4 Lista de exercícios de MVGA
Prof. Dr. Helton Hideraldo Bíscaro

1. Verifique, em cada um dos itens abaixo, se a função $<,>$ é um produto interno no espaço vetorial V:

   (a) $V = \mathbb{R}^2, u = (x1, y1), w = (x2, y2)$ e $< u, w >= 2x1x2 + 4y1y2$.

   (b) $V = \mathbb{R}^3, u = (x1, y1, z1), w = (x2, y2, z2)$ e $< u, w >= x1x2 + y1y2$.

   (c) $V = \mathbb{R}^4, u = (x1, y1, z1, t1), w = (x2, y2, z2, t2)$ e $< u, w >= x1x2 + y1y2 + z1z2 - t1t2$.

2. Sejam $X = (1, 1, -2)$ e $Y = (a, -1, 2)$. Para quais valores de a, X e Y são ortogonais?

3. Mostre que se um vetor v é ortogonal a um vetor u, então v também é ortogonal à αu, para qualquer $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. Sabendo que $\|u\| = 3, \|v\| = 5$. determine α de tal maneira que:

$$< u + \alpha v, u - \alpha v >= 0$$

   .

5. Sejam u e v, vetores de um espaço vetorial com norma. Prove que $< u, v >= 0$ se, e somente se,$\|u + \alpha v\| \geq \|u\|, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

6. Sejam $f(t) = a_0 + a_1 t + \ldots + a_n t^n$ e $g(t) = b_0 + b_1 t + \ldots + b_n t^n$ polinômios quaisquer de $P_n(\mathbb{R})$. Verifique se a função

$$< f(t), g(t) > \rightarrow \sum_{i=0}^{n} a_i b_i$$

   é produto interno no espaço $P_n(\mathbb{R})$.