudos a respeito da atividade, da formação do pensamento teórico e sua relação com o pensamento empírico, através da atividade prática (externa).

Assim, esta investigação busca fundamentar-se nos estudos de Leontiev (1984) e de Davydov (1982) acerca do pensamento teórico na atividade de estudo, enquanto base teórica, debruçando-se na reflexão que permeia a

---

<sup>6</sup> Para um estudo mais aprofundado sobre a Psicologia Histórico-Cultural, sugiro a leitura do Currículo Comum do Ensino Fundamental de Bauru (2016) e de Martins (2013), que nos apresentam subsídios teóricos necessários para a compreensão dos conceitos abarcados nessa teoria psicológica, voltados ao contexto educacional.

organização do ensino capaz de superar o pensamento empírico, e desenvolver a formação do pensamento teórico no processo educativo.

Partindo do pressuposto delineado em tais teorias, de que o homem, ao nascer, torna-se candidato a homem (LEONTIEV, 1978), acredita-se que, desde o momento em que este tem contato com a cultura presente ao seu redor, por meio de uma atividade, apropria-se dela, atuando sobre a mesma e se constituindo como tal, de modo a estabelecer uma relação entre os objetos materiais ou ideais e a linguagem.

Com esse processo, em síntese, compreende-se a atividade como o elemento central no materialismo histórico dialético, sob a perspectiva marxista, que a concebe como a força propulsora para desenvolvimento histórico social do sujeito (interpsíquico), bem como em seu desenvolvimento psíquico individual (intrapsíquico).

Esse aporte teórico configura-se em consonância com o Currículo Comum do Ensino Fundamental do município de Bauru (2016), como basilares e a atividade de pesquisa na qual a atividade de estudo e a AOE se configuram.

#### **4.3. A Atividade de estudo: uma reflexão sobre *nem toda atividade pode ser considerada uma atividade***

Leontiev (1984), ao estruturar a Teoria da Atividade, buscou sistematizar o conceito de atividade, considerando que o processo de humanização do sujeito se constitui através de uma atividade principal concretizada em um determinado tempo e lugar que o indivíduo ocupa, nas suas relações.

Esse teórico discorre ainda, em seus estudos, que o jogo protagonizado ou de papéis, o estudo e o trabalho são consideradas atividades em que o indivíduo se apropria das objetivações próprias do gênero humano, no decorrer da sua formação ontogenética.

Leontiev (1984) e Davídov (1988), nesse sentido, concebem a atividade principal como aquela que promove o desenvolvimento humano, tendo como característica principal a constituição de uma neoformação psicológica essencial ao processo de humanização.

Durante a sua atividade principal, a criança em fase escolar passa por profundas transformações externas e internas, haja vista que, com a sua chegada ao ambiente escolar, seus conhecimentos começam a se complexificar, quando começa a ter acesso às produções humanas mais desenvolvidas e sistematizadas, organizadas e mediadas pelo professor, para que sejam apropriados pelo estudante no seu processo educativo.

A todo esse processo Leontiev (1978) chama de educação, ou seja, o processo de aprendizagem no qual o indivíduo se apropria do conhecimento historicamente acumulado, possibilitando seu desenvolvimento humano. Esse processo só pode ocorrer, quando o mesmo se encontra em atividade a fim de atender uma necessidade.

A esse propósito, Cedro et al. (2010, p. 428) salientam:

Compreender a educação como atividade nos faz refletir sobre as atividades no processo pedagógico. Em sendo o objeto da atividade pedagógica a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos, materializa-se por meio dessa ação, que é teórica e prática, a necessidade humana de apropriar-se dos bens culturais como forma de promoção humana.

Entende-se que, nesse processo educativo, existem dois personagens envolvidos dialeticamente, isto é, aquele que ensina, no caso o professor, e aquele que aprende, o estudante, tendo em vista que ambos estão em atividade.

Com referência ao professor, Moura et al. (2010, p. 25) assim o descrevem:

[...] ator no cenário educativo, tem como função primordial, ligada diretamente à atividade dos estudantes, a organização do ensino. Em outras palavras, cabe ao professor organizar o ensino, tendo em vista que os conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade possam ser apropriados pelos indivíduos.

Sob essa perspectiva, Davydov (1988) ressalta que o estudante em idade escolar tem, enquanto atividade principal, a atividade de estudo. Essa atividade também é citada nos estudos de Elkonin (2009), para quem ela é a atividade dominante do sujeito em idade escolar.

Ao entender que, por meio da atividade humana, o sujeito promove seu desenvolvimento psíquico, a partir das relações estabelecidas com os instrumentos materiais ou ideais, como forma de satisfazer suas necessidades, pode-se apreender que as atividades (de ensino e de estudo) ocorrentes dentro

do ambiente escolar assumem igualmente papel fundamental, no processo de apropriação dos conceitos e na formação do pensamento teórico.

Serrão (2006, p.118) acrescenta, nessa mesma linha:

Para que ocorra o desenvolvimento do pensamento teórico das pessoas torna-se importante a organização do ensino e da educação escolar nessa direção [...] Davidov afirma que a 'atividade de estudo', especialmente das crianças, é a base desse desenvolvimento.

Davídov (1988) refere-se à atividade de estudo como algo pertinente ao estudante que ingressa na educação escolar e que passa por uma transformação significativa na sua vida, inicialmente com a mudança do espaço físico por um espaço amplamente diversificado, com pessoas e ações diferenciadas daquelas com que estava convivendo até então, além de “[...] começar a apropriar-se dos conhecimentos em suas formas mais desenvolvidas, relacionadas à consciência social, como a ciência, a arte, a moral e o direito.” (DAVÍDOV, 1988, p.158, tradução nossa)

Para Serrão (2006), o estudo é uma atividade humana, pressupondo-se que, enquanto atividade humana, o indivíduo se transforma ao mesmo tempo em que modifica os instrumentos materiais e/ou ideais com que se relaciona.

Destarte, além dessas mudanças, acontecem em destaque as profundas transformações internas que produzem as neoformações psíquicas, pelas quais as mediações de terceiros, como do professor, produzem o desenvolvimento psicológico, atuando na zona do desenvolvimento iminente.

Asbahr (2016), alinhada a essa concepção, destaca que a atividade de estudo no processo educativo é compreendida como uma atividade de aprendizagem que ocorre na escola, cujo papel primordial é a transmissão da cultura humana produzida historicamente,

[...] com a mediação do professor, o qual tem papel central na organização do ensino de maneira que possibilite ao estudante apropriar-se. A atividade de estudo, dessa forma, tem como especificidade a constituição de neoformações psicológicas, tais como a consciência e o pensamento teórico. (ASBAHR, 2016, p. 173).

Desse modo, como a atividade de estudo não se caracteriza enquanto uma atividade que surge espontaneamente, mas de forma sistematizada e voluntária, essa organização e sistematização efetivam-se por meio da atividade do professor que, enquanto mediador nesse processo, propõe

condições para converter a curiosidade da criança em motivos para querer aprender.

Asbahr (2016, p. 175) afirma que “[...] essas transformações iniciadas na atividade de jogo, consolidam-se na atividade de estudo dependendo da qualidade das mediações pedagógicas”, pois, através dessas mediações é que os estudantes, os quais inicialmente podem estar afetivamente motivados em aprender, tenham seus motivos transformados em eficazes para aprender, ao longo da sua escolarização. Ora, com essa função, cabe o professor organizar o ensino de tal maneira que não rompa essa lógica, na formação dos motivos.

Com efeito, a educação escolar, a partir da perspectiva histórico-cultural, tem como função promover a formação do pensamento teórico superando a condição do conhecimento pautado na empiria do sujeito.

A organização do ensino, baseada nos conhecimentos teóricos, assume o eixo norteador da atividade de estudo, como afirma Davidov (1988, p. 178), ao sublinhar que “[...] o caráter de desenvolvimento da atividade de estudo como atividade diretiva na idade escolar está vinculado ao fato de seu conteúdo ser o conhecimento teórico”.

Essa organização materializa-se pela atividade de estudo, cuja estruturação é composta pelos seguintes elementos: as tarefas de estudo, as ações de estudo e ações de controle e de autoavaliação.

Cedro et al. (2010) destacam que, nesse movimento, a atividade de ensino oferecida pelo professor deve gerar a necessidade nos estudantes, senão não se constituirá como atividade de estudo, conforme os pressupostos defendidos por Leontiev (1984) e Davidov (1988).

Davidov (1988, p. 178, tradução nossa), por sua vez, argumenta que

[...] a necessidade da atividade de estudo motiva os estudantes a assimilarem os conhecimentos teóricos, ou seja, os motivos, que lhes permitem assimilar os procedimentos de reprodução desses conhecimentos, por meio das ações de estudo, direcionadas a resolver as tarefas de estudos (lembrando que a tarefa é a unidade do objetivo da ação e as condições para alcançá-lo).

As ações de estudo, segundo esse autor, constituem a tarefa de estudo, quando há

[...] a transformação dos dados da tarefa para descobrir a relação universal do objeto estudado; modelagem do relacionamento, distinguindo-se objetivamente, graficamente ou por meio de letras; transformação do modelo de relacionamento, para estudar suas propriedades em *forma pura*; construção do sistema de tarefas específicas a serem resolvidas por um procedimento geral; controle sobre o desempenho das ações anteriores e, por fim, avaliação da

assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de dado estudo. (DAVYDOV, 1988, p. 181, tradução nossa).

Para cada uma dessas ações, existem as operações correspondentes, e o seu conjunto pode mudar de tal modo que alteram suas condições concretas para realizar uma ou outra tarefa de estudo.

Quanto às ações e operações, Leontiev (1984) as diferencia, destacando que as ações são como meios de atender às necessidades, enquanto as operações estão relacionadas às condições em que essas ações serão realizadas, ou seja, as operações são os procedimentos que já estão automatizados na consciência, para alcançar seu objetivo.

Leontiev (1978, p. 303-304) compreende operação como

[...] o modo de execução de uma ação. A operação é o conteúdo indispensável de toda a ação, mas não se identifica com a ação. Uma só e mesma ação pode realizar-se por meio de operações diferentes, e, inversamente, ações diferentes podem ser realizadas pelas mesmas operações. Isso explica-se pelo fato de que enquanto uma ação é determinada pelo seu fim, uma operação depende das condições em que é dado este fim.

Ao buscar os subsídios teóricos na Teoria da Atividade, pelos elementos estruturantes e articulados entre si como fundamento para se promover o desenvolvimento dos estudantes, observa-se que, por meio da atividade prática do indivíduo, intercorre uma nova reorganização do seu processo psíquico.

Nesse sentido, pode-se afirmar que nem toda atividade, como se denota no senso comum, pode ser considerada uma atividade segundo essa teoria, haja vista que, se esta se perde no seu motivo, transforma-se em ações (ou um conjunto de ações) que podem ou não levar o indivíduo a entrar em outra atividade, diferentemente daquela inicial.

Leontiev (1984) assevera que o movimento entre a atividade externa e a atividade interna ocorre por meio do processo de internalização. Sobre esse processo, o autor acrescenta que se trata da transição dos processos externos por meio de objetos materializados e se transformam em processos que transcorrem em um plano mental, não como mera mudança da atividade externa em interna, mas como um processo de reconfiguração das funções psíquicas mediada pelos signos e significados sociais que constituem os

instrumentos de suas ações e operações para compreender a realidade que o cerca.

Em face da atual realidade educacional, infere-se que a organização de ensino, retratada em algumas situações de sala de aula, apenas forma o pensamento empírico, ou seja, são pensamentos constituídos, sobretudo, pela cotidianidade e as percepções imediatas promovidas no decorrer da atividade prática do indivíduo. Estes são gerados pelos motivos apenas compreensíveis, não permitindo aos estudantes estarem em atividade, porque não estabelecem uma relação com o seu objeto de aprendizagem, tornando as suas ações e as operações esvaziadas e os impossibilitando de produzir os seus sentidos pessoais acerca do conceito a ser apreendido.

Essa situação fica evidente, no contexto escolar, quando os estudantes questionam o professor sobre a necessidade em se aprender tal conhecimento, manifestando a ausência do sentido em apropriar-se dos conhecimentos e refletindo o distanciamento entre o sujeito e o objeto de ensino, na sua formação enquanto um sujeito social.

Assim, o ambiente escolar não tem cumprido a sua função em promover a formação do pensamento teórico, uma vez que o processo de ensino e aprendizagem tem-se pautado em uma lógica formal, cujos conhecimentos cotidianos ficam estagnados como um fim em si mesmo, oferecendo somente subsídios para uma aprendizagem dos conceitos científicos que não necessariamente o constituem efetivamente na formação do pensamento teórico.

Nesse sentido, Dias (2007, p. 21) enfatiza:

A relação entre a formação de conceitos cotidianos e científicos, na atividade humana, na sua generacidade, e sua apropriação pelos indivíduos se realiza pela mediação da sociedade. Na particularidade da apropriação do conceito científico, a apropriação é feita sobretudo pelo sistema de ensino. (DIAS, 2007, p. 21).

Com efeito, os conceitos cotidianos são inicialmente fundamentais no processo de desenvolvimento, todavia, a escola não deve se ater somente a eles, mas precisa ampliá-los com as formas mais desenvolvidas do saber, de forma sistematizada, tornando-os o eixo estruturante com significações permanentes da sua atividade enquanto gênero humano.

Em síntese, a atividade de estudo se caracteriza nesta pesquisa por meio da AOE guiada pelos seus elementos estruturantes, ao proporcionar aos estudantes situações desencadeadoras de aprendizagem que os permitam por meio de ações externas desenvolverem processos internos acerca dos nexos conceituais que constituem o conhecimento matemático de área. Dessa forma, estes ao se envolverem com estas situações, mobilizam suas ações (externas) de modo satisfaçam dada necessidade e conseqüentemente operam a partir do conhecimento internalizado.

#### **4.4. Sentido, Significado e Significação: o movimento contínuo dos Pensamentos Empírico e Teórico**

O processo educativo é tido como uma forma de promover o desenvolvimento humano, tendo em vista que, no ambiente escolar, a organização dos conhecimentos historicamente elaborados pela humanidade os torna objetos de estudos sistematizados, os quais ensejam a sua apropriação pelos indivíduos.

Segundo Duarte (2004, p. 50), a “[...] apropriação da cultura é o processo mediador entre o processo histórico de formação do gênero humano e o processo de formação de cada indivíduo como um ser humano.”

Perante essa transformação externa e interna, o indivíduo vai se humanizando e formando sua consciência, por meio da sua atividade prática e coletiva, ao se relacionar com o objeto materializado ou idealizado pelos seus antecessores e com os demais sujeitos.

Por isso, a escola, enquanto espaço social e privilegiado de conhecimento científico sistematizado deve promover situações de aprendizagem de modo que o estudante, em atividade de estudo, internalize e generalize tais conhecimentos por meio das relações intersíquicas (atividade externa) para as intrapsíquicas (atividade interna) e produzindo o seu sentido pessoal acerca do mesmo.

O sentido abordado por Vigostki (2010), no texto “Pensamento e a palavra”, postula referências a respeito da relação entre o pensamento e a linguagem. Leontiev (1978) apropria-se de sua concepção de sentido e o denomina “sentido pessoal”, como uma forma de interpor a relação entre a atividade e a consciência.

Leontiev (1978, p.103) acrescenta: "O sentido consciente é criado pela relação objetiva que se reflete no cérebro do homem, entre aquilo que o incita a agir e aquilo para o qual a sua ação se orienta como resultado imediato." Ou seja, o sentido pessoal pode ser compreendido por meio da relação entre o motivo e o fim. Por isso, o sentido pessoal só pode ser produzido a partir do momento em que o estudante esteja mobilizado a agir, levado por um motivo que o impulsiona a atender a uma necessidade, no decorrer da sua atividade.

Sob essa perspectiva, o sentido pessoal dentro do contexto escolar torna-se um ponto de partida de reflexão para o professor, por compreendê-lo como um componente relevante na sua atividade de ensino, como uma forma de ampliar o sistema de significações que a escola comumente prioriza, superando essa condição e promovendo no estudante o sentido do processo de aprendizagem acerca do conhecimento que está sendo trabalhado.

Asbahr (2014, p. 271) ressalta, ainda sobre o conceito de sentido:

O conceito de sentido é fundamental à educação escolar, visto que amplia a compreensão dos processos de aprendizagem e introduz elementos fundamentais para a compreensão do estudante não apenas como sujeito que aprende, mas também como sujeito que pensa, age, sente e escolhe a partir dos sentidos que atribui aos conhecimentos.

Quanto ao conceito de significado, Vigotski (2009) salienta que se refere às produções históricas e transitórias que as relações humanas refletem. Isto é, o significado sintetiza, por meio de uma palavra, a compreensão generalizada de um conceito que foi produzido pelas relações sociais, no decorrer do desenvolvimento histórico da humanidade. O significado se materializa, na comunicação, pelo que determinado objeto representa dentro das relações humanas. Logo, é possível apreender que significado e significação se configuram como sendo o mesmo processo de formação da consciência individual, enquanto reflexo da realidade que o circunda.

A esse propósito, Asbahr (2014, p. 264) assevera:

Segundo Leontiev, as significações medeiam as relações do homem com o mundo, ou seja, são o reflexo da realidade elaborada historicamente pela humanidade sob a forma de conceitos, saberes ou modos de ação, independentemente da relação individual que os homens estabelecem com ela. O sistema de significações, embora em eterna transformação, está "pronto" quando o indivíduo nasce, cabendo a este se apropriar dele.

Para se compreender esse processo de formação da consciência, é preciso apreender a relação entre o sentido e o significado. Ambos os conceitos foram abordados por Vigotski (2009) e, posteriormente, por Leontiev (1984), quando aludiram aos processos psíquicos de desenvolvimento e atividade humana.

O estudo sobre a formação da consciência foi realizado primeiramente por Vigotski (2009), para quem sua constituição se dá pela relação direta entre o pensamento e a linguagem enquanto uma unidade. Por meio dessa relação, surge a palavra, a qual representa, de forma generalizada, a realidade na consciência humana.

Leontiev (1978, p. 94), ao referir-se à consciência, explicita-a como “[...] o reflexo da realidade, refratada através do prisma das significações e dos conceitos linguísticos, elaborados socialmente.” Destarte, a formação da consciência resulta da relação estabelecida entre o objeto constituído de elementos históricos e as condições que esse objeto elaborado socialmente proporciona, para que o sujeito desenvolva sua atividade prática.

Assim, para Leontiev (1978), estudar a consciência requer compreender como o indivíduo vive e em que condições.

Isto significa que devemos estudar como se formam as relações vitais de homem em tais condições ou tais condições sociais históricas e que estrutura particular engendra dadas as relações. Devemos em seguida estudar como a estrutura da consciência do homem se transforma com a estrutura da sua atividade. (LEONTIEV, 1978, p. 98).

Este trabalho não irá se aprofundar aos estudos da consciência e sua relação entre a significação e o sentido pessoal, mas sim à significação.

No que tange à significação ou ao significado social, Leontiev (1978) explana que se refere ao objeto ou fenômeno refletido pela linguagem, por meio da palavra, envolvendo os aspectos sociais e históricos que o constituem, no decorrer da atividade humana. Ou seja, é o reflexo da realidade percebida e pensada acerca do que lhe é apresentado, na atividade prática:

A significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e das práticas sociais da humanidade. [...] O homem já encontra um sistema de significações pronto, elaborado historicamente, e apropria-se dele tal como se apropria de um instrumento, esse precursor material da significação. (LEONTIEV, 1978, p. 100-102).

Serrão (2006) designa significação como o processo psíquico que provém da relação do sujeito com o objeto externo, apropriando-se das experiências humanas mais desenvolvidas na história da humanidade. Para essa autora, significação que pode ser caracterizada como

[...] um processo eminentemente social, é uma elaboração histórico-cultural, portanto coletiva e viabilizada mediante a atividade humana em geral, ou seja, a atividade vital humana, aquela desenvolvida pelos homens na produção da sua própria existências como gênero humano.

Mesmo assumindo esse caráter social, a significação não deixa de ser um processo individual da consciência do sujeito, haja vista que, ao mesmo tempo em que há a apropriação do conceito constituído universalmente pelo gênero humano, por meio das relações sociais estabelecidas (as objetivações), tem-se também a promoção no desenvolvimento da atividade interna do pensamento e outros processos psicológicos.

Leontiev (1978, p. 100-101) frisa que “[...] a significação é aquilo que num objeto ou fenômeno se descobre objetivamente num sistema, de interações e de relações objetivas. A significação é refletida e fixada na linguagem, o que lhe confere a sua estabilidade.”

Com base nesse preceito, pode-se inferir que, mediante o propósito deste estudo, a significação ou o significado social, enquanto processo de apropriação do conceito matemático de área, apresenta-se, ao longo da organização do ensino, em seu movimento lógico-histórico, como uma grandeza de medida de superfície contínua delimitada. Assim, independentemente das relações que se estabeleça, quanto à forma que esse conceito se configura, o seu significado social continuará sendo o mesmo, pois assume um caráter histórico.

Serrão (2006, p. 152), fundamentada nas palavras de Leontiev (1978), explicita: “A significação mediatiza o reflexo do mundo pelo homem na medida em que ele tem consciência deste, isto é, na medida em que seu reflexo do mundo se apoia na experiência da prática social e a integra”.

Sob esse enfoque, o movimento de superação por incorporação vai se materializando, no decorrer da atividade prática humana, principalmente no

contexto educacional, quando o estudante supera, no seu desenvolvimento psíquico, a condição inicial, ao relacionar-se com o objeto do conhecimento.

Enquanto uma possibilidade de organização da atividade orientadora de ensino e da atividade de estudo, a situação desencadeadora de aprendizagem vem cooperar para que o motivo da aprendizagem dos estudantes, em relação ao conceito de área, possa se tornar eficaz, impulsionando-os a se envolverem com as situações propostas e promovendo os movimentos dialéticos de objetivação-apropriação e da superação por incorporação com o conceito matemático de área.

A proposta deste estudo não está pautado em delimitar no que consiste o pensamento empírico e o pensamento teórico, e pontuar como e quando eles se efetivam de forma isolada nas produções dos estudantes, mas compreendê-los enquanto um processo em movimento, para formação do pensamento humano.

Assim, o que se propõe é contribuir para repensar o papel da escola, em relação ao encaminhamento teórico-metodológico dado aos objetos do conhecimento, compreender que a educação escolar pode ser considerada uma das formas universais de mediação cultural para o desenvolvimento humano e para a formação do pensamento teórico.

Davydov (1982, p. 298, tradução nossa) considera o pensamento empírico como “[...] um processo de obtenção e emprego das informações sensoriais pelos sujeitos, por meio da linguagem.”<sup>7</sup> Nesse sentido, o referido autor ainda destaca que o pensamento empírico

[...] tem um caráter classificador, catalisador e assegura a orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e traços externos de objetos e fenômenos isolados da natureza e da sociedade. Tal orientação é indispensável para fazeres cotidianos, durante o cumprimento de ações laborais rotineiras, porém é absolutamente insuficiente para assimilar o espírito autêntico da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo face à realidade. (DAVÍDOV, 1987, p. 144, tradução nossa).

Com base nessas considerações, compreende-se que o pensamento empírico pressupõe o caráter imediato, inicialmente a partir dos elementos

---

<sup>7</sup> El método de obtención y empleo de los datos sensoriales por los hombres, dueños del lenguaje (DAVYDOV, 1982).

sensoriais e das percepções dos objetos concretos e materializado através da representação do conceito.

Há de se considerar que, mediante uma concepção tradicional de ensino, esse pensamento seja o único viés em que a aprendizagem pode ocorrer, sob o processo lógico-formal de formação do conceito, cujas ações dos sujeitos implicados são direcionadas a partir do ponto de vista imediato, utilitário e superficial, proveniente apenas da prática cotidiana.

Contra-pondo-se a essa perspectiva, a concepção na qual este estudo está pautada considera o referido pensamento como o ponto de partida para que a escola possa promover as interdependências para desenvolver o pensamento teórico sob o ponto de vista dialético do movimento lógico-histórico dos conceitos e possibilitar a superação da condição inicial do sujeito aprendiz.

Em relação ao pensamento teórico, Davídov (1988, p. 73) defende que

[o] conteúdo específico do pensamento teórico é a existência mediatizada, refletida, essencial. O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral das pessoas como experimentação objetual sensorial peculiar. Depois, este experimento adquire cada vez mais um caráter cognoscitivo, permitindo às pessoas passar, com o tempo, aos experimentos realizados mentalmente.

Dessa forma, o pensamento teórico não se constitui, de forma imediata, da relação do sujeito com o meio, como o pensamento empírico, mas de maneira mediada, enquanto um processo de idealização das formas universais dos objetos.

Para Moretti et al (2011, p. 483)

A tarefa do pensamento teórico é justamente superar a “pseuconcreticidade”, elaborar os dados da contemplação e da representação na forma de conceitos, é revelar o movimento, a essência do fenômeno por meio do procedimento de ascensão do abstrato ao concreto.

Sobre este processo de ascensão do abstrato ao concreto<sup>8</sup>, Davidov (1988, p. 141) apoia-se nas palavras de Marx, considerando-o como sendo “um procedimento, com ajuda do qual o pensamento assimila o concreto, o reproduz como concreto pensado” (tradução nossa). Para o autor, o abstrato

---

<sup>8</sup> Sobre o movimento de ascensão do abstrato ao concreto vide Davidov (1988) e os decorrentes estudos de Asbahr (2011), Moura et al (2010) e Moretti et al (2011).

refere-se ao processo mental que o indivíduo consegue manifestar as formas de representação do concreto objetivado expressando a essência do objeto, enquanto que, o concreto manifesta-se como sendo o resultado do pensamento pautado na associação de abstrações, configurando-se o conceito generalizado e universal do objeto.

Em síntese, entende-se que a formação do pensamento teórico se constitui por meio das relações que o indivíduo estabelece com os objetos mediante os conceitos teóricos formados no processo de abstração.

Assim, enquanto o pensamento empírico se baseia no movimento da percepção-representação-conceito, pautado apenas na observação imediata dos atributos substanciais e insubstanciais, o pensamento teórico fundamenta-se “ a partir das atividades práticas sensoriais-objetivas humanas, reconstituindo em sua essência experimental as conexões generalizadas da realidade” (DAVYDOV, 1982, p. 309, tradução nossa), ou seja, o indivíduo desenvolve o processo de abstração, operando com os conceitos teóricos e não mais apenas com as representações.

Nessa linha, respondendo à indagação inicial, infere-se que cabe à escola desenvolver o pensamento teórico, tendo em vista que o processo de ensino e a educação escolar sistematizada, organizada e intencional, podem contribuir para a formação e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores mais complexas promovendo o salto qualitativo na formação do pensamento.

Nessa perspectiva, este estudo busca refletir sobre a organização do ensino escolar, por meio da Atividade Orientadora de Ensino, enquanto uma possibilidade didática de superação das práticas pedagógicas comumente encontradas nas escolas, que reforçam o pensamento empírico dos estudantes, para se alcançar o pensamento teórico dos conceitos científicos no ensino da Matemática, com o conceito de área.

## 5. LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO: CONHECENDO O OBJETO DE PESQUISA E O MOTIVO COM QUE ELA SE MATERIALIZA

Com o objetivo de compreender as significações manifestas por estudantes de um 5º ano na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, a partir no movimento lógico-histórico desse conceito primeiramente foi realizado um levantamento junto às produções acadêmicas publicadas nos últimos cinco anos, nos seguinte bancos de dados: CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior); BDTD (Banco Digital de Teses e Dissertações); Banco de Teses e Dissertações da USP, PUC, UNESP e UNICAMP; Repositório Lume (Banco de dados da UFRGS – integrado ao BDTD), a fim de consolidar a necessidade de se desenvolver um estudo que abordasse tal objeto de ensino com estudantes de 5º ano, amparado nas concepções teóricas já citadas anteriormente.

Ao realizar inicialmente tal busca em teses e dissertações, foi observado como esse conhecimento tem sido desenvolvido no ambiente escolar, quais abordagens teóricas e metodológicas o fundamentam, de sorte a se identificar os possíveis fatores que comprometem seu processo de aprendizagem e apropriação.

Em consonância com Gil (2008, p. 64), esses materiais podem contribuir nesse processo:

Fontes desta natureza podem ser muito importantes para a pesquisa, pois muitas delas são constituídas por relatórios de investigações científicas originais ou acuradas revisões bibliográficas. Seu valor depende, no entanto, da qualidade dos cursos das instituições onde são produzidas e da competência do orientador. Requer-se, portanto, muito cuidado na seleção dessas fontes.

Além dessas produções científicas, incluíram-se também, nessa tarefa de busca, os artigos científicos publicados em periódicos e anais, disponíveis no *Scientific Eletronic Library Online (SciELO)*<sup>9</sup>, de 2012 a junho de 2017, visando a elencar eventuais estudos que pudessem contribuir com a referida pesquisa, mesmo que a partir dos recortes voltados à fundamentação teórica e procedimentos metodológicos que conduzem tal estudo.

---

<sup>9</sup> Trata-se de uma biblioteca digital que abarca as produções científicas brasileiras em periódicos selecionados em diversas áreas do conhecimento.

Ao ressaltar a importância desses materiais, no processo investigativo, Gil (2008, p. 62-64) salienta:

Os periódicos constituem o meio mais importante para a comunicação científica. Graças a eles é que vem-se tornando possível a comunicação formal dos resultados de pesquisas originais e a manutenção do padrão de qualidade na investigação científica. [...] Os encontros científicos, tais como congressos, simpósios e fóruns, constituem locais privilegiados para apresentação de comunicações científicas. Seus resultados são publicados geralmente na forma de anais, que reúnem o conjunto dos trabalhos apresentados e as palestras e conferências ocorridas durante o evento.

Como ponto de partida para esse levantamento, foram investigadas palavras-chave nos sistemas de buscas desses repositórios de produções acadêmicas, as quais estivessem inter-relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem do conceito de área. As palavras adotadas inicialmente foram: ensino, conceito, área, matemática, aprendizagem, superfície e História. As Tabelas 1, 2 e 3 mostram o levantamento inicial, nos três bancos de dados, cujos registros encontrados foram elencados a partir das palavras-chave definidas e por meio de uma seleção preliminar de algumas produções, adotando-se como critério de exclusão, *a priori*, a leitura flutuante por título.

**TABELA 1 – LEVANTAMENTO INICIAL\* DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS NOS BANCOS DE DADOS DA CAPES**

<b>BANCO DE DADOS: CAPES - PERÍODO DE 2012 A 2017.</b>		
<b>Palavras-Chave</b>	<b>Quantidade de artigos</b>	
	<b>Sem refinamento</b>	<b>Com refinamento Educação+Matemática**</b>
<b>Ensino+Aprendizagem+ Conceito+Área</b>	6.625	2.666
<b>Ensino+Área+Matemática</b>	6.635	2.676
<b>Educação+Matemática+Área</b>	7.103	3.136
<b>História+Matemática+Conceito+Área</b>	28.700	2.959
<b>Área+Superfície+Matemática</b>	2.146.111	7.162
<b>Área+Perímetro+Matemática</b>	7.162	7.162
<b>Área+Perímetro</b>	608	153

<b>Histórico-cultural+matemática+conceito+área</b>	8	0
<b>Total</b>	2.202.952	25.914

Fonte: Elaborada pela autora.

Notas: Levantamento realizado em 22/01/2017 e 30/03/2017.

\*\* Desenvolvidos em língua portuguesa.

## **TABELA 2 – LEVANTAMENTO INICIAL\* DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS NOS BANCOS DE DADOS DO SCIELO**

<b>BANCO DE DADOS: SCIELO - PERÍODO DE 2012 A 2017</b>	
<b>Palavras-Chave</b>	<b>Quantidade</b>
	<b>Busca Avançada</b>
<b>Ensino+Aprendizagem+ Conceito+Área</b>	22
<b>Ensino+Área+Matemática</b>	21
<b>Educação+Matemática+Área</b>	90
<b>História+Matemática+Conceito+Área</b>	0
<b>Área+Superfície+Matemática</b>	14
<b>Área+Perímetro+Matemática</b>	3
<b>Área+Perímetro</b>	217
<b>História+matemática+área</b>	17
<b>Grandeza+Área+Matemática</b>	0
<b>Total</b>	384 artigos

Fonte: Elaborada pela autora.

Nota: \* Levantamento realizado em 22/01/2017 e 30/03/2017.

Além dessa busca por produções acadêmicas no Scielo, houve a necessidade de se levantar as produções acadêmicas no banco de dados da BDTD, que direcionam seus estudos ao ensino do conceito matemático de área, com o intuito de conhecer o universo de estudos que se preocuparam com a organização do ensino de tal conceito, conforme aponta a Tabela 3.

**TABELA 3 – LEVANTAMENTO INICIAL\* DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS NOS BANCOS DE DADOS DO BDTD**

<b>BANCO DE DADOS: BDTD - PERÍODO SEM PARÂMETRO</b>			
<b>Palavras-Chave</b>	<b>Quantidade</b>		
	<b>Busca avançada com refinamento **</b>	<b>Dissertações</b>	<b>Teses</b>
<b>Ensino+área+Matemática</b>	1.148	930	218
<b>Educação+Matemática+área</b>	942	721	221
<b>Grandeza+área+Matemática</b>	51	41	10
<b>área+superfície+Matemática</b>	184	118	66
<b>História+Matemática+Conceito+área</b>	98	71	27
<b>Total</b>	2.423	1881	542

Fonte: Elaborada pela autora

**Notas:** \* Levantamento realizado em 22/01/2017 e 30/03/2017.

\*\* Desenvolvidas em língua portuguesa.

Com base neste levantamento preliminar, foi possível encontrar 25.914 artigos na CAPES, 384 produções no SciELO e 2.423 pesquisas acadêmicas, entre dissertações e teses que envolviam diferentes conhecimentos, tendo em vista que as palavras-chave utilizadas abarcavam um amplo significado, permitindo o seu uso em diferentes contextos. Desse modo, diante desse montante, verificou-se a necessidade de se adotar o recurso de refinamento como critério no dispositivo de busca, a fim de excluir aqueles que não fossem relevantes para esta pesquisa.

Dessa forma, usou-se, por meio da busca avançada, o filtro para seleção ampliando as palavras-chave: ensino, conceito, aprendizagem, superfície, histórico, área, perímetro, História e matemática, com/sem parâmetro de data e com diferentes combinações de palavras, com o intuito de viabilizar uma leitura mais dinâmica, em função dos títulos. Vale destacar que, embora as produções acadêmicas tenham sido elencadas pelo sistema de busca, muitos desses trabalhos estavam relacionados aos estudos geográficos, químicos, dados matemáticos/estatísticos concernentes à saúde, alimentação, sustentabilidade, questões ambientais ou ao conhecimento matemático voltado aos segmentos do Ensino Fundamental II e ao Médio, os quais foram desconsiderados após a leitura flutuante de seus títulos. Após essa leitura, foi possível selecionar 52 trabalhos (Tabela 4).

**TABELA 4 – QUANTIDADE DE TRABALHOS SELECIONADOS APÓS A LEITURA DOS TÍTULOS**

BANCO DE DADOS	PALAVRAS-CHAVE	QUANTIDADE
CAPEB	área+perímetro+matemática	03
BDTD	ensino+área+matemática	34 <sup>10</sup>
	área+histórico+matemática	
SCIELO	ensino+aprendizagem+ conceito+área	15
	ensino+área+matemática	
	área+superfície+matemática	
	área+histórico+matemática	
TOTAL		52

Fonte: Elaborada pela autora

De posse dessas produções, realizou-se uma leitura mais apurada dos resumos dos trabalhos e observou-se a necessidade de mais um refinamento. Nesse processo, excluíram-se os trabalhos que não tratavam diretamente do assunto em estudo, como questões curriculares, formação inicial ou continuada de professores, eixo de grandeza e medidas, de maneira geral, optando-se por manter os estudos ligados à relação perímetro e área, por se entender que, embora sejam conceitos distintos, ambos dialogam no processo de ensino e de aprendizagem.

Esse procedimento resultou na seleção de 37 trabalhos, possibilitando uma aproximação entre os estudos já produzidos e o objeto de pesquisa em desenvolvimento (Tabela 5).

<sup>10</sup> 29 dissertações e 5 teses.

**TABELA 5 – TRABALHOS SELECIONADOS APÓS A LEITURA DOS RESUMOS**

BANCO DE DADOS	PALAVRAS-CHAVE	QUANTIDADE
CAPEs	área+perímetro+matemática	--
BDTD	ensino+área+matemática	15
	área+superfície+matemática	
	área+histórico+matemática	
SCIELO	ensino+área+matemática	22
	área+histórico+matemática	
	área+perímetro+matemática	
	área+perímetro	
TOTAL		37

Fonte: Elaborada pela autora.

Essa seleção inicial permitiu debruçar-se sobre o tema, realizando-se uma análise quanto aos objetivos e à fundamentação teórico-metodológica utilizada pelas produções, a fim de encontrar estudos que abordassem o desenvolvimento do conceito de área, a partir da perspectiva Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade.

Pelas leituras realizadas, pôde-se perceber que, ainda que o objeto de ensino seja o mesmo desta pesquisa, a maioria não se alinha à perspectiva histórico-cultural, de modo que as abordagens adotadas e o tratamento atribuído aos dados coletados diferem deste instrumento de investigação, demonstrando, assim, a relevância desta investigação a propósito do ensino do conceito de área, nos anos finais do Ensino Fundamental I.

Com isso, foi possível selecionar 8 trabalhos acadêmicos que guardavam uma aproximação com esta pesquisa, mesmo que alguns tenham sido desenvolvidos por abordagens teóricas diferenciadas. O Quadro 1 apresenta como critérios de seleção os seguintes elementos: ensino do conceito de área, abordagem histórica da formação do conceito e, por fim, a concepção teórica adotada neste estudo, voltada para a educação escolar.

É oportuno explicitar a peculiaridade presente nesse levantamento, em relação ao apontamento e à seleção das produções de Facco (2003) e Cunha (2008). Tal peculiaridade se deve ao fato de que se optou pela não definição de um período definido, no processo de busca, diferentemente dos demais bancos de dados. Desse modo, as referidas produções foram apontadas e elencadas

por apresentarem alguns elementos lógicos (conceito de área, medida, grandeza) e históricos (atividades humanas que constituíram o conceito matemático) pertinentes a este estudo acerca do conceito matemático de área.

Assim, como as demais produções, que continham, como palavras-chave, ensino+área+matemática e área+histórico+matemática, mesmo não estando dentro do parâmetro de data, foram selecionadas por apresentarem elementos importantes, os quais poderiam contribuir com este estudo.

## QUADRO 2 – RELAÇÃO DE TRABALHOS SELECIONADOS PARA UM ESTUDO PORMENORIZADO

TÍTULO	AUTOR	ANO	INSTITUIÇÃO/ FONTE	TIPO (sigla)	CRITÉRIO DE SELEÇÃO
Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem	Sonia Regina Facco	2003	PUC/SP	DM	Contribuições históricas para a formação do conceito.
Estudos das Elaboraões dos Professores sobre o Conceito de Medida em atividades de ensino	Michelline R. Kanaan da Cunha	2008	UNICAMP	TD	Considerações acerca das Grandezas e Medidas e fundamentação teórica.
Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do Ensino Fundamental	Viviane Raquel Backendorf	2010	UFRGS	DMP	Considerações acerca do conceito das grandezas de comprimento e de área.
O conceito de Medidas de Superfície na abordagem histórico-cultural e nos registros de representação.	Cátia Maria Nehring Marta Cristina Cezar Pozzobon Isabel Koltermann Battisti	2010	<i>Revista IberoAmericana de Educación</i> , n. 54/2, p.2-15, 2010	Artigo	Considerações sobre ensino e aprendizagem na Matemática sob a perspectiva histórico-cultural.
A atividade de ensino e o desenvolviment	Wellington Lima Cedro; Silvia	2010	<i>Revista Ciência &amp; Educação</i> , v. 16, n. 2, p. 427-	Artigo	Considerações sobre ensino e

o do pensamento teórico em Matemática	Pereira G. de Moraes; Josélia Euzébio da Rosa		445, 2010.		aprendizagem na Matemática.
Um Estudo Sobre a Produção de Significados de Estudantes do Ensino Fundamental para Área e Perímetro	Marcílio Dias Henriques	2011	UFJF	DM	Considerações em relação ao ensino do conceito de área e perímetro.
A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do Ensino Fundamental: atividades fundamentadas na história da Matemática.	Edilene Simões Costa dos Santos	2014	UnB	TD	Contribuições históricas para a formação do conceito.
Por que aprender isso, professora? Sentido pessoal e atividade de estudo na psicologia histórico-cultural.	Flávia da Silva Ferreira Asbahr; Marilene Proença Rebello de Souza	2014	<i>Estudos de Psicologia</i> , v.19, n.3, p.169-178, 2014.	Artigo	Considerações acerca da fundamentação teórica.

Fonte: Elaborado pela autora.

Tendo em vista essa seleção, o processo de aprofundamento das leituras buscou elencar elementos relevantes que cada uma das produções apresentava e que pudessem contribuir, de alguma forma, com este objeto de estudo. Para melhor explicitação, é necessário fazer uma breve consideração sobre cada uma delas, justificando, assim, o critério adotado e indicado no Quadro 1.

Nesse sentido, a dissertação de Mestrado intitulada como *Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem* (FACCO, 2003), teve como objetivo principal apontar possibilidades didáticas de ensino voltadas ao

conceito de área, sob a influência dos fenômenos históricos que o constituíram, enquanto uma grandeza.

A princípio, foi possível perceber as seguintes diferenças entre o referido estudo e esta pesquisa, tendo em vista que o aquele representa uma “[...] proposta de ensino do conceito de área e uma reflexão sobre a aprendizagem desse conteúdo por meio de uma sequência didática envolvendo a decomposição e composição de figuras planas” (FACCO, 2003), a partir da metodologia pautada na dialética *ferramenta-objeto* e mudança de quadros, de Douady, com os registros de representação semiótica de Duval e os estudos de Baltar.

Tal pesquisa envolveu estudantes de 5ª série (hoje, 6º ano) e professores de Matemática que lecionam no Ensino Fundamental II, tendo como referência principal uma experiência-piloto de Baltar, com estudantes de 5ª série, e a análise de livros didáticos. Sob esses moldes, a pesquisadora pôde acompanhar a professora regular da sala, durante a aplicação da sequência proposta, observando e realizando a análise dos dados, a partir das manifestações dos sujeitos envolvidos.

Embora o referido estudo tenha apresentado episódios referentes à constituição do conceito de área, no decorrer da história da humanidade, subsidiando uma compreensão acerca da atividade humana prática que envolve tal conhecimento matemático, o mesmo difere desta investigação, por envolver um público (alunos e professores) do Ensino Fundamental II e por não promover uma interface entre o percurso histórico e a atividade pedagógica proposta. Além disso, o tratamento metodológico dado a essas contribuições vai ao encontro do caráter lógico-histórico assumido neste trabalho, o qual considera a formação do pensamento, cujo método de investigação tem como base a Teoria da Atividade, como forma de organização e desenvolvimento da Atividade Orientadora de Ensino,.

Na tese de Cunha (2008), *Estudos das Elaborações dos Professores sobre o Conceito de Medida em Atividades de Ensino*, a autora teve como objetivo principal delinear reflexões sobre as elaborações de estudantes/professores do Curso de Pedagogia, em relação ao conceito de medida, por meio da organização e do desenvolvimento de atividades concretizadas pela própria pesquisadora, análise dos portfólios feitos pelos envolvidos e registros pessoais da mesma. Diante desse breve panorama, a

escolha dessa produção se deve ao fato de que, após sua leitura, verificou-se que há aspectos relevantes que vão ao encontro deste estudo. Esses aspectos estão relacionados à fundamentação teórica adotada por ambas as pesquisas, pelo tratamento metodológico para o desenvolvimento do objeto de análise, por assemelhar-se à intenção de propor situações de aprendizagem que busquem contribuir para a formação do pensamento teórico do conceito de grandezas e seus nexos conceituais de qualidade/quantidade e discreto/contínuo, favorecendo uma compreensão quanto a tais condições dos conceitos matemáticos.

A tese produzida por Santos (2014), intitulada *A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental*: atividades fundamentadas na história da Matemática teve como objetivo analisar a aprendizagem, utilizando a história da Matemática como ponto de partida para a produção e a sistematização do conceito de área, enquanto uma grandeza autônoma, ou seja, uma grandeza

[...] pertencente ao campo das grandezas geométricas definida por Douady e Perrin-Glorian (1989). Segundo estas autoras, o conceito de área pode ser classificado conforme duas concepções: (1) as geométricas, que se caracterizam pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno; (2) e as numéricas, que tratam os aspectos pertinentes ao cálculo. (SANTOS, 2014, p. 40).

Assim, ao levar em conta o movimento lógico-histórico proposto nesta pesquisa, tal tese foi elencada no Quadro 2, por se entender que a abordagem histórica adotada pela pesquisadora vem ao encontro desta pesquisa, quando se refere à historicidade da Matemática como fonte geradora de circunstâncias de produção e sistematização do conceito de área, apresentando elementos capazes de cooperar com esta proposta de estudo, pelo propósito de desenvolver o percurso histórico desse conceito, possibilitando a análise dos processos e produções dos alunos, no que concerne ao desenvolvimento de uma situação desencadeadora de aprendizagem elaborada a partir contexto histórico, visando à apropriação do conceito de medidas de área pelos estudantes.

A escolha da dissertação de Mestrado Profissional *Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do ensino Fundamental*, desenvolvida por Backendorf (2010), se deve ao fato de que a referida pesquisa identifica fatores que podem contribuir para o surgimento de

dificuldades acerca desse conceito, através da aplicação e memorização das regras e fórmulas. Embora esteja caracterizado como estudo de caso, com base na teoria dos campos conceituais de Gerard Vergaud, os pontos comuns dessa produção com essa pesquisa estão no público-alvo envolvido, nas dificuldades na formação do conceito e na aplicação de uma sequência didática voltada também aos estudantes de 4ª série (hoje, 5º ano do Ensino Fundamental).

A sequência didática apresentada foi organizada a partir da construção e adaptação de exercícios e situações-problema que promovessem uma problematização e despertasse diferentes estratégias de resolução. Assim, por meio de atividades práticas, os alunos foram mobilizados a comparar, medir paredes com unidades de medida criadas por eles, construir o metro quadrado, medir a altura de diferentes espaços, estimar e aproximar áreas de regiões não regulares com mapas. A consonância com este objeto de estudo e esta investigação encontra-se no público participante, no aspecto metodológico de uma pesquisa qualitativa e no tratamento conferido à coleta e análise dos dados, assim como a preocupação voltada ao ensino e aprendizagem de grandezas e medidas e, principalmente, a esses conceitos matemáticos de medidas de comprimento e área.

*O conceito de medidas de superfície na abordagem histórico-cultural e nos registros de representação* é o título do artigo produzido por Nehring et al. (2010), que contempla a descrição de algumas situações de ensino, com estudantes de 6º ano (5ª série), as quais abordam os conceitos de superfície e área, fundamentadas em uma produção de uma das autoras, tendo como aportes teóricos as representações semióticas de Duval (1995) e a perspectiva histórico-cultural de Vigotski (2001). Nessa linha, os aspectos relacionados ao processo de coleta de dados e as contribuições da teoria histórico-cultural nos processos de generalização e de abstração chamaram a atenção para esse estudo, devido ao tratamento dado aos episódios de desenvolvimento das situações de ensino e as intervenções da professora junto aos estudantes, a fim de favorecer a apropriação de significados e a formação dos sentidos desses conceitos matemáticos.

Os artigos *A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática*, de Cedro et al. (2010) e *Por que aprender isso, professora? Sentido pessoal e atividade de estudo na psicologia histórico-*

*cultural*, de Asbahr e Souza (2014), apresentam contribuições teóricas acerca da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, sendo que o primeiro promove a reflexão acerca do ensino da Matemática, a partir dos aportes teóricos de Vigotski (2007, 2008, 2009), Vigotskii (2017), Leontiev (1978, 1984), Davydov (1982) e Davidov (1988), enquanto o segundo reflete sobre os aspectos teóricos fundamentais da atividade de estudo, sob essa perspectiva. Nesse sentido, a escolha dessas produções proporcionou a reflexão sobre o ensino, a aprendizagem e a formação do pensamento teórico, colaborando com esta pesquisa na compreensão teórica voltada à Educação Matemática.

Por fim, a dissertação *Um Estudo Sobre a Produção de Significados de Estudantes do Ensino Fundamental para Área e Perímetro*, de Henriques (2011), apresenta-se como fonte de estudo que aborda as possíveis dificuldades de aprendizagem em relação aos conceitos de área e perímetro, em figuras geométricas planas. Tal pesquisa organizou-se tendo como base teórica Campos Semânticos, envolvendo estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, com o intuito de elaborar um conjunto de tarefas que fornecessem subsídios para identificar a produção de significados desses conceitos. Vale ressaltar que a contribuição desse trabalho foi fornecer evidências das possíveis dificuldades dos estudantes no 5º ano, como a confusão entre os conceitos de área e perímetro, em reconhecer medidas de uma figura como um de seus elementos constituintes, além de não reconhecerem e calcularem a área de figuras poligonais irregulares, a fim de superá-las, para que não permaneçam do decorrer do processo de ensino e de aprendizagem até a referida etapa de escolaridade.

Mediante esse panorama, foi possível perceber que os trabalhos elencados poderiam cooperar com esta pesquisa, em função de alguns de seus recortes, voltadas às fundamentações teóricas da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, à constituição histórica do conceito de área, bem como à concepção de área enquanto grandeza de superfície.

A respeito desse processo, Araújo e Moraes (2017, p. 58-59) afirmam que

[...] é preciso considerar que a “revisão bibliográfica” apresenta-se não apenas como ponto de partida da investigação, mas também como um dos seus pontos de chegada, na medida em que somente de posse de nossas próprias sínteses é que podemos verdadeiramente estabelecer diálogos críticos e propositivos com os conhecimentos já produzidos sobre o fenômeno que estamos investigando.

Assim, tratando-se de procedimentos investigativos de busca e análise pertinentes à atividade de pesquisa, este estudo buscou, nos fundamentos teórico-metodológicos do materialismo histórico-dialético e do movimento lógico-histórico, elementos que fossem substanciais e essenciais para o conceito de área que as produções acadêmicas apresentavam, pelas atividades humanas, sem deixar de lado os aspectos teóricos que fundamentam o desenvolvimento desta investigação.

## **6. A Atividade Orientadora de Ensino como organizadora do ensino para apropriação do conceito de área**

Ao referir-se às condições necessárias para que o ambiente escolar possa cooperar para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e a formação do pensamento teórico dos estudantes em relação ao conhecimento matemático no processo de ensino e de aprendizagem, esta pesquisa apoiou-se nas contribuições da Teoria da Atividade, com ênfase na organização do ensino por meio da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) proposta por Moura (1996, 2001, 2010).

Vale salientar que, segundo esse autor, a incorporação do termo “orientadora”, no conceito de atividade, reforça o caráter intencional no desenvolvimento da atividade de ensino que cabe ao professor e a atividade de estudo do indivíduo em idade escolar. Em face dessa premissa, Moura (2017, p. 84) assevera: “É preciso que o professor e o estudante tornem-se sujeitos da atividade no seu processo de desenvolvimento.”

Nessa perspectiva, constitui-se um modo geral de organização do ensino, cujo conteúdo principal é o conhecimento teórico do indivíduo, no movimento de apropriação do conhecimento. Dessa forma, ao organizar as ações que objetivam o ensinar, o professor também requalifica seus conhecimentos – e é esse o processo que caracteriza a AOE como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA, 1996a).

Segundo Moura et al. (2010, p. 217), a “[...] AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar.”

Para Moura et al. (2010), a situação desencadeadora de aprendizagem deve explicitar a gênese do conceito, aqui entendida como a sua essência; a necessidade que provocou na humanidade a sua elaboração, “[...] como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico.”(MOURA et al., 2010, p. 103-104).

Essas situações desencadeadoras de aprendizagem podem ser implementadas por intermédio de diferentes recursos metodológicos. Dentre

esses recursos, Moura e Lanner de Moura (1998) enumeram, em seus estudos, o jogo intencionalmente pedagógico, as situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito, criando condições para que os estudantes “entrem” em atividade.

Segundo os referidos autores, a organização de ensino sob essa perspectiva oferece condições para que as crianças possam entrar em atividade. Quanto a essas condições eles explicitam:

**[...] o jogo com propósito pedagógico** pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo **colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos.**[...] **As situações emergentes do cotidiano** possibilita à **prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela.**[...] É a **história virtual do conceito** porque **coloca a criança diante de uma situação problema semelhante àquela vivida pelo o homem** (no sentido genérico). (MOURA; LANNER DE MOURA, 1998, p. 12-14 apud MOURA, 2010, p. 105-106, grifo nosso).

Por isso, as contribuições da AOE podem viabilizar um ensino organizado, intencional e sistematizado, dando condições para que os estudantes concretizem suas ações de aprendizagem e, no que concerne ao professor, instrumentalizando-o para o desenvolvimento de sua atividade de ensino, na apropriação dos conhecimentos teóricos dos estudantes e na formação de conceitos.

A Atividade Orientadora de Ensino elaborada neste estudo apresenta-se de forma pormenorizada no decorrer deste capítulo enquanto uma possibilidade singular de organização do ensino, tendo em vista que se trata de um momento coletivo em que as ações foram pensadas e refletidas a partir dos pressupostos teórico-metodológicos que envolvem esta pesquisa.

A proposta se configura, *a priori*, de forma diferenciada das demais práticas pedagógicas para o ensino da Matemática, enquanto uma possibilidade de promover a atividade de estudo, tanto do professor quanto daquele que se pretende ensinar. Desse modo, contrapõe-se às organizações de ensino cujas estruturas são elaboradas em função de uma ação isolada do professor ou da equipe escolar, que as prepara com base em uma reflexão superficial acerca dos procedimentos metodológicos, dificultando o diálogo entre a teoria e a prática docente.

Moura et al. (2010, p. 96) destacam:

O desafio que se apresenta ao professor relaciona-se com a organização do ensino, de modo que o processo educativo se constitua como atividade para o estudante e para o professor. Para o aluno, como atividade de estudo, e para o professor, como trabalho.

Assim, pensar nessa organização do ensino, com o auxílio da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), é refletir sobre o movimento do processo educativo que visa à constituição do pensamento teórico do conhecimento matemático, no estudante, por meio do processo de aprendizagem e, no professor, por meio da sua mediação, porque, ao organizar as suas ações, “[...] requalifica seus conhecimentos dentro do processo de formação do professor e do estudante.” (MOURA et al., 2010, p. 100-101).

Alinhada ao objetivo geral deste estudo, essa AOE busca propiciar aos estudantes do 5º ano situações desencadeadoras de aprendizagem com o conceito matemático de área, pelo uso de recursos teórico-metodológicos da história virtual do conceito. Esse recurso lhes possibilita envolver-se no processo de objetivação de tal conceito, em sua gênese, colocando-os em situações de aprendizagem semelhantes às atividades humanas desenvolvidas no processo histórico.

A organização se apoiou também nos pressupostos a respeito da utilização do jogo com propósito pedagógico, que se constitui como recurso metodológico, considerando que, com os conhecimentos elaborados pelos estudantes, no decorrer das situações de aprendizagem, eles têm condições de mobilizar os conhecimentos necessários para a mensuração de diferentes superfícies planas (ou consideradas planas), constituindo, assim, o conceito de área e a utilização de unidades padronizadas. Desse modo, o “jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema.” (MOURA, 2010, p. 106).

Feitas essas considerações, pode-se explicitar que a referida proposta foi desenvolvida em quatro momentos: 1) apresentação aos estudantes do contexto histórico, geográfico e social em que se baseia a história virtual elaborada, bem como a problematização inicial, a fim de desencadear as possíveis soluções, de forma coletiva; 2) desenvolvimento de estratégias de delimitação e mensuração da superfície em estudo, por meio de instrumentos de medição não padronizados; 3) utilização de estratégias para definir a unidade de área como instrumento de mensuração de uma superfície plana; e,

por fim, 4) sistematização dos conhecimentos elaborados, através do jogo com propósito pedagógico.

### **Momento 1- Conhecer o contexto histórico, geográfico, social e cultural da História Virtual e sua problematização inicial: delimitação da porção de terra**

Essa organização foi planejada para ser desenvolvida em dois encontros semanais de duas aulas cada, durante quatro semanas consecutivas, visando a oferecer as condições necessárias aos estudantes para entrarem em atividade de estudo. Para tanto, foi apresentada uma história virtual, sem deixar de lado as condições que permeiam a essência, ou melhor, os atributos substanciais (DAVYDOV, 1982) do conceito de área constituídos no processo histórico da humanidade.

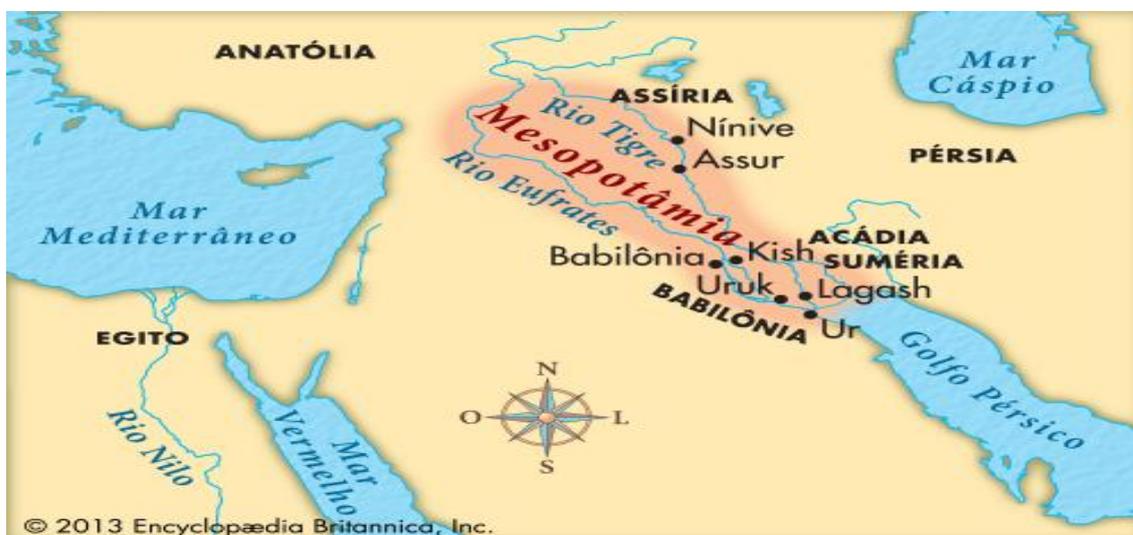
Assim, o intuito dessa situação é conhecer as estratégias pessoais encontradas pelos estudantes, ao buscarem as possíveis soluções, no primeiro momento, acerca do problema da delimitação da porção de terra e, posteriormente, atinentes à mensuração da porção de terra destinada ao plantio de sementes e à construção de uma plataforma retangular, passando pelos aspectos discretos e contínuos dessa grandeza.

As questões norteadoras para a organização das ações foram: *Como o homem poderia mensurar uma porção de terra, sem formato definido, a fim de realizar o plantio? Como organizar a construção de uma plataforma pavimentada, com o intuito de se proteger contra os fenômenos naturais, como as cheias do rio? Quais relações geométricas são possíveis de serem observadas, nessas situações? Quais características essenciais cada uma delas apresenta? Existem diferenças e semelhanças entre elas? Como poderemos fazer para mensurar tais superfícies desse espaço delimitado?*

Para a exposição do contexto social, cultural, econômico e temporal planejou-se contar uma história (elaborada a partir dos estudos sobre o lógico-histórico do conceito de área); apresentar o mapa (Figura 5) com a localização geográfica do Rio Tigre e também os principais hábitos e costumes (Apêndice D) com a explicação das terminologias específicas da cultura em questão.

Uma tabela de sobrenomes foi elaborada para que os estudantes pudessem usar como pseudônimos e se imaginarem como sujeitos da situação histórica.

Figura 5- Rios Tigre e Eufrates.



Fonte: <http://civimesopotamica.blogspot.com.br>

### QUADRO 3 – SOBRENOMES\*\*\* COMUNS DA REGIÃO DA MESOPOTÂMIA (IRAQUE)

MALIKI	ZOBAIE	SALEH	ZEBARI
SULAGH	WAHID	CHIBLI	JUZAI
SUDANI	ABBUDI	HARIRI	SULTAN
JAHEH	SAFI	AHMED	SARI
MAHMUD	RACHID	RADI	HAKIM

Fonte: Elaborado pela autora.

**Nota:**

\*\*\* A seleção dos sobrenomes iraquianos tem como base a reportagem “Confira os nomes dos integrantes do novo governo iraquiano”, da *France Presse*, Bagdá. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/mundo/ult94u96104.shtml>. Acesso em: 12 ago. 2017.

Vale ressaltar que os sobrenomes elencados acima não se referem a personagens pertencentes àquela época histórica, mas se trata de sobrenomes existentes naquele contexto geográfico atual (Iraque). Na verdade, as fontes pesquisadas que retratam a história daquelas civilizações trazem nomes apenas dos principais personagens históricos (reis) do período em que está se remetendo tal situação. Dessa forma, mesmo que esses sobrenomes não estejam relacionados àquela época, o critério adotado para seu uso, neste contexto, será meramente como forma de referenciar o estudante em suas produções e manifestações, mantendo-o em sigilo, no decorrer da pesquisa.

A história virtual apresentada na sequência narra um episódio em que um grupo de agricultores foi convocado pelo Rei da cidade de Ur, na Mesopotâmia, que, ao observar as terras à margem do Rio Tigre, percebeu que as mesmas eram muito férteis (EVES, 2011) e propícias para o cultivo de grãos e sementes (CHILDE, 1978).

*Tenho percebido que as terras às margens do Rio Tigre apresentam uma condição muito favorável à agricultura e ao plantio dos grãos. Assim, venho aqui oferecer uma porção de terra a cada um de vocês, à margem do rio, entre estas duas curvas, porém, não tenho pessoas e instrumentos que possam me auxiliar nessa medição e fazer tal distribuição. Mediante essas condições, peço que encontrem uma maneira de dividir a terra igualmente, de modo que todos os senhores tenham a mesma porção, à margem do rio. Além disso, preciso lembrá-los de que, entre cada um dos terrenos, há a necessidade de deixarem um “corredor” de passagem de mesma largura, para que se possa fazer o transporte dos produtos cultivados e se permita a locomoção das pessoas que ali se fixarem.*

Perante tal história, a problematização caracteriza-se pelas questões: *Como os agricultores resolveram a dificuldade em dividir as porções de terra, de tal modo que todas elas tivessem a mesma superfície delimitada? Quais estratégias/instrumentos poderiam ser usados para realizarem tal delimitação?*

Dessa forma, a intenção dessa proposta é envolver os estudantes que, em atividade de estudo, pudessem vivenciar uma situação muito semelhante à que se apresentou, na história da humanidade, motivando-os a buscarem soluções que atendessem a tal necessidade humana. Assim, além de colocá-los na mesma situação de atividade prática, buscou-se oferecer-lhes condições para perceberem que, independentemente do tempo histórico, a necessidade em se delimitar uma superfície e realizar a sua mensuração sempre esteve presente no decorrer da atividade humana, em diferentes momentos históricos. Ou seja, não é possível mensurar uma área que não esteja delimitada.

## **Momento 2 – Buscar uma unidade de medida para mensurar uma superfície delimitada**

O objetivo desse momento é propor uma situação de aprendizagem de modo que os estudantes possam medir a superfície delimitada utilizando sementes de abóbora enquanto uma unidade discreta. Para tal encaminhamento que orienta as ações dos estudantes, explana-se a seguinte circunstância

*Caros agricultores... Estou vendo que conseguiram dividir as porções de terra, de tal modo que todas tenham a mesma superfície, mas, para que se tornem proprietários efetivos dessas terras e possam se instalar nesses terrenos, para os transformarem em espaços produtivos, por meio do trabalho agrícola, é preciso ainda que cada um de vocês divida a porção de terra recebida em duas partes iguais, sendo que a primeira metade possa destinar à plantação e o cultivo dos grãos e, posteriormente, na outra metade construam uma plataforma de tijolos cozidos, evitando, assim, a invasão das águas do rio, no período das inundações, em suas moradias. Para isso, é necessário descobrir quantas unidades de grãos deverão comprar, lembrando que em cada espaçamento podem colocar apenas uma semente, sem que elas fiquem uma em cima da outra. Assim que souberem quantas sementes irão precisar, voltem para me comunicar.*

Destarte, insere-se a seguinte problematização: *Quantos grãos/sementes os agricultores deverão comprar, para cultivarem nessa metade da porção de terra doada pelo Rei?*

Com tal questionamento, essa proposta tem o intuito de promover entre os estudantes a reflexão acerca da variação sobre a quantidade de grãos necessária numa mesma porção de terra, tendo em vista que as sementes apresentavam formatos e tamanhos diferentes, e isso poderia comprometer as mensurações, por meio desse instrumento de medida. Além disso, cabe ao Rei ressaltar que a cobrança de impostos tem como base a produção que cada agricultor tem, em sua porção de terra, necessitando, assim, do uso de uma unidade de área-padrão.

## **Momento 3 - Calcular a área utilizando uma unidade de medida discreta**

O terceiro momento caracteriza-se pela necessidade de encontrar uma unidade de área que supera a medição por grãos

A situação proposta introduz a medição com tijolos retangulares cozidos (HOGBEN, 1970).

*Caros agricultores... Vejo que estão sendo desafiados pelo Rei com essa tarefa e, como pudemos perceber, medir a metade do terreno com grãos não nos deu um valor preciso de quantos seria necessário comprar. Em minhas andanças, tive certa experiência com produção de tijolos cozidos de barro, para serem usados nas construções dos protetores (como chamavam as moradias), cujas dimensões de comprimento seriam duas vezes maiores que a dimensão de largura com 5 unidades de medida. O que os senhores acham de comprarem esses tijolos junto aos oleiros e construir a plataforma que o Rei lhes solicitou?*

A leitura dessa parte da história virtual envolve a escolha por uma unidade de medida que permita uma medida mais exata do terreno. A questão norteadora, nesse momento, é: *Seria possível se chegar a uma mensuração mais precisa, por meio desta estratégia?*

Nesse momento, cada estudante precisa encontrar a quantidade de tijolos como unidade de área para a construção da plataforma. Com o desenvolvimento dessa proposta, a seguinte questão permite a reflexão sobre os dois processos de medidas: *Qual a relação da mensuração de uma superfície por grãos e a situação, ao se utilizar a peça de tijolo?*

Em vista dessa propositura, espera-se que os mesmos percebam que, na primeira situação, ao mensurar a metade da superfície por grãos, fica impossível se chegar a uma medição exata, tendo em vista que o instrumento utilizado (sementes) não tem um formato e tamanho regulares. Com isso, não lhes permite ter uma pavimentação completa da superfície, haja vista que a cobertura por semente somente ocorre devido à projeção ortogonal refletida pela sua sombra, a partir de perspectiva perpendicular da semente.

Todavia, com o uso da face do tijolo, espera-se que os estudantes verifiquem que a unidade de área utilizada é delimitada e suas dimensões podem resultar em uma medida exata.

Dessa maneira, esse movimento de formação do pensamento, possibilita ao estudante perceber como a unidade de área percorre uma

trajetória em busca da unidade de medida-padrão necessária para as relações sociais e comerciais.

O desenvolvimento dessa situação desencadeadora se transpõe para um novo encaminhamento (5º problema desencadeador), em busca de uma unidade de área-padrão, a fim de constituir a relação entre as dimensões para o cálculo do conceito de área.

Na sequência, o Rei (professora) explica suas condições aos seus agricultores (estudantes):

*Diante dessa dificuldade, percebo que os senhores utilizaram estratégias que pudessem me trazer uma mensuração mais exata de tal superfície. Sabendo que essa medida se refere à metade da superfície, vocês teriam condições sabiamente de me dizerem quanto mede a porção destinada à plataforma, não é mesmo? Assim, na construção da plataforma de tijolos de barro cozido, para edificarem seus protetores, peço-lhes que a pavimentem, usando os ladrilhos decorados cujo formato tem a mesma dimensão (lados), no seu comprimento e na sua largura (HOGBEN, 1970) que lhes ofereço para comprar, junto aos mercadores do reino. Para tanto, é preciso que os senhores me façam o pedido das peças com base na plataforma de tijolos que construíram.*

Essa situação está aliada aos seguintes questionamentos: *Quantas peças de ladrilhos oferecidas pelo Rei é necessário comprar, junto ao mercador, para que possamos fazer a pavimentação completa? Foi possível fazer alguma relação geométrica entre a unidade de área utilizada na etapa final da pavimentação da superfície com a construção da plataforma dos protetores e o ladrilhamento dessa plataforma?*

Planeja-se a apresentação de diversas imagens de mosaicos mais modernos, como também os construídos pelo homem, no decorrer da história da humanidade, em diferentes contextos, e explana sobre essa técnica artística.

Mediante a elaboração e desenvolvimento desta proposta, espera-se que os estudantes possam calcular a área de uma superfície, por meio de uma unidade de medida discreta, estabelecendo as relações entre as dimensões

das figuras geométricas do retângulo e do quadrado, para a mensuração na metade do território.

#### **Momento 4 – Conhecer a padronização da unidade de área**

O quarto momento propõe um novo problema desencadeador, que possibilita ao agricultor a transposição da mensuração da superfície com grandezas discretas para a necessidade humana em estabelecer uma unidade de medida-padrão voltada ao conceito de área.

*Senhores agricultores, cada um de vocês está recebendo tabuletas quadriculadas, para que os senhores representem o terreno de vocês, a fim de que eu possa saber qual é sua área e calcule o valor do imposto.*

*No entanto, como podem perceber, o tamanho da tabuleta não representa o espaço da unidade do ladrilho empregada na plataforma do terreno. Assim, peço-lhes que, utilizando 1 como a unidade da área quadrada, calculem a medida da superfície da plataforma ladrilhada e do terreno todo.*

Mediante a abrangência das relações sociais e comerciais estabelecidas entre os homens, a necessidade em se instituir a medida-padrão foi-se consolidando e se faz indispensável, no processo de mensuração de uma superfície. (POZEBON, 2014)

Para o desenvolvimento das ações, propõem-se os seguintes questionamentos: *Seria possível registrar o tamanho real do terreno, representando a dimensão da superfície que cada agricultor tinha? Por quê? Qual é a unidade de medida mais adequada para se mensurar um espaço mais amplo? E a representação desse espaço? Como podemos estabelecer a relação entre o  $\text{cm}^2$  usado na representação e a unidade de medida da área do terreno, em seu formato real?*

Com a finalidade de organizar pensamento de síntese da AOE foram elaboradas as seguintes indagações: *O desafio dado pelo Rei aos agricultores foi resolvido de imediato? Quais foram as primeiras dificuldades encontradas pelos mesmos? Quais estratégias foram usadas para resolver tais situações-problema? Foi possível perceber se as estratégias empregadas nas atividades pregressas ofereceram alguma dificuldade? Utilizar a malha quadriculada foi a*

*forma mais adequada de se mensurar uma superfície com exatidão? Vocês usariam outro modo de realizar essa medição? Como seria possível fazer?*

Na realidade, tais mediações supracitadas visam a satisfazer a necessidade em promover o movimento de análise e síntese do pensamento formulado pelos estudantes e pela professora em relação a aprendizagem. A este movimento, Moura (2016, p. 155) considera que “os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende”, configurando assim, o movimento dialético da superação por incorporação na formação do conceito de área pelas crianças.

Enquanto recurso de sistematização do conhecimento de área, também faz parte da intervenção didática o jogo “*Descobrimo por trás da imagem*”, cujo objetivo é identificar as possíveis estratégias dos estudantes para reconhecer e mensurar a superfície projetada pelas imagens de animais formadas por peças de pentaminós (formas geométricas irregulares compostas de 5 quadrados com dimensão de 2x2cm).

Para Bellemain e Lima (2002), as atividades que envolvam composição e a decomposição de figuras, o uso de ladrilhamentos, do *tangram* e de poliminós (neste estudo, de modo singular, com as peças de pentaminós) subsidia a compreensão do conceito de área, reproduzindo ações humanas que foram constituindo tal conhecimento matemático.

Sob essa perspectiva, o uso do referido jogo apresenta-se com propósito pedagógico, tendo em vista seu caráter problematizador proposto nas fichas de comando para a montagem das figuras e o cálculo da área da figura montada cujos materiais encontraram-se pormenorizados nos Apêndice E.

## 7. COLETA DE DADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Sob a concepção de aprendizagem e desenvolvimento humano alicerçada na apropriação do conhecimento produzido e acumulado na história da humanidade e tendo a escola como o ambiente privilegiado para que isso aconteça, foi desenvolvida uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) que contemplasse esse fenômeno, considerando o movimento lógico-histórico do conceito matemático de área.

Foram selecionados 12 episódios referentes à intervenção pedagógica desenvolvida. Nessa seleção, foram levadas em conta as falas e as imagens, assim como os registros produzidos pelos estudantes, os quais mostraram indícios acerca dos nexos conceituais de área (delimitação, divisão, mensuração e padronização da medida) e os saltos qualitativos, no decorrer do processo de formação do conceito, pelo método da ascensão do abstrato ao concreto, materializados nas significações expressas pelos membros do grupo pesquisado.

Nesse contexto, este estudo teve o intuito de buscar elementos capazes de contribuir com o objetivo desta investigação, no sentido de compreender as significações manifestas por estudantes de um 5º ano, na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, a partir no movimento lógico-histórico desse conceito,.

### **MOMENTO 1 - Conhecer o contexto histórico, geográfico, social e cultural da História Virtual e sua problematização inicial: delimitação da porção de terra.**

Com base na concepção teórica de um dos elementos da Teoria da Atividade em que a Atividade Orientadora de Ensino se apoia, como o motivo, foi possível perceber que o grupo de estudantes estava mobilizado em participar das atividades propostas, as quais eles mesmos denominaram como “oficina da matemática”, fazendo questionamentos, ao nos encontrarmos na entrada, logo que chegaram à escola, como: “*O que faremos hoje na oficina?*” “*Vai ter continha?*”, “*E o jogo vai ser hoje?*” (SAFI, 14/08/2017). Essa percepção foi constatada quando algumas estudantes vieram expressar suas opiniões a respeito da nova atividade de aprendizagem. Uma delas ainda relatou que, como era segunda-feira, ela não queria vir à escola, tendo em vista

que era o dia em que viria uma professora substituta (devido à dispensa semanal da professora para o desenvolvimento da pesquisa) e não haveria atividades “*legais*” para serem feitas e aprender “*coisas novas*” (ZEBARI, 14/08/2017).

Mediante esse ocorrido, infere-se que o motivo de “aprender coisas novas”, expresso pela estudante, demonstrou ser um motivo eficaz para o desenvolvimento de uma atividade de estudo. Em relação a esse momento, observa-se o motivo da atividade de estudo da estudante, inicialmente configurados pelos “motivos afetivos” (ASBAHR, 2016) decorrentes do vínculo entre a turma e a professora, ao propor outra atividade diferenciada, com o propósito de transformá-los em “motivos eficazes” (LEONTIEV, 1978), tendo em vista, no processo educativo, de apropriar-se dos conhecimentos teóricos e transmitidos no ambiente escolar.

No mesmo dia, 14/08/17, os estudantes foram organizados e direcionados à sala, para desenvolverem as ações propostas na AOE, como: a apresentação do contexto histórico, social e cultural (ilustrado na Figura 6); a escolha dos sobrenomes, a divisão dos estudantes em grupos, utilizando a técnica de subtração sucessiva; a exposição e a explanação da história virtual com o 1º problema desencadeador (delimitação da porção de terra com os corredores de pedra) e, por fim, a socialização das possíveis estratégias levantadas pelos estudantes.

FIGURA 6 – Apresentação da contextualização histórica, cultural e social da AOE



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Em seguida, os estudantes foram organizados e solicitados para a escolha dos sobrenomes das famílias que iriam representar, ao longo da história virtual. Feita a escolha, a professora apresentou a história virtual e o 1º problema desencadeador contido na AOE (Figura 7).

FIGURA 7 - Explicação da história virtual com 1º problema desencadeador (delimitação da porção de terra com os corredores de pedra)

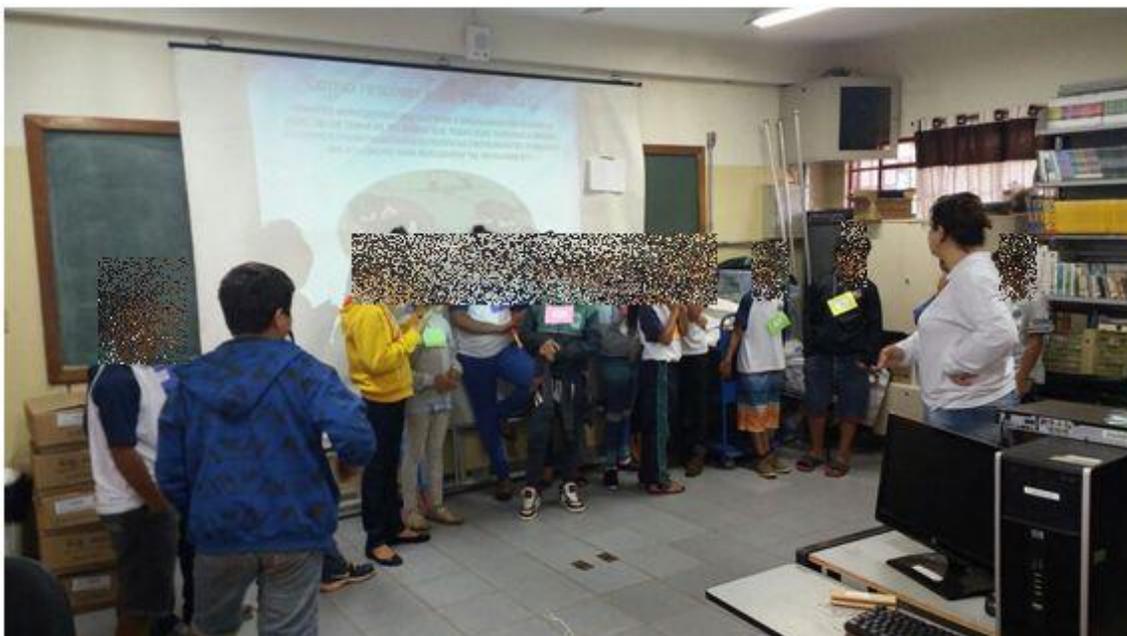


Fonte: Acervo pessoal da professora.

Para resolver a situação, proposta pelo problema, os estudantes foram orientados a se organizarem em grupos, de maneira que, no encontro seguinte, eles resolvessem o problema proposto pela história virtual.

Como estratégia de organização para os agrupamentos, a professora recorreu à experiência conhecida por ela, na pesquisa de Santos (2016), ao adotar a técnica da divisão por subtrações sucessivas, a fim de demonstrar outro método de se realizar a divisão que não fosse o algoritmo, já que a história virtual estava pautada em outra época, quando ainda não se usava tal procedimento da chave. O motivo de usar essa estratégia se deve ao fato de que, embora a grande maioria dos estudantes da turma já efetuasse o procedimento do algoritmo convencional, havia alguns que ainda revelavam dificuldades em compreender o conceito de divisão explicitado na figura 8 (AV\_14082017).

FIGURA 8 – Distribuição dos estudantes por meio da divisão com subtrações sucessivas



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Nessa retomada sobre o conceito de divisão, a estudante Sari (AV\_14082017) expressa: “*Agora, entendi porque fazemos continha de menos na divisão! Porque a gente vai tirando do número fora da chave à quantidade.*” Nesse momento, observa-se o movimento do pensamento referente aos nexos internos do conceito de divisão desencadeada pela situação, pois aquele procedimento matemático pelo qual a estudante “tirava” a quantidade do número que estava fora da chave foi internalizado, quando ela percebeu na divisão do grupo de estudantes que, ao distribuir a quantidade de crianças entre os 5 grupos, ela foi retirando da quantidade de crianças que estavam sem ser agrupadas ainda. Essa estratégia foi adotada pela professora, por perceber, tanto em Sari como em outros estudantes, a dificuldade em compreender os procedimentos matemáticos no desenvolvimento do algoritmo da divisão; nesse sentido, ressalta-se que essa estudante não participou do estudo de Santos (2016), mas apenas se apropriou da estratégia adotada pela professora para superar tal dificuldade.

O salto qualitativo, nesse momento, ficou evidenciado nas falas abaixo:

PROFESSORA: *Quantas crianças têm hoje na turma?*  
 HAKIN: *18 alunos.*  
 SULTAN: *Mas têm também as duas que faltaram. Então têm 20.*  
 HAKIN: *Ah, é...*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo. Quantos agricultores terão em cada plataforma, já que temos 5 plataformas?*

SULTAN: *Acho que 4.*  
 PROFESSORA: *Por que você acha que dá 4?*  
 SULTAN: *Contando com as meninas que faltaram, ficará 4, pois vou tirando de 5 em 5 da quantidade de crianças.*  
 PROFESSORA: *Mas as meninas não estão, como faremos?*  
 SULTAN: *A gente vai tirando, tirando, e o que sobrar forma o outro grupo.*  
 PROFESSORA: *Me explica melhor...*  
 SULTAN: ***Olha... aqui tem 4, mais 4 deste, mais 4 do meu, mais 3 deste grupo, dá quinze, mais 3 do outro, aí falta 2 que dá uma divisão não exata, mas, se tivesse as duas que faltaram, dá mais um grupo de 4, fica 20, aí a divisão fica exata.***  
 PROFESSORA: *Sobrar ou faltar?*  
 HAKIN: *Vai faltar, professora, nos outros dois grupos.*  
 ZOBAIE: *Faltar, Sultan... porque aí coloca no grupo que faltou 1.*  
 PROFESSORA: *Por que então fazemos a subtração na divisão?*  
 JAHED: ***Porque a gente vai tirando do total até dividir tudo que tem.***

(AV\_14082017, grifo nosso)

Assim, infere-se que os estudantes Sultan, Hakin e Saleh puderam produzir as significações acerca do conceito de divisão, haja vista a motivação da grande maioria em resolver a questão de distribuição das crianças nos “grupos de vizinhos” e compreenderam os procedimentos da subtração na realização do algoritmo.

Dessa forma, os grupos de estudantes foram nomeados como: GA1 (Maliki, Sudani, Zebari e Radi), GA2 (Safi, Hakin, Mahmud e Sari), GA3 (Wahid, Sultan, Zobaie e Jahed), GA4 (Rachid, Saleh, Hariri e Chibli) e GA5 (Juzai, Ahmed e Sulagh).

Em seguida, os estudantes se organizaram junto às bases de representação das terras e do rio e se sentaram em volta, sendo cada dupla de estudantes de cada lado da base. Em grupos, começaram a socializar as diferentes maneiras com que poderiam delimitar as porções de terra, de tal modo que todos ficassem com a mesma quantidade de área, como é possível ver na Figura 9, a seguir, captada na gravação de vídeo (AV\_14082017):

FIGURA 9 – Organizando os corredores para delimitarem o terreno



Fonte: Acervo pessoal da professora.

No 1º episódio referente à organização dos corredores para delimitação da porção de terra, tem-se o grupo GA1 das estudantes Maliki, Sudani, Zebari e Radi (no canto direito da Figura 10). Elas receberam representações dos corredores de pedras e, por meio da percepção, tentavam organizá-los de maneira que seu terreno ficasse com o mesmo espaço que os demais.

PROFESSORA: *E aí, meninas, como vocês pensaram para organizar os corredores?*  
 RADI: *A gente pensou em colocar aqui [mostrando aproximadamente no meio do espaço reservado para o seu terreno].*  
 PROFESSORA: *Mas com quantos terrenos você iria ficar?*  
 RADI: *Com estes dois.*  
 PROFESSORA: *Mas quantos terrenos foram dados pelo rei? Um ou dois?*  
 RADI: *Ah... É verdade. Foi dado apenas um. E agora?*  
 ZEBARI: *A gente coloca assim... colocando o corredor ao lado do corredor que já estava na base].*  
 PROFESSORA: *Mas, como foi falado... Os corredores devem ficar entre as porções de terra para passagem dos produtos e das pessoas.*  
 RADI [vai colocando o corredor no centro da superfície de terra]: *Fica com dois.*  
 MALIKI [pega o corredor e coloca no extremo da base de papel pardo]: *Olha, assim fica um terreno só.*

(GA1 - AV\_14082017)

Sudani, observando as ações de Maliki, também posiciona a sua mão para medir cada porção. Nesse momento, ela vai comparando o comprimento do seu barbante com o comprimento de um dos lados dos terrenos das outras estudantes.

Percebendo, por meio do senso de grandeza, que o espaço do seu terreno e das demais estudantes ficou semelhante, Maliki solicita um pedaço de barbante, para medir o comprimento do seu terreno, atentando ainda ao comprimento de um dos lados do terreno e comenta: “*Professora, posso medir*

*com barbante este lado e ver com elas quanto deu e ver se deu igual.”* (MALIKI, AV\_18082017).

Radi e Zebari organizam os seus corredores, de modo que atendessem à medida do pedaço de barbante, e percebem que, colocando os corredores nas extremidades da base, ficariam com a mesma porção de terra.

Esse instante indica um salto qualitativo em relação aos nexos conceituais de delimitação e de mensuração das porções de terra, ao notarem, na ação de Sudani, a relação de semelhança entre as porções de terra delimitadas e o senso de grandeza. O senso não foi mais suficiente para afirmarem se tinham ou não a mesma porção de terra, exigindo, assim, uma precisão da necessidade de mensuração. Dias (2011) refere-se a senso de grandeza como sendo a percepção da quantidade de grandeza de objetos ou fenômeno, através das sensações.

Perante as mediações da professora (REI), ao retomar as condições em que o problema estava imerso, a necessidade em delimitar com precisão a porção de terra permitiu a mobilização de conhecimentos já introduzidos para efetuar as medições com os barbantes. Tais conhecimentos foram desenvolvidos na AOE, em ano anterior, por Amaral (2016), como forma de medir a extensão de uma parede.

Há de se considerar que, nesse momento, tal material não havia sido disponibilizado e nem estava no campo visual das estudantes, de modo que fizessem alusão ao material e induzissem para o seu uso. Tal fato evidencia que os mesmos manifestaram a relação com o que já haviam apreendido, nessa situação de ensino, e a possibilidade de uso do barbante como um instrumento de medida. Nesse processo, podemos afirmar que os estudantes utilizaram a operação a que Moura (1996, 2010) se refere na AOE.

Foi possível observar procedimentos semelhantes dos membros do GA2 (Safi e Hakin) e do GA3, com Wahid e Jahed (conforme ilustrado na Figura 11), quanto ao processo de delimitação da porção de terra, empregando os corredores de pedra como instrumentos, até chegarem a uma única porção de terra e com a mesma superfície; a respeito, Hakin expressa que, “[...] se a gente colocar nas pontas da base, teremos um terreno para cada um, e, se colocar no meio, aí vai ficar com dois menores.” (HAKIN, AV\_ 18082017).

FIGURA 10 - Semelhanças nos procedimentos de delimitação



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Posteriormente, solicitaram o barbante e o utilizaram como instrumento para confirmar tal igualdade entre as dimensões das porções de terra. Já no segundo grupo, observou-se que Wahid (conforme ilustrado na Figura 10), embora não pertencesse a esse grupo de estudantes, no ano anterior, tomou a iniciativa de orientar os demais do grupo e foi colocando os corredores nas extremidades. Nessa ocasião, Sultan solicitou o pedaço de barbante como instrumento de medição, de sorte a comparar o comprimento dos terrenos que o colega havia delimitado (Figura 12), alegando “[...] *que as terras tinham que ter o mesmo ‘tamanho’, senão cada um pagaria mais imposto que o outro.*” (SULTAN, AV\_18082017).

Com base nestas manifestações, pode-se interpretar que se trata, nesse caso, de uma atuação na zona iminente, ou seja, Wahid interveio no processo de apropriação dos demais colegas, pois aquele conhecimento já estava internalizado em decorrência das atividades externas as quais já havia vivenciado, podendo auxiliá-los nesse momento de aprendizagem. Assim, essa intervenção de Wahid possibilitou aos colegas o que Vigotski (2007) denomina como zona de desenvolvimento proximal (iminente), pois despertou neles vários processos internos de desenvolvimento psíquicos capazes de operar “[...] somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento independente da criança.” (VIGOTSKI, 2007, p.103).

Além disso, o estudante destacou a necessidade humana que impulsiona o desenvolvimento do conceito matemático de dividir as porções de terra igualmente. Esta se caracteriza como nexos externo que integra o conceito teórico.

FIGURA 11 – O estudante (blusa vermelha) utilizando o barbante para confirmar a medição realizada com a mão pelo colega (blusa cinza)



Fonte: Acervo pessoal da professora.

O 2º episódio relaciona-se com a estratégia usada pelo GA3 para quantificar a superfície delimitada. A transcrição abaixo mostra que os estudantes empregaram as operações efetuadas a partir da AOE sobre medidas de comprimento, já desenvolvidas e mencionadas anteriormente, dando-lhes condições de adotar estratégias não padronizadas para concretizar tais medições, como se evidencia no diálogo abaixo:

PROFESSORA: *Como vocês vão organizar os corredores?*  
 WHAID: *Eu fui colocando nas pontas do papel*  
 PROFESSORA: *E aí, pessoal... como vocês mediram cada porção de terra?*  
 JAHED: *Aí, nós já medimos com a mão...*  
 PROFESSORA: *Mas a mesma mão mediu todos os terrenos ou cada um mediu com sua mão?*  
 WAHID: *Usamos a mão do Jahed em todos os terrenos.*  
 PROFESSORA: *E deu certo?*  
 JAHED: *Sim.*  
 SULTAN: *Vamos medir com barbante? Acho que vai ser melhor...*  
 JAHED: *Não, espera aí, vou medir de novo com a minha mão... Olha... **Aqui deu duas mãos e dois dedos usando a minha mão.***  
 SULTAN: *Vou medir com barbante, olha... Aí coloco os corredores nas pontas, aí cada pedaço entre o corredor tem a mesma medida, olha!!!*

(AV\_18082017, grifo nosso)

Logo, considera-se que, no momento em que os estudantes numeralizam a medida da dimensão do comprimento, eles superam as

condições nas quais o barbante não foi mais suficiente para o processo de medição.

Por esse processo, concorda-se com Lanner de Moura (2005, p. 03), quando autora afirma:

A medida está também conectada com o conceito de número, pois para comunicar o valor da medida torna-se necessário uma expressão numérica apropriada. É a partir da inter-relação espaço-número-medida que os conceitos matemáticos ficam impregnados de sentido. Durante o processo de construção do conhecimento de medida a criança experimenta concretamente a relação (espaço-medida) aplicando a extensão da unidade sobre a extensão da grandeza; realiza contagens (número) contando os deslocamentos da unidade sobre a grandeza.

Para tanto, vale destacar que, no decorrer do processo, a professora percebe que os olhares dos estudantes estavam voltados a delimitar o terreno somente pelo seu comprimento, desconsiderando a outra dimensão, a da largura. Dessa forma, infere-se que tal consideração se deve ao fato de que os estudantes visualmente imaginavam que a largura fosse igual em todos os terrenos, por se tratar do formato retangular.

Ainda no Momento 1, no segundo dia (18/08/2017), os estudantes adentraram na sala e já foram se organizando, conforme a divisão dos grupos feita no encontro anterior, acomodando-se na base de papel pardo que já haviam manipulado, naquela ocasião.

A essa altura, houve uma breve retomada das ações desenvolvidas pela professora (REI) e, em seguida, a continuidade da situação desencadeadora de aprendizagem, envolvendo o conceito de metade, considerando que se tratava de uma das condições dada pelo Rei, para que os estudantes pudessem dividir a porção de terra em duas partes: a superfície reservada para plantação e a construção de uma plataforma de tijolos para a pavimentação e ladrilhamento da base do protetor, em cada terreno, para que se tornassem proprietários das terras.

A partir dessa situação, os estudantes solicitaram o barbante como instrumento de medição novamente, a fim de identificar o comprimento ou a largura da porção de terra que tinham.

O 3º episódio refere-se ao processo de divisão da superfície delimitada pelo grupo GA1, formado pelas estudantes Maliki, Sudani, Radi e Zebari. Observando as porções de terra, Radi pega o barbante e começa a realocá-lo

no comprimento do terreno, mas decide pela largura do terreno, mostrando aos demais como deveria fazer (AV\_18082017):

FIGURA 12 - Radi calculando a largura da porção de terra para encontrar a metade da dimensão



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Nesse momento, é possível notar que a estudante já demonstra compreensão de que a forma retangular apresenta duas dimensões com medidas diferentes e opta pela largura, mostrando também uma relação com a situação cultural e alegando, para a professora: “*Vamos colocar a parte da plantação perto do rio, para regar a plantação, e do outro lado construímos a casa.*” (RADI, AV\_18082017).

Ao retomar a forma de dividir a porção da terra, a estudante Radi verbaliza as elaborações mentais que realizou a propósito desse nexos conceitual, ao manipular o barbante enquanto instrumento de medição:

PROFESSORA: *Eu quero a metade do terreno... Como calcular a metade? Primeiro, como vocês vão calcular...? Na horizontal [pela largura] ou na vertical [pelo comprimento]?*

RADI: *Na horizontal...*

PROFESSORA: *O que é dividir esta largura do terreno pela metade? Como você vai marcar a metade no seu barbante?*

RADI: ***É cortar no meio. Vou dobrar ele. Aí, vou colocar nesta ponta, marco com o dedo. Aí, viro o barbante e vou medir o outro lado, para ver se é igual.***

RADI: *Olha, professora, aqui deu o mesmo tamanho, então, aqui é a metade.*

(AV\_18082017, grifo nosso)

De fato, a estudante, por meio da observação e da manipulação do barbante, descobriu quais estratégias utilizaria, para encontrar a metade do terreno. O uso do barbante configurou-se como um instrumento de medição não padronizado, mas que permitisse obter o conceito de metade da largura, a partir do momento em que a estudante dobra o fio ponta com ponta e resolve

cortar no eixo simétrico do barbante e encontra a metade da medição encontrada (Figura 13):

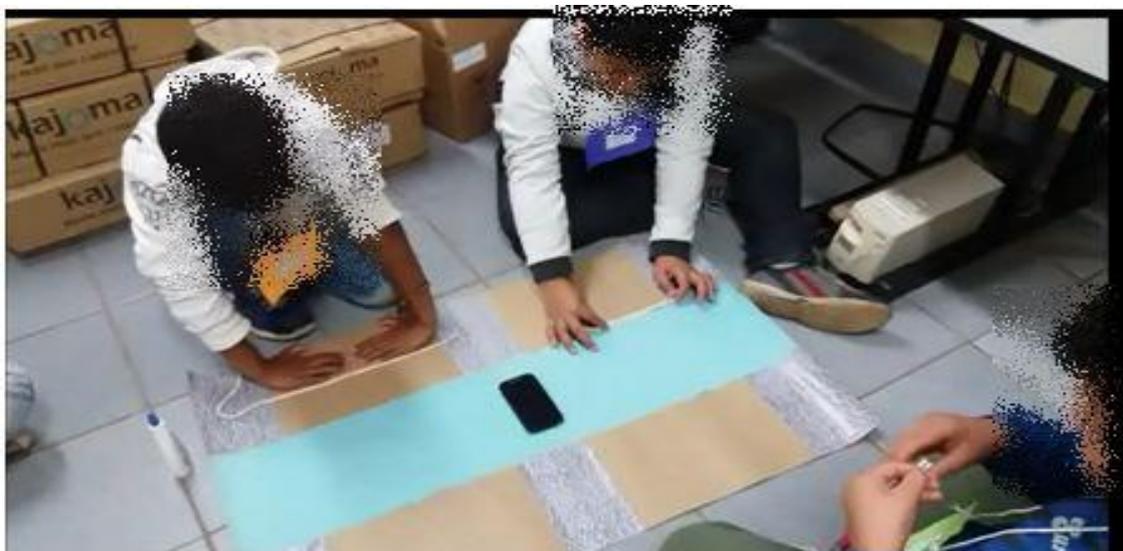
FIGURA 13 - Maliki manipulando o barbante e verificando os procedimentos adotados por Radi, para encontrar a metade obtida na largura do terreno



Fonte: Acervo pessoal da professora.

O 4º episódio, ainda acerca do conceito de metade, mostra as estratégias de GA4. Observou-se que Rachid, inicialmente, usa suas próprias mãos como instrumento simétrico, a fim de encontrar o ponto central da porção de terra, realizando sua marcação na dimensão do comprimento (AV\_18082017).

FIGURA 14- Rachid tentando encontrar o ponto de simetria na porção de terra, utilizando as mãos



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Como forma de constatar a metade do terreno, Rachid ainda coloca o barbante sobre a porção de terra, mas argumenta não saber, com certeza, se encontrou a metade do terreno. Nesse momento, Chibli mostra a Rachid como pode achar a metade: “[...] *precisa esticar o barbante desta ponta até o outro lado [comprimento] e depois você dobra ponta com ponta, e aí você confirma onde você marcou.*” (AV\_18082017).

FIGURA 15 - Chibli estica o barbante de um corredor a outro, mostrando a Rachid como confirmar se sua marcação é equivalente à metade da extensão do barbante



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Nesse momento, conclui-se que o conceito de metade formado pelas situações concretas e uso de objetos de apoio, como o barbante, cooperou para a formação do pensamento teórico do conhecimento matemático em questão. Tal estratégia supera o tratamento dado ao conceito, sob a concepção abstrata retratada nos exemplos cotidianos, particulares, e nas representações ilustradas em livros didáticos, como de Dante (2014) e Centurión et al. (2014), indicando, por exemplo, o melão cortado ao meio, uma barra dividida em duas partes iguais, uma folha de sulfite dobrada ao meio, tão comumente encontradas nesses recursos e reproduzidas nas salas de aula, as quais não favorecem a formação do conceito teórico.

Para Davidov (1988, p.152, tradução nossa), o conceito teórico

[...] aparece como reflexo dos processos de desenvolvimento da relação entre o universal e o singular, da essência e dos fenômenos; por sua forma, aparece como procedimento de dedução do singular a partir do universal, como procedimento de ascensão do abstrato ao concreto.

Assim, como modo de promover a formação do pensamento teórico, a organização do ensino precisa desenvolver situações de aprendizagem que sejam adequadas ao desenvolvimento psíquico e à formação do pensamento teórico.

Por isso, esse episódio mostra que encontrar a metade do terreno apenas por meio da visualização do eixo simétrico do terreno, utilizando as mãos, não convenceu Rachid de ter encontrado a metade da superfície, devido à limitação da sua mensuração com a mão para dividir. A partir da intervenção do outro estudante, ao assegurar que poderia confirmar ou não sua mensuração com o uso do barbante, ele pode materializar sua concepção de metade, por meio da comparação entre as duas partes da porção de terra e o comprimento do barbante.

O 5º episódio também se refere ao nexos conceitual de divisão de área pela metade, envolvendo o GA2. A estudante Mahmud não apresentava o conceito de metade formado, necessitando de mediação da professora, conforme conversa a seguir:

PROFESSORA: *Qual é o comprimento do seu terreno, como poderia medir com o barbante?*  
 [Mahmud mostra com o dedo na base do papel pardo o comprimento.]  
 PROFESSORA: *Mahmud, no barbante, qual o comprimento do seu terreno?*  
 [Mahmud pega o barbante, coloca rente ao comprimento do terreno e corta o excesso do mesmo. Em seguida, estica o cordão, apontando o comprimento do barbante].  
 PROFESSORA: *Esse é o comprimento do seu terreno?*  
 MAHMUD: *É.*  
 PROFESSORA: *Como você vai fazer para dividir ele na metade?*  
 [Mahmud pega o barbante e, olhando para ele, diz que deveria dobrá-lo em duas partes.]  
 PROFESSORA: *- E como você faria isso?*  
 MAHMUD: ***Eu tenho que dobrar.***  
 PROFESSORA: *- Em quantas partes?*  
 MAHMUD: ***Dobra em duas vezes e aqui é a metade, professora. E na outra parte está a outra metade.***

(AV\_18082017, grifo nosso)

FIGURA 16 - Mahmud mostrando como calcular a metade do comprimento do seu terreno



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Essa situação mostra como a zona do desenvolvimento iminente vai se configurando no processo educativo, pois Mahmud sozinha, mesmo estando em grupo, não conseguia acompanhar e compreender as operações que as colegas realizaram, para encontrar a metade do comprimento do seu terreno. Após as ações orientadas da professora, ela demonstrou compreensão do processo de medição do comprimento e do processo de formação do conceito de metade, quando se referiu à dobra do barbante em duas partes, indicando o salto qualitativo com a ascensão do abstrato ao concreto, na zona do desenvolvimento real.

Nessa mesma linha, Mello (2015, p. 7) destaca:

Ao contar com a ajuda da professora, a criança realiza a atividade em colaboração e se prepara para realizar essa atividade sozinha em um futuro próximo. Essa questão foi apresentada por Vigotski como a relação entre duas zonas de desenvolvimento – a zona de desenvolvimento real, caracterizada por aquilo que a criança, em determinado momento, é capaz de fazer sem ajuda direta do outro e a zona de desenvolvimento iminente, caracterizada por aquilo que a criança é capaz de realizar com alguma ajuda.

Os demais estudantes adotaram estratégias com o barbante muito semelhantes, quando esticaram o fio no seu comprimento, encontrando a metade da extensão na dobra do cordão em duas partes e, como tática para confirmar tal mensuração, houve a comparação dos barbantes entre os membros do grupo.

Nesse caso, o barbante foi objetivado enquanto um instrumento de medição não padronizado, permitindo ao estudante conferir a esse objeto o caráter mensurador da grandeza de comprimento, bem como estabelecer a

comparação de uma mesma grandeza (comprimento), configurando o processo de objetivação-apropriação para a formação do conceito de metade.

Por esse processo, infere-se que, ao se colocarem na mesma situação histórica de mensuração de superfície, como os estiradores de corda faziam, o movimento do pensamento configurou-se inicialmente da percepção, da representação e da formação do conceito com que o conhecimento empírico se forma, para a constituição do pensamento teórico. A formação do conceito de metade foi-se consolidando, no decorrer do processo educativo, quando os estudantes foram atentando aos atributos substanciais referentes ao conceito de metade, como: o inteiro dividido em duas partes iguais, as duas partes que compõem o inteiro representam superfícies de mesmo “tamanho”, na situação.

## **Momento 2 – Buscar uma unidade de medida para mensurar uma superfície delimitada**

Com base na resolução das duas problematizações (delimitação e divisão do terreno em duas partes iguais), presentes na situação desencadeadora de aprendizagem anterior, os estudantes se depararam com a situação proposta pelo Rei, de utilizar as sementes como instrumento de medida, para calcular a superfície da porção de terra recebida.

Nesse momento, a professora anunciou o 2º problema desencadeador, orientando-os a fazer uma estimativa de quantas sementes seriam necessárias para realizar a cobertura de toda a porção de terra.

Os estudantes foram mobilizados a estimar quantas sementes (representadas pelas sementes de abóbora) seria necessário comprar, junto ao Rei.

Mediante tal situação, foi possível observar mais dois episódios distintos entre os estudantes: 1- a organização das sementes aleatórias, preocupando-se apenas para que as mesmas não ficassem sobrepostas umas nas outras (6º episódio) e 2- observou-se que os estudantes alinharam as sementes a partir das dimensões de comprimento e de largura (7º episódio).

O 6º episódio refere-se à mensuração da superfície, usando sementes envolvendo o GA4. Hariri mostrou-se ansioso em efetuar a atividade, e não manifestou uma estimativa de quantas sementes iria precisar para cobrir a superfície. Essa observação se confirma, devido ao fato de o estudante pedir “[...] *um monte com bastantes sementes, porque o espaço era grande e as*

*sementes eram pequenas e, por isso, vou precisar de muitas, mas não sei certinho, quantas.*" (HARIRI, AV\_ 21082917).

FIGURA 17 - Hariri espalhando as sementes de forma aleatória para cobrir a porção de terra



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Foi possível perceber que Hariri, Maliki e Sudani compreenderam que precisavam cobrir a parte da porção da terra, mas não demonstraram a preocupação com as dimensões do terreno e nem com o agrupamento e espaçamento entre as sementes. Dessa maneira, para informar ao Rei quantas sementes haviam sido utilizadas, realizaram a contagem após a acomodação das sementes, por meio da retirada de uma semente por vez da base da terra.

Esse fato indica que Hariri estava privilegiando a cobertura da superfície e não atentou ao critério de não sobrepor as sementes, o que gerou uma quantidade excessiva de sementes, a qual destoou dos demais estudantes (222 sementes), conforme registrado na Figura 17. Esse critério é substancial no processo de medida, quer da operação do instrumento que mede, quer do processo de medida.

Hariri ainda contou o montante das sementes usadas, uma a uma, e fez a sua quantificação, ao passo que Radi e Zebari realizaram a contagem de duas em duas, para chegar ao total de sementes utilizadas.

Assim, esse episódio, concernente ao nexos conceitual da mensuração, pode ser considerado isolado, conforme Caraça (2010) explicita, tendo em vista a unidade de quantificação dos aspectos discretos e contínuos, para a medição da superfície, possibilitando a mobilização do pensamento e tornando-o, segundo Davydov (1982), o elemento norteador para o processo de formação

do conceito. Nesse sentido, entende-se que, quando Hariri espalhou todo o montante de sementes sobre a porção de terra, com o objetivo de cobrir toda a superfície, privilegiou o aspecto contínuo da grandeza a ser medida, encontrando uma maneira de cobri-la totalmente, mesmo que as sementes, objeto que mede, ficassem sobrepostas.

O 7º episódio evidencia outra estratégia de contagem das sementes, demonstrando o salto qualitativo em relação à quantificação das sementes. Essa superação se materializou nos demais grupos, quando estudantes, como Safi, Hakin, Jahed, Whadi, Sultan, Juzai, Zobaie, Rachid, Chibli, Mahmud e Sari, ao receberem as sementes, primeiramente fizeram o alinhamento das mesmas, utilizando uma ou as duas dimensões da porção de terra (Figura 19).

Os estudantes Sultan, Zobaie, Mahmud e Sari empregaram o cálculo mental da adição para cada grupo de sementes que completavam as linhas horizontais formadas, chegando à quantidade utilizada para a cobertura da superfície e apoiando-se exclusivamente na dimensão do comprimento. Esse momento ficou materializado através da manifestação de Sultan: *“O meu deu 167, porque eu fui juntando quantas sementes eu usei em cada linha e deu isso”* (AV\_21082017), ao passo que Zobaie explica: *“O meu deu 178, porque eu fui contando por fileira de sementes, aí fui juntando cada uma.”* (AV\_21082017).

A estratégia adotada pelos estudantes, de organizar as sementes em fileiras, em uma superfície, segundo Lanner de Moura (2001, p. 30), apresenta dois significados: “[...] um geométrico – o de representar a grandeza distância – e o outro, aritmético – o de calcular quantas vezes foi aplicada a unidade ao longo da distância.” Compreende-se que o modo como esses estudantes organizaram e calcularam a superfície, usando uma unidade de medida discreta, manifesta essas duas significações do conceito área.

A outra estratégia utilizada pelos estudantes Safi, Hakin, Jahed, Whadi, Juzai, Rachid, Chibli e Saleh desenvolveu-se com o uso da multiplicação, ao perceberem que, em algumas linhas de sementes, havia a mesma quantidade e se tratava de uma soma de quantidades iguais, de sorte que, assim, poderiam resolver usando a “continha de vezes”, conforme pode ser observado na manifestação de Rachid: *“[...] fui vendo quantas filas de sementes tinham a mesma quantia e fiz a conta de vezes.”* Esse mesmo movimento foi constatado com Chibli, que afirmou: *“Quando eu vi que tinha a mesma quantidade de*

sementes nestas fileiras, eu montei a conta de vezes, aí deu tudo isso de semente.”

Esse mesmo processo, em sua essência, pode ser confirmado pelo diálogo entre a professora e Wahid, do GA3:

*PROFESSORA: E aí, meninos, como vocês calcularam?*

*WAHID: Eu fiz assim... eu coloquei uma semente embaixo da outra, mais ou menos, formando umas linhas.*

*PROFESSORA: Sim e aí, o que você percebeu?*

*WAHID: **Como aqui tem 11 linhas e cada linha tem 13 sementes, posso fazer a continha de vezes (11x13)?***

*PROFESSORA: Mas você confirmou se todas as linhas têm treze sementes?*

*WAHID: **Têm algumas que tem mais e outras menos por causa do tamanho das sementes... mas eu posso ver quantas linhas têm a mesma quantidade, faço de vezes e depois vou juntando com as que não têm.***

(AV\_ 21082017)

FIGURA 18 – Mensuração por grãos da porção de terra



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Igualmente a Wahid, os outros estudantes citados anteriormente empregaram a mesma estratégia para a totalização das sementes. Por fim, os estudantes, após a contagem das sementes, foram chamados um a um pelo sobrenome adotado, para o registro no painel da quantidade solicitada (Figura 19).

Com base nessa outra estratégia, compreende-se que os estudantes tenham resolvido a situação-problema, manifestando o movimento dialético da superação por incorporação e considerando que o movimento do pensamento, no processo de mensuração, ultrapassou os mecanismos que os estudantes citados anteriormente apontaram. Esse modo de resolver o problema, apoiando-se nos estudos de Davidov (1988), configura-se inicialmente no

processo de abstração, quando os estudantes Safi, Hakin, Jahed, Whadi, Juzai, Rachid, Chibli e Saleh se valeram da multiplicação para mensuração da superfície, indicando um processo mental que potencializou a aprendizagem para a quantificação da grandeza contínua na medição.

FIGURA 19 - Painel de registro do Rei com a medição por grãos

Nome da família	Medição
FAMÍLIA AHMED	177
FAMÍLIA ABBUDI	157
FAMÍLIA WAHID	174
FAMÍLIA ZOBAIE	116
FAMÍLIA MAHMUD	128
FAMÍLIA JAHED	112
FAMÍLIA SULAGH	106
FAMÍLIA MALIKI	108
FAMÍLIA SUDANI	153
FAMÍLIA SARI	107
FAMÍLIA HAKIM	143
FAMÍLIA SALEH	100
FAMÍLIA ZEBARI	167
FAMÍLIA CHIBLI	241
FAMÍLIA SULTAN	222
FAMÍLIA RADI	130
FAMÍLIA HARIRI	120
FAMÍLIA RACHID	183
FAMÍLIA JUZAI	
FAMÍLIA SAFI	

Fonte: Acervo pessoal da professora.

Em face dessa situação, surgem as seguintes questões norteadoras para discussão: *Foi possível calcular a quantidade de grãos para serem comprados? Essa mensuração foi igual para todos os terrenos ou não?*

Tais questionamentos foram realizados com o intuito de promover entre os estudantes a reflexão acerca da variação, entre os mesmos, sobre a quantidade de grãos necessária numa mesma porção de terra, tendo em vista que, em razão de as sementes trazerem formatos e tamanhos diferentes, isso poderia comprometer as mensurações por meio dessa unidade de medida, de maneira que a sua disposição na superfície pode variar. Além disso, coube à professora ressaltar que os impostos cobrados pelo Rei tinham como base a produção que cada agricultor teria, em sua porção de terra, necessitando do uso de uma unidade de área padrão, calculada pela quantidade de grãos.

Vale ressaltar que o uso de sementes como forma de se mensurar a superfície levou em conta o elemento lógico-histórico pesquisado, pois é compreendido que se trata de um instrumento tridimensional, enquanto a mensuração de uma superfície é bidimensional. Essa estratégia se apoia no aspecto atinente à projeção ortogonal da semente sobre a porção de terra, ou seja, o reflexo da semente sob a luz direta e perpendicular que provoca sua sombra na base, tornando-a, pois, a unidade de medição bidimensional.

Assim, a sombra refletida na base do papel remete à ideia de cobertura da superfície, e como se trata de um instrumento com forma e tamanho diferentes, o espaçamento entre sementes não espelha a cobertura total da porção de terra, resultando na variação da quantidade de sementes usadas pelos estudantes.

### **Momento 3 - Calcular a área, utilizando uma unidade de medida discreta**

Neste 3º momento, porém, no encontro seguinte (25/08/2017), após a retomada das ações e operações desenvolvidas na AOE e a apresentação do 4º problema desencadeador, surge a necessidade de se encontrar uma unidade de área que pudesse superar tal dificuldade e obter uma mesma medida entre os agricultores.

Nesse contexto, desponta a possibilidade sugerida por um dos conselheiros do Rei, que tinha certa experiência com produção de tijolos retangulares cozidos (HOGBEN, 1970).

Após a apresentação dessa parte da história virtual, a qual envolveu a escolha por uma unidade de medida que permitisse uma medida de área mais exata do terreno, surgia a seguinte inquietação: *Seria possível se chegar a uma mensuração mais precisa, por meio dessa estratégia?*

Foi disponibilizado aos estudantes apenas um exemplar da representação da face do tijolo, cuja unidade de área tinha o formato retangular e em que o comprimento era o dobro de largura, para que os mesmos pudessem fazer uma estimativa de quantos tijolos seria necessário comprar, tendo como base as dimensões explicitadas pelo oleiro. Isso posto, como a aquisição dessas peças foi feita através de uma solicitação estimada da quantidade de peças que seriam necessárias para calcularem a superfície destinada pelo Rei, possibilitou-se a devolução das mesmas, em caso de peças em excesso, mas que não poderiam fazer uma nova compra, no caso de faltar peças que pudessem completar toda a pavimentação do terreno com a construção da plataforma.

Em posse da base do papel pardo (representação da superfície), com terreno delimitado e dividido pela metade, e do exemplar do tijolo (confeccionado em papel cartão marrom), cada estudante fez o cálculo de quantos tijolos seria preciso comprar na olaria.

O 8º episódio refere-se à mensuração da superfície, por meio das unidades discretas. Logo, pode-se compreender que os estudantes manifestaram as possibilidades para resolver o problema da porção de terra destinada à construção da plataforma, *a priori*, usando a sua única peça recebida como meio para projetar e demarcar a face do tijolo, assim, saber a quantidade de peças que seria necessária. Em seguida, fizeram a junção das peças (4 peças) como forma de se realizar a mensuração coletivamente e estimar quantas peças faltariam para completar a cobertura total da superfície de terra (2 peças)

A estratégia adotada, ao se empregar as peças dos demais estudantes para uma mensuração coletiva, fica evidente no GA2 (Figura 20), quando Safi, Hakin, Sari e Mahmud explicam:

PROFESSORA: *Vocês descobriram quantos tijolos irão precisar?*  
 SAFI: ***Sim. Eu peguei a peça de Hakin, Sari e Mahmud e juntei com a minha peça. Aí, fui colocando no meu terreno cada peça, um do lado da outra. E deu pra perceber que o espaço que faltava cobrir é igual a duas peças, daí, 4 peças mais duas que estão faltando... dá 6.***  
 PROFESSORA: *Sim... isso mesmo. Parabéns! Mas em que posição vocês colocaram as peças? Na vertical ou na horizontal?*  
 HAKIN: *Na vertical.*  
 PROFESSORA: *Mas, se mudássemos as peças de posição... seria ainda a mesma quantidade?*  
 HAKIN: *Seriam mais peças.*  
 PROFESSORA: *Mais? Por quê?*  
 [Safi, Sari e Mahmud começam a mexer nas peças, colocando-as em outras posições.]  
 SAFI: *Olha... coloquei quatro peças na horizontal e duas na vertical e deu a mesma quantidade.*  
 PROFESSORA: *Por quê?*  
 SAFI: *Porque cobriu todo o "espaço".*  
 SARI: *Olha o meu... tem três na vertical e três na horizontal.*  
 MAHMUD: *O meu também.*

(AV\_ 25082017)

FIGURA 20 - Outra possibilidade de organização dos tijolos na parte do terreno para construção da plataforma



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Para o desenvolvimento do conceito de área, a organização das faces dos tijolos para a cobertura do terreno tornou-se o elemento fundamental, no processo de objetivação-apropriação desse conhecimento matemático. A representação da face do tijolo foi o instrumento abstrato objetivado na unidade de medida, para a cobertura da superfície, tanto sob o aspecto discreto como contínuo da mensuração. Ao manipular as peças, o estudante foi constituindo o processo de abstração, generalizando que, independentemente da posição espacial que elas ocupam sobre a superfície, a medida de área será sempre a mesma. Esse processo configurou-se na formação do pensamento desse conhecimento matemático, enquanto um nexu interno do conceito de área.

Outra estratégia foi observada no grupo (Figura 21), quando seus integrantes, ao utilizarem sua peça, iam marcando com o dedo a cada extremo da peça e iam contando quantas vezes a mudavam de lugar. Isso se efetiva na fala de Juzai e Ahmed:

PROFESSORA: *Como você mediu, Juzai?*

JUZAI: *Medi de "olho"...*

PROFESSORA: *Como assim?*

JUZAI: *Fui mexendo os tijolos, **marcando com os dedos**, fui contando e olhando os espaços.*

PROFESSORA: *E você, Ahmed?*

AHMED: ***Fui marcando com o dedo onde dava o tijolo e fui contando.***

(AV\_ 25082017, grifo nosso)

FIGURA 21 - Juzai contando com um único tijolo por projeção e demarcação



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Mediante o 8º episódio, em que os estudantes realizaram a medição usando unidades discretas de peças representativas da face dos tijolos, é possível apreender que os estudantes demonstraram compreensão acerca do conceito, ao procurar cobrir por inteiro a porção de terra e que, independentemente da forma como as faces do tijolo eram organizadas (posição) sobre a superfície, a quantidade de peças será sempre a mesma, desde que respeitadas as mesmas dimensões.

Após o desenvolvimento dessa proposta, os estudantes foram desafiados a refletir a partir da seguinte questão: *Qual a relação da mensuração de uma superfície por grãos e a situação em se utilizar tal peça de tijolo?*

Diante dessa questão, Safi, Hakin, Sultan e Jahed observaram o painel com suas medições e foram explanando suas sínteses. Para Safi, “[...] a medição por grãos não era exata, porque dependia da quantidade que era usada, pois seu formato e tamanho eram diferentes e não cobria todo o terreno, enquanto que o tijolo ocupava todo o ‘espaço’.” Hakin reforça que “[...] a semente deixava espaço entre uma e outra e, por isso, não dava para medir com elas, pois cada um colocava de um jeito, mas no tijolo, mesmo colocando em posição diferente eles ficavam perto e não sobrava terra.” Já Jahed ponderou que “[...] era muito melhor medir com tijolos, pois cobriam toda a

*terra*”, enquanto Sultan ainda completa manifestando que “[...] *com a semente ficava difícil de contar e isso demorava.*” (AV\_25082017).

Infere-se que os estudantes perceberam que, na primeira situação de mensurar a metade da superfície por grãos, seria difícil se chegar a uma medição exata, tendo em vista que o instrumento utilizado (sementes), embora tivesse suas delimitações, não lhes permitia ter uma cobertura integral da superfície. Por sua vez, com o uso da peça do tijolo, por se tratar de uma unidade de área delimitada e uniforme, a mensuração já se tornou mais próxima de uma medida exata entre os estudantes, mesmo sendo uma unidade de medida discreta.

Lanner de Moura (2005, p. 03) assinala:

Para medir o comprimento de um objeto, faz-se necessário dois tipos de operação: uma de caráter geométrico, a que aplica a unidade ao longo da grandeza a ser medida, a outra de caráter aritmético, a que calcula quantas vezes é possível repetir a operação anterior. Uma está estritamente relacionada a outra, dando lugar a uma, nova operação: a operação de medir. Na operação de medir, assim constituída, podemos distinguir três outras operações, a seleção da unidade de medida, a comparação, com a unidade, a expressão numérica do resultado da comparação e cada uma delas condiciona a outra.

Dessa forma, com o desenvolvimento da AOE, esse movimento de formação do pensamento possibilitou ao estudante compreender como a unidade de área percorre uma trajetória em busca da necessária unidade de medida padrão estabelecida pelas relações sociais e comerciais.

Sobre o estabelecimento da medida-padrão, Radi manifesta que, “[...] *se não tivesse uma medida que todo mundo usasse, os donos dos terrenos não saberiam quanto pagariam de imposto e, com a atividade, eles viram que todo mundo pagaria igual para o Rei.*” (RADI, AV\_ 25082017).

O 5ª problema desencadeador propõe a mensuração a partir de uma unidade de área padrão, a fim de se chegar à unidade de medida-padrão estabelecida para o cálculo do conceito de área. Assim, foi proposta a seguinte questão: *Quantas peças de ladrilhos será necessário comprar, junto ao mercador, para que possamos fazer a pavimentação completa?*

Inicialmente, foi dada apenas uma peça de ladrilho em EVA, para que os estudantes pudessem determinar as quantidades de ladrilhos as quais seriam necessárias.

Diante dessa situação, foi possível observar o 9º episódio, relacionado à padronização da medição de uma superfície, mostrando que a significação

como Chibli e seus colegas do GA4 elaboraram, acerca da unidade de medida-padrão, se refere à unidade de medida-padrão, fazendo a seguinte consideração: “*Como a gente está medindo o ‘espaço’ todo do terreno, não podemos usar objetos que deixem espaços, então, o quadrado pode ser usado como unidade de medida, porque tem seus lados iguais.*” (AV\_ 25082017).

Em uma situação adversa, a princípio, Sari se mostrou apreensiva para calcular a quantidade de ladrilhos usando apenas uma peça e não podendo emprestar das demais estudantes de seu grupo. Vale ressaltar que Sari apresenta muita dificuldade em compreender as orientações e resolver as situações-problema, de forma autônoma – e essa condição justifica o acompanhamento de recuperação paralela e contínua, desde o início do ano, e intervenção constante na sala de aula. Percebendo tal comportamento, a professora foi até Sari e interveio (Figura 23):

PROFESSORA: *Tudo bem, Sari?*  
 SARI: *Sim.*  
 PROFESSORA: *Vamos resolver juntas a atividade? Como você saberá quantas peças desta precisará comprar?*  
 SARI: **Acho que é doze.**  
 PROFESSORA: *Como você descobriu esta quantidade?*  
 [Sari ficou olhando para sua porção de terra e, em silêncio, ficou pensando.]  
 PROFESSORA: *Quantos tijolos você usou na sua plataforma?*  
 SARI: *Seis.*  
 PROFESSORA: *Qual é a medida do tijolo?*  
 SARI: **Você falou que media 5 por 10.**  
 PROFESSORA: *O que significa 5 por 10?*  
 SARI: **Desse lado mede 5**  
 PROFESSORA: **E do outro lado?**  
 SARI: **5?!**  
 PROFESSORA [mostra o lado que mede 5 e pergunta]: *Quanto medirá este lado? Mais ou menos que este lado que mede 5?*  
 SARI: *Mais*  
 PROFESSORA: *Quanto mais?*  
 [Sari pega a peça do ladrilho e coloca sobre o tijolo e fala que é mais que 5.]  
 PROFESSORA: *Olha o ladrilho que você colocou em cima do tijolo... Tem algum lado que tem a mesma medida?*  
 SARI: *Sim... este aqui.*  
 PROFESSORA: *Que formato tem o ladrilho?*  
 SARI: *Quadrado.*  
 PROFESSORA: *Por que ele é um quadrado?*  
 SARI: *Porque tem os lados iguais.*  
 PROFESSORA: *Então, se esse lado mede 5...esses outros lados medem quanto cada um?*  
 SARI: *5.*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo. Mas, se colocar aqui em cima do tijolo... Quantas peças dessas precisará para cobrir o tijolo todo?*  
**[Sari coloca a peça... marca com o lápis e muda a peça de lugar ao lado na marcação e diz: 2.]**

PROFESSORA: *Então, quanto medirá este lado do tijolo?*  
**SARI:  $5 + 5 = 10$ .**  
 PROFESSORA: *Então, o que significa 5 por 10?*  
**SARI: Ahh.... Aqui tem 5 neste lado e ali tem 10 do outro lado.**  
 PROFESSORA: *Isso sim... muuito bom, Sari. Mas, e agora, como você fará para saber quantas peças você terá que comprar?*  
**[Sari vai mudando a peça do ladrilho de lugar e marcando com o lápis e, depois de contar, chega à quantidade de 12.]**  
 PROFESSORA: *Muito bom!!! Mas seria possível resolver este problema com alguma operação matemática?*  
**SARI: Com a continha de mais...**  
 PROFESSORA: *Certo... Mas não teria uma maneira mais rápida de fazer essa medição?*  
**[Sari ficou quieta e pensando...]**  
 PROFESSORA: *E se fosse essa sala... como eu faria para calcular quantos pisos foram usados? Contaria de um em um ou tem um jeito mais fácil?*  
 SARI: *Bom... dá para contar por fileira.*  
 PROFESSORA: *Mas se cada fileira tem a mesma quantidade... eu faria de que maneira para encontrar a quantidade de pisos de forma mais rápida?*  
 SARI: *De vezes?*  
 PROFESSORA: *Por que de vezes?*  
 SARI: *Porque, olha aqui... **deitado [mostrou o comprimento] tem 3 quadrados e de pé [mostrando a largura] tem 4 então 3 vezes 4 é doze.***  
 PROFESSORA: *Nossa, você pensou certinho... Parabéns!*  
 SARI: *E na sala é só contar quantos pisos tem de assim e quantos tem aqui e fazer a continha de vezes... e vai dar bastante!*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo.*

(VC \_ 25082017, grifo nosso)

FIGURA 22 - Sari calculando quantas peças de ladrilhos cobrem a peça do tijolo



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Nesta circunstância, pode-se observar que, inicialmente, Sari apenas reproduziu o resultado da quantidade de ladrilhos, porque suas colegas de grupo Hakin e Safi haviam feito suas estimativas, de maneira que considerava o resultado correto, por ver como as meninas fizeram; no entanto, ao ser

questionada diretamente, não demonstrava compreensão de como se havia chegado àquela quantidade, apenas queria demonstrar a solução para o problema.

Em consonância a essa situação, Vigotski (2007, p. 19) explana que,

[...] quando as crianças se confrontam com um problema um pouco mais complicado para elas, apresentam uma variedade complexa de respostas que incluem: tentativas diretas de atingir o objetivo, uso de instrumentos, fala dirigida à pessoa que conduz o experimento ou fala que simplesmente acompanha a ação e apelos verbais diretos ao objeto de sua atenção.

Nesse episódio, entende-se que Sari percorreu um longo caminho, passando pela comparação por meio da percepção visual e a estimativa, para chegar ao conceito de medida, relacionando a grandeza e a unidade. Ela primeiramente realizou a comparação direta e sem unidade de medida, quando foi deslocando a peça do ladrilho sobre o tijolo e marcando com o lápis o quanto aquela peça ocupava na superfície. Por conseguinte, ela conseguiu fazer uma medição indireta, percebendo as semelhanças e as diferenças entre suas dimensões, quando visualizou que o ladrilho apresentava a mesma extensão de um dos lados do tijolo e que duas vezes aquela dimensão resultava em 10, no comprimento do retângulo.

Por fim, Sari, ao deslocar a peça do ladrilho sobre a face do tijolo, foi notando que, naquele momento, poderia fazer a relação de que em cada tijolo era possível sobrepor dois ladrilhos e que aí poderia somar de dois em dois e ainda fazer a proporção de 6 por 2, resultando em 12 unidades de ladrilhos.(Figura 22)

No 10º episódio, associado aos procedimentos matemáticos de medição da superfície pavimentada pelos tijolos, Juzai adotou uma estratégia diferenciada, de acordo com a maneira como organizou seus tijolos, destacando o movimento na formação do pensamento e explanando: *“Professora, vai dar doze, porque o ladrilho é metade do tijolo... Vai dar 12, porque a gente usou 6 tijolos e cada peça dá metade... Então, dá doze... Olha aqui... Um, dois... Então, dá 12.”* (JUZAI, AV\_25082017). A partir dessa reflexão, a professora foi ampliando o desafio apresentado inicialmente, com a intencionalidade de constatar que Juzai havia apreendido o conceito de área e compreender o movimento da abstração e a formação do pensamento teórico acerca desse conhecimento:

PROFESSORA: *Essa superfície é pequena, certo? Mas se fosse a superfície da sala? Conta quantos ladrilhos desse caberia neste ladrilhão, tá bom?*

**JUZAI: Aqui deu 6 e do outro lado... 6...**

PROFESSORA: *Ué, se deu 6 e aqui é 6, deu um quadrado? Por que ele é quadrado?*

JUZAI: *Porque tem todos os lados iguais.*

PROFESSORA: *Se aqui tem 6 e desse lado tem 6... Quantos ladrilhinhos tem nesse ladrilhão?*

JUZAI: 32...

Professora: 32?

JUZAI: Não, 36.

PROFESSORA: *Então, se eu pegar a quantidade de ladrilhos grandes e multiplicar por 36, eu saberia quantos ladrilhos eu iria precisar. É isso?*

JUZAI: Sim.

PROFESSORA: *Então, esta forma que você pensou pode ser usada para espaços maiores?*

**JUZAI: Sim... É só fazer de vezes um lado pelo outro do chão da sala.**

PROFESSORA: *Isso mesmo. Muito bem!*

(AV\_28082017)

FIGURA 23 - Juzai calculando a quantidade de ladrilhos



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Nesses dois episódios, pode-se verificar a íntima relação entre o aspecto discreto e contínuo da grandeza, no processo de formação do conceito de área, mostrado no movimento lógico-histórico do conceito e efetivado na atividade pedagógica que os estudantes desenvolveram.

Sobre essa relação, Brolezzi (1997) assevera que o discreto e contínuo são condições de duas ações básicas da Matemática, no desenvolvimento da atividade humana: contar e medir. Nesse sentido, essa percepção se materializa nas falas de Sari e Juzai, ao deslocar a peça de ladrilho sobre a face do tijolo e fazer a relação de quantos ladrilhos eram necessários para

cobrir cada tijolo e, posteriormente, para cobrir a superfície da porção de terra destinada à construção da plataforma.

Nessa perspectiva, vale ressaltar que a mensuração por meio dos ladrilhos assume, a princípio, o caráter discreto de medida, de modo que os estudantes pudessem fazer a relação entre as dimensões da porção de terra que tinham, organizando o pensamento de quantas peças seriam necessárias para que houvesse a pavimentação completa da plataforma.

Após as discussões a respeito das medições, os estudantes foram solicitando à professora a quantidade necessária, possibilitando que escolhessem as estampas do EVA para a montagem do ladrilhamento da plataforma, como se fosse um mosaico.

Na sequência, a professora apresentou diversas imagens de mosaicos, explanando sobre essa técnica artística utilizada pelo homem, no decorrer da história da humanidade, em diferentes contextos, como os representados pelo Estandarte de Ur e a Porta de Ishtar.

Após as confecções dos mosaicos no ladrilhamento da plataforma, os estudantes socializaram os resultados obtidos e puderam identificar quantas unidades de medida foram necessárias, de modo preciso, para que o ladrilhamento ficasse completo, na plataforma.

Por conseguinte, foi lançada a questão: *Foi possível fazer alguma relação geométrica entre a unidade de área usada na etapa final da pavimentação da superfície com a construção da plataforma dos protetores e o ladrilhamento dessa plataforma?* Em síntese, os estudantes explicitaram que a forma geométrica do tijolo era equivalente a duas peças de ladrilhos, pois um dos lados do tijolo era o dobro do lado do ladrilho, formando o retângulo a partir de dois quadrados. Safi ainda ressaltou que, “[...] usando as duas peças de ladrilhos, cobre todo o tijolo com comprimento e na largura.” (AV\_28082017).

FIGURA 24 – Registro das medições por grãos, tijolos e ladrilhos

Nomes das famílias	Medição por grãos	Medição por tijolos	Medição por ladrilhos
FAMILIA AHMED	197	6	-
FAMILIA ABBUDI	157	6	12
FAMILIA WAHID	174	6	12
FAMILIA ZABAIE	116	6	12
FAMILIA MAHMUD	128	6	12
FAMILIA JAHED	150	6	12
FAMILIA SULAGH	112	6	12
FAMILIA MALIKI	106	6	12
FAMILIA SUDANI	108	6	12
FAMILIA SARI	153	6	12
FAMILIA SALEH	167	6	12
FAMILIA ZEBARI	148	6	12
FAMILIA CHIBLI	100	6	12
FAMILIA SULTAN	167	6	12
FAMILIA RADI	241	6	12
FAMILIA HARIRI	222	6	12
FAMILIA RACHID	130	6	12
FAMILIA SUZAI	120	6	12
FAMILIA SAFI	189	6	12

Fonte: Acervo pessoal da professora.

Com base nessa socialização, a professora, enquanto mediadora desse processo, fez as seguintes indagações: *Qual é a relação entre o processo de medida de comprimento e o processo de medida de uma superfície? Existe uma relação entre a unidade de medida de comprimento e a unidade de medida de uma superfície?*

Frente a esses questionamentos, os estudantes manifestaram que, para conseguir medir a superfície do terreno, era preciso saber as dimensões tanto do tijolo (retângulo) como do ladrilho (quadrado, de modo que pudessem cobrir a metade da porção da terra. Com base nas dimensões do tijolo e, posteriormente, do ladrilho, dois estudantes destacaram que, apoiando-se em uma das dimensões dessas peças, enquanto unidade de medida, e manipulando-as várias vezes sobre as dimensões da porção de terra dividida e delimitada, pode-se chegar à mensuração da superfície do formato geométrico do terreno. Tal síntese foi constatada nas falas de Saleh e Rachid do GA4: “[...] se, em cada linha tem 2 tijolos e eu repito 3 vezes os 2 tijolos, vou ter 6, e se, com os ladrilhos, eu uso 4 peças em cada uma das três fileiras, eu vou ter 12 peças, aí cobre tudo.” (SALEH, AV\_25082017). Rachid manifestou seus procedimentos em relação à mensuração com os ladrilhos: “[...] para saber quantos ladrilhos vou precisar, eu medi com a peça quadrada e vi quantas

*peças caberia em cada linha e quantas linhas se formavam. Então, eu pensei na continha e fiz de vezes a quantidade de peças (3) e a quantidade de linhas (4) e deu 12 ladrilhos.” (RACHID, AV\_25082017).*

FIGURA 25 - Saleh faz seu ladrilhamento, certificando o que havia manifestado



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Com base nessa manifestação, infere-se que o processo de ascensão do abstrato-concreto está sendo formalizado por meio da atividade de estudo, ou seja, o estudante está desenvolvendo, através das problematizações, a significação do conceito de área, a partir da ideia de que, com a organização e a contagem (discreto) das peças, na dimensão do comprimento e da largura, obtém-se a cobertura total da superfície (contínua) da porção de terra.

#### **Momento 4 – Conhecer a padronização da unidade de área**

Após a socialização dos resultados e das sínteses expostas, a professora apresentou a 6ª problematização e entregou uma tabuleta quadriculada para cada estudante. A opção em incluir o uso dessa tabuleta na história virtual se deve, primeiramente, ao fato de que há indícios históricos sobre o uso da forma geométrica quadrada, enquanto uma unidade de medida do conceito de área, materializada nas atividades humanas de tecelagem de cestos e do uso de peças de cerâmicas quadradas para o ladrilhamento (HOGBEN, 1970).

Assim, apoiando-se nesses dois elementos históricos, propor o uso dessa ferramenta pelos estudantes possibilitou ter em mãos suas produções registradas acerca do conceito, permitindo compreender o movimento do pensamento dos mesmos, ao longo do processo de apropriação do conhecimento matemático.

Para representar essa tabuleta, a professora entregou uma folha de papel quadriculada de caderno (malha quadriculada cuja medida é de 1x1cm), esclarecendo que, caso houvesse necessidade, os estudantes poderiam solicitar mais uma folha para representar o seu terreno por inteiro, indicando por escrito a metade da porção de terra destinada à plataforma pavimentada por ladrilhos.

O intuito dessa problematização foi sistematizar a mensuração de uma superfície, com base no uso da forma geométrica do quadrado de dimensões 1cm x 1cm, enquanto uma grandeza contínua, utilizando o papel quadriculado ou até mesmo a régua como instrumentos de medição da área representada.

Desse modo, com o uso desses recursos, os estudantes teriam condições de realizar o algoritmo da multiplicação ou outra estratégia pessoal para mensurar a superfície dada e, posteriormente, também de compreender a relação de proporcionalidade entre cada 1cm<sup>2</sup> equivalente 1m<sup>2</sup>, transpondo os procedimentos concretizados nas representações em situações práticas de mensuração de uma superfície real usada na representação de uma planta de uma casa, por exemplo.

Figura 26 - Utilizando a tabuleta quadriculada de 1cm



Fonte: Acervo pessoal da professora.

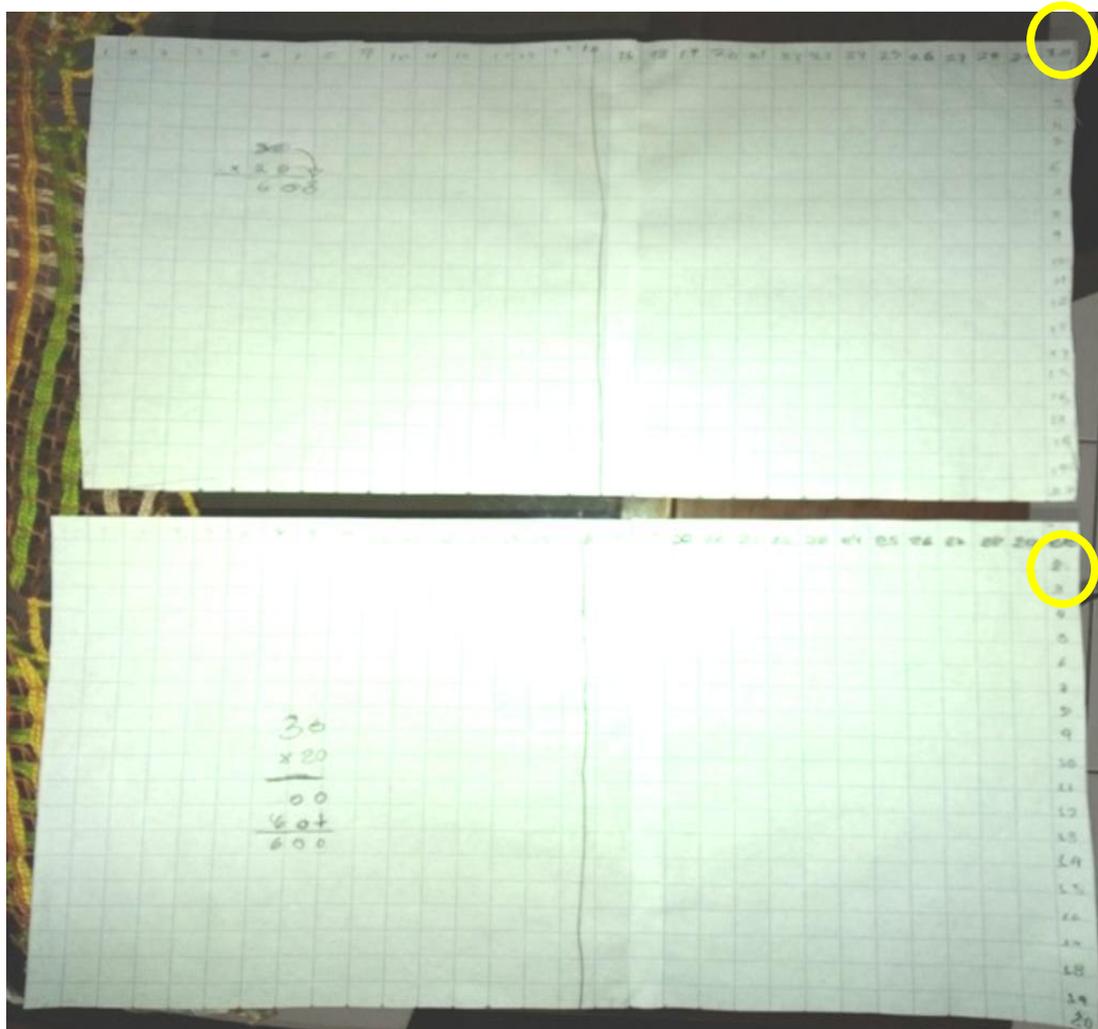
Após a apresentação do problema desencadeador, foi solicitado a cada estudante que realizasse a medição da área da sua porção de terra, adotando uma das estratégias desenvolvidas no decorrer das

problematizações, com a finalidade de atender às exigências do Rei (Figura 26).

O 11º episódio retrata duas estratégias implementadas para resolução do problema, a partir da constituição do algoritmo que configura a medição padronizada da superfície. As produções de Zebari, Juzai e Sulagh demonstraram estratégias particulares para a quantificação e a formulação do algoritmo, enquanto Rachid, Safi e Radi demonstraram estratégias semelhantes de resolução pelo algoritmo, empregando diretamente o algoritmo da multiplicação.

Nas produções abaixo (Figura 27), nota-se que Juzai e Sulagh indicaram a contagem de cada quadradinho, registrando-o de 1 a 30, no comprimento da esquerda para direita, e de 2 a 20, na largura, à direita da tabuleta. Para tanto, mentalmente, observa-se que ambas consideraram o quadradinho 30 do comprimento como sendo o primeiro da largura, como na representação a seguir na figura 28.

FIGURA 27 - Produções das tabuletas de Juzai e Sulagh, respectivamente



Fonte: Acervo pessoal da professora.

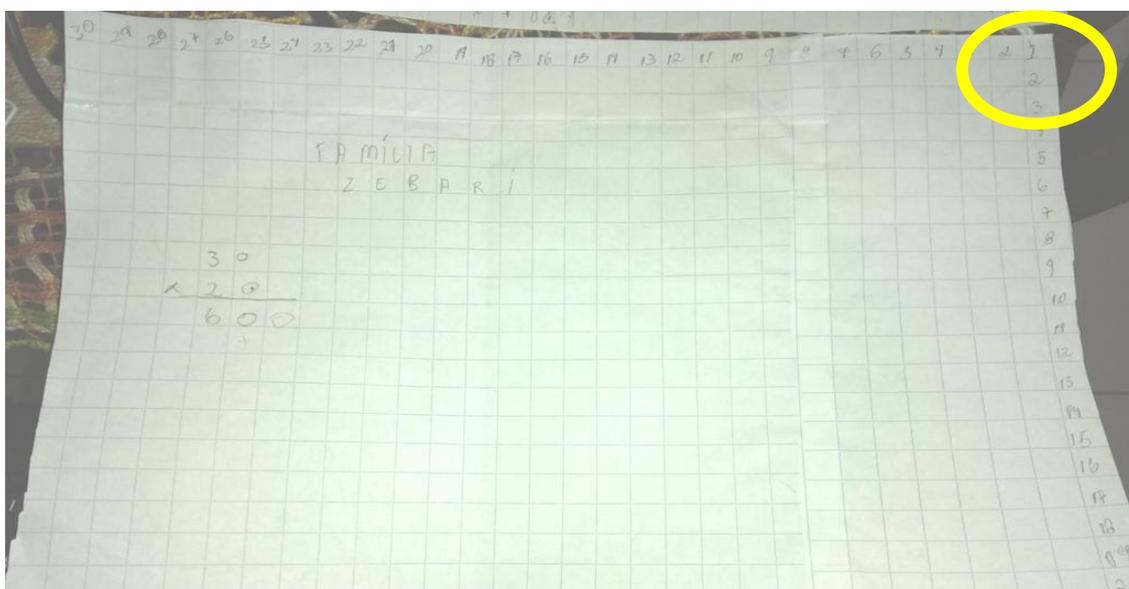
Figura 28 - Representação da tabuleta de Juzai e Sulagh.

...	27	28	29	30
				2
				3
				4
				...

Fonte: Elaborado pela professora.

O mesmo procedimento de contagem e numeralização de cada quadradinho também foi feita por Zebari (Figura 29), para encontrar a medida de comprimento e de largura na tabuleta quadriculada. No entanto, a estudante registrou a contagem começando do 1, da direita para esquerda, considerando o mesmo quadradinho registrado como 1 também na mensuração da largura do lado direito e, quando lhe foi perguntado sobre esse registro, ela afirmou que “[...] este quadradinho é o mesmo que faz parte tanto do comprimento como da largura” (AV\_280822017), conforme ilustrado a seguir na figura 30.

FIGURA 29 - Produção da tabuleta de Zebari



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Figura 30 - Representação da tabuleta de Zebari

...	4	3	2	1
				2
				3
				4
				...

Fonte: Elaborada pela professora.

Com base nessa organização dos registros numéricos, realizou-se o algoritmo da multiplicação das medidas do comprimento pela da largura, sendo que Juzai e Zebari já demonstravam um avanço nos procedimentos da multiplicação, utilizando o processo curto.

Juzai indica, pelas setas, a antecipação do cálculo mental, frisando que a multiplicação do 0 por qualquer número resulta em 0, enquanto Zebari apenas faz a multiplicação do algarismo 2 da dezena do número 20 pelo 3 da dezena do número 30, acrescentando a quantidade de 0 presentes nas unidades. Sulagh já efetuou a multiplicação, empregando o processo longo do algoritmo, observando Zebari explicar, conforme os esquemas representados a seguir na figura 31.

Figura 31 - Representações dos Algoritmos de Juzai, Zebari e Sulagh, respectivamente.

3	0
x 2	0
6	0 0

3	0
x 2	0
6	0 0

3	0
x 2	0
0	0
6	0 +
6	0 0

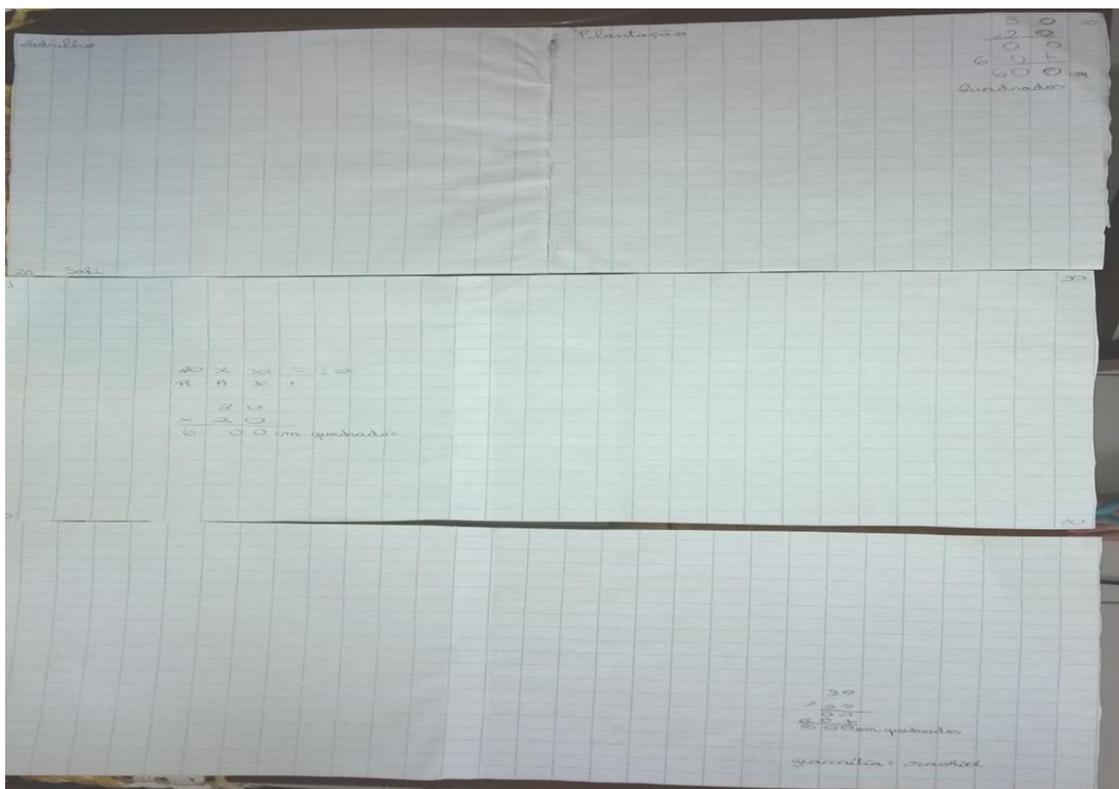
Fonte: Elaboradas pela professora.

PROFESSORA: *Agora, você vai ter que medir com a tabuleta e recortar.*  
 ZEBARI: *Assim?*  
 PROFESSORA: *Sim. E, agora, como você vai fazer para calcular a superfície da sua porção de terra?*  
 ZEBARI: *Vou ter que contar?*  
 PROFESSORA: *Sim ... Mas como?*  
 ZEBARI: *Tem 30 aqui e 20 aqui, aí, a gente junta tudo...*  
 PROFESSORA: *Como assim junta tudo?*  
 ZEBARI: *Vou contar 30, 30, 30, 30, 30 até o fim...mas dá para fazer de vezes, também.*  
 PROFESSORA: *Como assim de vezes?*  
 ZEBARI: *Monto a continha 30 x 20.*  
 PROFESSORA: *Monta a operação para ver*  
 ZEBARI: ***0 vezes 0 dá zero e de novo zero vezes zero dá zero... ou eu posso só baixar os dois zeros... Aí três vezes dois... seis.***  
 PROFESSORA: *Isso, muito bom.... Qual foi o resultado?*  
 ZEBARI: *600 quadradinhos...*

(AV\_ 28082017, grifo nosso)

Observa-se que o salto qualitativo configurou-se sob o nexó conceitual da medida, evidenciando a relação quantidade-qualidade. Essa relação apresentou-se quando, ao medir a quantidade de uma qualidade (dimensão de comprimento e largura) de uma determinada superfície plana, mede-se a quantidade dessa qualidade em outros objetos. Nesse caso, apoiando-se em Caração (2010, p. 109) e na relação quantidade-qualidade a que se refere, considera-se a quantidade como sendo “[...] aquilo que é objecto de medida, ou pelo menos, aquilo que, por natureza, admite ser medido, ainda que se possa representá-lo efectivamente por um número”, e a qualidade como “[...] conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado, chamaremos as qualidades do ser.” (CARAÇÃO, 2010, p. 105). Concluindo, pelo que foi apresentado, acredita-se que, na formação do conceito da grandeza de área, assim como de outras grandezas, a noção dessa relação dialética de quantidade e qualidade pode ter sido materializada nas produções de Safi, Radi e Rachid (Figura 30), mostrando esses elementos no movimento de superação por incorporação, na internalização desse conceito matemático, com a realização do cálculo do algoritmo da multiplicação da quantidade do comprimento pela largura.

FIGURA 32 - Mensurações de Safi, Radi e Rachid, respectivamente, da superfície da tabuleta



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Com essas produções, pode-se analisar que os mesmos manifestaram, a partir das suas operações, que o conceito de área já estava sendo internalizado, quando, ao montarem as suas tabuletas, não precisaram recorrer ao registro de contagem e numeralização, como as outras três estudantes fizeram, recorrendo diretamente ao algoritmo da multiplicação, ao perceberem que a relação entre as duas dimensões resultou na formação total da superfície a ser medida.

Esse movimento no pensamento dos estudantes fica evidente na manifestação de Safi, ao elaborar sua tabuleta:

PROFESSORA: *Como você pensou para calcular?*  
 SAFI: *Ai... Eu posso contar assim... 30 mais 30 mais 30...*  
 PROFESSORA: *Mas não existe uma maneira mais fácil de calcular esta superfície? Imagina se fosse o terreno de verdade... Seria assim que eles contariam?*  
 SAFI: *Acho que tem um jeito... **Seria por vezes, porque está repetindo 20 vezes 30 quadradinhos...***  
 PROFESSORA: *Esta seria a estratégia mais viável para o homem calcular?*  
 SAFI: *Sim... Aqui daria 600 quadradinhos... Ou 600 centímetros quadrados.*

(AV\_ 28082017#1, grifo nosso)

Entende-se que, além do planejamento do que medir, os estudantes adequaram a escolha da grandeza e a sua unidade, isto é, a superfície

delimitada da tabuleta foi a grandeza a ser medida, e o quadradinho de 1cm x 1cm, impresso na folha, foi a unidade de medida escolhida de acordo com as dimensões de comprimento definidas pela forma geométrica.

Sobre a forma geométrica quadrada, Safi enfatiza que “[...] *usar o quadrado como jeito de medir uma figura ficaria mais fácil para todas as pessoas, porque tem todos os lados iguais e, se mede um de cada lado, a superfície também é um, porque 1 vezes 1 é um.*” (SAFI, AV\_ 25082017).

Compreende-se, pela fala de Safi, o movimento de apropriação, tanto do pensamento como da formação do conceito, no aspecto que Caraça (2010, p. 26) denomina princípio da economia:

Esta diretriz corresponde a um princípio geral de economia do pensamento que nos leva, seja nos actos elementares da labuta diária, seja nas construções mentais mais elevadas, a preferir sempre, de dois caminhos que levam ao mesmo fim, o mais simples e mais curto.

Embora semente, tijolo e ladrilho possuam a mesma grandeza do terreno, área superficial, é nas relações objetivas que se estabelece qual é o mais eficiente instrumento idealizado (concreto) para formar a unidade de área.

Além dessas manifestações, Safi, ao concluir sua tabuleta, explana sua síntese acerca da atividade desenvolvida:

SAFI: *O quadrado é a forma que pode fazer isso, né? Porque **usa as duas dimensões** que tem, por exemplo, 1 como mesma medida, a superfície será um.*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo... Porque utiliza as duas dimensões com uma mesma medida.*  
 SAFI: *Olha, este que eu fiz de 5 em 5 e deu 25 em cada ladrilho.*

(AV\_ 28082017#2, grifo nosso)

Dessa forma, infere-se que tais estudantes tenham mostrado o salto qualitativo nas suas formas de pensamento, quanto ao nexos conceitual do conceito, revelando, através de seus registros, a mensuração da área na tabuleta, ao considerarem a medição contínua de suas dimensões, por meio da multiplicação (pelo processo longo ou curto) e demonstrando em seus registros a unidade de medida de área em centímetros quadrados, mesmo que não tenha sua linguagem formal da matemática, com o expoente 2 à unidade dessa grandeza, mas escrevendo a palavra “quadrado” como forma de indicar a grandeza que foi medida (Figura 32).

Em relação aos nexos conceituais, Lanner de Moura (2003 apud CUNHA, 2008, p. 6) ressalta:

Os nexos conceituais são por sua vez caracterizados por nexos internos e externos ao conceito. Os nexos internos do conceito são históricos, envolvem o contexto social, político e o econômico que lhe deram origem. Os nexos externos do conceito, por sua vez, estão relacionados à sua representação, à linguagem formal do conceito.

Sob essa perspectiva, é possível apreender que, durante o desenvolvimento dessa AOE, os procedimentos voltados aos nexos conceituais da delimitação de uma superfície, da divisão da porção de terra delimitada, da mensuração por grãos por tijolos e ladrilhos e, por fim, da padronização da unidade de medida, configuram-se como nexos conceituais internos ao conceito, por estarem diretamente ligados às atividades humanas que foram sendo desenvolvidas, no decorrer da história da humanidade. Por sua vez, as situações que exigiram representar os objetos e organizá-los como unidades de medidas, em diferentes manifestações da mensuração, caracterizaram-se como os nexos externos, por entender que tais procedimentos envolveram as representações dos objetos matemáticos (retângulos e quadrados), o reconhecimento das dimensões geométricas e processos aritméticos entre as medidas e a quantificações numeralizadas.

Após os registros dos seus resultados no painel, pelos estudantes, a professora fez as seguintes indagações: *Qual é a unidade de medida mais adequada para se mensurar um espaço mais amplo? E a representação desse espaço? Como podemos estabelecer a relação entre o centímetro quadrado utilizado na representação e a unidade de medida da área do terreno, em seu formato real?* (AV\_28082017).

Essas intervenções da professora tiveram como propósito direcionar a atenção dos estudantes para a mensuração, com base no uso da unidade de medida padronizada condizente à superfície a ser medida, introduzindo as nomenclaturas matemáticas corretas para a medição da superfície e aproximá-los com a noção de proporcionalidade entre centímetro quadrado e metro quadrado, de forma adequada à superfície a ser medida. Esse momento não se configura como outra situação desencadeadora, mas como uma estratégia adotada pela professora, a fim de relacionar as mensurações desenvolvidas à linguagem matemática coerente à grandeza:

PROFESSORA: *Esta tarefa foi para medir a área, mas, pensem comigo... se eu fosse medir a área desta sala, eu conseguiria medir utilizando papel quadriculado, por exemplo?*

SAFI: *Até poderia... mas seria preciso muito papel.*

PROFESSORA: *Mas vocês acham que seria fácil ou difícil?*

OS ESTUDANTES: *Difícil.*

PROFESSORA: *Por quê?*

WAHID: *Porque precisaria de muito papel...*

PROFESSORA: *Então, quanto maior a superfície, maior a unidade de medida? Então, qual a unidade de medida eu deveria utilizar?*

SAFI: *Metro.*

HAKIN: *E usa a fita métrica...*

PROFESSORA: *A fita métrica seria o instrumento... Mas qual a unidade de medida que deveríamos utilizar para medir o espaço da sala?*

HAKIN: *Ah... metro.*

(AV\_28082017)

Já no GA4, Saleh mostra suas compreensões, apoiando-se nas atividades realizadas em Amaral (2016), no ano anterior:

PROFESSORA: *Você acha que há uma relação entre a medida de comprimento e a medida de superfície? Eu uso a unidade de comprimento para mensurar uma superfície? Qual unidade de comprimento? Lembra daquela atividade de medição da parede? Quais eram as unidades?*

SALEH: *Ah... Entendi. Eu usei o "tamanho" daqui [mostrando o comprimento] e depois o tamanho dali [mostrando a largura] e contei. Naquela atividade a gente usou a fita métrica e mediu por centímetros e metros.*

PROFESSORA: *Mas aqui na porção de terra a gente usaria metros, considerando ser o terreno de mentirinha?*

SALEH: *Não, porque é pequeno. Se fosse de verdade, sim.*

PROFESSORA: *E qual seria a unidade de medida mais adequada?*

SALEH: *Sei lá... Centímetros?*

PROFESSORA: *Poderia ser quilômetros?*

SALEH: *Não...*

PROFESSORA: *Por que centímetros?*

SALEH: *Porque dá pra medir com régua e régua tem centímetros...*

PROFESSORA: *Isso mesmo, Saleh... Está correto. Parabéns!*

(AV\_28082017)

Mediante os questionamentos, os estudantes manifestaram, de maneira coletiva, suas compreensões acerca desse processo, explicitando que a mensuração de uma superfície exige a relação entre as duas dimensões nas quais a forma geométrica quadrada se configura. Para tanto, essa síntese se explicita como significação expressa pelo grupo GA2: “[...] a gente, para medir este papel que mostra o tamanho do terreno, precisamos ver quanto média aqui [comprimento] e deste outro lado aqui [largura] e aí chegamos ao ‘tamanho’ de toda a terra.” (SAFI e HAKIN, AV\_ 28082017). O grupo GA3 conduziu a explicação, afirmando que, “[...] quando a gente usou o ladrilho e viu que, de um lado, tinha 6 e do outro lado, 2, e cobriu todo o tijolo, então a gente fez a continha de vezes e deu dozes ladrilhos, então, aqui no papel

quadriculado, é só fazer a mesma coisa com os quadradinhos de cada lado e ver quanto que dá.” (WAHID e JAHED, AV\_28082017).

Por fim, no GA1, as estudantes explanam suas ideias, a partir das exemplificações da professora:

PROFESSORA: *Para que eu possa calcular a área, eu tenho que usar uma medida de comprimento? Sim ou não? Mas qual unidade? Metro, centímetro, quilômetro?*  
 ZEBARI: *Não... eu uso duas medidas... um desse lado [mostrando o comprimento] e desse outro lado [mostrando a largura]. Aqui é centímetro, não é?*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo... você está certa!!!*  
 PROFESSORA: *Se eu for medir o território de Bauru?*  
 ZEBARI: **Metro?** *E dá para ser quilômetro também, não é?*  
 PROFESSORA: *Sim... dá, sim.*  
 PROFESSORA: *O que usaria para medir esta sala?*  
 MALIKI: *Acho que metro.*  
 PROFESSORA: *Existe uma relação entre processo de medir um comprimento e de calcular uma superfície? Qual grandeza eu estou utilizando?*  
 [As estudantes ficam pensando, demonstrando não entender a pergunta.]  
 PROFESSORA: *Para eu medir deste ponto até a porta, como eu mediria a distância entre pontos? Qual a dimensão que devo usar?*  
 ZEBARI: *Uma fita métrica.*  
 PROFESSORA: *Não o instrumento de medida... Mas qual a dimensão?*  
 RADI: *O comprimento.*  
 PROFESSORA: *E se for medir a superfície inteira, eu vou medir o quê? Eu vou usar só o comprimento? Como vocês fizeram com o papel quadriculado?*  
 RADI: **A gente usou estes dois lados... [mostrando o comprimento e a largura].**  
 PROFESSORA: *Então, para construir uma garagem, quais dimensões precisarão ser utilizadas?*  
 RADI: **Vou usar comprimento e largura.**  
 PROFESSORA: *Então, vamos lá... Se for medir a distância do seu portão até o portão do vizinho, qual dimensão será utilizada?*  
 ZEBARI: *Vou usar o metro... Só o comprimento. Ah... então, para medir a superfície, eu uso duas dimensões e distância, eu uso uma dimensão.*

(AV\_28082017, grifo nosso)

É possível referenciar que o processo de formação do conceito de área se constituiu a partir dos elementos práticos e teóricos do conceito de medida. Assim, apoiando-se em Cunha (2008), esse processo de desenvolvimento da AOE permite refletir sobre as ações de se “fazer medida” e a de se “pensar a medida”. Para essa autora, há uma diferença substancial entre as duas ações:

Quando fazemos medida, agimos de forma mecânica: usamos instrumentos de medidas, medimos simplesmente, sem refletirmos sobre os conceitos matemáticos envolvidos nessa ação. A medida, neste caso, é apenas uma técnica e saber usá-la mecanicamente não significa entender seu significado[...] No entanto, quando ‘pensamos’ sobre a medida estamos pensando nas qualidades e nas relações desta com o objeto a ser medido. Pensamos nos nexos conceituais da medida e isso significa entender tanto as relações internas, como as relações externas do conceito de medida e estabelecer relações entre elas. (CUNHA, 2008, p. 29).

Sob esse movimento, infere-se que a AOE em questão pode ter propiciado o “pensar a medida”, no decorrer do seu desenvolvimento, e não no “fazer medida”, visto que os procedimentos didáticos adotados proporcionaram aos estudantes situações de aprendizagem que lhes auxiliaram a estabelecer a relação dialética entre os nexos conceituais (internos e externos) do conceito de medida, viabilizando “[...] a formação do pensamento teórico.” (DAVYDOV, 1988). Para tanto, pode-se ainda enfatizar que tal organização seja uma possível estratégia que supere a formação empírica desse conhecimento, como se refere Davydov (1988), configurada na ação comum do ensino da aplicação da fórmula de área (base vezes altura) somente pela percepção e representação.

Como forma de contribuir com a formação de uma síntese do conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da AOE, foi implementada uma situação de aprendizagem (29/08/2017), em que a professora disponibilizou o jogo “*Descobrimo por trás da imagem*”,<sup>11</sup> visando a identificar as possíveis estratégias dos estudantes para reconhecer e mensurar a superfície projetada por uma imagem.

Na primeira situação, os estudantes receberam um tabuleiro quadriculado em folha A3 branco e uma folha de sulfite, contendo as peças de pentaminós (nas quais cada quadradinho tem as dimensões de 2cm x 2cm), conforme apresentado no Apêndice E.

Esses dois momentos configuram-se no 12º episódio, com o propósito de realçar elementos que se relacionem com os nexos conceituais desenvolvidos ao longo da AOE, como a medição e a padronização da unidade de medida do conceito de área.

Primeiramente, observou-se Hariri, que, ao montar a imagem do *card* sorteada, foi colando as peças e traçando sobre elas quantos quadradinhos do papel eram cobertos. A partir dessa estratégia, ele foi contando e registrando o número de quadradinhos que eram cobertos por cada peça, constatando a quantidade de 20 quadradinhos por peça.

---

<sup>11</sup> Esse recurso pedagógico foi composto por 20 tabuleiros com paisagem de floresta ao fundo, quadriculados, cujo quadrado terá as dimensões 1cm X 1cm, confeccionado em papel A3, 12 peças pentaminós (1 peça de cada formato) em EVA, coloridos, e 04 opções de *cards* contendo imagens de animais e informações científicas sobre os mesmos, um dado para cada tabuleiro e um cronômetro a ser providenciado pelos jogadores.

FIGURA 33 - Hariri realizando o cálculo da área coberta pela figura do avestruz



Fonte: Acervo pessoal da professora.

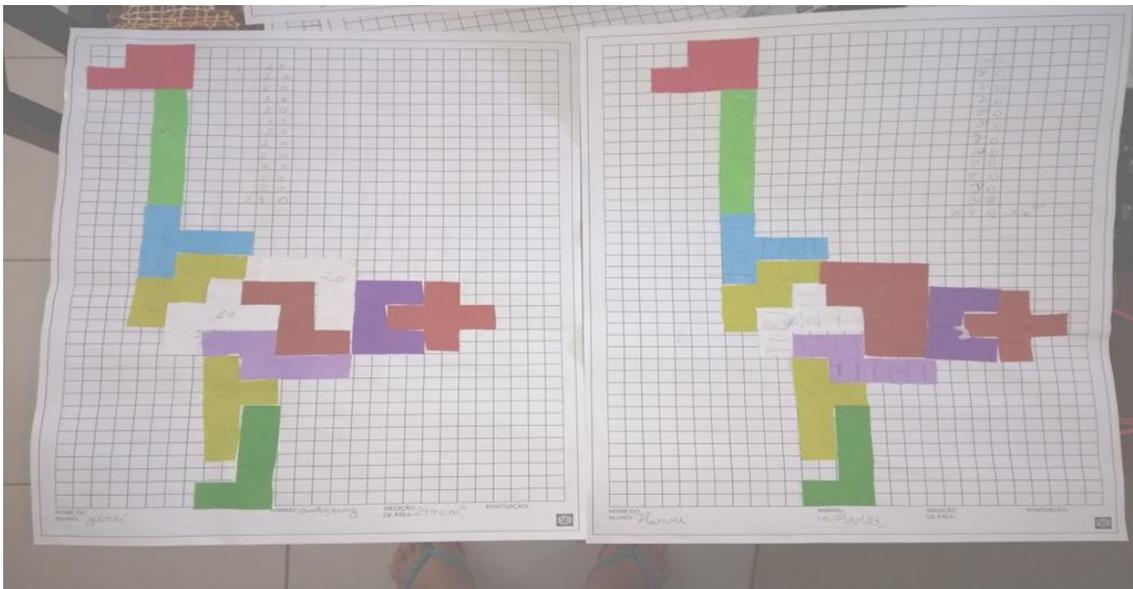
Ao realizar sua montagem, Hariri explica para professora a maneira como resolveu o problema:

HARIRI: *Professora, eu tô vendo que usei todas as peças.*  
 PROFESSORA: *E quantas peças você utilizou?*  
 HARIRI: *12.*  
 PROFESSORA: *Certo.*  
 HARIRI: *Mas cada peça ocupa 20 quadradinhos.*  
 PROFESSORA: *Entendi. E como você calcularia a superfície toda coberta pela imagem do avestruz?*  
 HARIRI: *Tem que fazer a "continha".*  
 PROFESSORA: *Mas qual "continha"?*  
 HARIRI: *Dá pra fazer 20 mais 20 mais 20 até chegar nas 12 peças.*  
 PROFESSORA: *Certo... dá pra fazer a adição. Mas essa é uma forma. Seria possível calcular de uma outra maneira mais rápida? Se fosse uma superfície maior, essa seria a maneira mais fácil para o homem resolver esse cálculo?*  
 HARIRI: *Dá pra fazer a "de vezes". 20 vezes 12. Aí seria mais rápido.*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo... a multiplicação. Pensou rapidinho, hein, Hariri? Parabéns! E quanto daria?*  
 HARIRI: *Vou fazer a continha de vezes, então! Achei... deu 240 quadradinhos.*  
 PROFESSORA: *Mas qual unidade de medida cada quadradinho tem?*  
 HARIRI: *Tem 1 centímetro.*  
 PROFESSORA: *Sim... isso mesmo. Se contarmos tudo, daria quanto?*  
 HARIRI: *240 quadradinhos... já falei.*  
 PROFESSORA: *Mas quadradinhos é uma unidade de medida padronizada?*  
 HARIRI: *Se o quadradinho tá em centímetro... então seria 240 centímetros.*  
 PROFESSORA: *Mas nós vimos que centímetros é a unidade de medida de comprimento... Qual seria a medida de área?*  
 HARIRI: *Ah... não é distância... é o espaço todo.*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo... é uma superfície.*  
 HARIRI: *Então é 240 centímetros quadrados... porque usou o quadrado para medir... tinha esquecido.*  
 PROFESSORA: *Isso mesmo... você é muito esperto, Hariri!!!*

(AV\_29082017)

Referente a esse momento, Hariri e Zebari foram os primeiros a terminar a montagem e o cálculo da área coberta pelas peças, marcando seus respectivos pontos (Figura 34):

FIGURA 34 - Montagem e cálculo de Zebari e Hariri respectivamente



Fonte: Acervo pessoal da professora.

No segundo momento, ao iniciar o jogo, de forma coletiva, foi entregue cada *Kit* do jogo para os estudantes e realizada a leitura das regras e a explicação dos procedimentos, pela professora. Em seguida, após a manipulação dos elementos do jogo pelos estudantes, foi dado início à partida, conforme as regras.

FIGURA 35 - Jogo “Descobrimo por trás da imagem”



Fonte: Acervo pessoal da professora.

O uso de imagens de animais nos *cards* foi inspirado na ideia usada pelo homem, ao confeccionar os mosaicos históricos presentes na réplica do Portal de Ishtar. Tais figuras foram apresentadas em forma de *cards* de

comando e no tamanho A3, para ficarem expostos na lousa, contendo algumas curiosidades sobre os referidos animais.

Como critério inicial, a professora escolheu uma criança e os dois tiraram um *card* de seus montantes. Em seguida, os jogadores lançaram os dados e verificaram quem tirou o maior número e, assim, indicando a informação (peso ou altura) referente ao animal sorteado. Após comparar as informações, identificando a maior mensuração, o grupo de estudantes montou a imagem definida na jogada. Nesse momento, foi colocada a figura do animal em tamanho A3 na lousa, para auxiliar os demais estudantes na montagem e no cálculo da área coberta pelas peças.

Lançado o desafio, o jogador que participou do lance e os demais participantes, de forma individual, montaram a imagem sorteada e fizeram o cálculo da área, no menor tempo possível, registrando em uma folha sua solução. Aquele que realizou os desafios em menor tempo venceu a rodada e escolheu o próximo desafiante.

Ao final de cada rodada, os estudantes registraram seus cálculos e, após sua socialização e a verificação da professora, o indivíduo que acertou marcou 10 pontos – venceu o jogo quem fez mais pontos.

A jogada começou com Sultan escolhido pela professora e cada um tirou um *card*. Em seguida, ambos jogaram o dado para ver quem escolheria a curiosidade do animal que teria maior valor. A professora tirou a girafa e Sultan havia sorteado o elefante. Como Sultan tinha tirado o maior número, no dado, ele escolheu a informação referente ao peso do animal, ganhando sobre o peso da girafa e, assim, a imagem a ser montada foi o elefante.

Nesse momento, Sultan retornou ao seu lugar e a professora deu início à rodada, ao apertar o cronômetro no celular, a fim de que os demais colegas também montassem a imagem e calculassem a área coberta pelas peças da figura.

FIGURA 36 - Safi terminou em primeiro, seguida de Radi e Wahid, na montagem do elefante na 2ª rodada



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Ao concluir a montagem, Safi explica:

*SAFI: Pro... sabe por que eu fiz tão rápido?*

*PROFESSORA: Por quê?*

*SAFI: Porque, quando eu fui montando, fui contando quantas peças estava usando, aí, vi que tinha 20 quadradinhos em cada uma, então, quando ficou pronto, eu tinha usado 12 peças... aí, fiz 12 vezes 20... deu 240 centímetros quadrados.*

*PROFESSORA: Nossa, Safi... você foi muito esperta... já fez sua estratégia de jogo. Parabéns!*

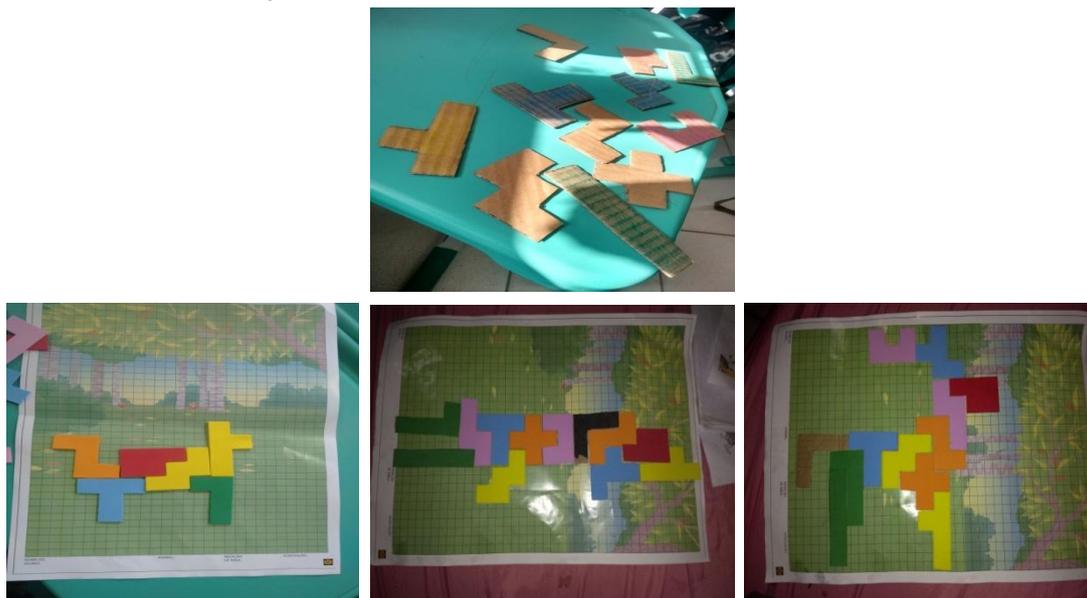
(AV\_29082017)

Nesse momento, foi possível realizar apenas duas rodadas. Entretanto, como forma de promover o aprendizado fora da sala de aula, ao final das atividades propostas, cada criança recebeu um exemplar do jogo com o tabuleiro, as 12 peças de pentaminós e 4 *cards* com as curiosidades dos animais escolhidos, para que pudessem jogar com seus familiares e ampliar seus conhecimentos acerca do conceito de área sistematizado na sala de aula.

Por se tratar de um recurso metodológico inédito e criado pela professora, a partir das peças de poliminós, tal recurso apresentou alguns ajustes, desde a sua aplicação até a sua materialização final.

Entre esses ajustes estão as sugestões de Juzai, que, ao levar para sua casa e jogar com seus irmãos, sugeriu ampliar a quantidade de pentaminós, de 12 para 24, alegando que, dessa forma é possível montar outras imagens, apresentando o material que confeccionou em papelão e colorido com lápis (Figura 37). Além dessa sugestão, Wahid e Safi propuseram a ampliação no número de *cards*, sugerindo 3 opções de animais (gato, alce e jacaré) para serem montados, como revelam as imagens abaixo (Figura 35).

FIGURA 37 - Ajustes sugeridos pelos estudantes Juzai, Wahid e Safi, respectivamente



Fonte: Acervo pessoal da professora.

Isso posto, a partir desse envolvimento dos estudantes com a atividade do jogo, concorda-se com Nascimento et al. (2010, p. 145), quando advogam:

Na contemporaneidade, as atividades lúdicas mantêm a sua importância como atividades que permitem a explicitação das relações de apropriação/objetivação, sendo, contudo atividades secundárias para os adultos, mas essenciais para as crianças.

Em síntese, pode-se aprender que, ao introduzir o jogo com a intencionalidade pedagógica, os estudantes foram atribuindo suas significações aos conhecimentos elaborados anteriormente sobre o conceito de área, quanto à delimitação de uma superfície, quando colocaram as peças sobrepostas ao tabuleiro e quantificaram quantos quadradinhos eram cobertos; no processo de mensuração, *a priori*, por meio de uma unidade discreta, transformando-se em contínua, agregando o comprimento de cada dimensão do formato geométrico da peça e na padronização da unidade de medida da superfície.

Ao se depararem com os procedimentos de delimitação e mensuração de uma superfície, não hesitaram em adotar estratégias que já haviam vivenciado, no decorrer da AOE, como a adição e, principalmente, a multiplicação, como a maneira mais eficiente e rápida de resolver o cálculo de área.

Ao jogar as duas rodadas na sala de aula e posteriormente em casa, como tarefa, os estudantes perceberam a regularidade com que cada peça ocupava a superfície de 20 quadradinhos ou 20 cm<sup>2</sup>, e que a área variava de acordo com o número de peças usadas, ao montarem as imagens, de forma a notar que, ao multiplicarem a quantidade de peças pela área que elas ocupavam, chegava-se ao resultado, mostrando uma agilidade na resolução nessas situações.

Os formatos diferenciados dos pentaminós permitiram que os estudantes percebessem que se pode ter medidas de áreas iguais associadas às formas distintas.

## 8. CONSIDERAÇÕES

Esta investigação foi iniciada a partir da questão central: Qual significação de área de um grupo de estudantes do 5º ano do ensino fundamental se pode inferir, a partir de uma AOE fundamentada na Psicologia Histórico-Cultural e no movimento lógico-histórico desse conceito matemático?

Essa indagação resultou no seguinte objetivo geral: compreender as significações manifestas por estudantes de um 5º ano do Ensino Fundamental, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino, a partir no movimento lógico-histórico desse conceito.

Diante desse escopo, fundamentada na Psicologia Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, buscou-se apreender o fenômeno em movimento, por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino desenvolvida junto com 19 estudantes de uma escola pública do município de Bauru. Uma pesquisa histórica sobre o conceito de área foi elaborada, a fim de apreender o movimento lógico-histórico desse conceito. Tal investigação subsidiou a história virtual, criada com o propósito de evidenciar a gênese e o desenvolvimento desse conceito matemático. O levantamento bibliográfico, por um lado, demonstrou que não há pesquisa igual a esta e, por outro, permitiu encontrar pesquisas que colaboraram tanto para compreensão teórica desta pesquisa quanto para delinear o movimento lógico-histórico do conceito de área.

Como se trata um trabalho inserido em um Programa de Mestrado Profissional em Docência para Educação Básica, o seu propósito é contribuir com a atividade pedagógica, principalmente no que se refere ao ensino e à aprendizagem do conceito de área. Assim, a organização da Atividade Orientadora de Ensino materializa-se como um produto educacional que chamamos de Caderno Didático, o qual um jogo também o compõe.

Com isso, não estamos afirmando que reproduções com outros estudantes tenham o mesmo resultado, pois, além deles, depende da condução do professor e das condições da própria atividade. Nesse sentido, defende-se que o estudo da Dissertação faça parte de novas elaborações de atividades orientadoras de ensino.

.A pesquisa guiou-se por princípios do método materialista histórico e dialético, principalmente quanto às relações dialéticas quantidade-qualidade (de grandezas discretas e contínuas), objetivação-apropriação, superação por

incorporação, sentido e significado, pensamento empírico e pensamento teórico, fluência e permanência, isolado e totalidade. Ademais, os procedimentos metodológicos foram organizados como uma atividade de pesquisa em que forma e conteúdo tivessem como base a Teoria da Atividade.

Para apreender o fenômeno em movimento, a significação enquanto processo, foram selecionados isolados e, por meio de sua apresentação e análise, buscou-se sublinhar algumas características desse processo.

Tendo como ponto de partida os conhecimentos prévios dos estudantes relacionados à grandeza de comprimento, foi possível desenvolver situações desencadeadoras de aprendizagem que favorecessem os nexos conceituais de delimitação de superfície, divisão de área, medição de área e padronização da unidade de área. Desse modo, os conhecimentos elaborados anteriormente pelos estudantes, em outras situações de aprendizagem, foram utilizados como operações na resolução de cada problematização, interferindo inclusive na escolha de materiais e dos instrumentos que pudessem favorecer a formação do conceito de área.

Os episódios foram constituídos no decorrer de quatro momentos, em que as situações desencadeadoras de aprendizagem foram sendo desenvolvidas. No momento 1 (Conhecer o contexto histórico, geográfico, social e cultural da História Virtual e sua problematização inicial: delimitação da porção de terra), foi possível apreender que, mediante o propósito de distribuir as porções de terra de modo que todos ficassem com a mesma superfície, os estudantes adotaram estratégias de mensuração internalizadas em outras situações de aprendizagem; para tanto, eles demonstraram que tais procedimentos eram imprecisos para constatar se as superfícies eram de mesma medida. Assim, elaboraram outras soluções para delimitar a superfície e obter a mesma medida de área. Essas operações foram materializadas na utilização de partes do corpo com as mãos e os dedos, enquanto uma unidade de medida visando à quantificação dessa mensuração, além de objetivar no barbante um instrumento não padronizado para medição e confirmar a medida do comprimento da superfície delimitada entre os pares e atender tal necessidade, pois a largura já era de mesma medida.

Entre os episódios retratados no momento 2 (Buscar uma unidade de medida para mensurar uma superfície delimitada), destaca-se que, mediante o propósito de dividir a superfície em duas partes iguais, o conceito de metade

ainda era uma lacuna a ser *aprendida*, tendo em vista que os estudantes estavam “presos” ao conceito empírico de realizar o algoritmo da divisão por 2. Nessa perspectiva, ao manipular o instrumento não padronizado, o barbante, a fim de reconhecer a metade do comprimento da superfície, foi mobilizada a zona do desenvolvimento iminente, refletindo na atividade coletiva a formação desse conceito, a partir da mensuração de uma das dimensões (comprimento ou largura) da superfície a ser dividida.

Dessa maneira, ao oportunizar formas diferentes de representação para resolver os problemas, foi possível perceber que os estudantes manifestam a necessidade em delimitar a superfície e que, sem esse procedimento, não há condições para a mensuração da sua área. Interpreta-se que, perante onexo conceitual de dividir a área, os estudantes recorreram à estratégia já internalizada em outras situações de aprendizagem, relacionadas à grandeza de comprimento, como o uso de partes do corpo. Diante da limitação em se mensurar dessa forma, os estudantes encontraram em outro instrumento não padronizado, que não estava visivelmente disponível, como o barbante, a possibilidade de se repartir a porção de terra em duas partes iguais. Nesse momento, observou-se que, com o uso desse instrumento, o ato de medir foi ampliado, quando ainda tinham que dividir tal comprimento pela metade.

Ainda no momento 2, em relação à mensuração a partir da unidade de medida discreta, inicialmente com o uso das sementes, pressupõe-se que os estudantes internalizaram que, com o uso desse instrumento, não poderiam obter uma medição exata da área da superfície. Durante a atividade, eles perceberam que se tratava de unidades irregulares e que não cobriam toda a superfície, ao passo que, ao disporem umas sobre as outras, não se poderia fazer a mensuração, porque a mesma superfície seria contabilizada mais de uma vez.

Diferentemente dessa forma de mensuração, no momento 3 (Calcular a área, utilizando uma unidade de medida discreta), os episódios foram delineados, possibilitando evidenciar a manifestação dos estudantes sobre a compreensão da insuficiência de se medir com sementes, ao fazê-lo, empregando tijolos e ladrilhos. Tal significação advém da relação geométrica estabelecida por eles entre as peças de tijolos e ladrilhos com a base da

superfície delimitada, considerando as dimensões de comprimento e de largura e a quantificação das peças necessárias para a cobertura da área.

Destacam-se, no momento 4 (Conhecer a padronização da unidade de área), episódios associados à mensuração padronizada. A consolidação da quantificação da área foi estabelecida por meio do papel quadriculado com a contagem dos quadradinhos que contornam a superfície nas duas dimensões, de comprimento e de largura, para a realização do algoritmo, inicialmente, pela adição e, posteriormente, pela multiplicação das medidas das dimensões. A identificação da unidade de medida padronizada a ser utilizada para medir uma área foi manifestada coerentemente por estudantes, em cada situação, adequando-a com a dimensão da superfície mensurada.

Apoiando-se no conceito de isolado, pode-se afirmar que, a partir das análises dos momentos 3 e 4, foi constituída uma nova qualidade dos nexos conceituais sobre área, capazes de promover o desenvolvimento das funções psíquicas, numa relação dialética de superação por incorporação, ou seja, quando os estudantes superaram o modo de resolver o problema anterior, houve a necessidade de incorporar novos elementos das representações dos tijolos e dos ladrilhos. Nesse sentido, necessitaram “abrir mão” de estratégias anteriores, as quais não atendiam às suas necessidades, de sorte a produzir outros conhecimentos que fossem suficientes para satisfazer suas carências na nova situação.

Embora esta pesquisa não tivesse o propósito de sistematizar a atividade de estudo nos seus componentes – ação de estudo, tarefa de estudo e ações de controle e autoavaliação –, o trabalho apoiou-se nessa atividade como guia, por entender que se trata da atividade principal dos estudantes envolvidos na Atividade Orientadora de Ensino.

Pressupõe-se que o motivo eficaz tenha se efetivado, no decorrer da atividade de estudo, trazendo à tona as significações no movimento de objetivação-apropriação do conceito de área, enquanto uma grandeza de superfície, ao perceberem, na sua constituição, a inter-relação entre as duas dimensões de comprimento e largura, durante a AOE, consolidando-se ao final, nas ações com o jogo no processo de formação do pensamento teórico.

As significações expressas pelos estudantes, associadas ao conceito de área, foram elaboradas em diversos contextos, durante a intervenção, sob

um movimento dialético, concebendo, a cada mediação, saltos qualitativos nas generalizações e no processo de apropriação dos estudantes.

Mediante estas considerações, a referida pesquisa apresenta a AOE como uma possibilidade de organização da atividade de ensino, propiciando ao estudante a aprendizagem alicerçada nos conhecimentos elaborados cientificamente pela humanidade, considerando-a como a unidade entre a atividade do professor e do estudante para a formação do conceito matemático de área.

Por esse motivo, há de se enfatizar que, embora o caderno didático construído como produto educacional desta pesquisa abarque toda a organização do ensino e as orientações didático-metodológicas da AOE, esse material, sem a mediação adequada do professor, condizente à concepção teórica adotada, pode se tornar uma prática esvaziada, impossibilitando a formação de pensamento teórico nos estudantes e, conseqüentemente, o desenvolvimento de conceito.

Entretanto, o presente trabalho integra um movimento da atividade docente com a de pesquisa, constituindo-se em um processo que buscou atender a uma necessidade que a prática da sala de aula exigia, pressupondo-se ser também uma carência de uma categoria profissional preocupada e envolvida com a aprendizagem de seus estudantes e, por conseqüência, com seu desenvolvimento humano.

Assim, pode-se afirmar que, além de qualquer titularidade, esta investigação, enquanto uma atividade humana singular desenvolveu em si e para si saltos qualitativos, ou seja, novas qualidades acerca da concepção de práxis pedagógica. Nesse mesmo sentido, espera-se que o presente estudo possa se tornar um instrumento para que outros professores sejam “picados pelo mosquitinho” (como diz o Professor Ori) e compartilhem do propósito de ensinar para promover o desenvolvimento em seus estudantes.

## REFERÊNCIAS

- AMARAL, Cybelle Cristina F. Indissociabilidade entre teoria e prática: conceito de medição sob a perspectiva histórico-cultural. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, XII., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEMPE, 2016. Disponível: <[http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6291\\_3160\\_ID.pdf](http://sbempe.cpanel0179.hospedagemdesites.ws/enem2016/anais/pdf/6291_3160_ID.pdf)> Acesso em: 16 set. 2016.
- ARAÚJO, Elaine Sampaio. Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa em educação matemática: a Atividade Orientadora de Pesquisa. **Horizontes**, v. 31, n. 1, 2013.
- ARAÚJO, Elaine Sampaio; MORAES, Silvia, P. G. Dos princípios da pesquisa em educação como Atividade. In: MOURA, Manoel O. (Org.). **Educação Escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p. 13-45.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. **Sentido pessoal e projeto político pedagógico**: análise da atividade pedagógica a partir da psicologia histórico-cultural. 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade. **Rev. Bras. Educ.**, n. 29, p.108-118, ago. 2006.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. **Por que aprender isso, professora?** Sentido pessoal e atividade de estudo na Psicologia Histórico-Cultural. 2011. 220f. 2011. (Doutorado em Psicologia) – Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. Sentido pessoal, significado social e atividade de estudo: uma revisão teórica. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 18, n. 2, 2014.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira; PROENÇA, Marilene Rebello de Souza. Por que aprender isso, professora? Sentido pessoal e atividade de estudo na Psicologia Histórico-Cultural. **Estudos de Psicologia**, v. 19, n. 3, 2014. p. 169-178.
- ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. Atividade de estudo como guia do desenvolvimento da criança em idade escolar: contribuições ao currículo de Ensino Fundamental. In: BAURU. **Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru**. 2016. ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira et al. Significação e sentido na psicologia histórico-cultural: implicações para a educação escolar. In: MOURA, Manoel O. (Org.). **Educação Escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017. p.101-123.

BACKENDORF, Viviane Raquel. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do ensino fundamental:** um estudo de caso. 2010. 187f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

BAURU. **Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru.** 2012. Disponível em: [http://www.bauru.sp.gov.br/arquivos2/arquivos\\_site/sec\\_educacao/dpppe/curriculo.pdf](http://www.bauru.sp.gov.br/arquivos2/arquivos_site/sec_educacao/dpppe/curriculo.pdf) . Acesso em: 16 abr. 2017.

BAURU. **Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru.** 2016. Disponível em CD.

BELLEMAIN, Paula M. B.; LIMA, Paulo F. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental.** Natal: SBHMata, 2002.

BICUDO, Irineu. **Os Elementos de Euclides.** São Paulo: Editora UNESP, 2009.

BORBA, Marcelo de C.; ARAÚJO, Jussara L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BOYER, Carl. **História da matemática.** 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher - Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2017.

BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L. Utilizando a história no ensino de geometria. In: MIGUEL, A.; BRITO, A. de J.; CARVALHO, D. L.; MENDES, I. A. (Orgs.). **História da matemática em atividades didáticas.** São Paulo: Livraria da Física, 2009. p. 13-104.

BROLEZZI, Antonio Carlos. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino de matemática.** 1997. Tese (Doutorado em Didática) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997. doi:10.11606/T.48.1997.tde-29082013-153622. Acesso em: 15 nov. 2017.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Gradiva: Lisboa, 2010.

CATALANI, Érica. M. T. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração.** 2002. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas-SP, 2002. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000266074>>. Acesso em: 24 abr. 2016.

CEDRO, Wellington Lima. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O Clube de Matemática.** 2004. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

CEDRO, Wellington Lima Moraes et al. A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática. **Ciênc. educ.**, Bauru, v.16, n. 2, p.427-445, 2010.

CENTURIÓN, Marília, LA SCALA, Júnia, RODRIGUES, Arnaldo. **Porta Aberta: Matemática**. 5º ano. 1ª Ed. São Paulo: FTD, 2014 (Coleção Porta Aberta)

CHILDE, V. Gordon. **A evolução cultural do homem**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

CUNHA, Micheline Rizcallah Kanaan da. **Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medida em atividades de ensino**. 2008. 135f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática. Ensino Fundamental - Anos Iniciais- 5º ano**. 2ª Ed. São Paulo: Ática, 2014.

DAVÍDOV, Vasili. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. (Org.). **La Psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**: antologia. Moscou: Progreso, 1987. p. 143-142.

DAVÍDOV, Vasili. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Progreso, 1988.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DIAS, Marisa da Silva. **Formação da imagem conceitual da reta real**: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. 2007. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

DIAS, Marisa da Silva; MORETTI, Vanessa Dias. **Números e operações**: elementos lógico-históricos para a atividade de ensino. Curitiba: Ibpex, 2011.

DUARTE, Newton. A formação do indivíduo, consciência e alienação: o ser humano na psicologia de A. N. Leontiev. **Caderno CEDES**, v. 24, n. 62, p. 44-63, 2004.

ELKONIN, Daniil. **Psicologia do jogo**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009

EVES, Howard. **Introdução à História da matemática**. 5. ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2011.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área**: uma proposta de ensino-aprendizagem. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

FRIGOTTO, Gaudêncio. O enfoque da dialética materialista histórica na pesquisa educacional. In: FAZENDA, I. (Org.) **Metodologia da Pesquisa Educacional**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. O conceito de saber escolar clássico em Dermeval Saviani: Implicações para a Educação Matemática. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, v. 23, n. 36, p. 753-773, 2010. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/71808>>. Acesso em: 15 maio 2016.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

HENRIQUES, Marcílio Dias. **Um estudo sobre a produção de significados de estudantes do ensino fundamental para área e perímetro**. 2011. 218 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, 2011.

HOGBEN, Lancelot. **Maravilhas da Matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos**. Tradução de Paulo Moreira da Silva, Roberto Bins e Henrique Carlos Pfeifer. 2. ed. Porto Alegre, RS: Globo, 1970.

JOSEPH, George Gheverghese. **The Crest of the Peacock: non-European roots of mathematics**. 2. ed. USA: Princeton University Press, 2000.

KOPNIN, Pável. V. **Fundamentos lógicos da ciência**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1972.

KOPNIN, Pável V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LANNER DE MOURA, Anna R. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995. Disponível em <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000084192>. Acesso em: 24 abr. 2014.

\_\_\_\_\_. Movimento Conceitual em sala de aula. In: **Anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática**. CIAEM, Blumenau/SC, 13-17 de julho de 2003.

\_\_\_\_\_. CUNHA, M. A criação da medida acontece quando o trabalho humano combina o número e forma. **Encontro de professores de Matemática. Minicurso. Campinas/S.P.**: Instituto de Matemática e Estatística. IMEC, 2005.

LEONTIEV, Alexis N. N. **O desenvolvimento do psiquismo humano**. São Paulo: Moraes, 1978.

LEONTIEV, Alexis N. N. **Actividad, consciência, personalidade**. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 1984.

LIMA, Paulo F., BELLEMAIN, Paula M. B. Grandezas e Medidas. In: **Matemática: Ensino Fundamental**. 1. ed. Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010. v.17, p. 167-200. (Coleção Explorando o Ensino).

LOPES, A. R. L. V.; et al. O pastor contando suas ovelhas: uma proposta envolvendo correspondência um a um. In: LOPES, A. R. L. V.; PEREIRA, P. S.

(Org.). **Ensaio em Educação Matemática: Algumas possibilidades para a Educação Básica**. Campo Grande, MS: Editora UFMS, 2010. p. 11-22.

LOPES, A. R. L. V. Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo sobre a atividade orientadora de ensino. Resumo expandido para pôster. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 33., 2012.

LURIA, Alexander R. O desenvolvimento da escrita nas crianças. In: VIGOTSKII, Lev Semenovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alexis N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução de Maria da Penha Villalobos 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010. p. 143-189.

MACGREGOR, Neil. **A história do mundo em 100 objetos**. Tradução de Ana Beatriz Rodrigues, Bezilo Vargas e Claudio Figueiredo. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.

MARTINS, Lígia Márcia. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica**. Campinas: Autores Associados, 2013.

MARTINS, Lígia Márcia. Fundamentos da Psicologia Histórico-Cultural e da Pedagogia Histórico-Crítica. In: BAURU. **Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru**. 2016. p.41-79.

MARX, Karl. **O Capital** – Crítica da Economia Política, Volume I, Livro Primeiro: O Processo de Produção do Capital. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

MELLO, Suely Amaral. Linguagem e alienação da consciência. **Alfa: Revista de Linguística**, v. 41, 1997.

MELLO, Suely Amaral. Contribuições da teoria histórico-cultural para a educação da pequena infância. **Cadernos de Educação**, n. 50, p. 01-12, 2015.

MIGUEL, Antônio et al. **História da Matemática em atividades didáticas**. 2 ed. rev. São Paulo: Editora da Física, 2009.

MOL, Rogério. S. **Introdução à História da matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: CAED UFMG, 2013.

MORETTI, Vanessa Dias et al. Atividade orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, 2010. Disponível: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189114444012>>. Acesso em: 19 mar. 2017.

MORETTI, Vanessa Dias; SOUZA, Neusa Maria Marques de. **Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Princípios e práticas pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015.

MOURA, Manoel O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, São Paulo, ano II, n. 12, p. 29-43, 1996.

MOURA, Manoel O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amélia Domingues de; CARVALHO, Ana Maria Pessoa de. (Org.).

**Ensinar a ensinar:** Didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Pioneira, 2016. p. 143-162.

MOURA, Manoel O. de (Org.). **Educação Escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Loyola, 2017.

MOURA, Manoel O. de. et al. **A atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem.** A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília: Líber Livro, 2010.

MOURA, Manoel O. de. et al. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Teoria e prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, 2012.

MOURA, Manoel O. de; LANNER de MOURA, Anna Regina; **Escola: Um Espaço Cultural.** Matemática na Educação Infantil: Conhecer, (re)criar - Um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.

MUSEU DE BERLIN. **Porta de Ishtar.** 2017. Disponível em: <http://www.smb.museum/museen-und-einrichtungen/pergamonmuseum/ausstel>. Acesso em: 15 jul. 2017.

MUSEU BRITÂNICO. **Estandarte de UR.** 2017. Disponível em: [http://www.britishmuseum.org/research/collection\\_online/collection\\_object.aspx?assetId=12550001&objectId=368264&partId=1](http://www.britishmuseum.org/research/collection_online/collection_object.aspx?assetId=12550001&objectId=368264&partId=1). Acesso em: 15 jul. 2017.

NASCIMENTO, Carolina Picchetti. **A organização do ensino e a formação do pensamento estético-artístico na teoria histórico-cultural.** 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010. doi:10.11606/D.48.2010.tde-20092010-145437. Acesso em: 19 mar. 2017.

NASCIMENTO, Carolina Picchetti; ARAUJO, Elaine Sampaio; MIGUÉIS, Marlene da Rocha. Game as an activity: contributions from the historical-cultural theory. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 13, n. 2, p. 293-302, 2010.

NEHRING, Cátia Maria et al. O conceito de Medidas de Superfície na abordagem histórico-cultural e nos registros de representação. **Revista Iberoamericana de Educación**, 2010.

PANOSSIAN, Maria Lúcia. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes:** indicadores para a organização do ensino. 2008. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PANOSSIAN, Maria Lúcia. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra.** 2014. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PIOVESAN, Sucileiva Baldissera; ZANARDINI, João Batista. **O ensino e aprendizagem da matemática por meio da metodologia de resolução de problemas: algumas considerações**. Programa de Desenvolvimento Educacional/PDE, 2008, Secretaria de Estado de Educação do Paraná. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/845-4.pdf>. Acesso em: 22 nov. 2017.

PORTA DE ISHTAR. **Google Earth**. Disponível em: <https://earth.google.com/web/@32.5435468,44.4221721,40.36137211a,0d,90y,250.33725298h,80t,0r/data=CgAiTgpKLXJoMnhaRURsQmtzL1YtNE1xdkg4UG9JL0FBQUFBQUFN3ZuVEd2RFdvd3JJX2VUR1hyZHd0b295UTM0Y2x3REdRd0NMSUIQA>. Acesso em: 15 jul. 2017.

POZEBON, Simone. **Formação para professores futuros na organização da matemática adesiva para anos próprios de educação básica: aprendendo ser um professor em um contexto medidas específicas que implicam**. 2014. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.

REZENDE, João Paulo. **Sentidos e significados manifestos por licenciandos e pós-graduandos ao produzirem atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica**. 2015. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos. **A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental: atividades fundamentadas na história da matemática**. 2014. Tese (Doutorado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos et al. **A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentadas na história da Matemática**. V. 5. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série história da matemática para o ensino).

SANTOS, Suzana. M. P. dos. **Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de Atividade Orientadora de Ensino**. 2016. 132f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2016.

SERRÃO, Maria Isabel Batista. **Aprender a ensinar: a aprendizagem do ensino no curso de pedagogia sob o enfoque histórico-cultural**. São Paulo: Cortez, 2006.

SMITH, David E. **History of Mathematics**. V. II. New York: Dover, 1958.

SOUSA, Maria do Carmo de. **O ensino de álgebra numa perspectiva Lógico-Histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental**. 2004. 286f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

SOUSA, Maria do Carmo de. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de matemática na perspectiva lógico-histórica. **Bolema**, Rio Claro, ano 22, n.32, p.83-99, 2009.

TEIXEIRA, Lucas André; AGUDO, Marcela de M. O método pedagógico da pedagogia histórico-crítica: desafios e possibilidades. In: BAURU. **Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru**. 2016. p. 147-178.

VIGOTSKI, Lev Semenovitch. **A formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VIGOTSKI, Lev Semenovitch. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VIGOTSKI, Lev Semenovitch. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

VIGOTSKII, Lev Semenovich; LURIA, Alexander R.; LEONTIEV, Alexis N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução de Maria da Penha Villalobos .11. ed. São Paulo: Ícone, 2017.

YAN, L.; SHÍRAN, D. **Chinese mathematics: a concise history**. Tradução de John N. Crosseley e Anthony W.C.Lun. New York: Oxford Press, 1987.

**APÊNDICES**  
**APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**  
**DOS PAIS OU RESPONSÁVEIS**

<b>IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA</b>	
<i>Pesquisa:</i> <b>Os sentidos manifestos de estudantes na aprendizagem de grandezas e medidas</b>	
<i>Orientador:</i> <b>Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marisa da Silva Dias</b>	<i>Instituição / Departamento:</i> <b>UNESP/Bauru – Departamento de Educação</b>
<i>Telefone:</i> <b>(14) 3103 6081</b>	<i>Endereço Eletrônico:</i> <b>marisadias@fc.unesp.br</b>
<i>Aluno responsável:</i> <b>Cybelle Cristina Ferreira do Amaral</b>	<i>Instituição / Departamento:</i> <b>UNESP/Bauru – Programa de Pós Graduação em Docência para a Educação Básica - Mestrado Profissional</b>
<i>Telefone:</i> <b>(14) 997549933</b>	<i>Endereço Eletrônico:</i> <b>cyferal@gmail.com</b>

**Prezados pais ou responsáveis,**

Eu, professora **Cybelle Cristina Ferreira do Amaral**, convido seu filho a participar de uma pesquisa em Educação Matemática. Para tanto, solicito sua autorização, de forma a tornar possível a participação de seu filho como sujeito desta pesquisa em Educação, que estarei iniciando com os alunos da sala de aula de seu filho. A pesquisa tem por objetivo compreender o processo de formação de sentidos sobre o conceito de área, quando os sujeitos desenvolvem uma atividade orientadora de ensino. Vale destacar que os benefícios da participação voluntária, nesta pesquisa, serão na apropriação do conceito de área, a autonomia nos procedimentos matemáticos para a medição nas diferentes situações de aprendizagem e o desenvolvimento do sentido acerca do conceito matemático em questão, relacionando-o com as diversas situações práticas do cotidiano. Ainda, ressaltamos que, no caso de qualquer desconforto, frustração, incompreensão das orientações ou cansaço, no decorrer das atividades, entre em contato com a pesquisadora para maiores esclarecimentos e auxílios necessários. Para coletar informações nesta pesquisa, usaremos: observações, conversas, gravações de áudio e vídeo, entrevistas, tarefas matemáticas em sala de aula. Esclarecemos que as informações compartilhadas e analisadas irão permanecer em sigilo, além disso, todos os nomes e imagens que possam identificar seu(sua) filho(a) também serão mantidos em sigilo e somente serão usados com a finalidade da realização da pesquisa. No relato final da investigação, usaremos um código para identificação do aluno, e a pesquisadora será a única conhecedora. Contamos com sua colaboração e comprometemo-nos em garantir o retorno das conclusões obtidas a partir dos estudos desta pesquisa. Caso tenha dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, você deve contatar a Investigadora do estudo, **Cybelle Cristina Ferreira do Amaral**, ou membro de sua equipe. Estamos à disposição para esclarecimentos que se fizerem necessários, pelos seguintes contatos **(14) 997549933** ou pelo e-mail [cyferal@gmail.com](mailto:cyferal@gmail.com)

Desde já, agradecemos a sua colaboração.

Atenciosamente.

Bauru, 03 de agosto de 2017.

Cybelle Cristina Ferreira do Amaral

## IDENTIFICAÇÃO DO VOLUNTÁRIO

Nome do participante:

### DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento.

Declaro ter sido informado(a), de maneira clara e detalhada, sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada **Os sentidos manifestos de estudantes na aprendizagem de grandezas e medidas**, bem como as atividades envolvidas.

Estou ciente de que a privacidade de meu filho será respeitada, ou seja, seu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa identificá-lo, de qualquer forma, serão mantidos em sigilo.

Estou ciente de que a participação de meu(minha) filho(a) na pesquisa é voluntária; que posso recusar a participação de meu filho, retirar meu consentimento ou interromper sua participação a qualquer momento, sem precisar justificar, e que essa recusa não irá acarretar qualquer penalidade.

Estou ciente de que meu(minha) filho(a) não será identificado(a) em nenhuma publicação, palestra, curso etc., que possam resultar deste trabalho. Concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Entendo a informação apresentada neste TERMO DE CONSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade de fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Declaro que concordo com a participação de meu(minha) filho(a), como voluntário(a), da pesquisa descrita.

Recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Bauru, 03 de agosto de 2017.

---

NOME DO RESPONSÁVEL

ASSINATURA

DATA

---

Cybelle Cristina Ferreira do Amaral  
PESQUISADORA

ASSINATURA

DATA

## APÊNDICE B – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DOS ALUNOS

<b>IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA</b>	
<i>Pesquisa:</i> <b>Os sentidos manifestos de estudantes na aprendizagem de grandezas e medidas.</b>	
<i>Orientador:</i> <b>Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marisa da Silva Dias</b>	<i>Instituição / Departamento:</i> <b>UNESP/Bauru – Departamento de Educação</b>
<i>Telefone:</i> <b>(14) 3103 6081</b>	<i>Endereço Eletrônico:</i> <b>marisadias@fc.unesp.br</b>
<i>Aluno responsável:</i> <b>Cybele Cristina Ferreira do Amaral</b>	<i>Instituição / Departamento:</i> <b>UNESP/Bauru – Programa de Pós Graduação em Docência para a Educação Básica - Mestrado Profissional</b>
<i>Telefone:</i> <b>(14) 997549933</b>	<i>Endereço Eletrônico:</i> <b>cyferal@gmail.com</b>

**Querido aluno,**

Eu, professora Cybele Cristina Ferreira do Amaral, convido você a participar de uma pesquisa em Educação Matemática. A pesquisa tem por objetivo compreender o processo de formação de sentidos sobre o conceito de área, quando os sujeitos desenvolvem uma Atividade Orientadora de Ensino. Caso você aceite participar, deverá assinar um Termo de Assentimento. O assentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de estudantes, da sua faixa de idade, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados os seus direitos e você receberá todas as informações, por mais simples que possam parecer. Pode ser que este documento denominado TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, nesse caso, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente. A pesquisa que desenvolveremos em sua sala de aula envolverá coletas de informações; para isso, usaremos observações, conversas, gravações de áudio e vídeo, entrevistas e tarefas matemáticas em sala de aula. Estaremos juntos por aproximadamente 06 semanas, pois participarei das aulas de Matemática, apresentando e desenvolvendo com vocês várias atividades que os ajudarão na compreensão do conceito de área e suas medições nos eixos de grandezas e medidas e espaço e forma. Vale destacar que os benefícios da participação voluntária, nesta pesquisa, serão na apropriação do conceito de área, a autonomia nos procedimentos matemáticos para a medição nas diferentes situações de aprendizagem e o desenvolvimento do sentido acerca do conceito matemático em questão, relacionando-o com as diversas situações práticas do cotidiano. Ainda, ressaltamos que, no caso de qualquer desconforto, frustração, incompreensão das orientações ou cansaço, no decorrer das atividades, entre em contato com a pesquisadora para maiores esclarecimentos e auxílios necessários. Esclarecemos que as informações compartilhadas e analisadas irão permanecer sob sigilo, além disso, todos os nomes e imagens que possam identificá-lo também serão mantidos resguardados e somente serão usados com a finalidade da realização da pesquisa. No relato final da investigação, usaremos um código para sua identificação e a pesquisadora será a única conhecedora. Contamos com sua colaboração e comprometemo-nos em garantir o retorno das conclusões obtidas a partir dos estudos desta pesquisa. Aproveito para informar que sua participação é voluntária e, caso você opte por não participar, não terá nenhum prejuízo ou represália. Para tanto, solicito seu assentimento, a fim de tornar possível sua participação como sujeito desta pesquisa em Educação, que estaremos desenvolvendo com os alunos da sua sala de aula.

Se você ou os responsáveis por você tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, você deve contatar a Investigadora do estudo, **Cybele Cristina Ferreira do Amaral**, ou membro de sua equipe. Estamos à disposição para esclarecimentos que se fizerem necessários, pelos seguintes contatos (14) 997549933 ou pelo e-mail [cyferal@gmail.com](mailto:cyferal@gmail.com)

Desde já agradecemos a sua colaboração.

Atenciosamente.

Bauru, 03 de agosto de 2017.  
Cybele Cristina Ferreira do Amaral

**IDENTIFICAÇÃO DO VOLUNTÁRIO**

Nome do participante:

Nome do responsável:

**DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO SUJEITO DA PESQUISA**

Declaro ter sido informado(a) de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada **Os sentidos manifestos de estudantes na aprendizagem de grandezas e medidas**, bem como as atividades envolvidas.

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento, sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi as informações apresentadas neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste DOCUMENTO DE ASSENTIMENTO INFORMADO.

---

 NOME DO RESPONSÁVEL

ASSINATURA

DATA

---

 Cybelle Cristina Ferreira do Amaral  
 PESQUISADORA

ASSINATURA

DATA

Bauru, 03 de agosto de 2017.

## APÊNDICE C – Pedido de autorização à Secretaria Municipal de Bauru

Bauru, 27 de março de 2017.

À Prof.<sup>a</sup> Isabel Cristina Miziara,  
Secretária Municipal da Educação

Venho por meio deste, apresentar Cybelle Cristina Ferreira do Amaral, discente do Programa de Pós-Graduação em Docência para Educação Básica da UNESP/FC, nível Mestrado Profissional e que, atualmente, desenvolve o projeto de pesquisa “Os sentidos manifestos de estudantes na aprendizagem de grandezas e medidas”, sob minha orientação.

O objetivo da pesquisa é compreender o processo de formação de sentidos acerca do conceito de área, quando os sujeitos desenvolvem uma Atividade Orientadora de Ensino, tendo como aportes teóricos a Teoria da Atividade e os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural.

Nossa intenção é contribuir na organização do ensino do professor das séries finais do Ensino Fundamental I, ao planejar atividades que promovam a formação do conceito de área, no ensino da Matemática. Para tanto, optou-se, para a realização da pesquisa, contar com a participação dos alunos matriculados no 5º ano A, na EMEF Professor Geraldo Arone – local de trabalho da pesquisadora.

Informo que a pesquisa será de caráter qualitativo, do tipo pesquisa-ação, e terá total sigilo com relação às informações que forem abordadas nas atividades e conversas com os estudantes.

Diante do exposto, solicito de Vossa Senhoria a possibilidade de analisar a documentação, em anexo, para autorizar a realização da pesquisa.

No aguardo da vossa manifestação,

Atenciosamente,

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marisa da Silva Dias

Orientadora da pesquisa

Cybelle Cristina Ferreira do Amaral

Pesquisadora

APÊNDICE D - Apresentação em *Power Point* do contexto social, cultural, religioso, hábitos e costumes da Mesopotâmia (hoje, Iraque).

### Atividade Orientadora de Ensino

Aprendendo o conceito de área  
5ª ano A

### Objetivo

- Compreender o processo de constituição do conceito matemático de área por meio de uma situação desafiadora de aprendizagem, a fim de promover a formação do pensamento teórico a partir da perspectiva histórico-cultural.

### Uma viagem no tempo...

### Contexto histórico e geográfico

### Vida na Mesopotâmia

#### A vida na Mesopotâmia (contra Magens...)

### Principais cidades...

### PRINCIPAIS POVOS DESSA REGIÃO

### Religião..

### Algumas curiosidades

### Modo de vida...

### Alimentação destes povos...

### Vamos resolver um problema???

Um grupo de agricultores foi convidado pelo rei da cidade de Uruk para trabalhar na irrigação de uma porção de terra doada pelo rei. O grupo decidiu trabalhar em duas partes iguais e todas as agriculturas era necessário de irrigação de do mesmo, que todos usavam a mesma superfície. Resolver a este problema, e se o contrário a parte dos agricultores que não pode ser irrigado também por irrigação.

Teria parecido que os dois campos de terra do rei foram divididos em duas partes iguais. Mas quando os agricultores foram para trabalhar, descobriram que os dois campos não tinham a mesma área. Isso aconteceu porque os campos não eram retangulares, mas sim compostos por várias partes retangulares. Para resolver esse problema, os agricultores precisavam calcular a área de cada campo.

### Como resolver esse problema??

COMO OS AGRICULTORES MESOPOTÂMICOS APROVEITARAM SUAS HABILIDADES MATEMÁTICAS PARA RESOLVER UM PROBLEMA REAL?

### SOBRONOMES DAS FAMÍLIAS DOS AGRICULTORES

SOBRONOMES (COMUM A REGIÃO/PAÍS)			
MALKI	ZOBANE	BALHE	ZEBARI
BULAGH	YAHMO	CHIBLI	JIZDI
SUDANI	ABDUDI	HARRI	SULTAN
JAHMED	BAR	AHMED	BAR
MAHMUD	RAOHD	RADI	HAKIM

### Trabalhando com as representações:

#### A superfície a ser delimitada

### A superfície delimitada...

### 2º momento:

Como agricultores, como vocês que sempre têm direito de partes de terra de do mesmo que todos sabem o mesmo caso (Pela, mas, para que os terrenos com o mesmo tamanho possam produzir a mesma quantidade de alimentos, os agricultores precisam calcular a área de cada campo. Isso é feito usando a matemática. Para isso, os agricultores precisam saber a largura e o comprimento de cada campo. Depois, eles podem multiplicar a largura pelo comprimento para encontrar a área. Isso é o que os agricultores precisam fazer para resolver o problema.

### 2º momento: Problematização

Quantos grãos/sementes os agricultores deverão comprar para cultivarem nesta metade da porção de terra doada pelo Rei?

### 3º momento

Como agricultores, como vocês que sempre têm direito de partes de terra de do mesmo que todos sabem o mesmo caso (Pela, mas, para que os terrenos com o mesmo tamanho possam produzir a mesma quantidade de alimentos, os agricultores precisam calcular a área de cada campo. Isso é feito usando a matemática. Para isso, os agricultores precisam saber a largura e o comprimento de cada campo. Depois, eles podem multiplicar a largura pelo comprimento para encontrar a área. Isso é o que os agricultores precisam fazer para resolver o problema.



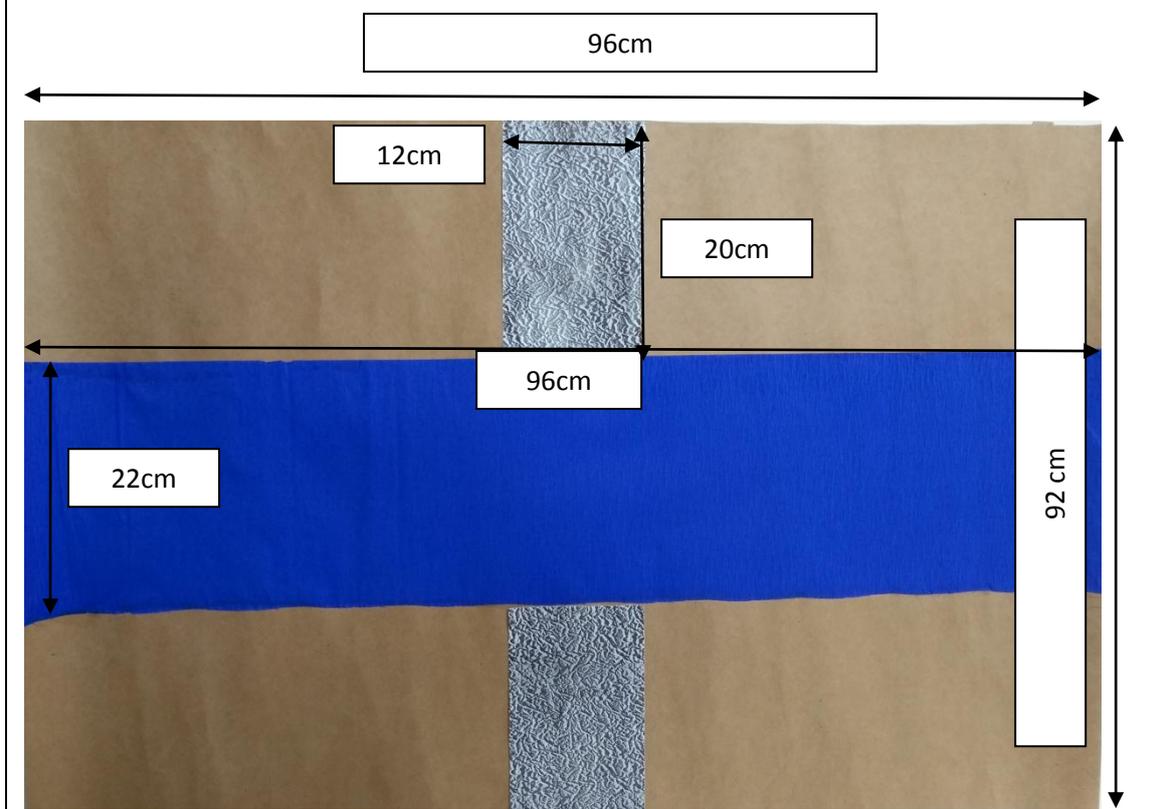
## APÊNDICE E - Relação de Materiais a serem utilizados

1º momento: 2 aulas de 50 minutos.

1 base de papel pardo (tipo papel cartão), com as seguintes dimensões: 96cm de comprimento e 92cm de largura.

1 faixa de papel crepom azul com 96cm de comprimento e 22cm de largura.

3 peças de papel pedra com 20cm de comprimento por 12cm de largura.



2º momento: 2 aulas de 50 minutos

A base de papel pardo utilizada no primeiro momento com a delimitação de terras encontrada pelos estudantes.

Barbante para divisão da porção de terra pela metade (caso os estudantes solicitem).

3º momento: 4 aulas de 50 minutos (2 dias com 2 aulas).

A base de papel pardo utilizada no primeiro momento, com a delimitação de terras encontrada pelos estudantes e a divisão do terreno pela metade;

01 painel em cartolina para registro das mensurações, contendo os seguintes itens: sobrenome do agricultor, medição por grãos, medição por tijolos, medição por ladrilhos e medição na tabuleta;

Sementes de abóboras;

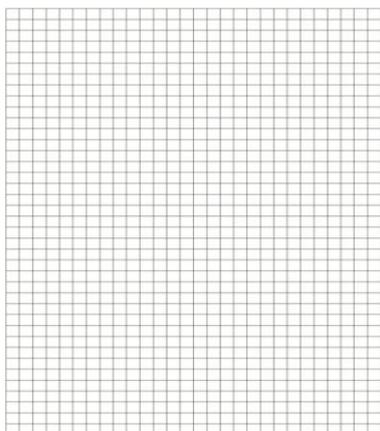
6 retângulos de papel dupla face marrom (representação da face do tijolo) para cada estudante;

12 quadrados de EVA coloridos/estampados (representação da face do ladrilho) para cada estudante.

4º momento: 4 aulas de 50 minutos (2 dias com 2 aulas)

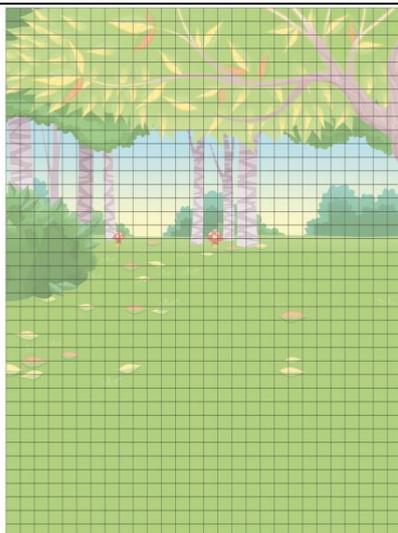
A base de papel pardo utilizada no primeiro momento, com a delimitação de terras encontrada pelos estudantes e a divisão do terreno pela metade, pavimentado com as representações dos tijolos e ladrilhado com as peças de EVA em uma das partes do terreno.

01 folha A3 quadriculada de 1cm por 1cm:

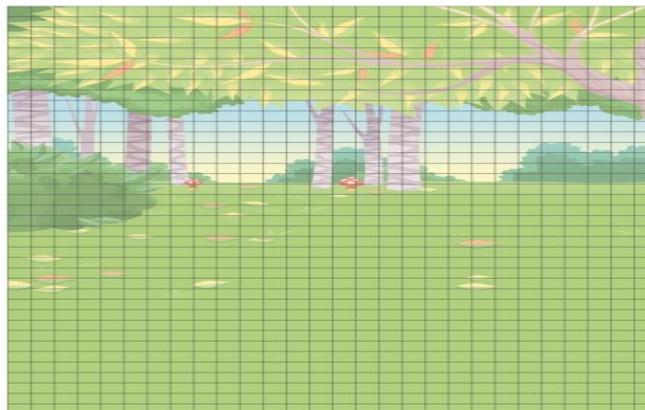


Jogo “Descobrimo por trás da imagem”

01 jogo por estudante (ideal) ou 01 jogo por dupla, contendo as seguintes partes:

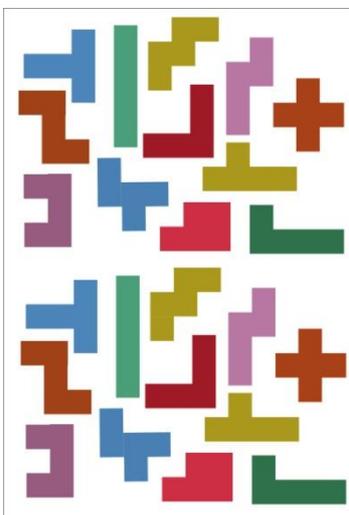


Frente



Verso

24 peças de pentaminós (figuras geométricas irregulares, compostas por 5 quadrados de 2cm x 2cm), conforme molde abaixo, em EVA coloridos (sugere-se cada peça de uma cor diferente):



10 *cards* dos animais.

01 dado de 6 faces.

01 regra do jogo.

01 temporizador (relógio, cronômetro ou celular com cronômetro)

APÊNDICE F – Produto Final: O ensino do conceito matemático de área por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO VINCULADO A ESTA DISSERTAÇÃO:

Título: O ensino do conceito matemático de área por meio de uma Atividade Orientadora de Ensino

*Link* para visualização: [www.fc.unesp.br/posdocencia](http://www.fc.unesp.br/posdocencia)

**COLE NESSE ESPAÇO O ENVELOPE CONTENDO O CD/DVD COM O PRODUTO**

## ANEXO

### ANEXO A – Autorização da Secretaria Municipal de Educação de Bauru



**PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE BAURU**  
Estado de São Paulo

**SECRETARIA DA EDUCAÇÃO**  
Fone – (014) 3234-1977  
End: Rua Padre João nº 8-48 – Vila Régia  
CEP- 17014-003



Bauru, 31 de março de 2017.

### AUTORIZAÇÃO

A Secretaria Municipal da Educação, por meio do Departamento de Planejamento, Projetos e Pesquisas Educacionais, Divisão de Pesquisas e Projetos Educacionais autoriza a Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Marisa da Silva Dias (orientadora) e a mestranda do programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", campus de Bauru, Cybelle Cristina Ferreira do Amaral, a desenvolverem as investigações da pesquisa "Os sentidos manifestos de estudantes na aprendizagem de grandezas e medidas", junto aos estudantes do 5º ano A da EMEF "Geraldo Arone"

Salientamos que a equipe da unidade escolar tem autonomia para analisar e autorizar o desenvolvimento do projeto, de acordo com a disponibilidade da escola.

Atenciosamente,

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Andréia Melanda Chirinéa  
Diretora de Divisão de Pesquisas e Projetos Educacionais  
RG. 28.420.051-7