

4 Lista de exercícios de MVGA 2011  
Prof. Dr. Helton Hideraldo Bísaro

1. Mostre que um conjunto de vetores  $\{u_1, \dots, u_n\}$  é Linearmente dependente se, e somente se, pelo menos um deles for combinação linear dos outros.
2. Seja  $C = \{u, v, w\}$  um conjunto Linearmente Independente. Mostre que o conjunto  $B = \{u + v, u - v, u - 2v + w\}$  também é L.I.
3. Seja  $C = \{u, v, w\}$  um conjunto Linearmente Independente. Mostre que o conjunto  $B = \{u, u + v, u + v + w\}$  também é L.I.
4. Sejam  $u_1, \dots, u_n$  vetores l.i. em um espaço vetorial V. Então cada vetor  $v \in [u_1, \dots, u_n]$  se escreve de maneira única como  $v = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_n u_n$ .
5. Quais das aplicações abaixo são transformações lineares?
  - (a)  $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $T(x, y) = (x + y, x)$ ;
  - (b)  $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $T(x, y, z) = 2x - 3y + 4z$ ;
  - (c)  $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$  tal que  $T(x, y) = xy$ .
6. Seja  $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  o operador linear definido por:  $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$ . Encontre uma base e a dimensão para  $\text{Im}(T)$  e  $\text{Ker}(T)$ .
7. Encontre uma transformação linear  $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $T(1, 2) = (3, -1)$  e  $T(0, 1) = (1, 2)$ ;
8. Mostre que toda a transformação linear bijetora  $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  leva retas em retas. Ou seja, a imagem de uma reta por essa transformação também é uma reta.
9. Determinar uma transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  cuja imagem seja gerada pelos vetores  $(1, 2, 0)$  e  $(1, 1, 1)$ .
10. Encontre uma base para o núcleo, outra para a imagem da transformação  $T : \wp^2(\mathbb{R}) \longrightarrow \wp^2(\mathbb{R})$  tal que  $T(p) = p' + p''$ .