LISTA DE EXERCÍCIOS – linguagens tipo 2 e autômatos com pilha

1. Construa um autômato com pilha para a linguagem $L=\{w \in \{a, b\}^* : w = w^R\}$;
2. Idem anterior para $L = \{w \in \{a, b\}^* :$ w tem o dobro de b´s em relação à quantidade de a´s$\}$;
3. Através de algum conceito estudado como, por exemplo, o teorema do bombeamento ou o autômato com pilha, identifique e justifique o tipo da linguagem e o porquê dela ser ou não livre de contexto.
    a. $\{x^t y^n z^m : m, n, t \in N^+, t = 5m\}$; (Obs. Use o bombeamento e faça um AP)
    b. $\{w^r x^s y^t z^u : r, s, t, u \in N^+, r+t = s+u\}$; (Obs. Use o modelo de autômato ou algum propriedade de fechamento)
    c. $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$; (Obs. Use o modelo de autômato)
    d. $\{x^n y^n z x^n y^n : n \in N^+\}$; (Obs. Use o bombeamento).
4. Baseado na gramática G, descrita a seguir, desenhe a árvore de derivação da cadeia "xzxzzyzyyz". Encontre a derivação mais à esquerda para a cadeia e mostre a seqüência de produções para obtê-la. $G=(\{S, M, N\}, \{x, y, z\}, \{S \rightarrow MzSzN, S \rightarrow \varepsilon, M \rightarrow xM, M \rightarrow x, N \rightarrow yN, N \rightarrow z\}, S)$;
5. Transforme a gramática do exercício anterior em uma gramática na forma normal de Chomsky.
6. Construa um autômato de pilha determinístico que aceite a linguagem gerada pela gramática G cujas regras são $\{S \rightarrow aSb, S \rightarrow c\}$, onde S é o único símbolo não-terminal da gramática e o símbolo inicial, e a, b, c são símbolos terminais.
7. Use o teorema do bombeamento ou alguma propriedade de fechamento para mostrar que as linguagens abaixo não são livres de contexto:
    a. $L=\{a^p \mid p$ é um número primo$\}$;
    b. $L=\{w \mid w \in \{a, b, c\}^*$, e w tem o mesmo número de a´s, b´s e c´s$\}$;
    c. $L=\{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$;
8. Construa um autômato de pilha que aceite a linguagem gerada pela gramática G definida no exercício 4.
9. Se $L_1 \subseteq \Sigma^*$ e $L_2 \subseteq \Sigma^*$ são linguagens, o quociente de L_1 por L_2 à direita é definido como:
    $L_1/ L_2 = \{w \mid w \in \Sigma^* : \exists\, u \in L_2$ tal que $wu \in L_1\}$;
    a. Mostre que se L_1 é livre de contexto e R é regular, então L_1/R é livre de contexto (lembre-se das propriedades de fechamento);
10. Sejam M_1 e M_2 autômatos com pilha. Mostre com construir autômatos com pilha que aceitem $L(M_1) \cup L(M_2)$, $L(M_1)L(M_2)$ e $L(M_1)^*$, fornecendo outra demonstração ao teorema sobre operações fechadas em linguagens livres de contexto.